

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

Кафедра телекомунікаційних технологій

«Затверджую»

Завідувач кафедри ТТ Манько О.О.
“ ____ “ _____ 2014 року

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ДРОТОВИХ НАПРЯМНИХ СИСТЕМ

ПОСІБНИК ПО ВИВЧЕННЮ ДИСЦИПЛІНИ

дисципліна:	Напрямні системи зв'язку
напряму підготовки:	0924 «Телекомунікації»
освітньо-кваліфікаційного рівня:	бакалавр
спеціальності:	ТСМ, ІМЗ

Основи теорії дровових напрямних систем (фізичні процеси та параметри передачі)

Електричні процеси в дровових лініях та первинні параметри передачі Електричні характеристики направляючих систем зв'язку Хвилі в направляючих системах

Напрямні хвилі поділяються на поперечні електромагнітні, поперечні електричні, поперечні магнітні та змішані. Хвиля TEM – поперечна електромагнітна. У неї $E_z = H_z = 0$, і є тільки поперечні складові, тобто силові лінії E і H цілком повторюють картину лінії полів при статичній напрузі і постійному струмі. Хвиля TEM може існувати тільки в лініях двох зв'язним чи багато зв'язним перетином, а в лініях з одно зв'язним перетином вона не існує. Ця хвиля існує тільки в дровових ЛЗ, де основними є струми провідності, а не струми зсуву (симетрична та коаксіальна лінії).

Електричні хвилі (E) $E_z \neq 0$, $H_z = 0$ іноді називаються поперечно магнітними хвилями ТМ. Магнітні хвилі (М) $E_z = 0$, $H_z \neq 0$ іноді називаються поперечно електричними хвилями ТЕ. Ці хвилі можуть поширюватися як в симетричних і коаксіальних лініях, так і в порожнистих металевих хвилеводах.

Змішані хвилі являють собою нероздільну суму хвиль E і H і містять усі 6 компонентів поля. Такі хвилі поширюються в діелектричних хвилеводах. Ці хвилі поділяють на 2 типи HE – з перевагою в поперечному перерізі полю H і EH – з переважаємо в поперечному перерізі полю E . Для врахування розподілу полів по поперечному перетину до літер додають два індекси, що позначають число повних змін полю по поперечних координатах.

Процес передачі хвиль TEM зв'язаний з потенційним полем, тобто для передачі TEM хвилі необхідно створити різницю потенціалів меж двома дротами і відповідне двомірне поле в перетині. Передача хвиль ТЕ, ТМ зв'язана з вихровим полем, тут різниця потенціалів створюється між полюсами хвиль між полюсами і стінками хвилеводу.

Основні рівняння електромагнітних полів.

Електромагнітні поля описуються рівняннями Максвелла, що для комплексної амплітуди монохроматичних полів мають вигляд :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \epsilon \mathbf{E} ; \text{rot } \mathbf{E} = -i\omega \mu \mathbf{H}$$

σ , ϵ , μ - провідність, діелектрична і магнітна проникність середовища. Перше рівняння означає, що змінне електричне поле або сталий струм створюють навколо себе магнітне поле, друге означає, що змінне магнітне поле створює навколо себе змінне електричне поле. Електродинамічні задачі часто вирішують методом часткових областей, тобто розділяють простір, у якому необхідно визначити поля на часткові області. Далі знаходять рішення з довільними постійними окремо для кожної з областей, а потім, використовуючи граничні умови на стиках цих областей, знаходять значення постійних коефіцієнтів в рішеннях для кожної часткової області.

Для рішення задач про НС часткові області зручно брати наступним чином: 1) простір, зайнятий провідниками; 2) простір, зайнятий діелектриками. Тому доцільно розглянути який вигляд приймуть рівняння Максвелла окремо для діелектрика і провідника. Змінюється тільки перше рівняння Максвелла: для діелектрика ми зневажаємо струмами в дроті, тобто вважаємо $\sigma = 0$, а для дроту ми зневажаємо струмами зсуву, тобто вважаємо $i\omega \epsilon \mathbf{E} = 0$.

Отримані рівняння для полів у провіднику і діелектрику можна ще більш спростити, розглядаючи процеси у визначених діапазонах частот. Звичайно розглядають наступні явища:

1) статичні, для метала і діелектрика

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{0} ; \text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

Тут частоти рівні 0 і струм провідності відсутній.

2) стаціонарні, частоти = 0, але є сталий струм провідності. Для метала $\text{rot } \mathbf{H} = \delta \mathbf{E} ; \text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$. Для діелектрика $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{0} ; \text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$.

3) квазістаціонарні, це поля повільно мінливі в часі, тобто струмами зсуву можна знехтувати в порівнянні зі струмами провідності, але якщо струмів провідності немає, тоді

відкидати струми зсуву не можна. Цей режим роботи виконується для тих частот, при яких довжина хвилі сигналу набагато більша за поперечні розміри НС. У випадки високих частот і НВЧ необхідно застосовувати рівняння Максвелла в повній формі. Якщо для спрощення у НС не враховувати втрати в провіднику, то рівняння Максвелла мають вигляд у металі $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, у діелектрику $\text{rot } \mathbf{H} = i\omega\epsilon\mathbf{E}$; $\text{rot } \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}$. Якщо втрати враховувати, тоді:

у металі: $\text{rot } \mathbf{H} = \epsilon\mathbf{E}$; $\text{rot } \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}$.

у діелектрику: $\text{rot } \mathbf{H} = i\omega\epsilon\mathbf{E}$; $\text{rot } \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}$.

Процеси, що мають місце в НС та електричні параметри систем

При передачі енергії по НС мають місце два явища: 1) розповсюдження енергії уздовж системи; 2) перехід енергії в інші розташовані поблизу НС (рисунок 1).

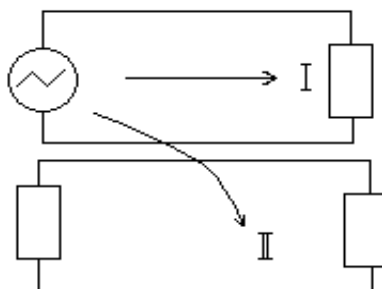


Рисунок 1 – Процеси, які мають місце в напрямних системах

Ці процеси можна описати параметрами: 1) передачі, 2) впливу. При цьому вводяться первинні і вторинні параметри як передачі, так і впливу.

Первинні параметри передачі: R – активний опір, L – індуктивність, C – ємність, G – провідність ізоляції. Вторинні параметри передачі: V – швидкість розповсюдження, Z_v – хвильовий опір, α – коефіцієнт загасання. Основний показник НС – загасання. У будь-якої НС є наступні складові частини загасання: загасання в металі, загасання обумовлене втратами в діелектрику. У відкритих системах крім цих втрат є також втрати на випромінювання енергії. Втрати на випромінювання виявляються на високих частотах. Типові частотні залежності втрат показані на рисунку 2.

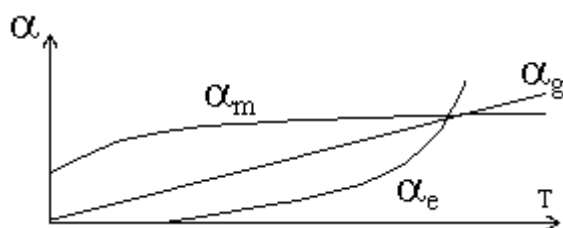


Рисунок 2 - Види загасання в лініях передачі

α_m - загасання в металі, α_g – загасання в діелектрику, α_e – загасання за рахунок випромінювання.

При поширенні постійного струму по НС щільність струму постійна по перетину струмопровідної поверхні. Якщо ж протікає змінний струм, то відбувається перерозподіл щільності струму по перетину струмопровідної поверхні. При цьому спостерігаються наступні явища: поверхневий ефект, ефект близькості, вплив на параметри кабельного кола навколишніх металевих мас. Перерозподіл щільності струму спричиняє зміну параметрів кола: R зростає, L зменшується. Найбільше зростає R .

Поверхневий ефект обумовлений дією електромагнітного поля, що знаходиться усередині провідника. Силкові лінії внутрішнього магнітного поля перетинаючи товщу провідника збуджують у ньому вихрові струми. Ці струми спрямовані так, що викликане поле протилежне зміні магнітного поля основного струму. Це показане на рисунку 3.

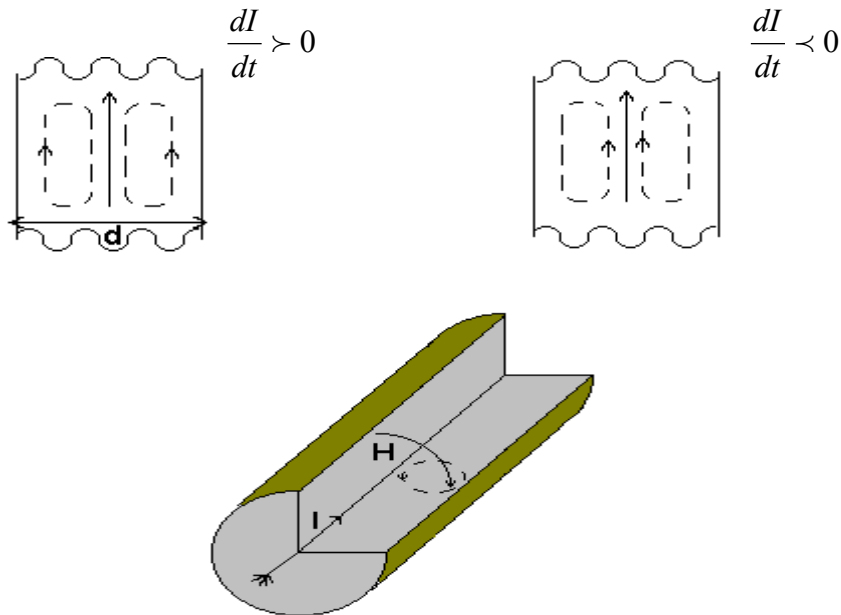


Рисунок 3 – Пояснення поверхневого ефекту

Вихровий струм спрямований так, що магнітне поле протилежно зміні магнітного поля основного струму. Це приводить до того, що амплітуда струму в центрі провідника зменшується, а амплітуда на краю зростає, тобто щільність струму на краях провідника стає більше, ніж у середині. Це і є поверхневим ефектом.

Зі збільшенням ω , μ , σ , d , поверхневий ефект зростає. При досить високих ω струм протікає практично в трубці, а не по всьому перетину провідника і це приводить до збільшення R . Відстань на протязі якій струм зменшується в e раз, називається глибиною проникнення поля в товщу дроту. Вона зменшується з ростом ω , μ , σ .

Ефект близькості зв'язаний із взаємодією зовнішнього магнітного поля одного провідника зі струмом іншого провідника, на відміну від поверхневого ефекту, який пов'язаний з власним внутрішнім магнітним полем.

Навколишні металеві маси за рахунок відбиття від них електромагнітних полів впливають на параметри кола (рисунок 4). Вихрові струми виникаючі в товщі навколишніх металевих мас, нагрівають ці металеві частини кабелю і створюють додаткові втрати. Магнітне поле вихрових струмів взаємодіє з полем основного струму і змінює параметри кола зв'язку.

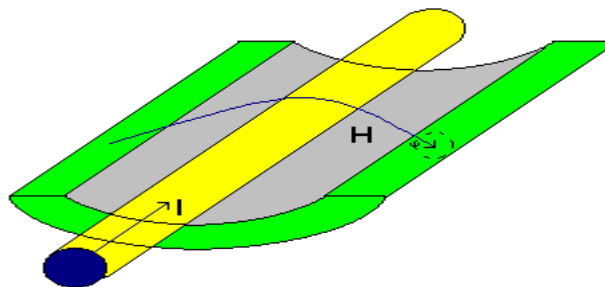


Рисунок 4 – Вплив зовнішніх металевих мас на дрот із струмом

**Опір та індуктивність одиночного дроту та симетричної напрямної системи
Методика розрахунку опору та індуктивності ліній передачі.
Методика розрахунку опору та індуктивності ліній передачі.**

Для визначення параметрів передачі лінії необхідно знайти складові полів в неї. Для

$$\nabla^2 \mathbf{E}_z + \omega^2 \dot{\epsilon} \mu \mathbf{E}_z = 0 \qquad \dot{\epsilon} = \epsilon \left(1 + \frac{\delta}{j\omega\epsilon} \right)$$

цього треба знайти повздовжню складову електричного поля з хвильового рівняння.

Подставляючи H_ϕ и H_r из другого рівняння Максвела в перше одержимо диференціальне рівняння другого порядку для повздовньої складової вектора E_z в циліндричній системі координат.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = (\omega\mu\delta - \omega^2\epsilon\mu)E_z$$

Це рівняння справедливе для середовища в якому можуть протікати струми провідності і струми зміщення (тобто струми в металі і діелектрику). По відомому E_z можна визначити H_ϕ з другого рівняння Максвела.

$$H_\phi = \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial \phi}$$

Підставляючи H_ϕ і E_z при $r=r_a$ у формулу для Z і виконуючі інтегрування можна одержати вираз для Z (комплексний).

Дійсна частина цього виразу - активний опір, а уявна - ωL .

При визначенні R, L різних типів ліній необхідно враховувати наступне: 1) дроти ПЛЗ розташовані на великій відстані, тому ефектом близькості можна знехтувати, тобто можна вважати, що поле кожного провідника приблизно має аксіально симетричну форму; 2) провідники в коаксіальному кабелі розташовані на одній осі, струми у внутрішньому і зовнішньому провідниках рівні і протилежно спрямовані, тому зовнішнє поперечне електромагнітне поле = 0; 3) у симетричному кабелі провідники розташовані близько, тому структура поля спотворюється і необхідно враховувати не тільки залежність поля від r , але і від ϕ .

Опір та індуктивність одиночного дроту та симетричних кабельних ліній зв'язку

Знехтуємо взаємодією полів прямого і зворотного провідників, тобто визначаємо R, L одиночного провідника. Визначимо поле усередині провідника, тому в отриманому вище рівнянні для E_z відкинемо в правій частині доданок, обумовлений струмами зсуву ($\omega^2\epsilon\mu E_z \neq 0$). Взаємного впливу проводів немає, тому $\frac{\partial E_z}{\partial \phi} = 0$. Таким чином рівняння

приймає вигляд

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} - \omega\mu\sigma E_z = 0.$$

Звичайне рівняння Бесселя має вигляд $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \left(k^2 - \frac{\nu^2}{x^2}\right) = 0$

і має рішення $y(x) = AI_\nu(x) + BN_\nu(x)$, де

$I_\nu(x)$ - функція Бесселя I роду ν -го порядку,

$N_\nu(x)$ - функція Бесселя II роду ν -го порядку.

Якщо рівняння має вигляд $\frac{d^2 y_z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \left(k^2 - \frac{\nu^2}{x^2}\right)y = 0$,

то его рішенням є комбінація модифікованих функцій Бесселя I і II роду ν порядку

$$y(x) = AI_\nu(kx) + BN_\nu(kx).$$

Позначаючи $k^2 = \omega\mu\sigma$ запишемо рішення рівняння в вигляді

$$E_z = AI_0(\sqrt{ikr}) + BK_0(\sqrt{ikr}).$$

A, B – сталі інтегрування. Функції $I_0(\sqrt{ikr}), K_0(\sqrt{ikr})$ представляють в вигляді дійсної та уявної частин, або в вигляді модулю и аргументу.

$$I_0(\sqrt{ikr}) = \text{ber}_0(kr) + i\text{bei}_0(kr) = M_0(kr)e^{i\phi_0(kr)}$$

$$K_0(\sqrt{ikr}) = \text{ker}_0(kr) + i\text{kei}_0(kr) = N_0(kr)e^{i\phi_0(kr)},$$

де ber_0 (бесселі реальні), bei_0 (бесселі уявні) и аналогічно $\text{ker}_0, \text{kei}_0$ мають назву функції Кельвина нульового порядку. Графіки модулів функцій M_0 та N_0 наведені на рисунку 5.

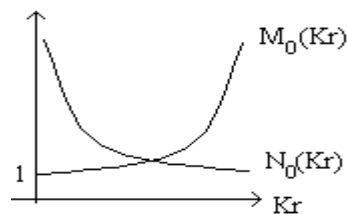


Рисунок 5 - Графіки модулів функцій M_0 та N_0

При $kr=0$, $\ker(kr) = \infty$, решта функцій обмежені. Можна казати, що модулі функцій $I_0(\sqrt{i}Kr)$, $K_0(\sqrt{i}Kr)$ залежать від kr так, як показано на рисунку 5, тому положимо в рівнянні $V=0$, т.к. струм в провіді (в центрі) обмежений і до краю збільшується, а не зменшується.

Стала A визначається на основі закону повного струму (закон Ампера): циркуляція вектору \mathbf{H} по замкненому контуру дорівнює струму, що пронизує цей контур. В якості контура обираємо коло радіусу r_a . Звідси

$$A = \sqrt{i} \frac{\omega \mu}{2\pi r_a k} \cdot \frac{I}{I_1(\sqrt{i}kr_a)}$$

$$E_z(r) = \frac{I}{2\pi r_a} \cdot \frac{\sqrt{i}}{k} \omega \mu \frac{I_0(\sqrt{i}kr)}{I_1(\sqrt{i}kr_a)}$$

ця формула описує розподіл густини струму по радіусу дроту $j(r) = \sigma E(r)$.

Положимо $r=r_a$ і підставимо цей вираз та вираз для H_ϕ в вираз для Z . Т.к. E_z і H_ϕ не залежать від ϕ , то інтегрування перетворюється в добуток подінтегральних виразів на 2π .

$$Z = R + i\omega L = \frac{1}{I^2} \cdot \frac{I}{2\pi r_a} \cdot \frac{\sqrt{i}}{k} \omega \mu \frac{I_0(\sqrt{i}kr_a)}{I_1(\sqrt{i}kr_a)} = \frac{\sqrt{i}k}{\sigma} \cdot \frac{1}{2\pi r_a} \cdot \frac{I_0(\sqrt{i}kr_a)}{I_1(\sqrt{i}kr_a)}$$

Звичайно вирази для R, L приводять к вигляду

$$R_a = R_0 [1 + F(kr_a)] \text{ Ом/км}, \quad L_a = \frac{M}{2} Q(kr_a) \cdot 10^{-4} \text{ Гн/км}.$$

Функція $F(kr_a)$ описує збільшення R за рахунок поверхневого ефекту. Наближені формули для низьких частот мають вигляд

$$Z = \frac{\sqrt{2}k}{4\pi r_a \sigma} (1 + i), \quad \text{тобто } R_a = \frac{\sqrt{2}k}{4\pi r_a \sigma}; \quad L_a = \frac{\sqrt{2}}{4\pi r_a} \cdot \frac{\sqrt{\omega \mu \sigma \mu}}{\omega \mu} = \frac{\sqrt{2}\mu}{4\pi r_a k}.$$

Для двохдротового кола з провідниками, які розташовані далеко один від одного, $R=2R_a$; $L=2L_a+L_{\text{зовн}}$, де $L_{\text{зовн}}$ – зовнішня індуктивність, обумовлена зовнішнім магнітним потоком Φ .

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} dS = \mu \int_S \mathbf{H} dS; \quad L_{\text{зовн}} = \frac{\Phi}{I}$$

т.к. магнітний потік обумовлений двома струмами (рисунок 5.2), то множимо на 2.

$$L_{\text{зовн}} = \frac{2}{I} \int_{r_a}^{a-r_a} \frac{\mu I}{2\pi r} \cdot dr; \quad \text{за законом Ампера } H = \frac{I}{2\pi r}.$$

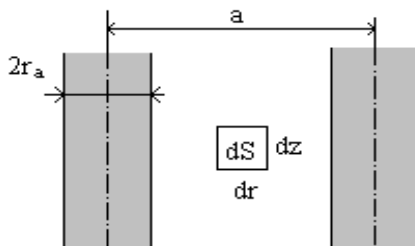


Рисунок 6 – Пояснення розрахунку зовнішньої індуктивності

Поняття зовнішньої індуктивності має фізичний сенс тільки в випадку замкнених струмів, тобто для одиночного нескінченно довгого дроту індуктивність не має сенсу, тому що струм не замкнутий.

$$L_{\text{вн}} = \frac{\mu}{\pi} \ln r \Big|_{r_a}^{a-r_a} = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{a-r_a}{r_a} = \left(\ln \frac{a-r_a}{r_a} \right) 4 \cdot 10^{-4} \text{ Гн/км}$$

Таким чином

$$L = \left[4 \cdot \ln \left(\frac{a-r_a}{r_a} \right) + \mu Q(kr_a) \right] \cdot 10^{-4} \text{ Гн/км},$$

де μ – відносна магнітна проникливість провідника.

Якщо провідники симетричного кабельного кола розташовані близько один до одного, то необхідно враховувати взаємний вплив магнітних полів обох провідників. Це приводить до складних наближених розрахунків з використанням спеціальних функцій.

Особливості передачі по симетричних і коаксіальних лініях, параметри передачі, методи зменшення загасання

Опір і індуктивність коаксіальної напрямної системи та особливості передачі по ній Розрахунок опору та індуктивності коаксіальної кабельної пари

Для визначення параметрів коаксіального кабелю необхідно знайти поля в областях I-IV. Області I і III – провідник, області II, IV – діелектрик, причому в області IV в якості діелектрика необхідно взяти повітря.

Рішення рівнянь для повздовжньої складової електричного поля в кожній з областей можна представити в вигляді

$$E_{Z1} = A_1 I_0(\sqrt{i} k_m r) \quad E_{Z3} = A_3 I_0(\sqrt{i} k_m r) + B_3 K_0(\sqrt{i} k_m r)$$

$$E_{Z2} = A_2 I_0(k_\delta r) + B_2 N_0(k_\delta r) \quad E_{Z4} = A_4 H_0^{(2)}(k_n r)$$

- це функції Ханкеля другого роду нульового порядку, вона зменшується і на $\infty \rightarrow 0$. Складову H_ϕ магнітного поля можна знайти використовуючі зв'язок H_ϕ та E_z .

$$H_\phi = \frac{1}{i\omega\mu} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial r}$$

Використовуючі граничні умови (рівність дотичних складових E_z , H_ϕ на границях між середовищами), можна одержати 6 рівнянь, які дозволяють виразити всі сталі через деяку одну сталу. Одержані вирази для полів необхідно підставити в формулу для Z . Це буде точним рішенням, але воно дуже громіздке, тому ми знайдемо наближене рішення.

Знайдемо окремо параметри внутрішнього та зовнішнього провідників, а потім складемо їх. Для внутрішнього провідника можна повторити виведення формули, яка одержана для одиночного провідника. Одразу можна сказати, що в цьому разі ми знехтували впливом зовнішнього провідника на внутрішній, тобто знехтували ефектом близькості.

Коаксіальний кабель звичайно використовується на ВЧ, тому для внутрішнього провідника вірними є вирази для R , L одиночного дроту на ВЧ.

$$R_a = \frac{\sqrt{2}k}{4\pi r_a \delta}; \quad L_a = \frac{\sqrt{2}\mu}{4\pi r_a k}$$

В зовнішньому провіднику $E_z = A I_0(\sqrt{i}kr) + B K_0(\sqrt{i}kr)$

$$H_\phi = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{\sqrt{i}k}{i\omega\mu} [A I_0(\sqrt{i}kr) - B K_1(\sqrt{i}kr)]; \quad K_0'(Z) = -K_1(Z)$$

Сталі інтегрування знайдемо з граничних умов на поверхнях зовнішнього провідника. На внутрішній поверхні за законом повного струму

$$H_\phi(r_b) = \frac{I}{2\pi r_b}$$

При цьому в законі повного струму нехтуємо струмом зміщення, тобто вважаємо, що в області II пловздовжна складова вектора E дорівнює 0. То що $E_{Z2} \neq 0$ впливає з граничних умов на поверхні внутрішнього провідника (в провіднику на границі $E_z \neq 0$, тому і в діелектрику $E_z \neq 0$).

На зовнішньої поверхні зовнішнього провідника ($r=r_3$) вважаємо, що $H_\varphi(r_3) = 0$, тому що поле за зовнішнім провідником обумовлене рівними і протилежно спрямованими струмами. Тут також нехтуємо струмами зміщення, які за зовнішньою поверхнею зовнішнього провідника $\neq 0$. Таким чином ми передбачаємо такий розподіл магнітного поля, який показаний на рисунку. В дійсності за зовнішнім провідником магнітне поле не дорівнює нулеві, тобто є струм зміщення.

Струми зміщення в областях II, III будуть відсутні тільки тоді, коли провідники будуть ідеальними, тобто $\rho = 0$. Це можна показати з граничних умов.

З умови на внутрішньої поверхні зовнішнього провідника

$$\frac{\sqrt{ik}}{i\omega\mu} [AI_1(\sqrt{ikr_b}) - BK_1(\sqrt{ikr_b})] = \frac{I}{2\pi r_b}$$

З умови на зовнішньої поверхні зовнішнього провідника

$$\frac{\sqrt{ik}}{i\omega\mu} [AI_1(\sqrt{ikr_H}) - BK_1(\sqrt{ikr_H})] = 0$$

Звідси

$$A = B \frac{K_1(\sqrt{ikr_H})}{I_1(\sqrt{ikr_H})}; \quad B = \frac{I}{2\pi r_b} \cdot \frac{\sqrt{i\omega\mu\sigma}}{k\sigma} \cdot \frac{I_1(\sqrt{ikr_b})}{[K_1(\sqrt{ikr_H})I_1(\sqrt{ikr_H}) - K_1(\sqrt{ikr_b})I_1(\sqrt{ikr_H})]}$$

$$E_z(\varphi) = \frac{I\sqrt{ik}}{2\pi r_b\sigma} \left\{ \frac{[I_0(\sqrt{ikr})K_1(\sqrt{ikr_H}) + K_0(\sqrt{ikr})I_1(\sqrt{ikr_H})]}{[K_1(\sqrt{ikr_H})I_1(\sqrt{ikr_H}) - K_1(\sqrt{ikr_b})I_1(\sqrt{ikr_H})]} \right\}$$

Підставляючи цей вираз в формулу для Z та враховуючі, що поля не залежать від φ , одержимо

$$Z = \frac{1}{I^2} \int_0^{2\pi} E_z(r_b) H_\varphi(r_b) r_b \cdot d\varphi = \frac{2\pi r_b}{I^2} E_z(r_b) \frac{I}{2\pi r_b} = \frac{E_z(r_b)}{I}, \text{ де } H_\varphi(r_b) = \frac{I}{2\pi r_b}$$

Можна показати, використовуючі асимптотичне розкладення беселевих функцій, що при великих значеннях $kr_b > 5$ вираз в $\{n\text{ри} - r = r_b\} \approx 1$. Розділяючи дійсну та уявну частини одержимо при умові $kt > 5$

$$R_b = \frac{1}{2\pi r_b\sigma} \left[\frac{k}{\sqrt{2}} - \frac{4r_b + t}{8(r_b + t)r_b} \right]; \quad L_b = \frac{\sqrt{2}\mu}{4\pi r_b k}$$

де t – товщина зовнішнього провідника.

Відємна частина в [] з'являється при врахуванні високих ступеней в розкладі функцій I_0, I_1, K_0, K_1 тобто коли $\{ \} \approx 1$.

Оцінімо величину добавки для мідних провідників ($\delta = 57 \cdot 10^6$)

$$k = \sqrt{\omega\mu\sigma} = \sqrt{2\pi f \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 57 \cdot 10^6} = 2\pi\sqrt{f} \sqrt{11,4} = \sqrt{f} \cdot 21 \frac{1}{\text{м}} = 0,021\sqrt{f} \frac{1}{\text{мм}}$$

Нехай добавка буде в 10 разів менша за $k/2$, тоді для кабелю КМ 2,6/9,4 (радіус зовнішнього провідника = 4,7 мм \approx 5 мм) $kr = \frac{0,021\sqrt{f}}{\sqrt{2}} \geq 10 \cdot \frac{4}{8 \cdot 5} = 1$.

Звідси $f \geq \left(\frac{\sqrt{2}}{0,021} \right)^2 \approx \frac{2}{4} \cdot 10^4 = 5$ кГц, таким чином при $f > 5$ кГц добавкою можна

нехтувати.

Повна індуктивність коаксіального кабелю крім внутрішніх індуктивностей L_a, L_b включає зовнішню $L_{\text{овн}} = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{I} \int_{r_a}^{r_b} \frac{I}{2\pi r} dr = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_a}{r_b}$.

Тиким чином

$$R = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\sigma_a} \cdot \frac{k_a r_a}{r_a^2} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi\sigma_b} \cdot \frac{k_b r_b}{r_b^2} - \frac{1}{2\pi r_b^2 \sigma_b} \cdot \frac{4r_b + t}{8(r_b + t)}, \quad L = \frac{\sqrt{2}\mu_{\text{нр}}}{4\pi} \left(\frac{1}{kr_a} + \frac{1}{kr_b} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_b}{r_a}.$$

Оптимальні відношення діаметрів коаксіального кабелю

Потужність, що переноситься по кабелю, дорівнює

$$P_{\text{cp}} = \int_S \operatorname{Re} \Pi_z dS = \frac{1}{2Z_b} \int_S |E_{\perp}|^2 dS = \frac{1}{2Z_b} \int_0^{r_{\text{овн}}} \int_0^{2\pi} |E_{\perp}|^2 r dr d\varphi,$$

де Z_b – хвильовий опір середовища для хвиль TEM. $E_r = \frac{A}{r}$ при $r = r_a$ $E_r = E_a$

звідси $A = E_0 r_a$, $E_r = E_0 \frac{r_a}{r}$, $P_{\text{cp}} = \frac{1}{2Z_b} \int \int \frac{E_0^2 r_a^2}{r^2} r dr d\varphi = \frac{\pi E_0^2}{Z_c} \frac{r_b^2}{\left(\frac{r_b}{r_a}\right)^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a}\right)$.

Знайдемо відношення $\frac{r_b}{r_a}$, при якому буде максимальна потужність при заданому E_0 .

$$\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)' = \frac{1}{x} x^2 - 2x \ln x}{x^4} = 0; \ln x = \frac{1}{2}; \frac{r_b}{r_a} = 1.65$$

Таким чином, при $\frac{D}{d} = 1.65 = \sqrt{e}$ і заданому D и E_0 по кабелю передається максимальна потужність.

Разність потенціалів между проводниками коаксіального кабеля

$$U = \int_{r_a}^{r_b} E_r dr = E_0 r_a \ln \frac{r_b}{r_a} = e_0 r_b \frac{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}{\left(\frac{r_b}{r_a}\right)} = E_0 r_b F\left(\frac{r_b}{r_a}\right)$$

При $\frac{r_b}{r_a} = e$, $F = F_{\text{max}}$, тоді $E_{0 \text{ min}} = \frac{U}{r_b F_{\text{max}}}$.

Електрична прочність ізоляції визначається E_0 . Полагає $r_b = \text{const}$ знайдемо $\frac{r_b}{r_a}$ при якому має місце максимальна різниця потенціалів, тобто буде максимальна електрична прочність,

$$\left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{1}{x} x - \ln x}{x^2} = 0; \ln x = 1; x = 2.718 = e.$$

Перед тим, як визначити $\frac{D}{d}$ в сенсі міні загасання виразимо первинні та вторинні параметри передачі через діаметри.

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \left(\frac{k_{\text{медь}}}{\sigma_m d} + \frac{k}{\sigma D} \right); \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{d}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{d}}; \quad G = \omega C \operatorname{tg} \delta;$$

$$Z_b = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{d} \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{D}{d}} = \frac{120\pi}{2\pi\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d};$$

$$\alpha = \alpha_R + \alpha_G = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R}{2} \frac{1}{Z_b} + \frac{G}{2} Z_b;$$

$$\alpha_R = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \sqrt{\omega\mu} \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_\mu d}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma D}} \right) \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \ln \frac{D}{d}}} = \sqrt{\frac{\omega\varepsilon}{2}} \frac{1}{D} \frac{\frac{1}{\sqrt{\sigma_\mu} \frac{D}{d}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma}}}{\ln \frac{D}{d}}$$

$$\alpha_G = \frac{1}{2} \omega \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{D}{d}} \operatorname{tg} \delta \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{D}{d}} = \frac{\omega}{2} \sqrt{\varepsilon\mu} \operatorname{tg} \delta = \pi f \sqrt{\varepsilon\mu} \operatorname{tg} \delta$$

Якщо провідники коаксіального кабелю вироблені з однакового матеріалу, то

$$\alpha_R = \sqrt{\frac{\omega\varepsilon}{2\sigma_\mu}} \frac{1}{D} \frac{\frac{D}{d} + 1}{\ln \frac{D}{d}}$$

Для кабелю КМБ-4 при $f = 9 \cdot 10^6$ Гц $\alpha_R \approx 1 \cdot \sqrt{\varepsilon'} \frac{Hn}{\text{кМ}}$, ε' - відносна електрична проникливість діелектрика. Знайдемо відношення

$$\frac{\alpha_G}{\alpha_R} = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon\mu}}{2} \operatorname{tg} \delta \frac{D \ln \frac{D}{d}}{\sqrt{\frac{\omega\varepsilon}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_\mu} \frac{D}{d}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)}$$

якщо $\sigma_\mu = \sigma$, то $\frac{\alpha_G}{\alpha_R} = \frac{\sqrt{\omega\mu\sigma}}{2} \operatorname{tg} \delta \frac{D \ln \frac{D}{d}}{\frac{D}{d} + 1}$ для кабелю КМ-4 при $f = 9 \cdot 10^6$ и $\sigma_\mu = 57 \cdot 10^6$,

$\frac{\alpha_G}{\alpha_R} \approx 10^{-2}$, т.е. $\alpha_G < \alpha_R$ на два порядки

$$\alpha_G = \pi \cdot 9 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{4\pi 10^{-7} \varepsilon'}{36\pi 10^9}} = \sqrt{\varepsilon'} \cdot 10^{-2} \frac{Hn}{\text{кМ}} \text{ тобто } \alpha_G \ll \alpha_R \text{ в області частот до } 9$$

МГц, тому будемо нехтувати α_G порівняне з α_R .

Візьмемо похідну від α_R та прирівняємо її нулеві, тді отримаємо рівняння $\ln \frac{D}{d} = 1 + \frac{d}{D} \sqrt{\frac{\sigma_\mu}{\sigma}}$, σ_μ - провідність внутрішнього провідника. Якщо обидва провідника з міді, то $F_1 = \ln x = 1 + \frac{1}{x} = F_2$. Застосуємо графічне рішення, результатом якого є $x \approx 3,6$. При цьому значенні відношення діаметрів провідників коаксіального кабелю має місце мінімальне загасання. Якщо зовнішній провідник з іншого матеріалу, то мінімальне загасання має місце при інших значеннях відношення діаметрів, що наведено в таблиці.

Матеріал зовнішнього провідника	Мідь	Алюміній	Сталь	Свинец	Олово
Відношення діаметрів	3,6	3,9	4,2	5,2	4,3

Значення $\frac{D}{d}$ обирається дещо більш за величину оптимального, тому що при меншому значенні загасання зростає більш різко, ніж при більшому значенні відношення діаметрів.

Наведемо формули для решти вторинних параметрів на ВЧ

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = \omega \sqrt{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon'}}{C}; C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}; v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{C}{\sqrt{\varepsilon'}}$$

$\frac{D}{d}$	$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$	Свойства конструкции
3,6	$\frac{76.6}{\sqrt{\varepsilon'}} \text{ Ом}$	Min α Мах дальность
$e = 2,718$	$\frac{60}{\sqrt{\varepsilon'}} \text{ Ом}$	Мах электрическая прочность
$\sqrt{e} = 1.65$	$\frac{30}{\sqrt{\varepsilon'}} \text{ Ом}$	Мах передаваемая мощность

В кабелях зв'язку ($\frac{D}{d}=3,6$) при сплошній ізоляції $\varepsilon \approx 2$ и $Z_b = 50$ [Ом], а в випадку комбінованої ізоляції $\varepsilon \approx 1.1$ и $Z_b = 75$ [Ом]. Знайдемо вираз для загасання кабелів з $\frac{D}{d}=3,6$ оба провідника яких мідні $\sigma = 57 \cdot 10^6 \frac{\text{См}}{\text{м}}$; $\varepsilon = \varepsilon' \frac{10^{-9} \Phi}{36\pi \text{ м}}$; $\ln 3.6 = 2.3 \cdot 0.55 = 1.265$

$$\alpha = \alpha_R = \sqrt{\frac{\omega \varepsilon}{2\sigma}} \frac{1}{D} \frac{\frac{D}{d} + 1}{\ln \frac{D}{d}} = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{f \varepsilon'}}{D} \left[\frac{\text{Гц}}{\text{км}} \right]$$

Конструктивні неоднорідності в коаксіальних кабелях

При изготовлении кабеля может возникнуть деформация в виде эксцентриситета в расположении проводников, смятие внешнего проводника, изменение диаметров и т.п. Поэтому кабель перестает быть однородным по длине. Неоднородности различают внутренние (в пределах строительной длины) и стыковые. Стыковые обычно больше внутренних. Неоднородности главным образом касаются Z_b . Учитывается неоднородность коэффициентом отражения

$$\rho = \frac{Z_b' - Z_b}{Z_b' + Z_b} \approx \frac{\Delta Z_b}{2Z_b}$$

Величина $Z_{\text{вх}}$ коливається біля значення Z_b $Z_b = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon'}} \ln \frac{D}{d}$

Знайдемо ΔZ через $\Delta D, \Delta d, \Delta \varepsilon'$. Для цього візьмемо

$$\ln Z_b = \ln 60 + \ln(\ln D - \ln d) - \frac{1}{2} \ln \varepsilon'; \quad \Delta \ln Z_b = \frac{\Delta Z_b}{Z_b} = \frac{\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta d}{d}}{\ln D - \ln d} - \frac{1}{2} \frac{\Delta \varepsilon'}{\varepsilon'}; \quad \text{звідси}$$

$$\Delta Z_b = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon'}} \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta d}{d} - \frac{\Delta \varepsilon'}{2\varepsilon'} \ln \frac{D}{d} \right).$$

З цього виразу видно, що найбільший вплив здійснює відхилення розмірів зовнішнього провідника і неоднорідність матеріалу, що викликає коливання ε' . Неоднорідності приводять до появи двох додаткових потоків енергії: зворотного та попутного.

Для нормальних передачі широкопasmового сигналу необхідне, щоб попутний потік складав <1% від основного. Для цього має бути $\Delta Z < 0.5 \text{ Ом}$. Попутний потік змінює фазу сигналу і цим заважає передачі сигналу.

Для підвищення однорідності перед прокладкою кабелю проводиться спеціальне групування будівельних довжин кабелю, щоб відхилення Z_b при стику були < 0.3 Ом. Будівельні довжини розміщують таким чином, що Z_b зростає к середині ділянки підсилення та зменшується к краям. Розділення кабелів на групи по значенню хвилевого опору наведено в таблиці.

Z_b	74.35 ÷ 74.65	74.66 ÷ 74.9	74.91 ÷ 75.15	75.16 ÷ 75.4	75.41 ÷ 75.65
Група	I	II	III	IV	V

Електричні процеси в діелектрику, ємність та провідність ізоляції Структура полю та процеси в діелектрику

Структура електромагнітного полю симетричного та коаксіального кабельних кіл показана на рисунку 7. На відміну від коаксіального кабелю, який не має зовнішнього полю, в симетричному колі поле відкрите, тому його дія проявляється на значній відстані від дротів.

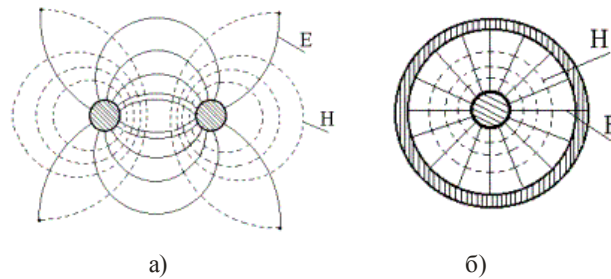


Рисунок 7 – Електромагнітні поля симетричного (а) та коаксіального (б) кабельних кіл

Під дією змінного поля відбувається перерозподіл електромагнітної енергії по перетину провідників, при цьому спостерігаються такі явища: поверхневий ефект; ефект близькості сусідніх провідників; вплив на параметри кабельного кола оточуючих металевих мас (сусідніх провідників, екрану броні). У симетричних кабельних колах діють всі три фактори одночасно. У повітряних лініях, де дроти розташовані порівняно далеко один від одного і відсутні зовнішні металеві оболонки, слід враховувати лише поверхневий ефект. У коаксіальних кабелях, які є закритою системою, не враховується дія оточуючих металевих мас. За рахунок зазначених явищ відбувається перерозподіл електромагнітного поля і змінюються параметри кіл. Активний опір R і ємність C зростають, індуктивність L зменшується.

На відміну від провідників, де є вільні електрони і діє струм провідності $I_{пр}$, в діелектрику немає вільних електронів, а є іони й пов'язані диполі. Під дією змінного електромагнітного поля в діелектрику відбувається зміщення диполів, їх переорієнтація і поляризація.

Поляризацією називається зміщення позитивних і негативних зарядів у діелектрику під дією електричного поля. Зміна поляризації обумовлює виникнення і дію струмів зміщення - ємнісних струмів $I_{зм}$ і викликає витрати енергії на переорієнтацію диполів (втрати в діелектрику). Чим вище частота коливань, тим сильніше струми зсуву і більше втрати. При постійному струмі ці явища відсутні.

Параметри, яки характеризують процеси в діелектрику

Явища в діелектрику повністю характеризуються двома параметрами: ємністю C і провідністю ізоляції G . Ємність характеризує ступінь поляризації діелектрика та величину струмів зміщення, провідність ізоляції визначає величину втрат в діелектрику на переорієнтацію диполів і характеризується тангенсом кута втрат $tg\delta$.

В повітряних та кабельних лініях розповсюджується хвиля ТЕМ, структура цієї хвилі така сама як і структура статичного полю, тому ємність кабельного кола можна визначити так, як для статичного полю. Розрізняють робочу ємність – ємність між дротами однієї пари та часткові ємності між окремими дротами та ємності між дротом та землею (екраном). Основна величина – робоча ємність. Ємність визначається виразом

$$C = Q/U,$$

де Q – заряд на дротах, U – напруга між дротами.

Ємність кабелю аналогічна ємності конденсатора, де роль обкладок виконують провідники, а діелектриком служить розташований між ними ізоляційний матеріал або повітря.

Ємність симетричних кабельних кіл

В випадку симетричного кабельного кола, якщо дроти розташовані достатньо далеко один від одного (повітряна лінія), то можна знехтувати взаємним впливом дротів і вважати, що поверхні рівних потенціалів навколо дротів є циліндричними. В цьому випадку лінії електричного поля спрямовані радіально, а напруженість електричного поля залежить тільки від радіусу (рисуюнок 8).



Рисуюнок 8 – Пояснення до розрахунку ємності симетричного кабельного кола

Використовуємо закон Гауса $\oint D ds = Q$ для знаходження розподілу напруженості електричного поля. Обчислюємо потік вектора електричної індукції через бокову поверхню (циліндричну радіусу r) навколо дроту.

$$\varepsilon \int_0^{2\pi} \int_0^l E r d\varphi dz = Q; \quad \varepsilon E r 2\pi l = Q; \quad E = \frac{q/l}{2\pi \varepsilon r}; \quad E = \frac{q}{2\pi \varepsilon r}.$$

Вважаємо, що погонний заряд q заданий і треба знайти різницю потенціалів між дротами. В системі дротів обидва заряджені однаковими зарядами протилежних знаків, розподіл напруженості теж однаковий, тому різницю потенціалів можна знайти наступним чином. Знайдемо різницю потенціалів, яку створює один дріт та помножимо її на 2.

$$U = 2 \int_{r_a}^{a-r_a} E(r) dr = \frac{2q}{2\pi \varepsilon} \int_{r_a}^{a-r_a} \frac{1}{r} dr = \frac{q}{\pi \varepsilon} \ln \frac{a-r_a}{r_a}.$$

Звідси ємність дорівнює

$$C = \frac{\pi \varepsilon}{\ln \frac{a-r_a}{r_a}} \approx \frac{\pi \varepsilon}{\ln \frac{a}{r_a}}.$$

Для кіл, в яких дроти розташовані близько один до одного (симетричні кабельні кола), треба враховувати взаємний вплив електричних полів. Це дуже складно, тому на практиці використовують поправочні коефіцієнти в уже одержаної формулі для кіл з далеко розташованими дротами.

$$C_{\text{сим}} = \frac{\chi \varepsilon \pi}{\ln \left(\psi \frac{a}{r_a} \right)},$$

де ψ – поправочний коефіцієнт, який залежить від типу скрутки; χ – коефіцієнт скручування кабельного кола.

Ємність коаксіального кабельного кола

При визначенні ємності коаксіального кабельного кола враховують, що воно аналогічне до циліндричного конденсатора і його електричне поле створюється двома циліндричними поверхнями із загальною віссю. Внаслідок осьової симетрії напруженість електричного поля має рівні потенціали на певній відстані від центру кабелю. Порядок розрахунку такий, як і для симетричного кола, інтегрування проводиться по радіусу від значення r_a (радіус центрального провідника) до значення r_b (внутрішній радіус зовнішнього провідника – трубки).

$$U = \int_{r_a}^{r_b} E(r) dr = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r} dr = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{r_b}{r_a}. \quad C_{\text{коакс}} = \frac{2\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right)}.$$

Провідність ізоляції кабельних кіл

Провідність ізоляції G може бути визначена як складова втрат в діелектрику конденсатора, ємність якого еквівалентна ємності

кабелю. Поляризація діелектрика пов'язана з втратами енергії. Струм в діелектрику можна представити у вигляді двох складових, які показані на діаграмі (рисунок 9).

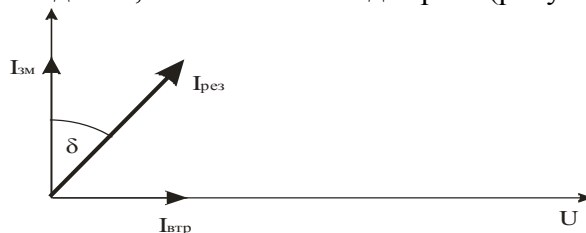


Рисунок 9 – Векторна діаграма струмів в кабельному колі

З векторної діаграми можна одержати

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_{\text{пров}}}{I_{\text{зм}}} = \frac{G_f U}{\omega C U} = \frac{G_f}{\omega C},$$

звідси

$$G_f = \omega C \operatorname{tg} \delta.$$

Це провідність, яка обумовлена змінним електричним полем, але є ще провідність, яка пов'язана з утечкою струму при частоті, що дорівнює 0 (G_0). Таким чином $G = G_f + G_0$.

В кабелях зв'язку зазвичай використовується комбінована ізоляція, тобто якійсь діелектрик та повітря, тому для розрахунку параметрів використовуються параметри еквівалентної ізоляції. При розрахунку параметрів еквівалентної ізоляції еквівалентна електрична проникливість розраховується шляхом усереднення електричної проникливості матеріалів ізоляції по об'єму. Еквівалентне значення тангенсу електричних втрат розраховується в залежності від конструкції ізоляції шляхом аналізу еквівалентної схеми включення ізоляційних матеріалів.

Вторинні параметри кабельних кіл, неоднорідності в кабельних колах, температурні залежності параметрів передачі

Рівняння неоднорідної лінії та її параметри

Однорідну лінію можна представити в вигляді еквівалентної схеми.

Параметри еквівалентної схеми кола зв'язку ($\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}$) аналогічні параметрам радіотехнічних контурів, але вони розподілені по довжині лінії.

На початку кабельного кола при $x=0$ розташований генератор з вхідним опором \mathbf{Z}_0 на кінці навантаження \mathbf{Z}_c . Виділимо на відстані x від початку нескінченно малу ділянку dx . Струм, що проходить по елементу dx , позначимо \mathbf{I} , напругу між дротами в точці x позначимо \mathbf{U} , тоді падіння напруги на ділянці dx дорівнює:

$$-dU = I(R + j\omega L)dx,$$

утечка струму дорівнює

$$-dI = U(G + j\omega C)dx.$$

Якщо поділимо обидва рівняння на dx , то одержимо диференціальні рівняння першого порядку, які мають назву телеграфні рівняння

$$-\frac{du}{dx} = I(R + j\omega L); \quad -\frac{dI}{dx} = U(G + j\omega C).$$

З них можна одержати два диференціальних рівняння II порядку (для напруги та струму)

$$-\frac{d^2 U}{dx^2} = \frac{dI}{dx}(R + j\omega L) = -U(G + j\omega C)(R + j\omega L)$$

Позначимо $\gamma = \sqrt{(G + j\omega C)(R + j\omega L)}$, тоді $\frac{d^2 U}{dx^2} - \gamma^2 U = 0$

Аналогічне рівняння можна одержати для струму.

Рішення цього рівняння має вигляд

$$U(x) = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x},$$

тобто це хвилі, які беруть вздовж вісі x назустріч одна до одної.

Для струму одержимо вираз

$$I(x) = -\frac{1}{R + j\omega L} \frac{du}{dx} = \frac{-Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}}{R + j\omega L} \gamma.$$

Введемо поняття вхідного опору лінії

$$Z_{ex}(x) = \frac{U(x)}{I(x)}$$

З визначення зрозуміло, що воно залежить від координати x

$$Z_{ex}(x) = \frac{R + j\omega L}{\gamma} \times \frac{Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}}{-Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}}$$

Якщо відбиття відсутнє, то відсутня відбита хвиля, що бежить до генератору, тобто $A=0$. В цьому випадку вхідний опір не залежить від координати, тобто це є характеристика лінії, яка має назву хвилевий опір

$$Z_{ex} = Z_{xe} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

Легко показати, що для відбитої хвилі $Z_{ex}(x) = -\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$.

Теперь $I(x) = \frac{-Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}}{Z_e}$.

Для визначення A, B скористуємося граничною умовою при $x=0$ $U(0)=A+B$;
 $I(0) = (B-A)/Z_e$ отсюда $A = (U_0 - Z_e I_0)/2$; $B = (U_0 + Z_e I_0)/2$.

Підставляючи ці вирази в формули для $U(x), I(x)$ одержимо

$$U(x) = U_0 \operatorname{ch} \gamma x - I_0 Z_e \operatorname{sh} \gamma x; \quad I(x) = I_0 \operatorname{ch} \gamma x - \frac{U_0}{Z_e} \operatorname{sh} \gamma x.$$

Ці рівняння дозволяють визначити U, I в будь-якій точці по заданих U, I на початку (або в кінці). Таким чином струм і напруга в будь-якій точці лінії визначається параметрами Z_{xb}, γ .

Z_{xb} властиво даному типу кабелю і залежить від первинних параметрів і f . Електромагнітну хвилю можна представити у вигляді хвилі напруги, відповідної електричної енергії, і хвилі струму, відповідної магнітної енергії. Хвильовий опір відповідно характеризує співвідношення між електричною і магнітною енергією. З виразу для Z ясно, що хвилевий опір величина комплексна, тобто $Z_e = |Z_e| e^{j\varphi}$.

Аналіз вторинних параметрів передачі

В різних частотних областях можна використовувати різні співвідношення для розрахунку Z_b

На сталому струмі $Z_e = \sqrt{\frac{R}{G}}$; на НЧ $Z_e \approx \sqrt{\frac{R}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{R}{\omega C}} e^{-j\frac{\pi}{4}}$; на ВЧ $Z_e = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

При розповсюдженні енергії вздовж лінії частина її втрачається. Втрати є в металі і в діелектрику. Коефіцієнт розповсюдження враховує втрати та зміну фази вздовж лінії

$$\gamma = \alpha + j\beta; \quad U_x = U_0 e^{-\gamma x} = U_0 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}.$$

Звідси ясно, що дійсна частина γ характеризує зміну величини електромагнітної енергії, а уявна частина γ характеризує зміну фази при розповсюдженні енергії вздовж лінії, тому α має назву коефіцієнт загасання, β – коефіцієнт фази.

Логарифмуючи вираз $|U_x| = |U_0| e^{-\alpha x}$ одержимо $\alpha x = \ln \left| \frac{U_0}{U_x} \right| = \ln \left| \frac{I_0}{I_x} \right|$.

Загасання в 1 Нп відповідає зменшення напруги в e разів.

$$\frac{U_0}{U_x} = \exp[\alpha x (Hn)]; \quad \alpha x = \ln \left| \frac{U_0}{U_x} \right| = \ln \left| \frac{I_0}{I_x} \right|.$$

Звідси ясно, що загасання в 1 Нп відповідає зменшенню потужності в e^2 разів.

Загасання в 1 Бел (Б) відповідає зменшенню потужності в 10 разів, а струму та напруги в 3,16 разів.

$$\alpha x(B) = 10 \lg \frac{P_0}{P_x}; \quad \alpha x(B) = 20 \lg \left| \frac{U_0}{U_x} \right|$$

Децибел – десята частина Бела. Загасання в 1 дБ відповідає зменшенню потужності в 1,26 разів, а струму та напруги в 1,12 разів.

Співвідношення між Нп и дБ:

$$1 \text{ Нп} = 8,686 \text{ дБ}; \quad 1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нп}$$

Розглянемо сталі розповсюдження на ВЧ:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{j\omega L} \sqrt{j\omega C} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right)}$$

На ВЧ $R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$, тому корінь можна обчислити наближено

$$\begin{aligned} \gamma &\approx j\omega \sqrt{LC} \left(1 + \frac{R}{2j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{2j\omega C}\right) = \\ &j\omega \sqrt{LC} \left[1 - \frac{RG}{4\omega^2 LC} - j \cdot \left(\frac{R}{2\omega L} + \frac{G}{2\omega C}\right)\right] = \\ &j\omega \sqrt{LC} \left(1 - \frac{RG}{4\omega^2 LC}\right) + \left[\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}\right] \end{aligned}$$

На НЧ $R \gg \omega L$, $G \gg \omega C$ (на дуже низьких частотах)

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{RG} \sqrt{\left(1 + \frac{j\omega L}{R}\right) \left(1 + \frac{j\omega C}{G}\right)} \approx \sqrt{RG} \left(1 + \frac{j\omega L}{2R}\right) \left(1 + \frac{j\omega C}{2G}\right) = \\ &\sqrt{RG} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4RG}\right) + \frac{j\omega}{2} \left(\frac{L}{R} + \frac{C}{G}\right)\right] = \sqrt{RG} \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4RG}\right) + j\omega \frac{\sqrt{RG}}{2} \left(\frac{L}{R} + \frac{C}{G}\right) \end{aligned}$$

Швидкість розповсюдження визначається співвідношенням $v = \frac{\omega}{\beta}$

На ВЧ $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;

на НЧ

$$v_{НЧ} = \frac{2}{\sqrt{RG} \left(\frac{L}{R} + \frac{C}{G}\right)} = \frac{2}{\sqrt{RG \frac{L^2}{R^2} \frac{C}{C}} + \sqrt{RG \frac{C^2}{G^2} \frac{L}{L}}} = \frac{2}{\sqrt{LC} \left(\sqrt{\frac{LG}{RC}} + \sqrt{\frac{RC}{LG}}\right)} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{LC} \left(x + \frac{1}{x}\right)} \leq v_{ВЧ}$$

$$\text{де } x = \sqrt{\frac{LG}{RC}}.$$

Неоднорідні лінії

Розглянуті вище явища і параметри стосувалися до ліній, що є однорідними по довжині і навантаженими на узгоджені навантаження. Реальні лінії зв'язку мають малі неоднорідності, і навантаження не узгоджені у всьому діапазоні використовуваних частот. Неоднорідності викликають появу відбитих хвиль, які спотворюють частотну характеристику вхідного опору.

Неоднорідності характеризуються коефіцієнтом відбиття,

$$\rho_l = \frac{Z_l - Z_b}{Z_b + Z_l}$$

ρ_l - коефіцієнт відбиття від навантаження, Z_l - опір навантаження, Z_b - хвильовий опір.

Загасання лінії з неоднорідностями є сумою власного загасання і загасання, викликаного неоднорідністю (відбиттям). Це сумарне загасання називають робочим, на відміну від власного загасання лінії. Визначимо робоче загасання лінії за наявності двох неузгодженостей на початку і кінці лінії (рисунок 10).

