Практ. заняття 2,3. Сотовая связь как система массового обслуживания

Создание достаточного числа каналов системы сотовой связи является не самоцелью, а лишь средством для обеспечения связью нужного числа имеющихся или потенциальных пользователей.

Очевидно, что имея N физических каналов на ячейку, мы, безусловно, сможем обеспечить в этой ячейке связью N абонентов. Однако этого слишком мало: даже при 7-ячеечном кластере число физических каналов на ячейку практически не может превышать в настоящее время величины порядка 200, а часто оказывается и гораздо меньшим – порядка 50...70 или даже 20...30.

Ясно также, что ограничивать число обслуживаемых абонентов числом каналов явно нерационально, так как маловероятно, чтобы все абоненты захотели воспользоваться связью одновременно.

Следовательно, при N каналах можно обслуживать более N абонентов, хотя в некоторых случаях абоненты в ответ на вызов будут получать отказ, притом тем чаще, чем больше число абонентов по сравнению с числом каналов. Таким образом, мы оказываемся перед вопросом: **сколько абонентов можно обслужить в ячейке с *N* каналами при заданной вероятности отказа?** Или, наоборот: сколько нужно каналов для обслуживания заданного числа абонентов при определенной вероятности отказа?

Ответ на эти вопросы можно получить, основываясь на методах расчета систем массового обслуживания.

Система сотовой связи – типичныф пример системы массового обслуживания

Система сотовой связи, как и любая система телефонной связи, является типичным примером системы массового обслуживания – со случайным потоком заявок (вызовов), случайной продолжительностью их обслуживания (сеансов связи) и конечным числом каналов обслуживания (физических каналов).

Более того: система телефонной связи исторически была первым примером системы массового обслуживания, и именно с нее началось развитие теории систем массового обслуживания. Точнее, все началось с первой математически корректной работы по теории массового обслуживания – работы датского ученого А.К.Эрланга (1878 – 1929 гг.) "Теория вероятностей и телефонные разговоры", опубликованной в 1909 г.

Для получения ответов на сформулированные выше вопросы вначале приведем исходные определения и допущения, а затем затем рассмотрим основные модели системы, остановившись подробнее на характеристиках обычно используемой в практике модели системы с отказами (модели Эрланга B), и закончим изложением методики расчета с примером.

Основные определения и обычно используемые допущения

Наиболее общей характеристикой случайного потока вызовов является **средняя частота поступления вызовов** λ, которая измеряется числом вызовов в единицу времени – например, λ выз/ч.

Аналогично вводится ***средняя продолжительность обслуживания одного вызова*** (***средняя продолжительность разговора***) ***T***, измеряемая в единицах времени.

Произведение $\boldsymbol{A = \lambda T}$ – это ***средний трафик*** (его еще называют так: ***интенсивность трафика, интенсивность нагрузки, поток нагрузки***), который измеряют в ***эрлангах*** – в честь датского ученого А.К. Эрланга. Так, если $\lambda = 20$ выз/ч, $T = 0{,}2$ ч, то трафик $A = 4$ эрл.

Для измерения λ и T могут использоваться любые единицы времени, но, чтобы избежать недоразумений, более удобно, если в обоих случаях единица времени одна и та же.

Характеристики нагрузки – среднюю частоту поступления вызовов λ, трафик A – принято оценивать для часа пик, т.е. для часового интервала в период наибольшей нагрузки системы связи.

Частота поступления вызовов, которая является случайной величиной, обычно описывается распределением Пуассона, определяющим вероятность поступления k вызовов (дискретная случайная величина) за время t:

$$P_k = \frac{(\lambda\, t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \lambda\, t > 0, k \geq 0. \qquad (1)$$

При этом среднее число вызовов на интервале t и дисперсия числа вызовов на том же интервале равны соответственно

$$\bar{k} = \lambda\, t, D_k = \lambda\, t,$$

т.е. входящий в выражение для P_k параметр λ – это определенная выше средняя частота поступления вызовов (среднее число вызовов в единицу времени).

В качестве иллюстрации на **рис.1** приведен график распределения Пуассона для $\lambda\, t = 4$.

Рис. 1. Распределение Пуассона при Xt = 4

Продолжительность обслуживания одного вызова (длительность занятости канала связи) – непрерывная случайная величина τ, которая описывается экспоненциальным распределением

$$w(\tau) = \frac{1}{T} e^{-\tau/T}, \ \tau \geq 0,$$

которому соответствуют среднее значение и дисперсия:

$$\tau = T, \ D_\tau = T^2,$$

т.е. среднее совпадает с определенной выше средней продолжительностью обслуживания одного вызова.

На **рис. 2** приведен график экспоненциального распределения для T = 0,3.

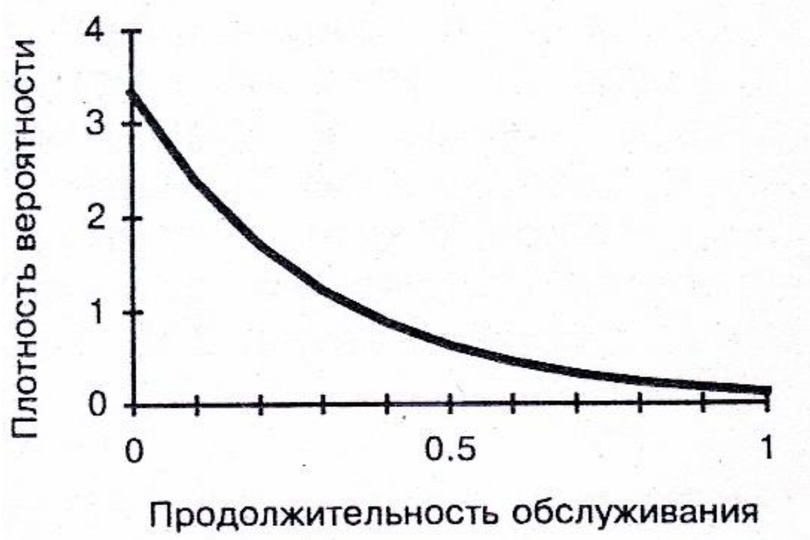

Рис. 2. Экспоненциальное распределение при T = 0,3

Перейдем теперь к моделям системы сотовой связи.

Модели системы сотовой связи

Во всех моделях поток вызовов принимается подчиняющимся распределению Пуассона, и продолжительность обслуживания вызова – экспоненциальному распределению, а разные модели отличаются одна от другой тем, какая участь постигает вызовы, поступающие в моменты времени, когда все каналы системы заняты.

Отметим, что эти вызовы могут сбрасываться, т.е. аннулироваться (система с отказами), или становиться в очередь и ждать освобождения канала неопределенно долгое время, после чего обслуживаться в течение необходимого интервала времени (система с ожиданием); возможны промежуточные случаи, например, модели с ожиданием, но в течение ограниченных интервалов времени.

В системе с отказами (модель Эрланга B; в английской терминологии – lost-calls-cleared conditions, т.е. условия сброса вызовов, получивших отказ) вероятность отказа (вероятность поступления вызова в момент, когда все каналы заняты) определяется выражением

$$P_B = \frac{A^N / N!}{\sum\limits_{n=0}^{N} (A^N / n!)},$$

где N – число каналов, A – трафик.

В системе с ожиданием (модель Эрланга C) вероятность задержки (вероятность того, что поступивший вызов не обслуживается немедленно, а становится в очередь)

$$P_C = P_{0C}\,\frac{A^N N}{N!\,(N-A)},$$

где, в дополнение к прежним обозначениям,

$$P_{0C} = \frac{1}{\sum\limits_{n=0}^{N-1}(A^N/n\,!) + \dfrac{A^N N}{N!\,(N-A)}},$$

– вероятность того, что все каналы свободны.

В системе с ограничением времени ожидания и времени обслуживания после ожидания (модель Эрланга A или модель Пуассона) вызов, поступивший в момент занятости всех каналов, становится в очередь, но время ожидания не превышает среднего времени обслуживания (средней продолжительности разговора). Если за это время хотя бы один канал освобождается, вызов занимает его на оставшуюся часть среднего времени обслуживания, после чего сбрасывается. В такой системе вероятность отказа

$$P_A = \sum_{n=N}^{\infty}\frac{A}{n\,!}e^{-A}.$$

При оценках емкости систем сотовой связи обычно используется модель Эрланга B (модель системы с отказами). Некоторым оправданием к тому может служить то обстоятельство, что при малых вероятностях отказа модели Эрланга B и C дают достаточно близкие результаты (**рис. 3**).

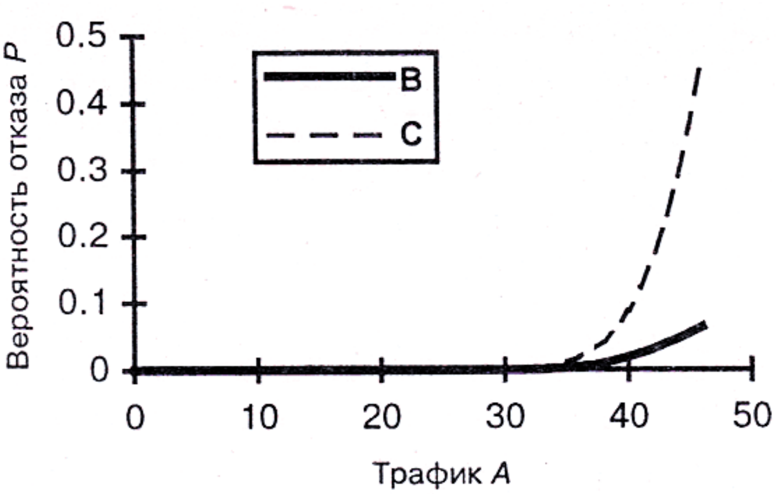

Рис. 3. Вероятность отказа (вероятность блокирования вызова) P в зависимости от трафика A (эрланг) при числе каналов N = 50 для моделей Эрланга B и C

Следует отметить, что, как это наглядно видно из графиков **рис.3**, при P_B > 0,1 сравнительно небольшое возрастание трафика приводит к резкому росту вероятности отказа, т.е. к существенному ухудшению качества обслуживания. Поэтому расчет емкости системы обычно производится для значений P_B (вероятности отказа, или вероятности блокирования вызова) в пределах 0,01...0,05.

Приведем некоторые дополнительные характеристики для модели Эрланга B.

Дополнительные характеристики для модели Эрланга

Вероятность того, что все каналы свободны,

$$P_{0B} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N} (A^n / n!)}.$$

Вероятность того, что занято K каналов,

$$P_{KB} = P_{0B} A^K / K!.$$

Среднее число занятых каналов:

$$K = P_{0B} \sum_{n=1}^{N} (A^n / (n-1)!).$$

Формула (2.2), определяющая вероятность блокирования вызова в системе с отказами, несколько громоздка для непосредственного применения. На практике обычно пользуются ее представлением в виде таблицы.

Пример табулированного представления этой формулы дает **табл.1**.

Табулированное представление формулы (2.2) методика ее использования

Опираясь на данные табл.1, отметим, что с увеличением числа каналов трафик растет быстрее, чем число каналов, особенно при числе каналов менее 30...40. Поэтому в рационально построенной системе сотовой связи должно быть во всяком случае не менее 30 каналов на ячейку.

Рассмотрим методику использования формулы (2.2).

В формулу (2.2). входят три параметра: число каналов N, трафик A и вероятность отказа P_B. Если известны любые два параметра, можно однозначно найти третий. Например, если известно число каналов, и мы задаем некоторую вероятность отказа, то находим трафик, который при этом может быть обслужен.

Приведем пример. Рассмотрим систему сотовой связи, состоящую из 70 ячеек, в каждой из которых используется 30 каналов (если это цифровая система, использующая метод TDMA, то имеется в виду число физических каналов).

Таблица 1. Модель Эрланга *B* (система с отказами)

Число каналов N	Вероятность отказа P_B				
	0,002	0,01	0,02	0,05	0,10
	Трафик (эрланг)				
1	0,002	0,01	0,02	0,05	0,11
2	0,07	0,15	0,22	0,38	0,60
5	0,90	1,36	1,66	2,22	2,88
10	3,4	4,5	5,1	6,2	7,5
20	10,1	12,0	13,2	15,2	17,6
30	17,6	20,3	21,9	24,8	28,1
40	25,6	29,0	31,0	34,6	38,8
50	33,9	37,9	40,3	44,5	49,6
100	77,5	84,1	88,0	95,2	104,1
150	122,9	131,6	136,8	146,7	159,1
200	169,2	179,7	186,2	198,5	214,3

Если мы хотим обеспечить вероятность отказа 0,01, то в соответствии с **табл.1** может быть обслужен трафик 20,3 эрланга на ячейку. Если в час пик каждый абонент делает в среднем один вызов в час и средняя продолжительность разговора составляет 2 мин, или 1/30 ч, то трафик на одного абонента составляет 1/30 эрл, и, следовательно, в каждой ячейке может быть обслужено 20,3: 1/30 = 609 абонентов, а во всей системе, состоящей из 70 ячеек, 609 • 70 = 42630 абонентов.

Такова емкость рассматриваемой системы, рассчитанная в соответствии с общепринятым подходом для часа наибольшей нагрузки. При этом на основе приведенных выше формул среднее число занятых каналов K= 20,1, а вероятность того, что все каналы свободны или что занято 10 или 20 каналов, составляет соответственно $P_{0B}=1,55 \cdot 10^{-9}$, $P_{10B}=0,055$, $P_{20B}=0,09$.