МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, В.М. Середа,
Т.Д. Крушельницька, Н.А. Українець

ЗБІРНИК ЗАДАЧ
З ФІЗИКИ

Рекомендовано Науково-методичною радою
Національного університету “Львівська політехніка”
як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів

Львів
Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”
2003

ББК 22.3 Я 73
З 415
УДК 53 (076)

*Рекомендовано Науково-методичною радою
Національного університету "Львівська політехніка"
як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів
(протокол № 7 від 19.11.2003 р.)*

Рецензенти:

Б.А. Лукіянець, доктор фіз.-мат. наук, професор Національного університету "Львівська політехніка";

В.І. Вайданич, доктор фіз.-мат. наук, професор Львівського державного лісотехнічного університету

Лопатинський І.Є. та ін.

З 415 Збірник задач з фізики: Навч. посібник / І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, В.М. Середа, Т.Д. Крушельницька, Н.А. Українець. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2003. – 124 с.

ISBN 966-553-359-2

У збірнику подано задачі з фізики для розв'язання на практичних заняттях і для самостійної роботи. Загалом запропоновано 517 задач, які поділено на 33 теми. З кожної теми наведено основні формули курсу фізики.

Для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

ББК 22.3 Я 73

ISBN 966-553-359-2

ЗМІСТ

I. МЕХАНІКА

1. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ТА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ ТІЛ

Основні формули

1. Кінематичні рівняння руху в координатній формі

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$$

2. Кінематичне рівняння в природній формі

$$s = s(t),$$

де s – шляхова координата

3. Проекції швидкості на координатні осі

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}.$$

4. Величина (модуль) миттєвої швидкості

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

5. Рівняння (формула) шляху

$$S = S(t).$$

6. Миттєва швидкість

$$\upsilon = \frac{dS}{dt} = \dot{S}.$$

7. Шлях, пройдений тілом

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt.$$

8. Середня швидкість руху

$$< \upsilon > = \frac{S}{t}.$$

9. Проекції прискорення на осі координат

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \dot{\upsilon}_x = \ddot{x}; \quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \dot{\upsilon}_y = \ddot{y};$$

$$a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \dot{\upsilon}_z = \ddot{z}.$$

10. Величина (модуль) прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

11. Величина (модуль) тангенціальної складової прискорення

$$a_\tau = \left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|$$

12. Величина (модуль) нормальної складової прискорення

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

де R – радіус кривини траєкторії.

13. Величина (модуль) повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

14. Середнє прискорення

$$< a > = \frac{|\upsilon_2 - \upsilon_1|}{t_2 - t_1}$$

15. Кінематичне рівняння рівномірного прямолінійного руху

$$x = x_o + \upsilon_x t.$$

16. Кінематичне рівняння рівнозмінного прямолінійного руху

$$x = x_o + \upsilon_{ox} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

1.1. Два автомобілі рухаються по двох прямолінійних і взаємно перпендикулярних дорогах у напрямках до перехрестя зі сталими швидкостями $v_1 = 100$ *км/год* і $v_2 = 50$ *км/год*. Перед початком руху перший автомобіль перебував на відстані $S_1 = 50$ *км* від перехрестя, другий на відстані $S_2 = 100$ *км*. Через який час після початку руху відстань між автомобілями буде мінімальною? (***0,8 год***)

1.2. Рухи двох матеріальних точок задаються рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$, $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, де $A_1 = 10$ *м*, $B_1 = 4$ *м/с*, $C_1 = -0,2$ *м/с*^{2}, $A_2 = 1$ *м*, $B_2 = 2$ *м/с*, $C_2 = 0,6$ *м/с*^{2}. В який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 і v_2 та прискорення α_1 і α_2 точок у цей момент. ***(1,25 с; 3,5 м/с; 0,4 м/с^2, 1,2 м/с^2)***

1.3. Дві матеріальні точки рухаються згідно з рівняннями: $x_1 = A_1 + C_1t^2 + D_1t^3$, $x_2 = B_2t + C_2t^2 + D_2t^3$, де $A_1 = 2$ *м*, $C_1 = 23$ *м/с*^{2}, $D_1 = -1$ *м/с*^{3}, $B_2 = 4$ *м/с*, $C_2 = 11$ *м/с*^{2}, $D_2 = 1$ *м/с*^{3}. В який момент часу прискорення цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості точок у цей момент. ***(2 с; 80 м/с; 60 м/с)***

1.4. Одночасно з одного і того самого пункту в одному напрямку починають рухатись прямолінійно два автомобілі. Залежність пройденого шляху від часу описується рівняннями: $S_1 = C_1t^2$, $S_2 = C_2t^2 + D_2t^3$, де $C_1 = 3$ *м/с*^{2}, $C_2 = 5$ *м/с*^{2}, $D_2 = 3$ *м/с*^{3}. Знайти відносну швидкість автомобілів у момент часу $t = 2$ *с*. ***(44 м/с)***

1.5. Залежність пройденого тілом шляху від часу описує рівняння $S = Ct^2 + Ht^4$, де $C = -9$ *м/с*^{2}, $H = 0,25$ *м/с*^{4}. Визначити екстремальне значення швидкості тіла. ***(29,4 м/с)***

1.6. Ракета, встановлена в момент старту на висоті $H_0 = 5$ *м* над поверхнею Землі, рухається вгору з прискоренням, яке з часом змінюється за законом $\alpha = kt^2$, де $k = 1,5$ *м/с*^{4}. На якій висоті над поверхнею Землі буде ракета через час $t = 6$ *с* після старту? ***(167 м)***

1.7. Залежність швидкості тіла від часу задається рівнянням $v = A + Bt + Ct^2$, де $A = 4$ *м/с*, $B = 2$ *м/с*^{2}, $C = 0,3$ *м/с*^{3}. Який шлях проходить тіло за проміжок часу від $t_1 = 2$ *с* до $t_2 = 5$ *с*? Яка середня швидкість $\langle v \rangle$ тіла і середнє прискорення $\langle \alpha \rangle$ за цей проміжок часу? ***(44,7 м; 14,9 м/с; 3,1 м/с^2)***

1.8. Залежність швидкості тіла від часу описує рівняння $v = A + Bt$, де $A = 3$ *м/с*, $B = 4$ *м/с*^{2}. Який шлях проходить тіло за проміжок часу від $t_1 = 0$ *с* до $t_2 = 4$ *с*? Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ тіла за цей проміжок часу. ***(44 м; 11 м/с)***

1.9. М’яч кинули з підвищення в горизонтальному напрямку зі швидкістю $v_0 = 20$ *м/с*. Знайти швидкість v, тангенціальне α_τ і нормальне α_n прискорення м’яча через час $t = 4$ *с* після початку руху. ***(44 м/с; 8,73 м/с²; 4,45 м/с²)***

1.10. Точка рухається по колу зі швидкістю $v = Bt$, де $B = 0{,}75$ *м/с²*. Після початку руху вона проходить шлях, який дорівнює *0,2* довжини кола. Визначити повне прискорення α точки у цей момент часу. ***(2,03 м/с²)***

1.11. Нормальне прискорення точки, що рухається по колу радіусом $R = 4$ *м*, змінюється за законом $\alpha_n = A + Bt + Ct^2$, де $A = 1$ *м/с²*, $B = 3$ *м/с³*, $C = 2{,}25$ *м/с⁴*. Знайти тангенціальне прискорення α_τ точки, шлях, який вона пройшла за час $t_1 = 6$ *с* після початку руху, повне прискорення α у момент часу $t_2 = 2/3$ *с*. ***(3 м/с²; 66 м; 5 м/с²)***

1.12. Рух матеріальної точки в площині xy описується рівнянням $x = At$, $y = At + Bt^2$, де $A = 0{,}5$ *м/с*, $B = -1$ *м/с²*. Отримати рівняння траєкторії матеріальної точки $y(x)$, швидкість v точки в момент часу $t_1 = 0{,}5$ *с*, прискорення α точки, момент часу t_2, у який кут між швидкістю і прискоренням $\alpha = \pi/4$. ***(y = 0,5 + 4x²; 1,6 м/с; 2 м/с²; 0,5 с)***

1.13. Рівняння руху матеріальної точки мають вигляд: $x = A_1 + B_1t$, $y = B_2t + C_2t^2$, $z = 0$, де $A_1 = -9$ *м*, $B_1 = 3$ *м/с*, $B_2 = 4$ *м/с*, $C_2 = -1$ *м/с²*. Визначити швидкість v, прискорення α та кут γ між векторами цих величин у момент часу, коли координата y набуває екстремальне значення. ***(3 м/с; 2 м/с²; 90⁰)***

1.14. Рівняння руху матеріальної точки мають вигляд: $x = B_1t + D_1t^3$, $y = B_2t + C_2t^2$, $z = 0$, де $B_1 = 27$ *м/с*, $D_1 = -1$ *м/с³*, $B_2 = 32$ *м/с*, $C_2 = -8$ *м/с²*. Визначити тангенціальне α_τ, нормальне α_n прискорення і радіус кривини R траєкторії в момент часу t_1, коли координата y набуває екстремальне значення і в момент t_2, коли таке значення набуває координата x. ***(12 м/с²; 16 м/с², 14 м; 16 м/с²; 18 м/с²; 14,2 м)***

1.15. Рух матеріальної точки по колу радіусом $R = 2$ *м* описує рівняння $S = A + Ct^2$, де $A = 4$ *м*, $C = -1$ *м/с²*. Визначити момент часу t, коли нормальне прискорення точки дорівнює $a_n = 8$ *м/с*^{2}. Знайти швидкість v, тангенціальне a_τ і повне a прискорення точки в цей момент часу. ***(2 с; 4 м/с; 2 м/с^2; 8,2 м/с^2)***

1.16. Залежність шляху від часу для точки, що рухається по колу радіусом $R = 3$ *м*, описує рівняння $S = Dt^3$, де $D = 0{,}01$ *м/с*^{3}. Визначити момент часу t, коли лінійна швидкість точки $v = 3$ *м/с*. Знайти нормальне a_n, тангенціальне a_τ і повне a прискорення точки в цей момент часу. ***(10 с; 3,0 м/с^2; 0,6 м/с^2; 3,1 м/с^2)***

1.17. Матеріальна точка починає рухатися за годинниковою стрілкою по колу радіусом $R = 0{,}2$ *м* із сталим тангенціальним прискоренням $a_\tau = 0{,}15$ *м/с*^{2}. Через який час t вектор прискорення a утворить з вектором швидкості v кут $\alpha = 60^0$? Який шлях пройде за цей час рухома точка? ***(1,52 с; 0,17 м)***

1.18. Матеріальна точка рухається по колу радіусом $R = 9$ *м*. У момент часу, коли вектори повного a і нормального a_n прискорень утворюють кут $\alpha = 60^0$, нормальне прискорення точки $a_n = 4$ *м/с*^{2}. Визначити швидкість v і тангенціальне a_τ прискорення точки. ***(6 м/с; 6,9 м/с)***

2. КІНЕМАТИКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

Основні формули

1. Кінематичне рівняння обертального руху

$$\varphi = \varphi(t).$$

2. Миттєва кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

3. Середня кутова швидкість

$$<\omega> = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}.$$

4. Величина (модуль) кутового прискорення

$$\varepsilon = \left|\frac{d\omega}{dt}\right| = |\dot{\omega}| = |\ddot{\varphi}|.$$

5. Кінематичне рівняння рівномірного обертального руху

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

6. Період обертання

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

7. Частота обертання

$$n = \frac{1}{T},\ n = \frac{\omega}{2\pi}.$$

8. Лінійна швидкість

$$\upsilon = \omega R.$$

9. Тангенціальне прискорення

$$a_\tau = \varepsilon R.$$

10. Нормальне прискорення

$$a_n = \omega^2 R.$$

2.1. Шків радіусом $R_1 = 15$ *см* з'єднаний ремінною передачею зі шківом радіусом $R_2 = 10$ *см*. Частота обертання першого шківа $n_1 = 10$ *об/с*. Визначити частоту n_2 обертання другого шківа. ***(15 об/с)***

2.2. Маховик, обертаючись рівноприскорено, збільшив за час $t = 2$ *с* частоту обертання від $n_1 = 4$ *об/с* до $n_2 = 14$ *об/с*. Визначити кутове прискорення ε маховика і кількість обертів N, які він здійснив за час t. ***(31,4 рад/с²; 18 обертів)***

2.3. Маховик, який обертався з частотою $n_1 = 16$ *об/с*, під час гальмування почав обертатися рівносповільнено і виконав $N = 314$ *обертів*. Коли гальмування припинилось, частота обертання маховика становила $n_2 = 4$ *об/с*. Визначити кутове прискорення ε маховика і час t, упродовж якого здійснювалось гальмування. ***(2,4 рад/с²; 31,4 с)***

2.4. Якір електродвигуна обертається з частотою $n_0=50$ *об/с*. Після вимкнення струму якір почав рухатися рівносповільнено і до зупинки зробив $N = 1570$ *обертів*. Визначити кутове прискорення якоря. ***(5 рад/с)***

2.5. Колесо обертається згідно з рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $A = 1$ *рад*, $B = 4$ *рад/с*, $C = 0,5$ *рад/с*^{2}, $D = 0,6$ *рад/с*^{3}. Знайти кутову швидкість ω і кутове прискорення ε у момент часу $t = 2$ *с*, середню кутову швидкість $\langle\omega\rangle$ і середнє кутове прискорення $\langle\varepsilon\rangle$ за проміжок часу від $t_1 = 2$ *с* до $t_2 = 4$ *с*. ***(13,2 рад/с; 8,2 рад/с^2; 23,8 рад/с; 11,8 рад/с^2)***

2.6. Диск радіусом $R = 4$ *см* обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кутової швидкості від часу задається рівнянням $\omega = At + Dt^4$, де $A = 2$ *рад/с*^{2}, $D = 0,5$ *рад/с*^{3}. Визначити повне прискорення α точок на ободі диска в момент часу $t = 2$ *с* після початку руху і кількість обертів N, виконаних диском. ***(5,8 м/с^2; 1,15 обертів)***

2.7. Колесо обертається навколо нерухомої осі так, що кут його повороту залежить від часу як $\varphi = Ct^2$, де $C = 0,7$ *рад/с*^{2}. У момент часу $t = 1,5$ *с* лінійна швидкість точки на ободі колеса $v = 0,5$ *м/с*. Знайти повне прискорення α цієї точки. ***(1,1 м/с^2)***

2.8. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 5$ *рад*, $B = 8$ *рад/с*, $C = -1$ *рад/с*^{2}. Визначити повне прискорення точки, яка знаходиться на відстані $R = 5$ *см* від осі обертання, в момент часу $t = 2$ *с*. ***(0,8 м/с^2)***

2.9. Тіло обертається навколо нерухомої осі так, що кут його повороту змінюється залежно від часу t за законом $\varphi = Bt - Ct^2$, де $B = 2,4$ *рад/с*, $C = 0,3$ *рад/с*^{2}. Визначити момент часу t_3, в який тіло зупиниться, та кількість обертів N тіла до зупинки. ***(4 с; 0,764 оберта)***

2.10. Тверде тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = Bt - Dt^3$, де $B = 6,0$ *рад/с*, $D = 2,0$ *рад/с*^{3}. Визначити середні значення кутової швидкості $\langle\omega\rangle$ і кутового прискорення $\langle\varepsilon\rangle$ за проміжок часу від $t = 0$ до зупинки. Знайти кутове прискорення ε в момент зупинки тіла. ***(4 рад/с; 6 рад/с^2; 12 рад/с^2)***

2.11. Кутова швидкість тіла змінюється згідно з рівнянням $\omega = A + Bt + Ct^2$, де $A = 3$ *рад/с*, $B = 2$ *рад/с*^{2}, $C = 0,6$ *рад/с*^{3}. На який кут повернеться тіло за проміжок часу від $t_1 = 0$ *с* до $t_2 = 10$ *с*. Знайти середню кутову швидкість $<\omega>$ за цей проміжок часу. ***(330 рад; 33 рад/с)***

2.12. Тверде тіло починає обертатися навколо нерухомої осі з кутовим прискоренням $\varepsilon = At$, де $A = 0,5$ *рад/с*^{3}. Через який час t після початку обертання вектор повного прискорення α довільної точки тіла буде утворювати кут $\alpha = 45^0$ з її вектором швидкості v ? ***(2 с)***

2.13. Тверде тіло обертається навколо нерухомої осі так, що його кутова швидкість залежить від кута повороту φ за законом $\omega = \omega_0 - A\varphi$, де $\omega_0 = 0,8$ *рад/с*, $A = 0,5$ c^{-1}. В момент часу $t = 0$ *с* кут $\varphi = 0^0$. Визначити кут повороту φ і кутову швидкість ω в момент часу $t = 2$ *с*. ***(1,01 рад; 0,29 рад/с)***

2.14. Під час обертання маховика його кутове прискорення змінювалося за законом $\varepsilon = A - B\omega$, де $A = 0,8$ *рад/с*^{2}, $B = 0,2$ c^{-1}. Перед гальмуванням кутова швидкість маховика становила $\omega_0 = 2$ *рад/с*. Якою буде кутова швидкість маховика ω через час $t = 5$ *с* після початку гальмування? ***(3,3 рад/с)***

3. ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ТА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ ТІЛ

Основні формули

1. Імпульс тіла

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}.$$

2. Рівняння руху тіла (другий закон Ньютона)

$$\vec{F} = m\vec{a},\ \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F},$$

де $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}$ – рівнодійна сил, які діють на тіло.

3. Сила тяжіння

$$\vec{F} = m\vec{g}.$$

4. Сила тертя ковзання

$$\vec{F} = kN.$$

де k – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

5. Закон збереження імпульсу

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = const,$$

де n – кількість тіл, що входять в замкнену систему.

3.1. Брусок масою $m = 3$ *кг* тягнуть за нитку так, що він рухається зі сталою швидкістю по горизонтальній площині з коефіцієнтом тертя $k = 0,14$. Визначити кут α між ниткою і площиною, при якому натяг нитки буде найменшим. Чому дорівнює сила натягу F_{min}? ***(8^0; 4,08 Н)***

3.2. Похила площина може змінювати кут нахилу α при незмінній довжині основи. З її верхньої точки вільно ковзає невелике тіло. Коефіцієнт тертя тіла об поверхню площини $k = 0,14$. При якому куті α_0 нахилу площини до горизонту час ковзання тіла буде мінімальним? ***(49^0)***

3.3. Матеріальна точка масою $m = 5$ *кг* рухається під дією сили згідно з рівнянням $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 3$ *м/с*^{2}, $D = -0,4$ *м/с*^{3}. Знайти значення сили F в момент часу $t_1 = 0$ *с*; $t_2 = 4$ *с*. У який момент часу t_3 сила дорівнює нулю? ***(30 Н; 18 Н; 2,5 с)***

3.4. Тіло масою $m = 14$ *кг* рухається так, що залежність його координати від часу описується рівнянням $x = A\cos\omega t$, де $A = 2$ *м*, $\omega = 1,57$ *рад/с*. Знайти величину сили F, що діє на тіло, в момент часу $t = 2$ *с*. ***(69 Н)***

3.5. Кулька підвішена на нерозтяжній нитці до стелі вагона, який рухається прямолінійно в горизонтальному напрямку згідно із законом $S = A + Ct^2$, де $A = 4$ *м*, $C = 0,7$ *м/с*^{2}. На який кут α нитка відхиляється від вертикалі? ***(8^0)***

3.6. На горизонтальній площині з коефіцієнтом тертя $k = 0,25$ лежить тіло масою $m = 8$ *кг*. У момент часу $t = 0$ *с* до тіла приклали горизонтальну силу, яка залежить від часу як $F = Bt$, де $B = 4$ *Н/с*. Визначити шлях S, який пройшло тіло за час $t = 6,9$ *с* дії сили. ***(0,67 м)***

3.7. На візку масою $m_1 = 40$ *кг*, який може вільно рухатися вздовж горизонтальних рейок, лежить брусок масою $m_2 = 10$ *кг*. Коефіцієнт тертя між бруском і візком $k = 0,25$. Брусок тягнуть з силою F, яка спрямована паралельно до рейок і змінюється за законом $F = Bt$, де $B = 5$ *Н/с*. Визначити прискорення візка α_1 і бруска α_2 в момент часу $t = 8$ *с*. ***(0,61 м/с²; 1,55 м/с²)***

3.8. На тіло масою $m = 2$ *кг*, що знаходиться на гладкій горизонтальній поверхні діє сила, яка пропорційна до часу: $F = Bt$, де $B = 8$ *Н/с*. Якщо $t = 0$, тіло має початкову швидкість $v_0 = 4$ *м/с*. Який шлях S пройде тіло за час $t = 3$ *с*? ***(30 м)***

3.9. Частинка масою $m = 0,1$ *кг* рухається прямолінійно і рівномірно із швидкістю $v_0 = 1$ *м/с* по гладкій поверхні. З деякого часу на неї починає діяти сила F, яка спрямована в бік, протилежний до напрямку швидкості, а модуль сили змінюється з часом t за законом $F = Bt$, де $B = 0,12$ *Н/с*. Знайти момент часу t, коли швидкість частинки дорівнює нулю, та її швидкість v через $t = 5$ *с* від початку дії сили. ***(1,29 с; 14 м/с)***

3.10. Тіло масою $m = 1$ *кг* в момент часу $t = 0$ почало рухатись під дією сили $F = F_0 \sin \omega t$, де $F_0 = 2,6$ *Н*, $\omega = 0,785$ *рад/с*. Визначити шлях S, який пройшло тіло за час $t = 2$ *с*. ***(2,4 м)***

3.11. На тіло масою $m = 1,5$ *кг*, що лежить на гладкій горизонтальній площині, в момент часу $t = 0$ почала діяти сила, яка залежить від часу за законом $F = Bt$, де $B = 3$ $Н \cdot с^{-1}$. Напрямок сили увесь час становить кут $\alpha = 60^o$ з горизонтом. Визначити швидкість v тіла в момент відривання від площини і шлях S, який пройшло тіло до цього моменту. ***(16 м/с; 30,2 м)***

3.12. На тіло масою $m = 2$ *кг* діє сила $F = 30$ *Н* під кутом $\alpha = 60^0$ до напрямку руху. Сила тертя залежить від швидкості за законом

$F_T = F_0 + Bv$, де $F_0 = 5$ *Н*, $B = 0{,}5$ *Н·с/м*. Визначити швидкість v і прискорення α тіла в момент часу $t = 4$ *с*; а також швидкість v_0, що встановиться, якщо в момент часу $t = 0$ тіло не рухалося. ***(12,6 м/с; 3,2 м/с²; 20,0 м/с²)***

3.13. Автомобіль масою $m = 400$ *кг* з вимкненим двигуном, маючи початкову швидкість $v_0 = 12$ *м/с*, зупиняється під дією сили опору, яка пропорційна до швидкості автомобіля: $F_{оп} = -rv$, де $r = 16$ *Н·с/м*. Знайти гальмівний шлях S автомобіля. ***(300 м)***

3.14. Тіло масою $m = 0{,}5$ *кг* рухається зі швидкістю $v_0 = 5$ *м/с* і потрапляє у в'язке середовище, де на нього діє сила опору $F = -Cv^2$, де $C = 0{,}6$ *Н·с²/м²*. Визначити, якою буде швидкість v руху тіла в середовищі через час $t = 4$ *с*. ***(0,2 м/с)***

3.15. Куля, рухаючись зі швидкістю $v_1 = 400$ *м/с*, пробиває стіну товщиною $\ell = 0{,}8$ *м* і вилітає з неї зі швидкістю $v_2 = 200$ *м/с*. Сила опору стіни пропорційна до куба швидкості кулі: $F_{оп} = -Cv^3$. Визначити час t руху кулі в стіні. ***(3 мс)***

3.16. Тіло масою $m_1 = 3$ *кг* рухається назустріч другому тілу масою $m_2 = 1$ *кг*. Відбулося абсолютно непружне зіткнення цих тіл. Швидкості тіл безпосередньо перед ударом дорівнювали $v_1 = 1$ *м/с* і $v_2 = 2$ *м/с*. Коефіцієнт тертя $k = 0{,}05$. Скільки часу t тіла будуть рухатись після удару. ***(0,51 с)***

3.17. Куля масою $m_1 = 0{,}5$ *кг* рухається зі швидкістю $v_1 = 2$ *м/с* і пружно зіштовхується з кулею масою $m_2 = 4$ *кг*, яка рухається зі швидкістю $v_2 = 1$ *м/с* під кутом $\alpha = 45^0$ до траєкторії першої кулі. Внаслідок удару друга куля відхилилась на кут $\beta_2 = 30^0$ відносно початкової траєкторії першої кулі, а її швидкість становила $v_2' = 0{,}5$ *м/с*. На який кут β_1 відхилилась перша куля після зіткнення? ***($41^0 6'$)***

3.18. Снаряд, що летів горизонтально зі швидкістю $v = 30$ *м/с* на висоті $H = 41{,}6$ *м*, розривається на дві рівні частини. Одна частина снаряда через час $t = 2$ *с* падає на землю точно під місцем вибуху. Визначити швидкість v_2 другої частини снаряда відразу після вибуху. ***(61 м/с)***

3.19. У стоячій воді стоїть нерухомо човен масою $m_1 = 140$ *кг.* Людина масою $m_2 = 70$ *кг*, яка знаходиться у човні, перейшла з носа на корму. Човен при цьому змістився на $S = 1,2$ *м*. Опір води дуже малий. Яка довжина ℓ човна? ***(3,6 м)***

3.20. Три човни, кожний масою $m = 180$ *кг*, рухаються один за одним з однаковою швидкістю $v = 10$ *м/с*. З середнього човна одночасно у передній і задній човни кидають зі швидкістю $v_1 = 2$ *м/с* відносно човна тягарі масою $m_1 = 10$ *кг*. Визначити швидкості човнів після перекидання тягарів? ***(10,2 м/с; 10 м/с; 9,8 м/с)***

3.21. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки масою $m_1 = 10$ *кг*, яка має легкі колеса. На одному кінці дошки стоїть людина масою $m_2 = 70$ *кг*. Людина починає рухатись вздовж візка із швидкістю (відносно дошки) $v_2 = 2$ *м/с*. З якою швидкістю v_1 відносно підлоги буде рухатись візок? Масою коліс знехтувати. ***(1,75 м/с)***

4. РОБОТА І ЕНЕРГІЯ

Основні формули

1. Робота, яка виконується сталою силою

$$A = \vec{F}\Delta\vec{r} = F\Delta r\cos\alpha,$$

де α – кут між напрямами векторів сили $\vec{F}$ і переміщення $\Delta\vec{r}$

2. Робота змінної сили

$$A = \int\limits_L F_\ell\, d\ell,$$

де F_ℓ – проекція сили $\vec{F}$ на напрям елементарного переміщення $d\vec{\ell}$ вздовж траєкторії руху L.

3. Середня потужність за інтервал часу Δt

$$< N >= \frac{A}{\Delta t}$$

4. Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt} = F\upsilon\cos\alpha,$$

де α – кут між напрямами векторів сили $\vec{F}$ і швидкості $\vec{\upsilon}$.

5. Кінетична енергія матеріальної точки або поступального руху тіла

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

6. Теорема про зміну кінетичної енергії

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}.$$

7. Потенціальна енергія тіла в полі земного тяжіння

$$E_p = mgh.$$

8. Потенціальна енергія тіла, на яке діють сили пружності

$$E_p = \frac{kx^2}{2},$$

де x – зміщення тіла відносно положення рівноваги.

9. Закон збереження механічної енергії консервативної системи

$$E_k + E_p = E = const.$$

10. Зміна механічної енергії системи

$$\Delta E = A^*,$$

де A^* – робота неконсервативних сил, які діють на тіла системи.

4.1. Швидкість реактивного літака на деякій ділянці траєкторії залежить від пройденого шляху S за законом $v = B + C\cdot S$, де $B = 10$ *м/с*, $C = 0,03$ $с^{-1}$. Маса літака $m = 8\cdot 10^3$ *кг*. У момент часу $t_1 = 10$ *с* швидкість літака $v_1 = 200$ *м/с*. Визначити роботу двигунів за проміжок часу від $t_1 = 10$ *с* до $t_2 = 40$ *с*. ***(807,9 МДж)***

4.2. Куля масою $m_1 = 3$ *кг*, що рухається зі швидкістю $v_1 = 6$ *м/с*, наздоганяє кулю масою $m_2 = 1$ *кг*, що рухається зі швидкістю $v_2 = 2$ *м/с*. Удар куль центральний. Визначити швидкості куль після пружного співудару. ***(4 м/с; 8 м/с)***

4.3. Куля масою $m_1 = 3$ *кг*, що рухається з деякою швидкістю v_1, стикається з нерухомою кулею масою $m_2 = 1$ *кг*. Співудар куль абсолютно пружний і центральний. Яку частину w своєї кінетичної енергії перша куля передала другій? ***(0,75)***

4.4. Санки, які рухалися по льоду зі швидкістю $v = 5$ *м/с*, виїжджають на асфальт. Довжина полозів санок $L = 1$ *м*, коефіцієнт тертя об асфальт $k = 0,5$. Вважати, що маса розподілена по довжині санок рівномірно. Який шлях S пройде передній кінець санок по асфальту до повної зупинки? ***(3,05 м)***

4.5. По похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 30^0$ з'їжджає лижник масою $m_1 = 70$ *кг*. Проїхавши відстань $\ell = 20$ *м* від вершини, він стріляє вгору сигнальною ракетою. Маса ракети $m_2 = 0,5$ *кг*, її початкова швидкість $v_2 = 85$ *м/с*. Тертя не враховувати. Визначити швидкість v_1 лижника після пострілу. ***(14,4 м/с)***

4.6. З вершини ідеально гладкої сфери зісковзує невеликий вантаж. Радіус сфери $R = 1,2$ *м*. На якій висоті h від низу сфери вантаж зірветься з неї? ***(2,0 м)***

4.7. Потенціальна енергія частинки в центральному силовому полі задана як функція відстані r від центра поля до точки, де перебувала частинка:

$$U(r) = \frac{A}{r} + \frac{B}{r^2},$$

де $A = 3\cdot 10^{-4}$ *Дж·м*, $B = 5\cdot 10^{-6}$ *Дж·м*^{2}.

Визначити, за яких значень r потенціальна енергія і сила, що діє на частинку, мають екстремальні значення і знайти ці значення. ***(3,33 см; 5,00 см; – 4,5 мДж; – 0,04 Н)***

4.8. Автомобіль рухається під дією сили тяги F, яка змінюється залежно від пройденого шляху за законом $F = B + C\cdot S + D\cdot S^2$, де $B = 300$ *Н*, $C = 50$ *Н/м*, $D = 3$ *Н/м*^{2}. Визначити роботу сили на ділянці шляху від $S_1 = 3$ *м* до $S_2 = 50$ *м*. ***(32598 Дж)***

4.9. На моторний човен, який рухається на північ, діє сила вітру $F = 180$ *Н*. Кут між напрямом дії сили F і напрямом руху човна змінюється за законом $\alpha = B \cdot S$, де $B = 9 \cdot 10^{-2}$ *рад/м*. Напрям вітру змінився з південного на східний. Знайти роботу вітру. ***(2000 Дж)***

4.10. Сила тяги автомобіля змінюється залежно від шляху за законом $F = B + C \cdot S$, де $B = 500$ *Н*, $C = 80$ *Н/м*. Обчислити роботу A сили на ділянці шляху від $S_1 = 2$ *м* до $S_2 = 10$ *м*. ***(7840 Дж)***

4.11. Прискорення човна на підводних крилах змінюється залежно від шляху за законом $a = B + C \cdot S + D \cdot S^2$, де $B = 0{,}1$ *м/с²*, $C = 2 \cdot 10^{-4}$ *1/с²*, $D = 3 \cdot 10^{-6}$ *1/(м·с²)*. Маса човна $m = 5 \cdot 10^3$ *кг*. Визначити роботу A переміщення човна на ділянці шляху від $S_1 = 0$ *м* до $S_2 = 10^3$ *м*. ***(6 МДж)***

4.12. Вітрильник масою $m = 2000$ *кг* рухається під дією сталої сили прямолінійно, причому залежність пройденого шляху S від часу t визначається виразом $S = B \cdot t + C \cdot t^2$, де $B = 1$ *м/с*, $C = 0{,}05$ *м/с²*. Знайти роботу A сили вітру за проміжок часу від $t_1 = 0$ до $t_2 = 30$ *с*. ***(150 кДж)***

4.13. Швидкість поїзда, маса якого $m = 10^5$ *кг*, змінюється за законом $v = B + D \cdot t^2$, де $B = 6$ *м/с*, $D = 0{,}2$ *м/с³*. Визначити роботу сили тяги за час від $t_1 = 5$ *с* до $t_2 = 30$ *с*. ***(943,75 МДж)***

4.14. Всередині труби біля її краю знаходиться корок довжиною $\ell_0 = 5$ *см*. Максимальна сила тертя між корком і трубою $F_T = 50$ *Н*. Стінки труби стискають корок по всій довжині рівномірно. Яку роботу потрібно виконати, щоб витягнути корок з труби? ***(1,25 Дж)***

4.15. Вітер, який дме зі швидкістю $v_0 = 20$ *м/с*, діє на вітрило площею $S = 27$ *м²* зі силою

$$F = AS\rho\frac{(v_0 - v)^2}{2},$$

де А – деякий безрозмірний коефіцієнт ($A = 2$), ρ – густина повітря ($\rho = 1{,}2$ *кг/м³*), v – швидкість судна. Визначити максимальну миттєву потужність N вітру. ***(6,4 кВт)***

4.16. Матеріальна точка масою $m = 5$ *кг* рухалася під дією деякої сили згідно з рівнянням $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $A = 5$ *м*, $B = -2$ *м/с*, $C = 3$ *м/с²*, $D = -0{,}2$ *м/с³*. Визначити потужність N, яка затрачається на рух точки в момент часу $t = 2$ *с*. ***(136,8 Вт)***

4.17. Частинка масою $m = 2{,}0$ *г* рухається в двовимірному полі, в якому її потенціальна енергія $E_p = Bxy$, де $B = 0{,}2$ *мДж/м*^{2}. У точці з координатами $x_1 = 1$ *м*, $y_1 = 4$ *м* частинка мала швидкість $v_1 = 2$ *м/с*, а в точці з координатами $x_2 = 5$ *м*, $y_2 = 2$ *м* швидкість $v_2 = 3$ *м/с*. Визначити роботу сторонніх сил на шляху між цими точками. ***(6,2 мДж)***

5. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

Основні формули

1. Момент сили $\vec{F}$ відносно заданої(го) точки (центра) *0*

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений з точки (центра) *0* до точки прикладання сили $\vec{F}$.

2. Момент сили відносно осі *z*

$$M_z = \pm F\ell_z,$$

де *F* – величина сили (складової сили), яка діє в перпендикулярній до осі *z* площині; ℓ_z – плече сили відносно осі *z*.

3. Момент імпульсу матеріальної точки відносно заданої(го) точки (центра)

$$\vec{L} = \left[\vec{r}\,\vec{P}\right] = \left[\vec{r}\,m\vec{\upsilon}\right].$$

4. Момент імпульсу матеріальної точки відносно заданої осі *z*

$$L_z = mv\cdot\ell_z$$

де ℓ_z – плече імпульсу матеріальної точки відносно заданої осі *z*.

5. Рівняння моментів

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M};\ \frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

6. Момент інерції матеріальної точки відносно осі

$$J = mr^2,$$

де *r* – відстань точки від осі.

7. Момент інерції тіла відносно заданої осі

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2,$$

де r_i – відстань елемента маси Δm_i від осі обертання.

8. Момент інерції тонкого обруча відносно осі, яка перпендикулярна до площини обруча і проходить через його центр

$$J = mR^2.$$

де R – радіус обруча.

9. Момент інерції диска відносно осі, яка перпендикулярна до площини диска і проходить через його центр

$$J = \frac{1}{2} mR^2.$$

10. Момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через середину стрижня і перпендикулярна до нього

$$J = \frac{1}{12} m\ell^2,$$

де ℓ – довжина стрижня.

11. Момент інерції кулі відносно осі, що проходить через її центр

$$J = \frac{2}{5} mR^2.$$

12. Момент імпульсу тіла відносно осі z

$$L_z = J\omega,$$

де ω – кутова швидкість обертання тіла

13. Рівняння динаміки обертального руху тіла навколо нерухомої осі

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad J\varepsilon_z = M_z,$$

де ε_z – проекція вектора кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ тіла на вісь z.

14. Закон збереження моменту імпульсу замкненої системи

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i, \quad L_z = \sum_{i=1}^{n} L_{zi},$$

де $\vec{L}_i$ (L_{zi}) – момент імпульсу i-го тіла відносно заданого(ї) центра (осі).

15. Робота сталого моменту сили M, що діє на тіло, яке обертається

$$A = M\varphi,$$

де φ – кут повороту тіла.

16. Миттєва потужність, що розвивається під час обертання тіла

$$N = M\omega.$$

17. Кінетична енергія тіла, яке обертається

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

5.1. Дано однорідний суцільний диск радіусом $R = 1$ *м* і масою $m = 2$ *кг*. Визначити момент інерції J диска відносно осі, що проходить через його край і перпендикулярна до площини диска. ***(3 кг·м²)***

5.2. Дано однорідний тонкий стрижень масою $m = 3$ *кг* і довжиною $\ell = 2$ *м*. Обчислити момент інерції J_c стрижня відносно осі, що проходить через середину стрижня перпендикулярно до нього і момент інерції J відносно осі, що проходить через кінець стрижня. ***(1 кг·м²; 4 кг·м²)***

5.3. Дано однорідну суцільну кулю масою $m = 2$ *кг* і радіусом $R = 5$ *см*. Знайти момент інерції J кулі відносно осі, що дотична до кулі. ***(0,007 кг·м²)***

5.4. Під час обертання однорідного суцільного диска масою $m= 10$ *кг* навколо осі, що проходить через його центр перпендикулярно до його площини, по дотичній до диска прикладена сила $F = 20$ *Н,* і на нього діє момент сили тертя $M_T = 5$ *Н· м*. Кутова швидкість обертання диска задається рівнянням $\omega = A + Bt$, де $A = 2$ *рад/с*, $B = 4$ *рад/с²*. Визначити радіус R диска. ***(0,5 м)***

5.5. Маховик у формі диска масою $m= 10$ *кг* і з радіусом $R = 0,25$ *м* обертається з частотою $n = 40$ *об/с*. Коли вимкнули привід, маховик, зробивши $N = 200$ обертів, під дією тертя зупинився. Визначити момент сили тертя M_T, що діяв на маховик. ***(15,7 Н·м)***

5.6. Однорідний і суцільний диск масою $m= 5$ *кг* і радіусом $R = 0,2$ *м* обертається з кутовою швидкістю $\omega_1 = 6,1$ *рад/с* навколо осі, що проходить через центр диска. Момент сили тертя, що діє на диск, прямо пропорційний до кутової швидкості: $M_T = B\omega$, де $B = 0{,}01$ *Н·м·с/рад*. Знайти кутову швидкість ω_2 диска через час $t =$ $= 30$ *с* після припинення дії зовнішнього моменту сил. Скільки обертів зробить диск упродовж цього часу? ***(0,3 рад/с; 15,3 об)***

5.7. По горизонтальному столі може котитися без ковзання суцільний циліндр масою $m = 1{,}1$ *кг*, на який намотана нитка. До вільного кінця нитки, який перекинутий через легкий блок, підвішений вантаж такої самої маси m. Визначити прискорення вантажу α_1 і силу тертя F_T між циліндром і столом. ***(7,1 м/с²; 0,98 Н)***

5.8. Вал у вигляді суцільного циліндра масою $m_1 = 5$ *кг* насаджений на горизонтальну вісь. На циліндр намотаний шнур, до вільного кінця якого підвішений вантаж масою $m_2 = 2{,}5$ *кг*. З яким прискоренням α буде опускатися вантаж? ***(4,9 м/с²)***

5.9. На маховик діаметром $D = 0{,}4$ *м* намотаний невагомий шнур, до вільного кінця якого прив'язаний вантаж масою $m = 5$ *кг*. Обертаючись рівноприскорено під дією сили тяжіння вантажу, маховик за час $t = 4$ *с* набув кутову швидкість $\omega = 8$ *рад/с*. Визначити момент інерції J маховика. ***(4,7 кг·м²)***

5.10. Два вантажі масами $m_1 = 5{,}2$ *кг* і $m_2 = 3{,}6$ *кг* з'єднані невагомою ниткою, яка перекинута через нерухомий блок у вигляді однорідного суцільного диска масою $m = 2$ *кг*. Нехтуючи тертям в осі блока, визначити прискорення α, з яким будуть рухатися вантажі, і сили натягу T_1 і T_2 нитки по обидва боки блока. ***(1,6 м/с²; 42,64 Н; 41,04 Н)***

5.11. На барабан радіусом $R = 0{,}1$ *м*, момент інерції якого $J = 0{,}03$ *кг·м²*, намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою $m = 2$ *кг*. Перед початком обертання барабана висота вантажу над підлогою $h = 2$ *м*. Визначити кінетичну енергію $E_к$ вантажу в момент удару об підлогу, час t, за який вантаж опуститься до підлоги і силу натягу T шнура. Тертям знехтувати. ***(7,84 Дж; 1 с; 11,68 Н)***

5.12. Обруч та суцільний диск однакової маси котяться без проковзування з однаковою швидкістю. Кінетична енергія диска $E_к^д = 12$ *Дж*. Знайти кінетичну енергію $E_к^{об}$ обруча. ***(16 Дж)***

5.13. Обруч, суцільний диск і куля скочуються без проковзування з похилої площини з кутом нахилу $\alpha = 30^0$. Початкові швидкості тіл дорівнюють нулю. Визначити лінійні прискорення центрів мас цих тіл. ***($a_{об}$ =2,45 м/с^2; $a_д$ = 3,27 м/с^2; $a_к$= 3,50 м/с^2)***

5.14. Однорідний тонкий стрижень довжиною ℓ = *1,1 м*, який закріплений так, що він може обертатись навколо горизонтальної осі, яка проходить перпендикулярно до стрижня через один з його кінців, відводять від вертикального положення на кут $\alpha = 60^0$ і потім відпускають. Визначити швидкість v нижнього кінця стрижня в момент проходження ним положення рівноваги. ***(4 м/с)***

5.15. Олівець довжиною ℓ = *0,13 м*, який стояв вертикально, падає на стіл. Яку кутову ω та лінійну v швидкості будуть мати в кінці падіння середина та верхній кінець олівця? ***(ω_1= ω_2 = 15 рад/с; v_1 = 0,98 м/с; v_2 = 1,95 м/с)***

5.16. Залізна куля радіусом R = *0,1 м* обертається з частотою n = *3 об/с* навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу A необхідно виконати, щоб збільшити кутову швидкість кулі вдвічі? Густина заліза ρ = *7870 кг/м^3*. ***(70,17 Дж)***

5.17. На платформі у вигляді диска сидить людина і тримає у витягнутих руках гирі масою по m = *5 кг* кожна. Відстань від кожної гирі до осі обертання платформи ℓ_1 = *0,6 м*. Платформа обертається з частотою n_1 = *2 об/с* відносно осі, що проходить через центр мас людини і платформи. Сумарний момент інерції людини і платформи відносно осі обертання J_0 = *2,1 кг·м^2*. Людина зближує руки так, що відстань від кожної гирі до осі становить ℓ_2 = *0,3 м*. Якою буде тепер частота n_2 обертання платформи і яку роботу A виконає людина? ***(3,8 об/с; 404,6 Дж)***

5.18. Платформа у вигляді диска радіусом R = *2,0 м* і масою m_1 = *160 кг* обертається навколо вертикальної осі, що проходить через її центр, з кутовою швидкістю ω_1 = *1,5 рад/с*. У центрі платформи стоїть людина масою m_2 = *70 кг*. Людина переходить на край платформи. Якою буде лінійна швидкість людини v відносно підлоги? ***(1,6 м/с)***

5.19. Два гумові диски з жорсткими поверхнями обертаються навколо осей, що лежать на одній вертикалі, причому площини дисків паралельні. Перший диск має момент інерції $J_1 = 2$ *кг·м*^{2} і кутову швидкість $\omega_1 = 3$ *рад/с*, другий – $J_2 = 0,5$ *кг·м*^{2} і $\omega_2 = 4$ *рад/с*. Верхній диск падає на нижній і з'єднується з ним. Визначити кутову швидкість ω дисків і зміну їх кінетичної енергії $\Delta E_к$. ***(3,2 рад/с; 0,2 Дж)***

6. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Основні формули

1. Диференціальне рівняння гармонічних коливань і його розв'язок

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\text{або} \quad x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де A – амплітуда коливань; ω_o – колова (циклічна) частота власних коливань; φ_o – початкова фаза коливань.

2. Рівняння згасаючих коливань з урахуванням сили опору $\vec{F}_{оп} = -r\vec{v}$

$$x = A_o e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_o),$$

де δ – коефіцієнт згасання ($\delta = \dfrac{r}{2m}$); ω – частота згасаючих коливань ($\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$).

3. Логарифмічний декремент згасання

$$æ = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T.$$

4. Диференціальне рівняння вимушених коливань і його розв'язок

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t,$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

де $A = \dfrac{F_o}{m\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}$, $tg\varphi = \dfrac{2\delta\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}$

5. Період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

де m – маса тіла; k – жорсткість пружини.

6. Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

де l – довжина маятника; g – прискорення вільного падіння.

7. Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}}$$

де J – момент інерції маятника відносно точки її підвісу; ℓ – відстань між точкою підвісу і центром мас маятника

8. Довжина хвилі

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$

9. Рівняння плоскої хвилі, яка поширюється вздовж осі х

$$\xi\left(x,t\right) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi_o\right),$$

де k – хвильове число ($k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$).

10. Густина потоку енергії, що переноситься хвилею (вектор Умова)

$$\vec{j} = w\vec{v},$$

де w – об'ємна густина енергії хвилі.

6.1. Матеріальна точка відносно положення рівноваги виконує гармонічні коливання вздовж деякої прямої з періодом $T = 0,4$ *с* і амплітудою $A = 0,1$ *м*. Визначити середню швидкість $<v>$ точки за час, упродовж якого вона проходить шлях, що дорівнює першій половині амплітуди, другій половині і усій амплітуді. ***(1,50 м/с; 0,75 м/с; 1,00 м/с)***

6.2. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання вздовж горизонтальної прямої з періодом $T = 0{,}4\ с$ і амплітудою $A = 0{,}1\ м$, починаючи рух з крайнього положення. За який час від початку руху точка пройде відстані $S_1 = A/2$ і $S_2 = A$? Знайти середню швидкість $<v>$ на шляху S_1. ***(0,07 с; 0,10 с; 0,75 м/с)***

6.3. Точка виконує гармонічні коливання за законом $x = A cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$,

де $A = 0{,}04\ м$, $T = 4{,}35\ с$, $\varphi = 0$. Визначити швидкість v точки в момент часу, коли вона перебуває на відстані $x = 0{,}02\ м$ від положення рівноваги. ***(0,05 м/с)***

6.4. На тіло масою $m = 2\ кг$ діє сила, яка змінюється за законом $F = F_0 \cos \omega t$, де $F_0 = 4{,}0\ Н$, $\omega = 1{,}57\ с^{-1}$. У момент часу $t = 0$ зміщення тіла від положення рівноваги $x = 0$ і швидкість $v = 0$. Довести, що такий рух є коливальним. Визначити період коливань T, максимальне значення зміщення x_{max} і максимальне значення швидкості v_{max}. ***(4 с; 0,81 м; 1,3 м/с)***

6.5. Матеріальна точка одночасно бере участь у двох коливаннях одного напрямку, які описуються рівняннями $x_1 = A \cos \omega t$ і $x_2 = A \cos 2\omega t$, де $A = 0{,}25\ м$, $\omega = 4\ с^{-1}$. Визначити максимальну швидкість v_{max} точки. ***(2,73 м/с)***

6.6. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання за законом $x = A \sin (\omega t+\varphi)$ вздовж осі OX. Через час $t_1 = 0{,}05\ с$ від початку руху зміщення точки від положення рівноваги $x_1 = 0{,}05\ м$, швидкість $v_1 = 0{,}62\ м/с$, прискорення $\alpha_1 = -5{,}40\ м/с^2$. Визначити амплітуду A, циклічну частоту ω і початкову фазу коливань φ. Чому дорівнює зміщення x_0, швидкість v_0 і прискорення α_0 в початковий момент часу $t = 0$? ***(0,08 м; 10,4 с$^{-1}$; π/18; 0,01 м; 0,80 м/с; 1,47 м/с^2)***

6.7. Легкий стрижень може вільно коливатися навколо горизонтальної осі. На відстані $S = 3\ см$ від осі на ньому закріплено невелику кульку і далі на відстанях $d = 2\ см$ одна від одної – ще дві такі самі кульки. Знайти період коливань цієї системи. ***(0,47 с)***

6.8. На гладенькому горизонтальному столі лежить тіло масою $m_1 = 10\ кг$, яке прикріплено до стінки пружиною жорсткістю

$k = 250$ *Н/м*. У тіло влучає куля масою $m_2 = 0{,}01$ *кг* і швидкістю $v_2 = 500$ *м/с* у напрямку осі пружини і застрягає в ньому. Визначити період T коливань тіла та амплітуду A. ***(1,26 с; 0,1 м)***

6.9. Матеріальна точка масою $m = 0{,}1$ *кг* виконує гармонічні коливання за законом $x = 4 \sin (2t + \pi/4)$ *см*. Обчислити максимальну силу F_{max}, що діє на точку, і повну енергію E точки, що коливається. ***(16 мН; 320 мкДж)***

6.10. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки $A = 0{,}12$ *м*, повна енергія коливань $E = 6$ *мкДж*. При зміщенні x від положення рівноваги на точку, що коливається, діє сила $F = 50$ *мкН*. Визначити величину зміщення x. ***(0,06 м)***

6.11. Матеріальна точка бере участь одночасно у двох косинусоїдальних коливаннях одного напряму з однаковими амплітудами $A = 0{,}025$ *м* і однаковими періодами $T = 8$ *с*. Різниця фаз між цими коливаннями $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/4$. Початкова фаза одного з цих коливань дорівнює нулю. Написати рівняння результуючого руху. ***($x = 0{,}046 \cos (\pi t/4 + \pi/8)$)***

6.12. Матеріальна точка бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що описуються рівняннями $x = \sin \omega t$ і $y = 2 \sin 2\omega t$. Написати рівняння траєкторії точки та нарисувати траєкторію. ***($16x^4 - 16x^2 + y^2 = 0$)***

6.13. Матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що описуються рівняннями $x = 2 \cos \pi t/2$ і $y = -\cos \pi t$. Скласти рівняння траєкторії точки та нарисувати траєкторію. ***($\frac{1}{2}x^2 + y - 1 = 0$)***

6.14. Амплітуда згасаючих коливань математичного маятника за час $t_1 = 2$ *хв* зменшилась в $n_1 = 3$ *рази*. Визначити, у скільки разів n_2 зменшиться амплітуда за час $t_2 = 8$ *хв*. ***(81 раз)***

6.15. Математичний маятник довжиною $\ell = 0{,}16$ *м* коливається у середовищі, в якому коефіцієнт згасання $\delta = 0{,}4\ c^{-1}$.За певний час амплітуда коливань маятника зменшилася в $n = 5$ *разів*. Визначити цей час τ і кількість коливань N, які виконав маятник. ***(4,02 с; 5,0)***

6.16. Тіло масою $m = 0,76$ *кг*, яке підвішене до пружини жорсткістю $k = 30$ *Н/м*, виконує в деякому середовищі пружні коливання. Логарифмічний декремент згасання коливань $æ = 0,01$. Через який проміжок часу Δt енергія коливань тіла зменшиться у $n = 7,4$ раза. ***(100 с)***

6.17. Матеріальна точка коливається у вакуумі з циклічною частотою $\omega_0 = 3,0\ с^{-1}$ і амплітудою $A_0 = 0,16$ *м*. У в'язкому середовищі циклічна частота її коливань дорівнює $\omega = 2,9\ с^{-1}$. Обчислити амплітуду швидкості v_{max} точки у середовищі через час $t = 2$ *с* після початку руху. ***(0,10 м/с)***

6.18. Вантаж масою $m = 1$ *кг*, який підвішений на пружині жорсткістю $k = 100$ *Н/м*, коливається у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору $r = 1$ *кг/с*. На верхній кінець пружини діє вимушуюча сила, що змінюється за законом $F = F_0 \cos \omega t$, де $F_0 = 0,2$ *Н*. Визначити для цієї коливної системи коефіцієнт згасання δ і резонансну амплітуду $A_{рез}$. ***(0,5 с$^{-1}$; 0,02 м)***

6.19. Амплітуди вимушених гармонічних коливань дорівнюють одна одній, якщо циклічні частоти $\omega_1 = 400\ с^{-1}$ і $\omega_2 = 600\ с^{-1}$. Визначити частоту $\omega_р$, за якої амплітуда цих вимушених коливань є максимальною. ***(510 с$^{-1}$)***

6.20. Тіло масою $m = 0,05$ *кг* здійснює згасаючі коливання з початковою амплітудою $A_0 = 0,12$ *м*, початковою фазою $\varphi_0 = 0$ і коефіцієнтом згасання $\delta = 2,0\ с^{-1}$. На це тіло почала діяти зовнішня періодична сила F, під дією якої встановилися вимушені коливання. Рівняння вимушених коливань має вигляд $x = 0,10 \cos(10\pi t - 3\pi/4)$ *м*. Скласти рівняння згасаючих коливань тіла і рівняння зовнішньої періодичної сили. **($x = 0,12\, e^{-2,0t} \cos 10,6\pi t$ *м*; $F = 0,87 \cos 10,6\pi t$ *Н*)**

6.21. Стрілка чутливого приладу коливається біля положення рівноваги. Її послідовні крайні положення такі: $n_1 = 26,4$; $n_2 = 10,7$, $n_3 = 20,5$. Знайти поділку, яка відповідає рівноважному положенню стрілки, якщо її декремент згасання є сталим у часі. ***(16,7)***

7. ГІДРОДИНАМІКА

Основні формули

1. Рівняння неперервності струменя

$$Sv = const,$$

де S – площа поперечного перерізу трубки течії; υ – швидкість течії.

2. Рівняння Бернуллі для ідеальної нестискувальної рідини

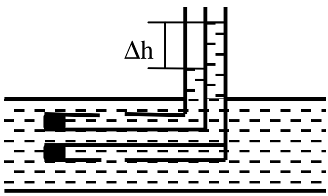
$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = const,$$

де p – статичний тиск; ρ – густина рідини; v – швидкості рідини в цих перерізах; $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамічний тиск; $\rho g h$ – гідростатичний тиск у довільному перерізі трубки течії.

3. Швидкість витікання рідини з малого отвору у відкритій широкій посудині

$$v = \sqrt{2gh},$$

де h – глибина, на якій розміщено отвір відносно рівня рідини в посудині.



7.1. Різниця рівнів води в трубці Прандтля $\Delta h = 0{,}1$ *м*. Визначити швидкість v течії води. ***(1,4 м/с)***

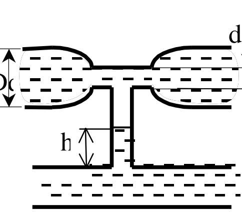
7.2. Циліндрична посудина діаметром $D = 0{,}4$ *м* наповнена водою, висота якої $h = 0{,}4$ *м*. У дні посудини є круглий отвір діаметром $d = 0{,}01$ *м*. Знайти швидкість v пониження рівня води в посудині, вважаючи воду нев'язкою рідиною. ***(1,75 мм/с)***

7.3. Циліндричний бак висотою $H = 1{,}52$ *м* заповнений до країв водою. У дні бака утворився отвір, площа S_2 якого у $N = 300$ разів менша від площі його поперечного перерізу S_1. За який час t вся вода витече через отвір? ***(167 с)***

7.4. Цистерна заповнена двома різними рідинами. Висота нижньої рідини $H_1 = 0,25$ *м*, її густина $\rho_1 = 880$ *кг/м*^{3}, висота верхньої рідини $H_2 = 0,10$ *м*, а густина $\rho_2 = 800$ *кг/м*^{3}. У дні цистерни є невеликий отвір. Вважаючи обидві рідини ідеальними і нестискуваними, визначити початкову швидкість витікання рідини з отвору. ***(2,58 м/с)***

7.5. У певний момент висота рівня води в посудині відносно дна $H_1 = 0,5$ *м*. На висоті $H_2 = 0,4$ *м* над дном посудини є невеликий отвір. Яка швидкість v витікання води в цей момент? ***(1,4 м/с)***

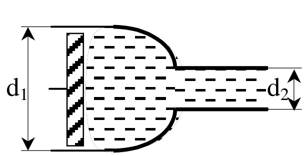
7.6. У вузьку частину діаметром $d = 0,025$ *м* горизонтальної труби діаметром $D = 0,075$ *м* впаяна вертикальна трубка. Швидкість води у широкій частині труби $v_1 = 0,25$ *м/с*. На яку висоту h підніметься вода у вертикальній трубці? ***(0,025 м)***

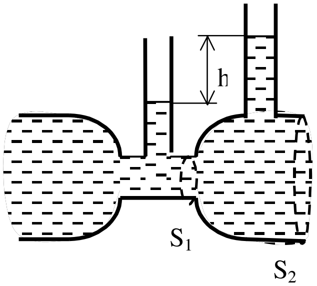


7.7. Із брандспойта, який розміщений горизонтально на висоті $H = 1,5$ *м* над поверхнею Землі, витікає струмінь води діаметром $d_1 = 0,01$ *м* і падає на поверхню Землі на віддалі $\ell = 6,0$ *м*. Нехтуючи опором повітря рухові води, визначити надлишковий тиск p в рукаві. Густина води $\rho = 1000$ *кг/м*^{3}. ***(58,7 кПа)***

7.8. Діаметр поршня в шприці $d_1 = 0,05$ *м*, а діаметр отвору $d_2 = 0,01$ *м*, хід поршня $\ell = 0,25$ *м*. На поршень діють з силою $F = 10$ *Н*. Скільки часу t буде витікати з горизонтально розмішеного шприца мастило, густина якого $\rho = 900$ *кг/м*^{3}? ***(1,85 с)***

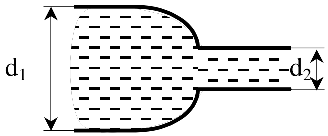
7.9. Циліндр діаметром $d_1 = 0,04$ *м* заповнений бензолом, густина якого $\rho = 850$ *кг/м*^{3}, і розташований горизонтально. На поршень в циліндрі діє сила $F = 15$ *Н*, а з отвору витікає струмінь бензолу діаметром $d_2 = 0,01$ *м*. З якою швидкістю v_1 переміщається поршень? ***(0,33 м/с)***





7.10. Через водомір протікає вода, густина якої $\rho = 1$ *г/см*^{3}. Різниця рівнів у манометричних трубках $\Delta h = 5$ *см*, а площі перерізів труби біля основ манометричних трубок $S_1 = 5$ *см*^{2}, $S_2 = 15$ *см*^{2}. Нехтуючи в'язкістю води, визначити масову витрату Q води – масу води, що протікає через переріз труби за одиницю часу. ***(0,525 кг/с)***

7.11. У бак, дно якого має невеликий отвір площею $S = 40$ *мкм*^{2}, рівномірним струменем вливається вода. Приплив води становить $Q = 0,2$ *кг/с*. Визначити висоту H рівня води, який буде підтримуватися у баку. Густина води $\rho = 1000$ *кг/м*^{3}. ***(1,27 м)***



7.12. По трубопроводу змінного перерізу з діаметрами $d_1 = 0,20$ *м* і $d_2 = 0,12$ *м* протікає за час $t = 1$ *с* вода об'ємом $V = 0,03$ *м*^{3}. Тиск в трубопроводі перед звуженням $p_1 = 200$ *кПа*. Густина води $\rho = 1000$ *кг/м*^{3}. Визначити тиск p_2 в трубопроводі за звуженням. ***(197 кПа)***

7.13. Із брандспойта, діаметр отвору якого $d_1 = 14$ *мм*, б'є вертикально вгору струмінь води. За час $t = 1$ *хв* витікає об'єм води $V = 0,08$ *м*^{3}. Чому дорівнює діаметр d_2 струменя на висоті $H = 2$ *м*? ***(20 мм)***

7.14. Циліндрична посудина діаметром $D = 0,40$ *м* наповнена водою. У дні посудини утворився круглий отвір діаметром $d = 0,01$ *м*. Уся вода витекла за час $t = 10$ *хв*. Знайти початковий рівень води в посудині. ***(0,69 м)***

II. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

8. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ. РОЗПОДІЛ МОЛЕКУЛ ГАЗУ ЗА ШВИДКОСТЯМИ

Основні формули

1. Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона – Менделєєва)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

де m – маса газу, μ – його молярна маса, p – тиск, V – об'єм, T – температура газу, R – універсальна газова стала.

2. Закон Бойля – Маріотта

$$(T = const, m = const)$$

$$p_1V_1 = p_2V_2.$$

3. Закон Гей – Люссака

$$(p = const, m = const)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

4. Закон Шарля

$$(V = const, m = const)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

5. Об'єднаний газовий закон

$$(m = const)$$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

6. Закон Дальтона для тиску суміші ідеальних газів

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n ,$$

де p – тиск суміші газів, p_i – парціальний тиск i-ї компоненти суміші.

7. Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT ,$$

де k – стала Больцмана.

8. Молярна маса суміші газів

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_k}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_k} ,$$

де m_i – маса i-ї компоненти суміші, $\nu_i = \dfrac{m_i}{\mu_i}$ – кількість речовини i-ї компоненти суміші, k – кількість компонент суміші.

9. Середня квадратична швидкість молекул ідеального газу

$$< \upsilon_{кв} > = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

де R – універсальна газова стала.

10. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу

$$p = \frac{1}{3} \rho < \upsilon_{кв} >^2 ,$$

де ρ – густина газу.

11. Найімовірніша швидкість молекул газу

$$\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

12. Середня арифметична швидкість

$$< \upsilon > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

13. Закон розподілу молекул за швидкостями (закон Максвелла):

а) кількість молекул, які мають швидкість в межах від υ до $\upsilon + d\upsilon$

$$dN(\upsilon) = N f(\upsilon) d\upsilon = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} \upsilon^2 d\upsilon,$$

де N – загальна кількість молекул, $f(v)$ – функція розподілу молекул за абсолютними значеннями швидкостей;

б) кількість молекул, які мають відносні швидкості в межах від υ до $\upsilon + d\upsilon$:

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du,$$

де $u = \frac{\upsilon}{\upsilon_{ім}} = \frac{\upsilon}{\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}}$ – відносна швидкість, $f(u)$ – функція розподілу за відносними швидкостями.

14. Барометрична формула

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}},$$

де p_0 – тиск повітря на висоті $h = 0$, μ – молярна маса повітря.

15. Середня енергія теплового руху молекули

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} kT,$$

де i – кількість ступенів свободи (вільності) молекули.

16. Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = v \frac{i}{2} RT \cdot$$

8.1. Посудина об'ємом $V = 0{,}02\ м^3$ заповнена киснем масою $m = 0{,}15\ кг$ при тиску $p = 100\ кПа$. Визначити середню квадратичну швидкість $<v_{кв}>$ молекул газу, густину газу ρ і кількість молекул N кисню, що є в посудині. ***(200 м/с; 7,5 кг/м³; 2,82·10²⁴)***

8.2. Суміш водню масою $m_1 = 4\ г$ та неону масою $m_2 = 32\ г$ перебуває при температурі $T = 280\ К$ та тиску $p = 186\ кПа$. Знайти густину суміші. ***($0{,}96\ кг/м^3$)***

8.3. Посудина заповнена сумішшю азоту і гелію при температурі $T = 310\ К$ і тиску $p = 1{,}38 \cdot 10^3\ Па$. Маса азоту дорівнює $70\ \%$ від загальної маси суміші. Визначити концентрацію молекул кожного із газів. ***($8 \cdot 10^{22} м^{-3}$; $24 \cdot 10^{22}\ м^{-3}$)***

8.4. Суміш гелію та неону масою $m = 0,1$ *кг* займає об'єм $V = 24,9$ *л* і перебуває при температурі $T = 300$ *К* та тиску $p = 900$ *кПа*. Визначити процентний вміст обох газів. ***(20 %; 80 %)***

8.5. Сухе атмосферне повітря містить 23,1 % кисню, 75,6 % азоту і 1,3 % аргону від загальної його маси. Частка інших газів мала. Знайти молярну масу сухого атмосферного повітря. ***(0,0289 кг/моль)***

8.6. Суміш газів складається з азоту масою $m_1 = 30$ *г* і деякої кількості вуглекислого газу. Молярна маса суміші $\mu = 0,032$ *кг/моль*. Визначити масу m_2 вуглекислого газу в суміші. ***(10 г)***

8.7. Дві посудини з повітрям, об'єми яких дорівнюють $V_1 = 0,25 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3} і $V_2 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}, з'єднані вузькою трубкою з краником. Температури в обох посудинах відповідно дорівнюють $T_1 = 373$ *К* і $T_2 = 253$ *К* і під час досліду підтримуються сталими. Якщо кран закритий, тиски повітря в посудинах дорівнюють відповідно $p_1 = 53$ *кПа* і $p_2 = 20$ *кПа*. Який тиск p установиться в посудинах, якщо відкрити кран? ***(30 кПа)***

8.8. Під час нагрівання двоатомного газу в запаяній ампулі від температури $T_1 = 300$ *К* до температури $T_2 = 900$ *К* його тиск зростає від $p_1 = 100$ *кПа* до $p_2 = 450$ *кПа*. Припускаючи, що при температурі T_1 дисоціація молекул газу відсутня, визначити ступінь дисоціації газу при температурі T_2. ***(0,5)***

8.9. У балоні знаходиться ідеальний газ, густина якого $\rho = 0,4$ *кг/м*^{3} і тиск $p = 25$ *кПа*. Визначити середню арифметичну швидкість $<v>$ молекул газу. ***(399 м/с)***

8.10. Балон заповнено ідеальним газом, густина якого $\rho = 0,4$ *кг/м*^{3} і тиск $p = 25$ *кПа*. Обчислити найімовірнішу v_i швидкість молекул газу. ***(353,6 м/с)***

8.11. Середня квадратична швидкість $<v_{.кв}>$ молекул кисню більша від їх найімовірнішої швидкості v_i на $\Delta v = 100$ *м/с*. Визначити температуру T газу. ***(381 К)***

8.12. Температура азоту (N_2) $T = 311,5$ *К*. Яка частина молекул азоту має швидкість в межах: а) від $v_1 = 200$ *м/с* до $v_2 = 215$ *м/с*; б) від

v_1 = *420 м/с* до v_2 = *435 м/с*; в) від v_1 = *500 м/с* до v_2 = *515 м/с*? ***(1,38 %; 2,90 %; 2,76 %)***

8.13. У скільки разів кількість молекул із швидкостями в інтервалі $<v_{кв}> \leq v_1 \leq <v_{кв}> + dv$ менша від кількості молекул, швидкості яких лежать в інтервалі $v_i \leq v_2 \leq v_i + dv$, де v_i – найімовірніша швидкість молекул при тій самій температурі газу? ***(1,1)***

8.14. У скільки разів кількість молекул із швидкостями в інтервалі $<v> \leq v_1 \leq <v> + dv$ менша від кількості молекул, швидкості яких лежать в інтервалі $v_i \leq v_2 \leq v_i + dv$ де v_i – найімовірніша швидкість молекул при тій самій температурі газу? ***(1,03)***

8.15. У скільки разів кількість молекул із швидкостями в інтервалі $<v_{кв}> \leq v_1 \leq <v_{кв}> + dv$ менша від кількості молекул, швидкості яких лежать в інтервалі $<v> \leq v_2 \leq <v> + dv$? ***(1,06)***

8.16. Який відсоток молекул газу має швидкості, що відрізняються від найімовірнішої не більше ніж на *1 %*? ***(1,66 %)***

8.17. Температура повітря стала і дорівнює $t = 21\ ^0C$. На якій висоті h тиск p повітря дорівнює 80 % від тиску p_0 на рівні моря? ***(1918 м)***

8.18. Температура повітря по всій висоті свердловини стала і дорівнює $t = 27\ ^0C$. Глибина свердловини $h = 6{,}5$ *км*. У скільки разів тиск p повітря на дні свердловини більший від тиску p_0 на поверхні Землі? ***(2,1)***

9. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ. АДІАБАТНИЙ ПРОЦЕС

Основні формули

1. Перший закон термодинаміки

$$Q = \Delta U + A\ ,$$

де Q – теплота, яка надана системі; ΔU – зміна внутрішньої енергії системи; A – робота, яка виконана системою проти зовнішніх сил.

2. Робота розширення газу:

а) для ізобарного процесу

$$A = p(V_2 - V_1),$$

б) для ізотермічного процесу

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

в) в загальному випадку

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \cdot$$

3. Питомі теплоємності газу при сталому об'ємі та при сталому тиску

$$c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}.$$

4. Зв'язок між молярною C і питомою c теплоємностями газу

$$C = \mu c.$$

5. Рівняння Майєра

$$C_p - C_V = R.$$

6. Рівняння Пуассона

$$pV^{\gamma} = const,$$

де $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{i+2}{i}$ – показник адіабати.

7. Зв'язок між початковими і кінцевими значеннями параметрів станів газу при адіабатному процесі:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

8. Робота ідеального газу при адіабатному процесі:

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right]$$

9.1. Водень масою $m = 0,04$ *кг* знаходиться при температурі $T_1 = 320$ *К*. За рахунок нагрівання об'єм водню збільшується в $n = 2$ рази при сталому тиску. Визначити роботу A розширення газу, зміну внутрішньої енергії ΔU газу і кількість теплоти Q, яка надана газу. ***(53,18 Дж; 132,96 Дж; 186,14 Дж)***

9.2. Під час ізобарного нагрівання від температури $T_1 = 290$ *К* до $T_2 = 390$ *К 1 моль* ідеального газу отримує $Q = 2,90$ *кДж* теплоти. Знайти значення $\gamma = C_p / C_V$, зміну внутрішньої енергії ΔU газу і роботу A, виконану газом. ***(1,4; 2,07 Дж; 0,83 Дж)***

9.3. Балон об'ємом $V = 0,03$ *м*^{3} наповнений киснем при температурі $T_1 = 300$ *К* і тиску $p_1 = 200$ *кПа*. Після нагрівання тиск в балоні збільшився до $p_2 = 1000$ *кПа*. Визначити температуру T_2 кисню після нагрівання і кількість теплоти Q, яка надана газу. ***(1500 К; 60 кДж)***

9.4. У балоні об'ємом $V = 0,01$ *м*^{3} міститься кисень при температурі $T_1 = 300$ *К* і тиску $p_1 = 10,0$ *МПа*. Нагріваючись під сонячними променями, кисень отримує $Q = 8,35$ *Дж* теплоти. Визначити температуру T_2 і тиск p_2 кисню після нагрівання. ***(310 К; 10,3 МПа)***

9.5. Азот масою $m = 0,28$ *кг* розширяється ізотермічно при температурі $T_1 = 340$ *К*, причому об'єм азоту збільшується в $n = 3$ рази. Визначити зміну внутрішньої енергії ΔU газу, виконану під час розширення газу роботу A, кількість теплоти Q, що отримав газ. ***(0; 31,04 Дж; 31,04 Дж)***

9.6. Деякий газ масою $m = 1$ *кг* знаходиться при температурі $T = 300$ *К* і тиску $p_1 = 0,5$ *МПа*. Внаслідок ізотермічного стискання тиск газу збільшився в $n = 2$ рази. Робота, яка виконана під час стискання газу, $A = -432$ *кДж*. Розрахувати молярну масу μ газу і початковий питомий об'єм V_1/m газу. ***(0,004 кг/моль; 1,25 м^3/кг)***

9.7. Певна кількість азоту при тиску $p_1 = 10$ *кПа* заповнювала об'єм $V_1 = 5$ *л*, а при тиску $p_2 = 303$ *кПа* – об'єм $V_2 = 2$ *л*. Перехід від першого стану до другого відбувався в два етапи: спочатку ізохорно, а потім ізобарно. Обчислити зміну внутрішньої енергії ΔU газу, кількість теплоти Q, і роботу A, виконану газом у цьому процесі. ***(1390 Дж; 481 Дж; –909 Дж)***

9.8. Азот займає об'єм $V_1 = 1\ м^3$ і знаходиться під тиском $p_1 = 200\ кПа.$ Газ нагріли при сталому тиску до об'єму $V_2 = 3\ м^3$, а потім при сталому об'ємі до тиску $p_2 = 500\ кПа.$ Визначити зміну внутрішньої енергії ΔU газу, виконану ним роботу A і кількість теплоти Q, яку передали газу. ***(3,25 МДж; 0,4 МДж; 3,65 МДж)***

9.9. Кисень, маса якого $m = 0{,}064\ кг,$ знаходиться при температурі $T = 200\ К.$ Внаслідок ізохорного охолодження тиск газу зменшився в $n = 4$ рази, а потім внаслідок ізобарного розширення температура кисню дорівнювала початковій T_1. Визначити роботу A, яку виконав газ, і зміну внутрішньої енергії ΔU газу. ***(2493 Дж; 0)***

9.10. Об'єм $\nu = 3\ моль$ ідеального газу, що знаходився при температурі $T_1 = 273\ К,$ при ізотермічному розширенні збільшився в $n = 5{,}0$ разів. Потім після ізохорного нагрівання тиск газу дорівнював початковому. За весь процес газ отримав кількість теплоти $Q = 80\ кДж.$ Визначити $\gamma = C_p / C_V$ для цього газу. ***(1,4)***

9.11. $1\ моль$ ідеального газу міститься в циліндрі при температурі $T_1 = 300\ К.$ Газ ізобарно нагрівають до температури $T_2 = 500\ К$, потім ізохорно охолоджують до температури $T_3 = 350\ К$, після чого ізобарно стискають до початкового об'єму і потім ізохорно переводять у початковий стан. Обчислити, яку роботу A виконав газ за цикл. ***(498,6 Дж)***

9.12. Різниця питомих теплоємностей $c_p - c_V$ деякого двоатомного газу дорівнює $296{,}8\ Дж/(кг \cdot К)$. Визначити молярну масу газу і його питомі теплоємності c_p і c_V. ***(1038,8 Дж/(кг·К); 742,0 Дж/(кг·К))***

9.13. Молярна маса деякого газу $\mu = 0{,}03\ кг/моль$. Відношення молярних теплоємностей $C_p / C_V = 1{,}4$. Знайти питомі теплоємності c_p і c_V цього газу. ***(908,9 Дж/(кг·К); 649,2 Дж/(кг·К))***

9.14. Деякий газ за нормальних фізичних умов ($P_0 = 101\ кПа,\ T_0 = 273\ К$) має густину $\rho = 0{,}0894\ кг/м^3$. Визначити його питомі теплоємності c_p і c_V. ***(14542,5 Дж/(кг·К); 10387,5 Дж/(кг·К))***

9.15. При температурі $T = 480\ К$ деякий газ масою $m = 25\ кг$ займає об'єм $V = 0{,}8\ м^3$. Питома теплоємність газу $c_p = 519\ Дж/(кг \cdot К)$, а $C_p / C_V = 1{,}66$. Визначити тиск p газу. ***(311,4 кПа)***

9.16. Деякий газ при тиску $p = 100$ *кПа* і температурі $T = 400$ *К* має питомий об'єм $v = 0,8$ *м*^{3}/*кг*. Питома теплоємність газу $c_p = 912,8$ *Дж/(кг·К)*. Знайти відношення $\gamma = C_p / C_V$. ***(1,4)***

9.17. Суміш газів складається із неону і водню. Масові частки неону і водню $c_1 = 80$ % і $c_2 = 20$ % відповідно. Обчислити питомі теплоємності c_p і c_V суміші газів. ***(3739,5 Дж/(кг·К); 2576,1 Дж/(кг·К))***

9.18. Суміш газів складається із аргону, кількість речовини якого $\nu_1 = 3$ *кмолі*, і азоту, кількість речовини якого $\nu_2 = 2$ *кмолі*. Визначити питому теплоємність c_p газової суміші. ***(685 Дж/(кг·К))***

9.19. Азот масою $m = 2$ *кг* при температурі $T = 500$ *К* займає об'єм $V = 0,195$ *м*^{3}. Внаслідок адіабатного розширення температура азоту зменшилась до $T_2 = 280$ *К*, а тиск до $p_2 = 200$ *кПа*. Обчислити відношення $\gamma = C_p / C_V$. ***(1,4)***

9.20. Сірководень H_2S масою $m = 5$ *кг*, який займає об'єм $V_1 = 3$ *м*^{3} при температурі $T_1 = 300$ *К*, адіабатно стиснули так, що його тиск збільшився в $n = 2$ рази. Визначити кінцевий об'єм V_2, температуру T_2 і зміну внутрішньої енергії газу ΔU. Молярна маса сірководню $\mu = 0,034$ *кг/моль*. ***(1,78 м^3; 356К; 205,3 кДж)***

9.21. Ідеальний двоатомний газ, що має тиск $p_1 = 100$ *кПа* і об'єм $V_1 = 12$ *м*^{3} ізотермічно стискається до об'єму $V_2 = 2$ *м*^{3}. Після цього він розширяється адіабатно до початкового об'єму V_1. На скільки зміниться тиск газу внаслідок адіабатного розширення? ***(551 кПа)***

9.22. Повітря, маса якого $m = 2,7$ *кг*, температура $T_1 = 480$ *К* і тиск $p_1 = 720$ *кПа*, адіабатно розширяється ($\gamma = 1,4$). Така сама маса повітря розширяється ізотермічно від початкового стану з параметрами $p_3 = 420$ *кПа*, $V_3 = 0,516$ *м*^{3}. Визначити параметри стану T_2, V_2, p_2, що відповідають перетину адіабати та ізотерми. Молярна маса повітря $\mu = 0,029$ *кг/моль*. ***(280 К; 1,985 м^3; 109 кПа)***

9.23. Внаслідок адіабатного розширення тиск газу зменшується від $p_1 = 300$ *кПа* до $p_2 = 150$ *кПа*. Потім газ нагрівається при сталому об'ємі до початкової температури, а тиск газу зростає до $p_3 = 183$ *кПа*. Розрахувати відношення $\gamma = C_p / C_V$ для цього газу. ***(1,4)***

9.24. У циліндрі під поршнем знаходиться водень масою $m = 0,04$ *кг* при температурі $T_1 = 310$ *К.* Водень спочатку розширився адіабатно, збільшивши свій об'єм $n_1 = 4$ рази, а потім був стиснутий ізотермічно, причому об'єм газу зменшився в $n_2 = 4$ рази. Визначити температуру T_2 в кінці адіабатного розширення і роботу A, яку виконав газ під час цих процесів. ***(178 К; 13,84 кДж)***

9.25. Кисень, що має температуру $T_1 = 450$ *К* і тиск $p_1 = 520$ *кПа*, спочатку розширяється адіабатно від об'єму $V_1 = 0,02$ *м*^{3} до об'єму $V_2 = 0,04$ *м*^{3}, а потім ізобарно до об'єму $V_3 = 0,06$ *м*^{3}. Визначити роботу A, яку виконав газ, зміну його внутрішньої енергії ΔU і кількість теплоти Q, яка підведена до газу. ***(10,23 кДж; 5,53 кДж; 15,76 кДж)***

9.26. Двоатомний ідеальний газ, який при тиску $p_1 = 300$ *кПа* займає об'єм $V_1 = 4$ *л,* спочатку розширяється адіабатно до об'єму $V_2 = 6$ *л* а потім ізохорно його тиск понижується до $p_2 = 100$ *кПа*. Визначити виконану газом роботу A, зміну його внутрішньої енергії ΔU і кількість теплоти Q , яку отримав газ. ***(450 Дж; –1500 Дж; –1050 Дж)***

9.27. *0,5 моль* ідеального одноатомного газу нагрівають від температури $T_1 = 150$ *К* до $T_2 = 350$ *К* так, що під час нагрівання $p / V = const$. Визначити молярну теплоємність C і розрахувати кількість теплоти Q, яка поглинається газом під час нагрівання. ***(1662 Дж)***

10. ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ

Основні формули

1. Середня кількість зіткнень однієї молекули газу за одиницю часу

$$< z >= \sqrt{2}\pi\, d^2 n < \upsilon >,$$

де d – ефективний діаметр молекули.

2. Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$< \lambda >= \frac{1}{\sqrt{2}\pi\, d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\, d^2 p}.$$

3. Маса, що переноситься за час t при дифузії (закон Фіка)

$$M = -D\frac{d\rho}{dx}St,$$

де $\frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини в напрямку, перпендикулярному до площини площею S.

4. Коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{1}{3} < \lambda > < \upsilon > .$$

5. Кількість теплоти, що переноситься за час t внаслідок теплопровідності (закон Фур'є)

$$Q = -æ\frac{dT}{dx}St$$

де $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури в напрямку, перпендикулярному до площини S.

6. Коефіцієнт теплопровідності

$$æ = \frac{1}{3} < \lambda > < \upsilon > \rho\, c_V.$$

7. Сила внутрішнього тертя між рухомими шарами газу (закон Ньютона)

$$F = \eta\frac{d\upsilon}{dx}S,$$

де $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градієнт швидкості в напрямку, який перпендикулярний до напрямку руху шарів газу.

8. Коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість)

$$\eta = \frac{1}{3} < \lambda > < \upsilon > \rho.$$

9. Зв'язок між коефіцієнтами перенесення

$$æ = D\rho\, c_V,\ \eta = D\rho,\ æ = \eta\, c_V.$$

10.1. Азот перебуває при нормальних умовах, тобто $T_0 = 273\ K$, $p_0 = 100\ кПа$. Ефективний діаметр молекул азоту $d = 0{,}30\ нм$. Визначити, скільки зіткнень $\langle z \rangle$ за секунду зазнає молекула азоту і кількість всіх зіткнень z між молекулами в об'ємі азоту $V = 1 см^3$ щосекунди. ***($4{,}82\cdot10^9\ c^{-1}$; $6{,}39\cdot10^{29}\ c^{-1}$)***

10.2. Неон має температуру $T = 400\ K$, тиск $p = 100\ кПа$. Молярна маса неону $\mu = 0{,}020\ кг/моль$, ефективний діаметр молекул $d = 0{,}2\ нм$. Скільки зіткнень $\langle z \rangle$ за час $t = 1\ c$ зазнає молекула неону і яка середня довжина $\langle \lambda \rangle$ вільного пробігу молекул неону? ***($2\cdot10^9\ c^{-1}$; $0{,}31$ мкм)***

10.3. Азот перебуває при температурі $T = 290\ K$ і тиску $p = 100\ кПа$. Ефективний діаметр молекул азоту $d = 0{,}37\ нм$. Розрахувати середню довжину вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ молекул азоту, коефіцієнт дифузії D і в'язкість η. Як зміняться знайдені величини внаслідок збільшення об'єму газу вдвічі: а) при сталому тиску; б) при сталій температурі? ***($6{,}58\cdot10^{-8}$ м; $1{,}03\cdot10^{-5}\ м^2/с$; $1{,}19\cdot10^{-5}$ кг/(м·с))***

10.4. Густина гелію при деяких умовах $\rho = 0{,}021\ кг/м^3$. Ефективний діаметр атомів гелію $d = 0{,}2\ нм$. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ атомів цього газу. ***(1,78 мкм)***

10.5. У посудині об'ємом $V = 0{,}02\ м^3$ міститься $N = 2\cdot10^{22}$ молекул двоатомного газу. Коефіцієнт теплопровідності газу $æ = 0{,}014\ Вт/(м\cdot с)$. Визначити коефіцієнт дифузії D газу. ***($4{,}06\cdot10^{-4}\ м^2/с$)***

10.6. Знайти коефіцієнт теплопровідності æ водню, в'язкість якого $\eta = 1{,}20\ мкПа\cdot с$. ***(12,46 мВт/(м·с)).***

10.7. Коефіцієнт дифузії і в'язкість водню при деяких умовах дорівнюють $D = 1{,}42\cdot10^{-5}\ м^2/с$ і $\eta = 8{,}5\ мкПа\cdot с$. Визначити кількість молекул n водню в одиниці об'єму. ***($1{,}80\cdot10^{25}\ м^{-3}$)***

10.8. Азот знаходиться при температурі $T = 300\ K$. Середня довжина вільного пробігу молекул азоту $\langle \lambda \rangle = 10\ мкм$. Знайти масу азоту, який пройшов внаслідок дифузії через площину площею $S = 0{,}01\ м^2$ за час $t = 5\ с$, якщо градієнт густини у напрямку, перпендикулярному до площини, $\frac{\Delta\rho}{\Delta x} = 2{,}52\,\frac{кг}{м^3}$. ***(0,2 г)***

10.9. Азот заповнює простір між двома пластинами, відстань між якими $d = 2$ *см*. Температури пластин $T_1 = 295$ *К* та $T_2 = 305$ *К*. Ефективний діаметр молекул азоту $d = 0,3$ *нм*. Обчислити потік тепла q, який виникає між двома пластинами. ***(6,85 Вт/м²)***

10.10. Простір між двома концентричними сферами з радіусами $R_1 = 0,20$ *м і* $R_2 = 0,40$ *м* заповнений газом при високому тиску. Температури обох сфер сталі і дорівнюють відповідно $T_1 = 500$ *К* та $T_2 = 300$ *К*. Визначити температуру газу на відстані $R = 0,25$ *м* від центра сфер. ***(420 К)***

10.11. Тепловий агрегат обмурований вогнетривкою цеглою. Товщина обмурування $d = 0,4$ *м*, температури поверхонь обмурування $T_1 = 1173$ *К* і $T_2 = 333$ *К*. Коефіцієнт теплопровідності вогнетривкого обмурування змінюється за законом $æ = æ_0 (1+B\cdot T)$, де $æ_0 = 0,35$ *Вт/(К·м)*, $B = 1,5\cdot 10^{-3}$ K^{-1}. Визначити тепловий потік через обмурування. ***(1565,2 Вт/м²)***

10.12. Тепловий потік і температури зовнішніх поверхонь стіни нагрівальної печі товщиною $d = 0,75$ *м*, яка повністю зроблена із вогнетривкої цегли з коефіцієнтом теплопровідності $æ_1 = 1$ *Вт/(К·м)*, такі самі, як у двошарової стіни, перший шар якої виготовлений із вогнетривкої цегли товщиною $d_1 = 0,25$ *м*, а другий шар з невогнетривкого, але малопровідного матеріалу з $æ_2 = 0,1$ *Вт(К·м)*. Знайти товщину d_2 двошарової стіни. ***(0,30 м)***

10.13. Щоб виміряти коефіцієнт теплопровідності æ азоту, ним заповнюють простір між двома довгими коаксіальними циліндрами з радіусами $R_1 =0,5$ *см* і $R_2 =2$ *см*. Внутрішній циліндр рівномірно нагрівається спіраллю, по якій проходить струм силою $I = 1$ *А*. Опір спіралі, що припадає на одиницю довжини циліндра, дорівнює $R_\Omega =1$ *Ом*. Температура $T_2 = 273$ *К* зовнішнього циліндра підтримується сталою. Якщо процес стаціонарний, температура внутрішнього циліндра $T_1 = 373$ *К*. Визначити коефіцієнт теплопровідності æ азоту. ***(2,2 мВт/(м·с))***

10.14. На висоті $h = 0,2$ *м* над горизонтально розміщеною трансмісійною стрічкою (стрічкою транспортера), яка рухається зі швидкістю

v_1 = *70 м/с,* підвішена пластинка площею S = *4 см*^{2}, орієнтована паралельно до стрічки. Яку силу потрібно прикласти до пластинки, щоб компенсувати силу в’язкості з боку повітря і підтримувати її нерухомою? За нормальних умов *(Т=273 К, р=1 атм)* коефіцієнт в’язкості повітря $\eta_0 = 1{,}7 \cdot 10^5$ *Н/(м·с).* ***(2,5 мкН)***

11. ЦИКЛ КАРНО. ЕНТРОПІЯ. РЕАЛЬНІ ГАЗИ

Основні формули

1. Термічний коефіцієнт корисної дії циклу

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, отриманої робочим тілом за цикл від нагрівника; Q_2 – кількість теплоти, переданої робочим тілом холодильнику.

2. Коефіцієнт корисної дії циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 – температура нагрівника; T_2 – температура холодильника.

3. Холодильний коефіцієнт η^* для машини, що працює за оборотним циклом

$$\eta^* = \frac{Q_2}{A^*}.$$

де Q_2 – кількість теплоти, яка віддається охолоджуваним тілом; A^* – робота, яка виконана холодильною машиною.

4. Зміна ентропії системи

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T},$$

де T – абсолютна температура системи, що отримує кількість теплоти δQ.

Інтегрування виконується в межах, що відповідають початковому і кінцевому станам системи.

5. Зміна ентропії ідеального газу

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \right).$$

6. Зв'язок між ентропією системи S і термодинамічною ймовірністю стану W :

$$S = k\ln W,$$

де k – стала Больцмана.

7. Рівняння Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} \right)\left(V - \frac{m}{\mu}b \right) = \frac{m}{\mu}RT,$$

де a і b – поправки Ван-дер-Ваальса, які залежать від природи газу.

8. Критичні параметри газу

$$V_{\mu k} = 3b; \quad p_k = \frac{a}{27b^2}; \quad T_k = \frac{8a}{27Rb}.$$

9. Зв'язок між поправкою Ван-дер-Ваальса b і ефективним діаметром молекул газу d

$$b = 4N_A\tilde{V}_0 = 4N_A\frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{2}{3}N_A\pi d^3,$$

де N_A – число Авогадро; $\tilde{V}_0$ – власний об'єм молекул газу.

11.1. Ідеальна теплова машина, в якій робочою речовиною є ідеальний газ, працює за циклом Карно. Температура нагрівника T_1 втричі вища від температури холодильника T_2. Нагрівник передає робочому тілу кількість теплоти $Q_1 = 42$ *кДж*. Яку роботу A виконав газ? ***(28 кДж)***

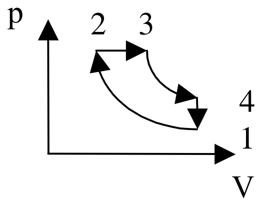
11.2. Ідеальна теплова машина, в якій робочою речовиною є ідеальний газ, працює за циклом Карно. Температури нагрівника і холодильника відповідно $T_1 = 474$ *К* і $T_2 = 284$ *К*. Визначити ККД η циклу Карно. На скільки потрібно збільшити температуру нагрівника, щоб ККД циклу збільшився вдвічі? ***(40,1 %; 958 К)***

11.3. Парова машина потужністю $P = 29{,}4$ *кВт* споживає за час $t = 1$ *год* роботи масу $m = 16{,}1$ *кг* вугілля з питомою теплотою згоряння $q = 33$ *МДж/кг*. Температура у котлі $T_1 = 473$ *K*, температура холодильника (оточуючого середовища) $T_2 = 331$ *K*. Визначити ККД η цієї парової машини і η' ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно з такими самими температурами нагрівника і холодильника. ***(19,92 %; 30,02 %)***

11.4. Довести, що зміна температури T_2 холодильника впливає сильніше на ККД теплової машини, яка працює за циклом Карно, ніж така сама зміна температури T_1 нагрівника. (***Вказівка: знайдіть часткові похідні по T_1 і T_2 від η і порівняйте їх***)

11.5. В ідеальній тепловій машині, яка працює за циклом Карно і робочою речовиною якої є ідеальний газ, найменший тиск $p_3 = 160$ *кПа*, а тиск в кінці ізотермічного розширення $p_2 = 600$ *кПа*, а в кінці ізотермічного стискання $p_4 = 320$ *кПа*. Яким був тиск p_1 газу на початку ізотермічного розширення? ***(1,2 МПа)***

11.6. Тепловий двигун, робочим тілом в якому є ідеальний газ, працює за циклом, що складається із ізотермічного, ізобарного та адіабатного процесів. Якщо процес ізобарний, робоче тіло нагрівається від температури $T_1 = 200$ *K* до $T_2 = 500$ *K*. Визначити ККД η цього теплового двигуна і двигуна, що працює за циклом Карно, який має такі самі температури T_1 (нагрівника) і T_2 (холодильника). ***(38,91 %; 60,00 %)***



11.7. Двигун внутрішнього згоряння працює за циклом Дизеля. Процеси 1–2, 3–4 – адіабатні. Ступінь адіабатного стиску ідеального двоатомного газу $\varepsilon = V_1 / V_2 = 70$, а ступінь попереднього розширення $\rho = V_3 / V_2 = 30$. Визначити ККД η цього двигуна. ***(47,80 %)***

11.8. Щоб підтримати в приміщенні температуру $t_2 = 20\ ^0C$ кондиціонер, що працює за циклом Карно, щогодини виконує роботу $A = 5$ *МДж*. Холодильний коефіцієнт $\eta^* = 12{,}7$. Визначити температуру t_1 оточуючого середовища і кількість теплоти, яка відводиться з приміщення. ***(45 ^0C; 63,5 МДж)***

11.9. У карбюраторному двигуні внутрішнього згоряння двоатомний ідеальний газ виконує цикл, що складається з двох адіабат і двох ізохор. Ступінь адіабатного стиску $\varepsilon = V_1/V_2=10$. Обчислити ККД η цього циклу. ***(60,19 %)***

11.10. Холодильна машина, робочим тілом якої є газ азот масою $m = 0,2$ *кг*, працює за зворотним циклом Карно в інтервалі температур $T_1 = 300$ *К* і $T_2 = 270$ *К*. Відношення максимального об'єму газу до мінімального $n = 5$. Визначити кількість теплоти Q_2, що забирається від тіла, яке охолоджується, і роботу A^* зовнішніх сил за цикл. ***(21,6 кДж; 2,4 кДж)***

11.11. Лід масою $m = 1$ *кг*, що мав температуру $T = 250$ *К*, був послідовно перетворений у воду, а потім при атмосферному тиску – в пару. Чому дорівнює зміна ентропії ΔS під час кожного з цих процесів? Питома теплоємність льоду $c_л = 2,1$ *кДж/(кг·К)*, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335$ *кДж/кг*, питома теплоємність води $c_в = 4,19$ *кДж/(кг·К)*, питома теплота пароутворення води $r = 2,26$ *МДж/кг*. ***(184,8 Дж/К; 1227,1 Дж/К; 1307,7 Дж/К; 6059,0 Дж/К)***

11.12. Нагріта вода масою $m = 6,5$ *кг*, температура якої $T_1 = 300$ *К*, перемішується в термостаті з такою самою масою m холодної води, температура якої $T_2 = 350$ *К*. Питома теплоємність води $c = 4,19$ *кДж/(кг·К)*. Чому дорівнює загальна зміна ентропії ΔS? ***(161,63 Дж/К)***

11.13. Питома теплоємність твердого тіла при температурі $T > 273К$ може бути розрахована за емпіричною формулою $c = A+B\cdot T$. Для алюмінію $A = 766$ *Дж/(кг·К)*, $B = 0,459$ *Дж/(кг·К^2)*. Алюмінієвий брус масою $m = 10$ *кг* нагрівають від температури $T_1 = 300$ *К* до $T_2 = 600$ *К*. Якою буде зміна ентропії ΔS? ***(6686,5 Дж/К)***

11.14. Об'єм кисню, маса якого $m = 0,035$ *кг*, внаслідок ізотермічного розширення збільшився в $n = 3$ рази. Визначити зміну ентропії ΔS під час цього процесу. ***(9,985 Дж/К)***

11.15. Водень, маса якого $m = 0,02$ *кг,* переходить із стану з параметрами $V_1 = 10$ *л* і $p_1 = 180$ *кПа* в стан з параметрами $V_2 = 40$ *л* і $p_2 = 120$ *кПа.* Знайти зміну ентропії ΔS під час цього процесу. ***(318,97Дж/К)***

11.16. Кисень, маса якого $m = 0,2$ *кг*, переходить із стану $T_1 = 300$ *К* в стан з температурою $T_2 = 400$ *К* перший раз внаслідок ізобарного розширення, а другий раз – ізотермічного розширення з подальшим ізохорним нагріванням. Визначити зміну ентропії ΔS під час обох процесів ***(52,3 Дж/К; 52,3 Дж/К)***

11.17. У балоні об'ємом $V = 0,02$ *м*^{3} міститься $\nu = 80$ *моль* деякого газу. Якщо $T_1 = 287$ *К,* тиск газу дорівнює $p_1 = 9,1$ *МПа*, а якщо $T_2 = 336$ *К,* $p_2 = 11$ *МПа.* Обчислити поправки a і b Ван-дер Ваальса для цього газу. ***(0,127 Па·м^6/моль^2; 0,0357 м^3/кмоль)***

11.18. При тиску $p = 120$ *кПа* вуглекислий газ (CO_2) масою $m = 8,8$ *кг* займає об'єм $V = 4,2$ *м*^{3}. Поправки в рівнянні Ван-дер-Ваальса $a = 0,364$ *Н·м*^{4}*/моль*^{2} і $b = 0,043$ *м*^{3}*/кмоль*. Обчислити температуру T газу, користуючись рівняннями Клапейрона – Менделєєва і Ван-дер-Ваальса. ***(303,25 К; 304,71 К)***

11.19. Деякий газ кількістю речовини $\nu = 250$ *моль* займає об'єм $V_1 = 2$ *м*^{3}. Під час розширення газу до об'єму $V_2 = 3$ *м*^{3} була виконана робота $A = 1,42$ *кДж* проти сил міжмолекулярного притягання. Визначити поправку a, що входить у рівняння Ван-дер-Ваальса. ***(0,136 Н·м^4/моль^2)***

11.20. Критичні тиск і температура повітря відповідно дорівнюють $p_к = 3,76$ *МПа,* $T_к = 132,5$ *К*. Знайти поправки a і b в рівнянні стану Ван-дер-Ваальса для повітря. ***(0,136 Па·м^6/моль^2; 0,0366 м^3/кмоль)***

11.21. Для деякого газу поправка в рівнянні Ван-дер-Ваальса $a = 0,453$ *Н·м*^{4}*/моль*^{2}, а критична температура $T_к = 282,7$ *К*. Визначити ефективний діаметр молекули газу. ***(0,356 нм)***

III. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

12. ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Основні формули

1. Закон Кулона

$$F = \kappa\frac{|q_1q_2|}{r^2} = \frac{|q_1q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

де $\kappa = 9\cdot10^9$ $Нм^2/Кл^2$; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12} Ф/м$; r – відстань між точковими зарядами q_1 і q_2.

2. Напруженість електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

де $\vec{F}$ – сила, з якою електричне поле діє на пробний заряд q_0, внесений у певну точку.

3. Напруженість електричного поля точкового заряду q

$$E = \kappa\frac{|q|}{r^2} = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

4. Лінійна густина заряду

$$\tau = \frac{dq}{dl}.$$

5. Поверхнева густина заряду

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

6. Об’ємна густина заряду

$$\rho = \frac{dq}{dV}.$$

7. Потік вектора напруженості $\vec{E}$ через поверхню S:

$$\Phi = \int_S E_n dS,$$

де E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на нормаль до елемента поверхні dS.

8. Теорема Остроградського – Гаусса для потоку вектора $\vec{E}$ через довільну замкнену поверхню S

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i .$$

9. Напруженість поля, створеного:

а) нескінченною рівномірно зарядженою площиною

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0};$$

б) нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою на відстані r від неї

$$E = \kappa\frac{2|\tau|}{r};$$

в) рівномірно зарядженою сферичною поверхнею радіусом R на відстані r від її центра

$$E = \kappa\frac{|q|}{r^2}, \quad \text{якщо } r \geq R;$$

$$E = 0, \quad \text{якщо } r < R.$$

г) рівномірно зарядженою кулею радіусом R на відстані r від її центра

$$E = \kappa\frac{|q|}{r^2}, \quad \text{якщо } r \geq R;$$

$$E = \kappa\frac{|q|r}{R^3}, \quad \text{якщо } r < R.$$

10. Потенціал електростатичного поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0},$$

де W_p – потенціальна енергія пробного заряду q_0 у певній точці.

11. Потенціал електростатичного поля точкового заряду q на відстані r від нього

$$\varphi = \kappa \frac{q}{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

12. Робота сил електростатичного поля

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

13. Взаємозв'язок потенціалу φ з напруженістю $\vec{E}$ електричного поля

$$\vec{E} = -grad\varphi; \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{1-2} E_\ell d\ell.$$

12.1. Заряд q_1 = *0,1 мкКл* рівномірно розподілений уздовж тонкого стрижня довжиною L = *0,06 м*. На продовженні осі стрижня на відстані ℓ = *0,05 м* від його середини знаходиться точковий заряд q_2 = *2 нКл*. Визначити силу F, з якою заряд стрижня взаємодіє із зарядом q_2. ***(1,12 мН)***

12.2. Тонкий стрижень довжиною L = *0,25 м* має рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною τ = *2,5 нКл/м*. На продовженні осі стрижня на відстані ℓ = *0,05 м* від ближчого його кінця міститься точковий заряд q_1, який взаємодіє з стрижнем із силою F = *10 мкН*. Знайти величину заряду q_1. ***(26,68 нКл)***

12.3. Тонкий стрижень довжиною L = *0,08 м* має заряд, який рівномірно розподілений по довжині стрижня з лінійною густиною τ = *3 мкКл/м*. На відстані ℓ = *0,03 м* від стрижня знаходиться точковий заряд q_1 = *8,85 нКл*, який рівновіддалений від кінців стрижня. Визначити силу F взаємодій заряду q_1 із зарядом стрижня. ***(12,74 мН)***

12.4. Тонкий нескінченно довгий дріт зігнутий під кутом $\alpha = 90^o$. Дріт рівномірно заряджений з лінійною густиною τ = *0,5 мкКл/м*. Точковий заряд q = *0,2 мкКл* розміщений на продовженні однієї із сторін і віддалений від вершини кута на ℓ = *0,4 м*. Обчислити силу F, що діє на точковий заряд. ***(5,0 мН)***

12.5. Тонке кільце радіусом $R = 0,04$ *м* має рівномірно розподілений заряд $q_1 = 40$ *нКл*. На перпендикулярі до площини кільця, який проведений із центра кільця, знаходиться точковий заряд $q_2 = 5$ *нКл* на віддалі $h = 0,03$ *м* від центра. Визначити силу F, що діє з боку зарядженого кільця на заряд q_2. ***(0,71 мкН)***

12.6. Тонка дротина рівномірно заряджена зарядом $q = 20$ *нКл*. Знайти напруженість електричного поля E в точці, яка розміщена на відстані $\ell = 0,40$ *м* від кінців дротини і на відстані $\ell_0 = 0,15$ *м* від її середини. ***(2998,79 В/м)***

12.7. Кільце з тонкого дроту рівномірно заряджене негативним зарядом $q = -10,2$ *нКл*. Радіус кільця $R = 0,20$ *м*. Визначити напруженість E електричного поля на осі кільця в точках, що розташовані від центра кільця на відстанях $h_1 = 0$ *м* і $h_2 = 0,12$ *м*. ***(0 В/м; 868 В/м)***

12.8. Кільце з тонкого дроту рівномірно заряджене певним зарядом. Радіус кільця $R = 0,17$ *м*. Визначити, на якій відстані h_m від центра кільця знаходиться точка на осі кільця, в якій напруженість електричного поля буде максимальною. ***(0,12 м)***

12.9. Диск радіусом $R = 0,24$ *м* заряджено рівномірно з поверхневою густиною $\sigma = 2,5$ *мкКл/м*^{2}. Знайти напруженість E поля в точці, яка знаходиться на перпендикулярі до диска, що проходить через його центр, на відстані $h = 0,12$ *м* від диска. ***(78,08 кВ/м)***

12.10. На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 17,7$ *нКл/м*^{2} і $\sigma_2 = 53,1$ *нКл/м*^{2}. Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса, розрахувати напруженість E поля між площинами. ***(4,425 кВ/м)***

12.11. На двох коаксіальних нескінченно довгих циліндрах з радіусами $R_1 = 0,1$ *м* і $R_2 = 0,4$ *м* рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 0,8$ *мкКл/м*^{2} і $\sigma_2 = 0,5$ *мкКл/м*^{2}. Застосовуючи теорему Остроградського – Гаусса, обчислити напруженості E електричного поля в точках, які віддалені від осі циліндра на відстані $r_1 = 0,2$ *м* і $r_2 = 0,5$ *м*. ***(45,2 кВ/м; 63,3 кВ/м)***

12.12. На двох коаксіальних нескінченно довгих циліндрах, що мають радіуси $R_1 = 0,1$ *м* і $R_2 = 0,2$ *м* рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 70,8\ нКл/м^2$ і $\sigma_2 = -70,8\ нКл/м^2$. Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса, розрахувати напруженість електричного поля E в точці, яка віддалена від осі циліндра на відстань $r = 0,4\ м$. ***(2,0 кВ/м)***

12.13. Дві довгі різнойменно заряджені дротини з лінійною густиною заряду $\tau_1 = -\tau_2 = 0,9\ мкКл/м$ розміщені на відстані $\ell = 0,2\ м$ одна від одної. Знайти величину напруженості E електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $r = 0,2\ м$ від кожної дротини. ***(35,0 кВ/м)***

12.14. На двох концентричних сферах, радіуси яких $R_1 = 0,05\ м$ і $R_2 = 0,25\ м$, рівномірно розподілені заряди з поверхневими густинами $\sigma_1 = 100\ нКл/м^2$ і $\sigma_2 = 40\ нКл/м^2$. Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса, розрахувати напруженість поля E в точках, які віддалені від центра на віддалі $r_1 = 0,10\ м$ і $r_2 = 0,3\ м$. ***(2,82 кВ/м; 3,45 кВ/м)***

12.15. Парафінова кулька радіусом $R = 0,03\ м$ рівномірно заряджена зарядом з об'ємною густиною $\rho = 25\ мкКл/м^3$. Визначити напруженості E електричного поля на відстанях $r_1 = 0,01\ м$ і $r_2 = 0,05\ м$ від центра кульки. Діелектрична проникність парафіну $\varepsilon = 2,0$. ***(4,71 кВ/м; 10,17 кВ/м)***

12.16. Тонкий стрижень рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду $\tau = 0,3\ мкКл/м$. Визначити потенціал φ електростатичного поля в точці, яка віддалена від кінців стрижня на відстань, що дорівнює довжині стрижня. ***(2965,0 В)***

12.17. Тонкий стрижень довжиною $\ell = 0,1\ м$ рівномірно заряджений зарядом $q = -3\ нКл$. Знайти потенціал φ у точці, яка лежить на осі стрижня на відстані $L = 0,2\ м$ від середини стрижня. ***(–137,9 В)***

12.18. Кільце з тонкого дроту рівномірно заряджене зарядом $q = 20\ нКл$. Радіус кільця $R = 0,05\ м$. Визначити потенціал φ поля у центрі кільця і на перпендикулярі до площини кільця в точці, яка віддалена від центра кільця на $h = 0,10\ м$. ***(3,60 кВ/м; 1,61 кВ/м)***

12.19. Діелектрик, діелектрична проникність якого $\varepsilon_1 = 7$, має форму кулі радіусом $R = 0,05\ м$ і рівномірно заряджений зарядом $q = 6\ нКл$. Куля міститься в середовищі з діелектричною проникністю ε_2 = *2,2*. Обчислити потенціали φ електричного поля на відстанях r_1 = *0,02 м* і r_2 = *0,08 м* від центра кулі. ***(555,5 В; 306,7 В)***

12.20. Електрон розміщений на осі тонкого кільця радіусом *R = 4 см* на відстані *h = 3 см* від його центра. Кільце отримує додатний заряд *q = 20 нКл* і починає притягати електрон. З якою швидкістю *v* пролетить електрон через центр кільця? ***(355·10*** ^{6} ***м/с)***

12.21. Чотири кульки, які мають однакові заряди *q = 50 нКл*, розміщені вздовж однієї прямої. Відстань між кульками *d = 0,1 м*. Визначити роботу *A*, яку необхідно виконати, щоб розташувати кульки у вершинах квадрата із стороною *d*. ***(243 мкДж)***

12.22. Чотири кульки, які мають однакові заряди *q = 50 нКл*, розміщені на відстані *d = 0,1 м* одна від одної вздовж однієї прямої. Знайти роботу *A*, яку треба виконати, щоб розмістити кульки у вершинах тетраедра з ребром *d*. ***(375 мкДж)***

12.23. Електричне поле створено нескінченно великою рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною заряду *σ = 17,7 нКл/м*^{2}. Визначити різницю потенціалів $\Delta\varphi$ двох точок поля, одна з яких розміщена на площині, а друга на відстані *r = 0,05 м* від неї. ***(50 В)***

12.24. Біля зарядженої нескінченно великої площини розташовано точковий заряд *q = 17,7 нКл*. Під дією поля він переміщається вздовж лінії напруженості на відстань *d = 0,03 м,* при цьому виконується робота *A = 6 мкДж*. Визначити поверхневу густину *σ* заряду на площині. ***(0,2 мкКл/м*** ^{2}***)***

12.25. Два електричні заряди q_1 = *2 нКл* і q_2 = *0,5 нКл* розміщені в повітрі на відстані r_0 = *0,1 м* один від одного. Спочатку обидва заряди закріплені нерухомо, а потім заряд q_2 звільняється і під дією сили відштовхування починає переміщуватись від заряду q_1. Яку роботу виконає сила відштовхування, коли заряд q_2 переміститься на відстань *r = 0,3 м*. ***(60,0 нДж)***

12.26. Тонкий стрижень зігнутий у півколо і рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду *σ = 141,6 нКл/м*. У центрі півкола міститься точковий заряд $q = 8\ нКл$. Обчислити роботу, яку потрібно виконати для переміщення заряду з центра півкола у нескінченність. ***(64,0 мкДж)***

12.27. На відстані $r_1 = 0{,}10\ м$ від нескінченно довгого зарядженого дроту міститься точковий заряд $q = 2\ нКл$. Під дією електричного поля заряд переміщується по лінії напруженості на віддаль $r_2 = 0{,}05\ м$, при цьому виконується робота $A = 5\ мкДж$. Визначити лінійну густину τ заряду дроту. ***(0,20 мкКл/м)***

13. ЕЛЕКТРОЄМНІСТЬ. КОНДЕНСАТОРИ

Основні формули

1. Електроємність відокремленого провідника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

де φ – потенціал провідника, який має заряд q.

2. Електроємність сфери, радіус якої R

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R,$$

де ε – діелектрична проникність середовища, яке оточує сферу.

3. Електроємність конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів між обкладками конденсатора.

4. Електроємність:

а) плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

де ε – діелектрична проникність діелектрика, що є між обкладками конденсатора; S – площа кожної пластини конденсатора; d – відстань між ними;

б) сферичного конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

де R_1, R_2 – радіуси сферичних обкладок конденсатора;

в) циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{ln\frac{R_1}{R_2}},$$

де L – довжина циліндричних обкладок, радіуси яких R_1 і R_2.

5. Електроємність послідовно з'єднаних конденсаторів

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

6. Електроємність паралельно з'єднаних конденсаторів

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

7. Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}.$$

8. Об'ємна густина енергії електричного поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

де D – електричне зміщення.

13.1. Плоский конденсатор заповнений трьома шарами діелектриків, товщини яких дорівнюють відповідно: $d_1 = 6$ *мм*, $d_2 = 2$ *мм*, $d_3 = 5$ *мм*, а діелектрична проникність $\varepsilon_1 = 7{,}0$, $\varepsilon_2 = 2{,}0$ і $\varepsilon_3 = 5{,}0$. До конденсатора прикладено різницю потенціалів $U = 100$ *В*. Визначити напруженість електричного поля E в кожному шарі. ***(5,0 кВ; 17,5 кВ;7,0 кВ)***

13.2. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d_0 = 5$ *мм*, різниця потенціалів $U = 150$ *В*. На нижній пластині лежить плитка парафіну товщиною $d = 4$ *мм*. Діелектрична проникність парафіну $\varepsilon = 2$. Знайти поверхневу густину σ' зв'язаних зарядів парафінової плитки. ***(0,22 мкКл/м^2)***

13.3. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком з діелектричною проникністю $\varepsilon = 6$. Відстань між пластинами $d = 6$ *мм*. Між пластинами створено різницю потенціалів $U = 1200$ *В*. Визначити напруженість E поля в діелектрику, поверхневу густину σ заряду на пластинах конденсатора, поверхневу густину σ' заряду на діелектрику, діелектричну сприйнятливість χ. ***(200 кВ/м; 10,6 мкКл/м^2; 8,8 мкКл/м^2; 5)***

13.4. У гасі, діелектрична проникність якого $\varepsilon = 2$, на глибині $h = 3$ *см* від поверхні міститься точковий заряд $q = 19$ *нКл*. Обчислити густину σ зарядів на поверхні гасу над зарядом і на відстані $\ell = 5$ *см* від заряду. ***(0,56 мкКл/м^2; 0,12 мкКл/м^2)***

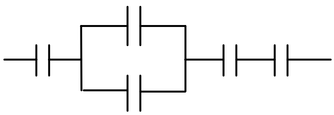
13.5. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d = 2,9$ *мм*, площа пластин $S = 40$ *см^2*. В просторі між пластинами конденсатора розміщено два шари діелектриків. Товщина першого $d_1 = 1,5$ *мм* і діелектрична проникність $\varepsilon_1 = 5,0$, товщина другого $d_2 = 1,4$ *мм* і діелектрична проникність $\varepsilon_2 = 7,0$. Визначити ємність C конденсатора. ***(70,8 пФ)***

13.6. Провідна кулька радіусом $R = 7$ *мм* міститься в гасі, діелектрична проникність якого $\varepsilon = 2$. Заряд кульки $q = 11$ *нКл*. Визначити густину σ' зв'язаних зарядів у гасі біля поверхні кульки і повний заряд q'. ***(8,9 мкКл/м^2; 5,5 нКл)***

13.7. Простір між обкладками циліндричного конденсатора, довжина якого $\ell = 5$ *см*, радіус внутрішньої обкладки $R_1 = 0,3$ *см*, радіус зовнішньої обкладки $R_2 = 1,5$ *см*, заповнено діелектриком. Ємність конденсатора $C = 3,5$ *пФ*. Визначити діелектричну проникність ε діелектрика, який заповнює простір між обкладками конденсатора. ***(2)***

13.8. Сферичний конденсатор складається з двох концентричних металевих сфер радіусами $R_1 = 4$ *см* і $R_2 = 5$ *см*. Простір між обкладками конденсатора заповнено гасом, діелектрична проникність якого $\varepsilon = 2{,}0$. Визначити ємність C цього конденсатора. ***(44,5 пФ)***

13.9. Металева куля радіусом $R_1 = 6$ *см* оточена сферичним шаром діелектрика з діелектричною проникністю $\varepsilon = 7$ і завтовшки $d = 1$ *см* та другою металевою поверхнею радіусом $R_2 = 8$ *см*, яка концентрична з першою. Визначити ємність C такого конденсатора. ***(51 пФ)***



13.10. Визначити ємність $C_Б$, батареї конденсаторів, яка зображена на рисунку. Ємність кожного конденсатора $C = 1{,}4$ *мкФ*. ***(0,4 мкФ)***

13.11. Плоский повітряний конденсатор зарядили до різниці потенціалів $U = 30$ *В* і від'єднали від джерела напруги. Площа пластини $S = 200$ *см*^{2}, відстань між ними $d = 0{,}5$ *см*. Пластини конденсатора розміщені вертикально. Знизу підносять посудину з непровідною рідиною ($\varepsilon = 2$) так, що вона заповнює половину конденсатора. Визначити ємність C конденсатора; напруженість поля E у повітряній частині проміжку між пластинами і в частині, заповненій рідиною; зміну енергії конденсатора ΔW. ***(53,1 пФ; 4,0 кВ/м; 5,31 нДж)***

13.12. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U = 1$ *кВ*. Відстань між пластинами $d = 0{,}2$ *см*. Простір між пластинами заповнений ебонітом, діелектрична проникність якого $\varepsilon = 3{,}0$. Визначити об'ємну густину енергії w цього конденсатора. ***(3,3 Дж/м^3)***

13.13. На металевій кулі радіусом $R = 3$ *см* рівномірно розподілений заряд $q = 20$ *нКл*. Куля оточена шаром парафіну товщиною $d = 2$ *см*. Діелектрична проникність парафіну $\varepsilon = 2{,}0$. Знайти енергію W електричного поля в шарі парафіну. ***(12 мкДж)***

13.14. Дві концентричні провідні сферичні поверхні, що перебувають у вакуумі, заряджені з поверхневою густиною $\sigma = 3,4$ *мкКл/м*^{2}. Радіуси цих поверхонь $R_1 = 0,25$ *м* і $R_2 = 0,50$ *м*. Визначити енергію W електричного поля між цими сферами. ***(64,1 мДж)***

13.15. Суцільна ебонітова куля радіусом $R = 10$ *см* рівномірно заряджена зарядом з об'ємною густиною $\rho = 10$ *мкКл/м*^{3}. Діелектрична проникність ебоніту $\varepsilon = 3,0$. Обчислити енергію W_1 електричного поля, яка зосереджена в самій кулі і енергію W_2 поза нею. ***(5,2 мкДж; 78,8 мкДж)***

IV. ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

14. ОСНОВНІ ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Основні формули

1. Сила (величина) постійного струму

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – величина заряду, який переноситься струмом через даний переріз (поверхню) за проміжок часу t.

2. Густина електричного струму

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

3. Опір однорідного провідника

$$R = \rho\frac{\ell}{S},$$

де ρ – питомий опір матеріалу провідника; ℓ – його довжина; S – площа поперечного перерізу провідника.

4. Електрорушійна сила

$$\varepsilon = \frac{A^*}{q},$$

де A^* – робота, яка виконана сторонніми силами під час переміщення на даній ділянці (у замкнутому колі) заряду q.

5. Закон Ома:

для однорідної ділянки кола

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

для неоднорідної ділянки кола

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}}{R} = \frac{U}{R},$$

де ε_{12} – ЕРС, що діє на даній неоднорідній ділянці електричного кола.

6. Закон Ома для замкнутого електричного кола

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

де R – опір зовнішньої частини кола, r – внутрішній опір джерела струму.

7. Опір послідовно з'єднаних резисторів

$$R = R_1 + R_2 + \ldots.$$

8. Опір паралельно з'єднаних резисторів

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots.$$

9. Робота сил електричного поля на ділянці кола постійного струму за час t

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

10. Потужність електричного струму

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

11. Повна потужність, яка виділяється в замкнутому колі постійного струму

$$P = \mathcal{E} \cdot I.$$

12. Перший закон (правило) Кірхгофа:

алгебраїчна сума струмів, які сходяться у кожному вузлі розгалуженого електричного кола, дорівнює нулю

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0.$$

Струми, які входять у вузол, вважаються додатними, а які виходять з вузла – від'ємними (або навпаки).

13. Другий закон (правило) Кірхгофа:

алгебраїчна сума спадів напруг на всіх ділянках замкнутого контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які діють у цьому контурі

$$\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{n} \mathcal{E}_k .$$

Якщо напрям струму збігається з вибраним напрямом обходу контуру, то відповідний добуток сили струму на опір входить в рівняння із знаком "+", у протилежному випадку цей добуток входить із знаком "–". ЕРС беруть із знаком "+", якщо при обході контуру у вибраному напрямку перший електрод буде негативним, а другий – позитивним.

14. Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2 R t,$$

або

$$Q = \int_0^t I^2(t) R dt,$$

де $I(t)$ – миттєве значення сили струму як функції часу.

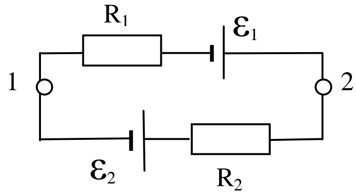
14.1. Напруга на кінцях провідника рівномірно збільшується за час $\tau = 10\ с$ від $U_1 = 5\ В$ до $U_2 = 10\ В$. Опір провідника $R = 30\ Ом$. Знайти заряд q, який пройшов по провіднику за час τ. ***(2,5 Кл)***

14.2. На одному кінці циліндричного залізного стрижня, опір якого $R_0 = 25\ Ом$ при $t = 0\ ^oC$, підтримується температура $t_1 = 27\ ^oC$, на другому $t_2 = 533\ ^oC$. Температурний коефіцієнт опору для заліза $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}$. З бокової поверхні стрижня теплота не відводиться. Визначити опір R провідника, вважаючи градієнт температури вздовж його осі сталим. ***(67 Ом)***

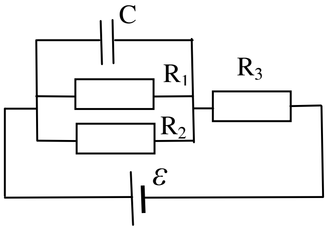
14.3. Густина електричного струму в мідному провіднику $j = 150\ нА/м^2$. Питомий опір міді $\rho = 17\ нОм \cdot м$. Розрахувати густину теплової потужності струму w. ***(382,5 Дж/(м³·с))***

14.4. На кінцях провідника, питомий опір якого $\rho = 1\ мкОм \cdot м$ і довжина $\ell = 0,4\ м$, підтримується напруга $U = 8\ В$. Яка потужність w виділяється в одиниці об'єму провідника? ***(400 МВт/м³)***

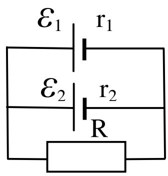
14.5. У електричному колі, яке зображене на рисунку, R_1 = *10 Ом*, R_2 = *20 Ом*, $\mathcal{E}_1$ = *5 В*, $\mathcal{E}_2$ = *2 В*. Нехтуючи внутрішніми опорами джерел, визначити різницю потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. ***(4 В)***



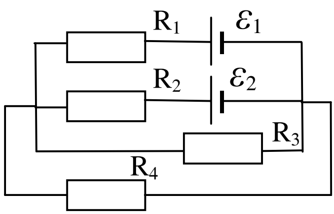
14.6. У електричному колі, яке зображене на рисунку, $R_1 = R_2$ = *40 Ом*, R_3 = *80 Ом*, C = *25 нФ*. Заряд на конденсаторі q = *1,1 мкКл*. Нехтуючи внутрішнім опором джерела, Обчислити його ЕРС $\mathcal{E}$. ***(220 В)***



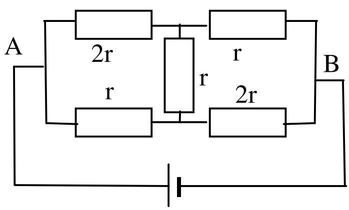
14.7. Два джерела струму з ЕРС $\mathcal{E}_1$ = *1,5 В* і $\mathcal{E}_2$ = *2,0 В* та внутрішніми опорами r_1 = *0,4 Ом* і r_2 = *0,5 Ом* під'єднані паралельно до опору R = *2 Ом*. Визначити сили струмів, що протікають через джерела, і опір R. ***(0,125 А; 0,900 А; 0,775 А)***



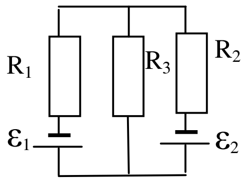
14.8. Знайти силу струму, який проходить через опори $R_1 = R_4$ = *2 Ом*, $R_3 = R_2$ = *4 Ом*, увімкнені в коло, як показано на рисунку, якщо $\mathcal{E}_1$ = *10 В*, $\mathcal{E}_2$ = *4 В*. Внутрішніми опорами джерел струму можна знехтувати. ***(3 А; 0; 1 А; 2 А)***



14.9. Визначити опір R між точками A і B для кола, яке зображене на рисунку. Опори окремих гілок показано на рисунку (r = *10 Ом*). ***(14 Ом)***



14.10. Батарея із $N = 400$ елементів увімкнена в електричне коло із зовнішнім опором $R = 10$ *Ом.* ЕРС кожного елемента $\mathcal{E} = 2$ *В*, внутрішній опір $r = 0,1$ *Ом*. Треба скласти батарею із такої кількості n_1 паралельних груп, кожна з яких містила б n_2 послідовно з'єднаних елементів, щоб отримати максимальну силу струму. Визначити кількості n_1 і n_2, силу струму I в опорі R і в кожному елементі I_1. ***(2; 200; 20 А; 10 А)***



14.11. У схемі, яка зображена на рисунку, $\mathcal{E}_1 = 20$ *В*, $\mathcal{E}_2 = 25$ *В*, $R_1 = 10$ *Ом*, $R_2 = 15$ *Ом*, а внутрішніми опорами джерел можна знехтувати. Визначити роботу A_1 і A_2, виконану джерелами, повну кількість теплоти Q, що виділяється в колі за час $\Delta t = 2$ *с,* якщо $R_3 = 82$ *Ом*. При якому опорі R_3 потужність, що виділяється на ньому, буде максимальною? ***(–2 Дж; 15 Дж; 13 Дж; 6 Ом)***

14.12. $n = 6$ джерел з ЕРС $\mathcal{E} = 2$ *В* і внутрішнім опором $r = 0,3$ *Ом* з'єднані послідовно. Який опір R треба під'єднати до батареї, щоб корисна потужність P була максимальною і чому дорівнює $P_{мах}$? ***(1,8 Ом; 20 Вт)***

14.13. $n = 6$ джерел з ЕРС $\mathcal{E} = 2$ *В* і внутрішнім опором $r = 0,3$ *Ом* з'єднані паралельно. Який опір R треба під'єднати до батареї, щоб корисна потужність P була максимальною і чому дорівнює $P_{мах}$? ***(0,05 Ом; 20 Вт)***

14.14. У провіднику, опір якого $R = 25$ *Ом*, за час $\tau = 9$ *с* рівномірно зросла сила струму від $I_1 = 0$ *А* до $I_2 = 4$ *А*. Визначити кількість теплоти Q, яка виділилася у провіднику за час τ. ***(1200 Дж)***

14.15. Сила струму в провіднику з часом змінюється за законом $I = I_0 \cdot e^{-\beta t}$, де $I_0 = 5$ *А*, $\beta = 0,1$ $с^{-1}$, опір провідника $R = 10$ *Ом*. Знайти кількість теплоти Q, що виділяється в провіднику за час $\tau = 5$ *с*. ***(1250 Дж)***

V. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

15. МАГНІТНЕ ПОЛЕ СТРУМУ У ВАКУУМІ

Основні формули

1. Закон Біо – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{\ell}\ \vec{r}\right]}{r^3};$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\sin\alpha}{r^2}d\ell; \quad \vec{B} = \int\limits_L d\vec{B}.$$

де dB – величина індукції магнітного поля (магнітної індукції), створеного елементом $d\ell$ провідника з струмом I; μ_0 – магнітна стала; ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ *Гн/м*); $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від елемента $d\vec{\ell}$ провідника до точки, де визначається $d\vec{B}$; α – кут між векторами $d\vec{\ell}$ і $\vec{r}$.

2. Зв'язок між магнітною індукцією $\vec{B}$ і напруженістю магнітного поля $\vec{H}$ у вакуумі

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}.$$

3. Принцип суперпозиції магнітних полів

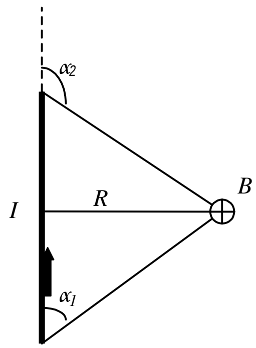
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots,$$

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \ldots.$$

4. Індукція магнітного поля, створеного струмом, що протікає по нескінченно довгому прямому провіднику

$$B = \mu_0\frac{I}{2\pi R},$$

де R – відстань від провідника до точки, в якій визначається B.



5. Індукція магнітного поля, створеного струмом, що протікає у прямому провіднику скінченної довжини

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

6. Індукція магнітного поля всередині нескінченно довгого соленоїда

$$B = \mu_0 nI,$$

де n – кількість витків соленоїда на одиниці його довжини.

7. Індукція магнітного поля у центрі колового струму

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R},$$

де R – радіус колового струму.

8. Індукція магнітного поля на осі колового струму

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I\pi R^2}{\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}},$$

де d – відстань від центра колового струму до заданої точки на його осі.

9. Індукція магнітного поля всередині тороїда

$$B = \mu_0 In\frac{R}{r},$$

де R – радіус основної лінії тороїда; r – відстань від центра тороїда до заданої точки; n – кількість витків на одиницю довжини основної лінії тороїда.

15.1. У прямолінійному нескінченно довгому провіднику тече струм силою $I = 2\ A$. Визначити магнітну індукцію B у точці, що розміщена на відстані $R = 0{,}05\ м$ від провідника. ***(8 мкТл)***

15.2. У двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках в одному напрямку течуть струми силами $I_1 = 8\ A$ і $I_2 = 4\ A$. Відстань між провідниками $d = 0{,}2\ м$. Визначити магнітну індукцію B у точці, що розміщена посередині між провідниками. ***(8 мкТл)***

15.3. Два нескінченно довгі прямолінійні паралельні провідники, в яких протікають у протилежних напрямках струми силами $I_1 = 5\ A$ і $I_2 = 10\ A$, знаходяться на відстані $d = 0,2$ *м*. Знайти магнітну індукцію B у точці, що розміщена на відстані $R = 0,05$ *м* від першого провідника на продовженні відрізка прямої, що з'єднує провідники. ***(10 мкТл)***

15.4. Два паралельні нескінченно довгі прямолінійні провідники, в яких протікають в одному напрямку струми $I_1 = I_2 = 6\ A$, розміщені на відстані $d = 0,1$ *м* один від одного. Знайти магнітну індукцію B у точці, що розміщена на відстані $R_1 = 0,05$ *м* від одного провідника і на $R_2 = 0,05$ *м* від другого. ***(28,6 мкТл)***

15.5. Два нескінченно довгі прямолінійні провідники схрещені під прямим кутом. У провідниках течуть струми силами $I_1 = 8\ A$ і $I_2 = 6\ A$. Відстань між провідниками $d = 0,2$ *м*. Знайти магнітну індукцію B у точці, що однаково віддалена від обох провідників. ***(40 мкТл)***

15.6. У відрізку прямолінійного провідника завдовжки $L = 0,2$ *м* проходить струм силою $I = 4\ A$. Визначити магнітну індукцію B у точці, що лежить на перпендикулярі до середини відрізка на відстані $R_1 = 0,05$ *м* від нього. ***(28,6 мкТл)***

15.7. Із дроту, довжина якого $l = 1,6$ *м*, зроблено квадратну рамку. По ній проходить струм силою $I = 2\ A$. Визначити магнітну індукцію B у центрі цієї рамки. ***(5,66 мкТл)***

15.8. У провіднику, зігнутому у вигляді квадратної рамки, довжина сторони якої $a = 0,2$ *м*, протікає струм силою $I = 5\ A$. Обчислити магнітну індукцію B поля в точці, яка рівновіддалена від вершин квадрата на відстань, що дорівнює довжині його сторони. ***(8 мкТл)***

15.9. У провіднику, зігнутому у вигляді прямокутника зі сторонами $a = 0,08$ *м* і $в = 0,06$ *м*, тече струм силою $I = 12\ A$. Визначити магнітну індукцію B поля в точці перетину діагоналей прямокутника. ***(0,2 мТл)***

15.10. Із дроту, довжина якого $\ell = 0,8$ *м*, виготовлено рамку у вигляді ромба з гострим кутом $\varphi = 60^0$. По цій рамці проходить струм силою $I = 24\ A$. Знайти магнітну індукцію B у центрі ромба. ***(1,51 мТл)***

15.11. Струм, сила якого $I_1 = 16\ А,$ тече по нескінченно довгому провіднику, що зігнутий під прямим кутом. Визначити магнітну індукцію B поля на відстані $d = 0{,}04\ м$ від вершини кута в точці на продовженні однієї зі сторін. ***(40 мкТл)***

15.12. Нескінченно довгий провідник, по якому протікає струм силою $I_1 = 15\ А,$ зігнутий під прямим кутом. Визначити магнітну індукцію B поля на відстані $d = 0{,}2\ м$ від вершини кута в точці, що лежить на бісектрисі прямого кута. (***36,2 мкТл***)

15.13. По провіднику у вигляді рівностороннього трикутника з довжиною сторони $a = 0{,}1\ м$ протікає струм силою $I = 10\ А.$ Знайти магнітну індукцію B поля в точці перетину висот. ***(180 мкТл)***

15.14. По тонкому провіднику, зігнутому у вигляді правильного шестикутника з довжиною сторони $a = 17{,}32\ см,$ тече струм силою $I = 5\ А.$ Визначити магнітну індукцію B поля в центрі шестикутника. ***(20 мкТл)***

15.15. Обчислити магнітну індукцію B поля в центрі колового провідника радіусом $R = 0{,}3\ м$, по якому тече струм силою $I = 15\ А.$ ***(31,4 мкТл)***

15.16. По коловому витку, радіус якого $R = 0{,}05\ м$, проходить струм силою $I = 5\ А.$ Визначити магнітну індукцію B поля у точці, що лежить на перпендикулярі, проведеному з центра витка до його площини, на відстані $d = 0{,}08\ м$ від центра. ***(11,3 мкТл)***

15.17. По коловому витку, радіус якого $R = 0{,}08\ м$, проходить струм силою $I = 10\ А.$ Визначити магнітну індукцію B поля у точці, що рівновіддалена від усіх точок витка на відстань $r = 0{,}08\ м$. ***(0,63 мк Тл)***

15.18. У центрі колового дротяного витка виникає магнітне поле з індукцією B при різниці потенціалів $U_1 = 20\ В$ на кінцях витка. Яку напругу U_2 потрібно прикласти, щоб отримати таку саму магнітну індукцію поля в центрі витка вдвічі більшого радіуса, виготовленого з такого самого дроту? ***(80 В)***

15.19. У соленоїді, що має $n = 1500$ витків на $1\ м$ довжини, проходить струм силою $I = 0{,}5\ А.$ Довжина соленоїда $L = 0{,}10\ м$, діаметр $D = 0{,}04\ м$. Визначити магнітну індукцію B поля на осі соленоїда. ***(872,2 мкТл)***

15.20. По обмотці тороїда без осердя, що має $N = 1500$ витків, проходить струм силою $I = 2\ А$. Зовнішній діаметр тороїда $d_1 = 0,3\ м$, внутрішній $d_2 = 0,1\ м$. Знайти магнітну індукцію B поля на осі тороїда. ***(2 мТл)***

15.21. Діаметр осьової лінії тороїда без осердя $D = 0,4\ м$. У перерізі тороїд – це коло $r = 0,02\ м$. По обмотці тороїда, що має $N = 1980$ витків, протікає струм силою $I = 2\ А$. Користуючись законом повного струму, знайти максимальне і мінімальне значення магнітної індукції B поля в тороїді. ***(4,4 мТл; 3,6 мТл)***

15.22. Соленоїд довжиною $\ell = 0,4\ м$ має $N = 2000$ витків. Опір обмотки соленоїда $R = 80\ Ом$, а напруга на його кінцях $U = 40\ В$. Діаметр соленоїда $d \ll \ell$. Визначити магнітну індукцію B поля всередині соленоїда. ***(3,14 мТл)***

15.23. По обмотці соленоїда, що виготовлена з дроту діаметром $D = 3\ мм$, протікає струм силою $I = 15\ А$. Витки щільно прилягають один до одного. Діаметр соленоїда $d \ll \ell$, де ℓ – його довжина. Визначити магнітну індукцію B поля в центрі соленоїда. ***(6,28 мкТл)***

16. СИЛА АМПЕРА, СИЛА ЛОРЕНЦА

Основні формули

1. Сила Ампера – сила, з якою магнітне поле, індукція якого $\vec{B}$, діє на елемент провідника $d\vec{\ell}$, по якому тече струм I

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{\ell}\ \vec{B}\right];$$

$$F = BId\ell \sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $d\vec{\ell}$ і $\vec{B}$.

2. Обертальний момент пари сил, які діють на рамку зі струмом в однорідному магнітному полі

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_m\ \vec{B}\right];$$

$$M = P_m B \sin\alpha,$$

де $\vec{P}_m$ – магнітний момент рамки зі струмом

$$\vec{P}_m = IS\vec{n},$$

де S – площа рамки; $\vec{n}$ – додатна нормаль до поверхні рамки; α – кут між векторами $\vec{n}$ і $\vec{B}$.

3. Сила Лоренца – сила, що діє на заряд q, який рухається зі швидкістю $\vec{v}$ у магнітному полі з індукцією $\vec{B}$

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right],$$

$$F_л = |q|\upsilon B\sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$.

16.1. В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 1{,}5$ *Тл* і спрямована під кутом $\alpha = 30^0$ до вертикалі, вертикально вгору рухається горизонтально розташований прямий провідник, по якому тече струм силою $I = 8$ *А*. Маса провідника $m = 1$ *кг*, довжина $\ell = 2$ *м*. Яку швидкість буде мати провідник через час $t = 4$ *с* після початку руху? ***(8,8 м/с)***

16.2. По двох паралельних прямолінійних провідниках довжиною $\ell = 4$ *м* кожний, що знаходяться у вакуумі на відстані $d = 0{,}2$ *м* один від одного, в однакових напрямках протікають струми силами $I_1 = 20$ *А* і $I_2 = 10$ *А*. Визначити силу взаємодії струмів. ***(0,8 мН)***

16.3. По трьох паралельних прямолінійних провідниках, що розміщені на однаковій відстані $d = 0{,}2$ *м* один від одного, течуть однакові струми силою $I = 20$ *А*. У двох провідниках напрямки струмів збігаються. Знайти силу F, що діє на відрізок завдовжки $\ell = 1$ *м* кожного провідника. **($F_1 = F_2 = 0{,}4$ *мН*, $F_3 \approx 0{,}7$ *мН*)**

16.4. В одній площині з нескінченно довгим прямолінійним провідником, по якому протікає струм силою $I_1 = 2$ *А*, розміщена прямокутна рамка зі сторонами $a = 0{,}4$ *м* і $в = 0{,}6$ *м*, по якій тече струм $I_2 = 6$ *А*. Довші сторони рамки паралельні до прямого провідника, причому ближча знаходиться від нього на відстані $a_1 = 0{,}2$ *м*, а напрям струму в ній збігається із напрямом струму I_1. Визначити сили взаємодії прямолінійного струму з кожною стороною рамки. ***(F_1 = 7,2 мкН; $F_2 = F_4 \approx$ 2,6 мкН; F_3 =2,4 мкН)***

16.5. Квадратна дротяна рамка розміщена в одній площині з довгим прямолінійним провідником так, що дві її сторони паралельні до провідника. По рамці і провіднику протікають однакові струми силою $I = 10$ *А*. Найближча до провідника сторона рамки розміщена на відстані, що дорівнює стороні рамки. Визначити силу *F,* що діє на рамку. ***(10 мкН)***

16.6. Металевий стрижень довжиною $\ell = 0,2$ *м* розміщений перпендикулярно до нескінченно довгого прямолінійного провідника, по якому тече струм силою $I_1 = 4$ *А*. По стрижню протікає струм силою $I_2 = 1$*А*, а відстань від провідника до найближчого кінця стрижня $d = 0,1$ *м*. Визначити силу *F*, яка діє на стрижень з боку магнітного поля, що створюється струмом у провіднику. ***(0,88 мкН)***

16.7. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 3,14$ *мТл* у площині, що перпендикулярна до ліній індукції, розміщений дріт у вигляді тонкого півкільця довжиною $\ell = 0,4$ *м*, по якому тече струм силою $I = 15$ *А*. Знайти результуючу силу *F*, що діє на півкільце. ***(12 мН)***

16.8. Квадратна рамка зі стороною $a = 0,24$ *м* розміщена в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 5$ *мТл* так, що дві її сторони перпендикулярні до ліній індукції поля, а нормаль до площини рамки утворює з напрямком магнітного поля кут $\alpha = 30^0$. По рамці протікає струм $I = 0,5$ *А*. Визначити момент сили *M,* що діє на рамку. ***(0,05 мН·м)***

16.9. Електрон, початкова швидкість якого дорівнює нулю, пройшов в однорідному електричному полі прискорювальну різницю потенціалів $U = 2000$ *В*. Після цього електрон влітає в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,3$ *мТл*, вектор якої спрямований перпендикулярно до вектора напруженості електричного поля. Визначити радіус *R* кола, по якому рухається електрон. ***(0,5 м)***

16.10. Електрон з початковою швидкістю $v_0 = 0$, прискорений різницею потенціалів $U = 200$ *В,* рухається паралельно до прямолінійного провідника на відстані $R = 8$ *мм* від нього. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику потече струм $I = 8$ *А*? ***(2,7·10⁻¹⁶ Н)***

16.11. Електрон і протон, що прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле перпендикулярно до ліній індукції. У скільки разів радіус R_p кола, по якому рухатиметься протон, більший від радіуса R_e кола, яке описує електрон? ***(42,8 раза)***

16.12. α-частинка з початковою швидкістю $v_0 = 0$ прискорюється електричним полем. Через час $t = 0,02$ *с* вона влітає в магнітне поле з індукцією $B = 8,35$ *мТл*, яка спрямована перпендикулярно до вектора напруженості електричного поля. Визначити, у скільки разів нормальне прискорення α-частинки у цей момент більше від її тангенціального прискорення. ***(8000)***

16.13. Протон влітає перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля $B = 3,34$ *мТл*. Скільки обертів зробить протон в магнітному полі за час $t = 3,14$ *с*? ***(160000)***

16.14. Електрон, влетівши в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 10$ *мТл*, рухається по колу радіусом $R = 0,5$ *см*. Знайти момент імпульсу L, який має електрон під час руху в магнітному полі. ***($4\cdot10^{-26}$ кг·м²/с)***

16.15. Протон, момент імпульсу якого $L = 2\cdot10^{-23}$ *кг·м²/с*, влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до ліній індукцій поля. Магнітна індукція поля $B = 2,08$ *мТл*. Визначити кінетичну енергію $E_к$ протона. ***($1,99\cdot10^{-18}$ Дж)***

16.16. Електрон, що має початкову швидкість $v_0 = 0$, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U = 600$ *В*, влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 60^0$ до ліній індукції поля. Індукція магнітного поля $B = 30$ *мкТл*. Визначити радіус R та крок h гвинтової лінії, по якій рухатиметься електрон. ***(2,39 м; 8,65 м)***

16.17. Протон рухається по гвинтовій лінії з радіусом $R = 0,2$ *м* і кроком $h = 0,4$ *м* в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ *Тл*. Обчислити кінетичну енергію $E_к$ протона. ***(0,08 пДж)***

17. РОБОТА ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ ПРОВІДНИКА І КОНТУРУ ЗІ СТРУМОМ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Основні формули

1. Магнітний потік через поверхню площею S, охоплену плоским контуром, в однорідному магнітному полі

$$\Phi = BS\cos\alpha = B_n S, \quad B_n = B\cos\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{B}$ і $\vec{n}$, а вектор $\vec{n}$ – нормаль до поверхні S.

2. Робота, яка виконується при переміщенні провідника зі струмом I у магнітному полі

$$A = I\,\Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку через поверхню, яку описує провідник під час руху.

3. Робота, яка виконується під час переміщення контуру зі струмом I у магнітному полі

$$A = I\,\Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку через площу, обмежену контуром.

17.1. Провідник довжиною $\ell = 0{,}2$ *м*, по якому проходить струм силою $I = 5$ *А*, рівномірно рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0{,}1$ *Тл*. Швидкість руху провідника $v = 0{,}4$ *м/с* і напрямлена перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля. Визначити роботу A при переміщенні провідника за час $t = 50$ *с*. ***(2 Дж)***

17.2. Два прямолінійні довгі паралельні провідники розташовані на відстані $d_1 = 0{,}2$ *м* один від одного. По провідниках в одному напрямку течуть струми $I_1 = 5$ *А* і $I_2 = 10$ *А*. Яку роботу A на одиницю довжини провідників треба виконати, щоб розсунути ці провідники на відстань $d_2 = 0{,}6$ *м*? ***(11 мкДж/м)***

17.3. Коловий контур радіусом $R = 0{,}2$ *м*, по якому проходить струм силою $I = 5$ *А*, поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 5$ *мТл* так, що площина контуру перпендикулярна до напрямку ліній індукції поля. Яку роботу A треба виконати, щоб повернути контур на кут $\varphi = 90^0$ навколо осі, що збігається з діаметром контуру? ***(3,14 мДж)***

17.4. Квадратна рамка з довжиною сторони $a = 0,3$ *м* і струмом силою $I = 8$ *А* вільно підвішена в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ *Тл.* Визначити роботу *А,* яку треба виконати, щоб повернути рамку на кут $\alpha = 180^0$ навколо осі, що перпендикулярна до напрямку ліній індукції магнітного поля. ***(0,72 Дж)***

17.5. Прямокутна рамка зі струмом розміщена в однорідному магнітному полі паралельно до ліній магнітної індукції. На рамку діє обертальний момент $M = 0,2$ *Н·м*. Визначити роботу сил поля при повороті рамки на кут $\alpha = 30^0$. ***(0,1 Дж)***

17.6. Прямокутна рамка зі сторонами $a = 0,3$ *м* і $b = 0,1$ *м,* по якій протікає струм силою $I_1 = 1$ *А,* розміщена в одній площині з нескінченно довгим прямолінійним провідником, по якому тече струм силою $I_2 = 6$ *А*. Довші сторони рамки паралельні до провідника, а ближча сторона рамки розташована від нього на відстані $b_0 = 0,05$ *м*, а напрям струму в ній збігається із напрямом струму I_2. Знайти роботу *А,* яку треба виконати, щоб повернути рамку на кут $\varphi = \pi$ навколо дальньої довшої сторони. ***(0,58 мкДж)***

17.7. В одній площині з нескінченно довгим прямолінійним провідником, по якому протікає струм силою $I_1 = 4$ *А,* розміщена квадратна рамка з довжиною сторони $a = 0,5$ *м* так, що дві її сторони паралельні до провідника, а відстань від провідника до ближчої сторони дорівнює довжині сторони рамки. По рамці протікає струм силою $I_2 = 2$ *А,* а вектор магнітного моменту рамки паралельний до вектора магнітної індукції поля провідника. Яку роботу треба виконати, щоб перенести рамку за межі поля? ***(0,55 мкДж)***

17.8. Електродвигун споживає струм силою $I = 5$ *А* і робить $n = 50$ обертів за секунду. Обмотка якоря електродвигуна складається з $N = 200$ витків, площа витка $S = 0,02$ *м*^{2}. Якір обертається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 5$ *мТл*. Визначити потужність електродвигуна. ***(20 Вт)***

18. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Основні формули

1. Закон Фарадея:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt},$$

де ε_i – ЕРС індукції в замкнутому контурі; N – кількість витків контуру; $\frac{d\Phi}{dt}$ – швидкість зміни магнітного потоку Ф через площу, обмежену контуром.

2. ЕРС у провіднику, довжиною ℓ, який рухається в однорідному магнітному полі зі швидкістю v

$$\varepsilon_i = B\ell\upsilon\sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{B}$ і $\vec{\upsilon}$.

3. ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt},$$

де L – індуктивність контуру; $\frac{dI}{dt}$ – швидкість зміни струму в контурі.

18.1. Прямий провідник довжиною $\ell = 2$ *м*, рухаючись рівноприскорено в однорідному магнітному полі з початковою швидкістю $v_0 = 2$ *м/с* і прискоренням $a = 6$ *м/с*^{2}, перемістився на відстань $d = 1$ *м*. Магнітна індукція поля $B = 0{,}5$ *Тл* і напрямлена перпендикулярно до швидкості руху провідника. Визначити середню ЕРС індукції в провіднику і миттєве значення ЕРС індукції в провіднику в кінці переміщення. ***(3 В; 4 В)***

18.2. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0{,}2$ *Тл* рівномірно з частотою $n = 10$ *с*$^{-1}$ обертається рамка, яка має $N = 500$ витків. У момент часу $t = 0$ площина рамки розташована перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Знайти миттєве значення ЕРС індукції при обертанні рамки на кут $\alpha = 30^0$. ***(125,6 В)***

18.3. Квадратна рамка з довжиною сторони $a = 0,2$ *м* розміщена в магнітному полі так, що нормаль до рамки утворює кут $\alpha = 60^0$ з лініями індукції поля. Магнітне поле змінюється з часом за законом $B = B_0 \cdot \cos \omega t$, де $B_0 = 0,5$ *Тл* і $\omega = 0,785$ *рад/с*. Визначити ЕРС індукції в рамці в момент часу $t = 2$ *с*. ***(7,85 мВ)***

18.4. Квадратна рамка зі стороною $a = 0,1$ *м* рівномірно обертається з кутовою швидкістю $\omega = 6,28$ *рад/с* в однорідному магнітному полі, яке змінюється за законом $B = B_0 \cdot \cos \omega' t$, де $B_0 = 0,1$ Тл, $\omega' = 3,14$ *рад/с*. Лінії індукції поля перпендикулярні до осі обертання рамки. В початковий момент площина рамки паралельна до ліній магнітної індукції. Визначити ЕРС індукції в рамці через час $t = 10$ *с* після початку обертання. ***(6,28 мВ)***

18.5. Прямокутна рамка з сторонами $a = 0,5$ *м* і $в = 0,2$ *м* рівномірно обертається з кутовою швидкістю $\omega = 6,28$ *рад/с* в однорідному магнітному полі, магнітна індукція B якого змінюється за законом $B = B_0 \cdot \cos \omega t$, де $B_0 = 0,05$ *Тл*, а лінії індукції поля перпендикулярні до осі обертання рамки. У початковий момент площина рамки перпендикулярна до ліній індукції поля. Обчислити максимальне значення ЕРС індукції, що виникає в рамці. ***(31,4 мВ)***

18.6. Дротяна рамка площею $S = 0,02$ *м*^{2} розміщена перпендикулярно до напрямку магнітного поля, індукція якого змінюється за законом $B = B_0 \cdot (1 + e^{-kt})$, де $B_0 = 0,6$ *Тл*, $к = 0,8$ *с*$^{-1}$. Визначити ЕРС, яка індукується в рамці в момент часу $t = 1,5$ *с*. (***2,89 мВ***)

18.7. У площині, що перпендикулярна до напрямку магнітного поля з індукцією $B = 2$ *мТл*, навколо точки O рівномірно обертається металевий стрижень OA завдовжки $\ell = 0,2$ *м*. Кутова швидкість обертання стрижня $\omega = 5$ *рад/с*. Знайти ЕРС індукції, яка виникає в стрижні між точками O і A. ***(0,2 мВ)***

18.8. Квадратна дротяна рамка з довжиною сторони $a = 1$ *м* віддаляється зі сталою швидкістю $v = 50$ *м/с* в напрямку, перпендикулярному до нескінченно довгого прямого провідника, який лежить в площині рамки і паралельний до двох її протилежних сторін. По провіднику проходить струм $I = 5\ А$. Яка ЕРС індукується в рамці в момент часу, коли відстань від провідника до ближчої сторони рамки $a_0 = 1\ м$? ***(12,5 мкВ)***

18.9. Квадратна дротяна рамка зі стороною $a = 0{,}04\ м$ і опором $R = 2\ мОм$ розміщена в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 50\ мТл$. Нормаль до площини рамки становить кут $\alpha = 60^0$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд q, який пройде по рамці, якщо магнітне поле вимкнути. ***(0,02 Кл)***

18.10. Алюмінієве кільце діаметром $D = 0{,}2\ м$ розміщене в однорідному магнітному полі так, що його площина перпендикулярна до вектора магнітної індукції поля. Діаметр дроту кільця $d = 2\ мм$. Знайти швидкість зміни магнітної індукції поля з часом, якщо водночас у кільці виникає індукційний струм силою $I = 8\ А$. ***(1,32 Тл/с)***

18.11. Через котушку, індуктивність якої $L = 5\ мГн$, протікає струм, який змінюється з часом за законом $I = I_0 \cdot cos\ \omega\ t$, де $I_0 = 0{,}2\ А$, $\omega = 3{,}14\ рад/с$. Визначити, яка ЕРС самоіндукції виникає у котушці в момент часу $t = 0{,}5\ с$. ***(3,14 мВ)***

18.12. Соленоїд діаметром $D = 0{,}2\ м$ і довжиною $\ell = 0{,}5\ м$ має $N = 500$ витків. Сила струму в ньому рівномірно зростає на $\Delta I = 0{,}5\ А$ за час $\Delta t = 1\ с$. На соленоїд насаджено кільце з мідного дроту, що має площу поперечного перерізу $S_k = 2{,}5\ мм^2$. Визначити силу індукційного струму, що виникає в кільці. ***(4,6 мА)***

18.13. Дві котушки намотані на одне загальне осердя. Індуктивність першої котушки $L_1 = 0{,}8\ Гн$, другої – $L_2 = 0{,}2\ Гн$. Опір першої котушки $R_1 = 400\ Ом$. Струм силою $I_2 = 0{,}2\ А$, що протікає в другій котушці за час $t = 1\ мс$, зменшується до нуля. Якої сили струм I_1 потече у цей час у першій котушці? ***(0,2 А)***

19. МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ. ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Основні формули

1. Намагніченість речовини

$$\vec{J} = \frac{\sum\limits_{V} \vec{P}_m}{V},$$

де $\vec{P}_m$ – магнітний момент молекули речовини; V – об'єм речовини.

2. Зв'язок між намагніченістю $\vec{J}$ і напруженістю магнітного поля $\vec{H}$ в речовині

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

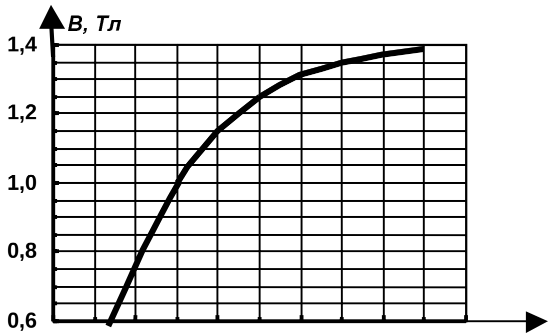
де χ – магнітна сприйнятливість речовини.

3. Зв'язок між магнітною індукцією $\vec{B}$ і напруженістю магнітного поля $\vec{H}$ в речовині

$$\vec{B} = \mu \mu_o \vec{H},$$

де μ – магнітна проникність речовини.

4. Зв'язок магнітної індукції поля B і напруженості магнітного поля H для заліза (за результатами експериментальних досліджень)



5. Зв'язок між магнітною проникністю μ і магнітною сприйнятливістю χ речовини

$$\mu = 1 + \chi.$$

6. Зв'язок між напруженістю магнітного поля $\vec{H}$, магнітною індукцією $\vec{B}$ та намагніченістю речовини $\vec{J}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{J}.$$

7. Індуктивність дуже довгого $(\ell >> d)$ соленоїда

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{\ell} = \mu\mu_0 n^2 V,$$

де N – кількість витків соленоїда; S – площа поперечного перерізу соленоїда; $n = \frac{N}{\ell}$ – кількість витків на одиницю довжини ℓ соленоїда; V – об'єм соленоїда; d – діаметр соленоїда; μ – магнітна проникність середовища (речовини) всередині соленоїда.

8. Енергія магнітного поля струму, що тече у контурі з індуктивністю L

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

9. Об'ємна густина енергії магнітного поля

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2},$$

де μ – магнітна проникність середовища (речовини), в якому існує поле.

19.1. По коловому контуру радіусом $R = 0{,}5$ *м* протікає струм силою $I = 2$ *А*. Контур занурений в рідкий кисень, магнітна сприйнятливість якого $\chi = 0{,}0034$. Знайти намагніченість J у центрі контуру. ***(6,8 мА/м)***

19.2. Обмотка тонкої тороїдальної котушки із залізним осердям складається із $N = 628$ витків. Середній радіус тора $R = 0{,}1$ *м*. По обмотці протікає струм силою $I = 2$ *А*. Визначити магнітну індукцію поля всередині котушки, намагніченість і магнітну проникність осердя. ***(1,425 Тл; 1,1 МА/м; 567)***

19.3. Обмотка тонкого тороїда із залізним осердям складається із $N = 1256$ витків, площа поперечного перерізу осердя $S = 3\ см^2$, радіус осьової лінії осердя $R = 30\ см$. По обмотці тороїда протікає струм силою $I = 0,6\ А$. Знайти індуктивність тороїда. ***(0,66 Гн)***

19.4. Соленоїд має довжину $\ell = 20\ см$, площу поперечного перерізу $S = 2\ см^2$ і кількість витків $N = 400$. Індуктивність соленоїда $L = 2\ мГн$. По витках соленоїда протікає струм силою $I = 4\ А$. Соленоїд знаходиться в діамагнітному середовищі. Визначити магнітну індукцію B і вектор намагніченості J всередині соленоїда. ***(0,01 Тл; 38,24 А/м)***

19.5. У соленоїд довжиною $\ell = 0,2\ м$, що має $N = 400$ витків, введено залізне осердя. По соленоїду тече струм силою $I = 0,5\ А$. Знайти величину намагніченості заліза J всередині соленоїда. Вважати магнітне поле всередині соленоїда однорідним. ***(1,03 МА/м)***

19.6. На чавунне осердя у вигляді тора з довжиною осьової лінії $\ell = 1\ м$ намотана обмотка з кількістю витків $N = 800$. В осерді зроблена вузька поперечна щілина шириною $\ell_0 = 5\ мм$. Магнітна індукція у повітряній щілині $B_0 = 0,5\ Тл$. Розсіянням магнітного потоку у повітряній щілині можна знехтувати. Знайти силу струму I в обмотці. ***(5 А)***

19.7. По обмотці соленоїда без осердя, що містить $N = 1000$ витків, протікає струм силою $I = 2\ А$. Магнітний потік через поперечний переріз соленоїда $Ф_B = 0,5\ мВб$. Визначити енергію W магнітного поля в соленоїді. ***(0,5 Дж)***

19.8. Соленоїд без осердя з щільно намотаною одношаровою обмоткою із дроту діаметром $d = 1,77\ мм$ має довжину $\ell = 0,4\ м$ і площу поперечного перерізу $S = 30\ см^2$. Якщо напруга на кінцях обмотки $U = 12\ В$, по обмотці протікає струм силою $I = 2\ А$. За який час в обмотці виділиться кількість теплоти, яка дорівнює енергії поля всередині соленоїда? Магнітне поле всередині соленоїда вважати однорідним. ***(40 мкс)***

19.9. До обмотки соленоїда, опір якої $R = 25$ *Ом*, прикладена постійна напруга. За час $t = 0{,}02$ *с* в обмотці виділиться кількість теплоти Q, яка дорівнює енергії магнітного поля W соленоїда. Визначити індуктивність L соленоїда. ***(1 Гн)***

19.10. Соленоїд довжиною $\ell = 0{,}5$ *м* без осердя містить $N = 100$ витків. По соленоїду тече струм силою $I = 2$ *А*. Якою буде об'ємна густина w енергії магнітного поля всередині соленоїда? Вважати магнітне поле всередині соленоїда однорідним і локалізованим практично всередині соленоїда. ***(0,1 Дж/м³)***

19.11. По витках соленоїда із залізним осердям тече струм силою $I = 1$ *А*. Довжина соленоїда $\ell = 0{,}2$ *м*, кількість витків $N = 340$, площа поперечного перерізу $S = 5$ *см²*. Визначити енергію магнітного поля соленоїда. Вважати магнітне поле всередині соленоїда однорідним і локалізованим практично всередині соленоїда. ***(0,119 Дж)***

19.12. Кількість витків на кожному сантиметрі довжини соленоїда із залізним осердям $n = 5$ *см⁻¹*. По обмотці соленоїда протікає струм силою $I = 2$ *А*. Визначити об'ємну густину w енергії магнітного поля в осерді. Вважати магнітне поле всередині соленоїда однорідним. ***(550 Дж/м³)***

20. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Основні формули

1. Період власних електромагнітних коливань в ідеальному коливальному контурі (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

де L – індуктивність котушки; C – ємність конденсатора.

2. Згасаючі коливання в реальному контурі $(R \neq 0)$

$$q = q_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi),$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, ω_0 – власна частота контуру ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$); δ – коефіцієнт згасання ($\delta = \frac{R}{2L}$).

3. Період власних електромагнітних коливань в реальному коливальному контурі, омічний (активний) опір якого R

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

4. Довжина електромагнітної хвилі у вакуумі, яка випромінюється коливальним контуром

$$\lambda = cT = 2\pi c\sqrt{LC},$$

де c – швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі *($c = 3\cdot 10^8$ м/с)*

5. Фазова швидкість поширення електромагнітних хвиль

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

6. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі, яка поширюється вздовж додатного напряму осі x

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$і \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де E_0 і H_0 – амплітудні значення відповідно напруженостей електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі; ω – циклічна частота коливань; k – хвильове число ($k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$).

7. Зв'язок між амплітудними E_0 і H_0

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0.$$

8. Густина потоку енергії електромагнітної хвилі (вектор Пойнтінга)

$$\vec{P} = w\vec{\upsilon} = \left[\vec{E}\,\vec{H}\right],$$

$$P = EH,$$

де w – об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі.

9. Інтенсивність монохроматичної біжучої електромагнітної хвилі

$$I = \left|\left\langle \vec{P} \right\rangle\right| = \langle w \rangle \upsilon.$$

20.1. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C = 0{,}08$ *мкФ* і котушки індуктивністю $L = 3{,}2$ *мГн*. Активний опір контуру дуже малий. Максимальна напруга на обкладках конденсатора $U_0 = 100$ *В*. Визначити максимальну силу струму I_0 в контурі. ***(0,5 А)***

20.2. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L = 16$ *мГн* і конденсатора електроємністю $C = 4$ *пФ*. Активний опір R контуру дуже малий. Максимальна сила струму в контурі $I_0 = 20$ *мА*. Знайти максимальну напругу U_0 на обкладках конденсатора. ***(40 В)***

20.3. Обчислити відношення енергії електричного поля W_e до енергії магнітного поля $W_м$ коливального контуру для моменту часу $t = 1/8\ T$. ***(1)***

20.4. Електроємність конденсатора коливального контуру $C = 0{,}2$ *мкФ*. Напруга на обкладках конденсатора з часом змінюється за законом $u_C = 50 \cos 10^3\pi\, t$ *В*. Визначити індуктивність L котушки і закон зміни з часом сили струму в колі. ***(0,51 Гн; $I = 31{,}4 \cos (10^3\pi t + \pi/2)$ А)***

20.5. Індуктивність коливального контуру $L = 0{,}5$ *Гн*. Сила струму в контурі з часом змінюється за законом $i = -0{,}02 \sin 500\pi t$ *А*. Знайти ємність контуру C, максимальні енергії магнітного та електричного полів. ***(0,81 мкФ; 0,1 мДж)***

20.6. У коливальному контурі з малим активним опором, що складається з конденсатора ємністю $C = 0{,}4$ *мкФ* і котушки індуктивністю $L = 1$ *мГн,* сила струму змінюється за законом $i = -0{,}02 \sin \omega\, t$ *А*. Обчислити миттєві значення напруги u_C на конденсаторі і напруги u_L на котушці в момент часу $t = 1/6\ T$ від початку виникнення коливань. ***(0,5 В; 0,5 В)***

20.7. Електроємність конденсатора коливального контуру $C = 10$ *пФ,* а індуктивність котушки $L = 40$ *мГн*. Напруга на конденсаторі змінюється за законом $u_C = 0{,}01 \cos \omega t$. Знайти миттєве значення сили струму i і миттєве значення напруги u_L на котушці через час $t = 1/3\ T$. ***(4,33 мкА; 5 мВ)***

20.8. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C = 10$ *пФ* і котушки індуктивністю $L = 4$ *мкГн*. Активний опір контуру $R = 20$ *Ом*. Визначити період T вільних коливань контуру, коефіцієнт згасання δ і логарифмічний декремент згасання æ. ***(1,45 мкс; 2,5·10⁶ с⁻¹; 3,6)***

20.9. У коливальному контурі, індуктивність якого $L = 10$ *мГн*, заряд конденсатора зменшується в $N = 10$ разів за період $T = 0{,}1$ *мс*. Обчислити опір контуру R. ***(460,5 Ом)***

20.10. Коливальний контур складається з конденсатора електроємністю $C = 4$ *мкФ* і котушки індуктивністю $L = 0{,}5$ *Гн*. Активний опір контуру $R = 20$ *Ом*. Максимальний заряд обкладок конденсатора $q_0 = 0{,}16$ *мКл*. Визначити логарифмічний декремент згасання æ і напругу на обкладках конденсатора в момент часу $t = 1/2\ T$. ***(0,18; 36,6 В)***

20.11. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L = 1{,}6$ *мГн* і конденсатора електроємністю $C = 4$ *мкФ*. За $n = 4$ повні коливання напруга на обкладках конденсатора зменшується в $N = 5$ разів. Визначити логарифмічний декремент згасання æ і активний опір R контуру. ***(0,4; 2,54 Ом)***

20.12. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L = 5$ *мГн* і конденсатора електроємністю $C = 15$ *мкФ*. Опір контуру $R = 2$ *Ом*. У контурі підтримуються незгасаючі коливання з амплітудним значенням напруги на конденсаторі $U_0 = 10$ *В*. Яку середню потужність повинен споживати контур? ***(0,3 Вт)***

20.13. Електромагнітна хвиля з частотою $\nu = 5$ *МГц* переходить з вакууму в середовище з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4$ і магнітною проникністю $\mu = 1$. Визначити зміну $\Delta\lambda$ довжини хвилі. (***30 м***)

20.14. Радіолокатор виявив у морі підводний човен. Відбитий від човна сигнал радіолокатора повернувся до нього за час $t = 18$ *мкс*.

Діелектрична проникність води $\varepsilon = 81$. Знайти відстань від локатора до підводного човна. ***(300 м)***

20.15. Плоска електромагнітна хвиля поширюється в однорідному ізотропному середовищі з $\varepsilon = 4$ і $\mu = 1$. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі $E_0 = 10$ *В/м*. Обчислити фазову швидкість хвилі і амплітуду напруженості магнітного поля хвилі H_0. ***(1,5·10⁸ м/с; 53 мА/м)***

20.16. В однорідному ізотропному середовищі з $\varepsilon = 9$ і $\mu = 1$ поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда індукції магнітного поля хвилі $B_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ *Тл*. Обчислити фазову швидкість хвилі і амплітуду напруженості електричного поля. ***($1 \cdot 10^8$ м/с; 10^5 В/м)***

20.17. Інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у вакуумі, дорівнює $I = 25$ *мВт/м²*. Визначити амплітуду напруженості електричного поля хвилі. ***(4,34 В/м)***

20.18. Плоска електромагнітна хвиля $E = 50 \sin(6{,}28 \cdot 10^8 t - 4{,}55x)$ *В/м* поширюється в речовині з $\mu = 1$. Знайти діелектричну проникність речовини та інтенсивність електромагнітної хвилі. ***(4,7; 7,21 Вт/м²)***

20.19. У середовищі з $\varepsilon = 3$ і $\mu = 1$ поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості магнітного поля хвилі $H_0 = 0{,}5$ *А/м*. Визначити енергію, що переноситься хвилею за час $t = 30$ *с* через поверхню площею $S = 40$ *см²*, що розташована перпендикулярно до напрямку поширення хвилі. Період коливань хвилі $T \ll t$. ***(3,26 Дж)***

20.20. У середовищі з $\varepsilon = 4$ і $\mu = 1$ поширюється плоска електромагнітна хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої $E_0 = 10$ *В/м*. На шляху хвилі перпендикулярно до напрямку її поширення розташована поглинальна поверхня, що має форму круга радіусом $R = 1$ *м*. Яку енергію поглинає ця поверхня за час $t = 60$ *с*? Період коливань хвилі $T \ll t$. ***(50 Дж)***

20.21. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з циклічною частотою $\omega = 10^{10}$ *рад/с*. Амплітуда напруженості електричного поля хвилі $E_0 = 0{,}89$ *В/м*. На шляху хвилі перпендикулярно до напрямку її поширення розташована поглинальна поверхня, що має форму півсфери з радіусом $R = 0{,}55$ *м,* яка вершиною повернута в напрямку поширення хвилі. Яку енергію поглинає ця поверхня за час $t = 10$ *с*? ***(9,98 Дж)***

VI. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

21. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

Основні формули

1. Оптичний шлях променя

$$L = nS,$$

де S – геометричний шлях променя у середовищі з показником заломлення n.

2. Оптична різниця ходу двох променів, що поширюються у різних середовищах відповідно з показниками заломлення n_1 і n_2

$$\Delta = n_1 S_1 - n_2 S_2 .$$

3. Зв'язок між різницею фаз $\Delta\varphi$ світлових коливань, які додаються, та оптичною різницею ходу Δ відповідних променів

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

де λ_0 – довжина світлових хвиль у вакуумі.

4. Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta\varphi = \pm 2m\pi,$$

$$\Delta = \pm m\lambda_0 ,\; m = 0,1,2,...,$$

де m – номер (порядок) інтерференційного максимуму.

5. Умова інтерференційних мінімумів

$$\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi,$$

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},\; m = 0,1,2,...,$$

де m – номер (порядок) інтерференційного мінімуму.

6. Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)R\lambda},\; m = 1,2,\ldots,$$

де R – радіус сферичної поверхні лінзи; λ – довжина світлових хвиль у проміжку між лінзою та скляною підставкою; m – номер світлого кільця Ньютона.

7. Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_m = \sqrt{mR\lambda},\ m = 1,2,\ldots,$$

де m – номер темного кільця Ньютона.

21.1. У пристрої Юнґа відстань між щілинами $d = 2$ *мм*, а відстань від щілин до екрана $L = 4$ *м*. Щілини освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 550$ *нм*. Визначити відстань від центральної інтерференційної смуги до третьої світлої смуги. ***(3,3 мм)***

21.2. У пристрої Юнґа, зануреному у прозору рідину з показником заломлення $n = 1{,}5$, відстань між щілинами $d = 0{,}5$ *мм*. Щілини освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 600$ *нм*. Відстань між сусідніми світлими інтерференційними смугами $\Delta y = 1$ *мм*. Яка відстань від щілин до екрана? ***(1,25 м)***

21.3. У пристрої Юнґа відстань від щілин до екрана $L = 2$ *м*. Щілини освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}7$ *мкм*. На відрізку завдовжки $\ell = 0{,}01$ *м* на екрані вкладаються $N = 11$ темних інтерференційних смуг. Знайти відстань між щілинами. ***(1,4 мм)***

21.4. У пристрої Юнґа щілини освітлюють спочатку світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}6$ *мкм*, а потім з довжиною хвилі λ_2. Світла інтерференційна смуга, номер якої $m = 7$, у першому випадку збігається з $k = 10$ темною у другому. Визначити довжину хвилі λ_2 світла. ***(0,4 мкм)***

21.5. У пристрої Юнґа на шляху одного з променів, що інтерферують, помістили тонку скляну пластинку з показником заломлення $n = 1{,}5$, внаслідок чого центральна світла інтерференційна смуга змістилась у положення, яке займала спочатку четверта світла смуга. Промінь світла падає перпендикулярно до поверхні пластинки. Довжина хвилі світла $\lambda = 0{,}55$ *мкм*. Якою є товщина пластинки? ***(4 мкм)***

21.6. На щілини пристрою Юнґа, відстань між якими $d = 1,5$ *мм*, падає монохроматична світлова хвиля. На екрані, що розміщений на відстані $L = 1,5$ *м* від щілин, виникає система інтерференційних смуг. Одну із щілин перекривають скляною пластинкою з показником заломлення $n = 1,5$ і товщиною $\ell = 10$ *мкм*. На яку відстань Δy змістяться інтерференційні смуги? ***(5 мм)***

21.7. Дзеркала Френеля освітлюються монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ *мкм*. Ребро дзеркал розташоване на відстані $R = 0,1$ *м* від паралельної до нього щілини, яка є джерелом світла. Екран розміщено на відстані $D = 1$ *м* від ребра дзеркал. Відстань між інтерференційними смугами на екрані $\Delta x = 1$ *мм*. Промені падають на екран приблизно перпендикулярно. Визначити кут α між дзеркалами Френеля. ***(*** $\boldsymbol{0,1576^0}$ ***)***

21.8. На мильну плівку, показник заломлення якої $n = 1,33$, падає біле світло під кутом $\alpha = 45^0$ до поверхні плівки. Внаслідок інтерференції максимально підсиленим буде відбите світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ *мкм*. Знайти мінімальну товщину плівки d_{min}. ***(0,11 мкм)***

21.9. Пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ *мкм* падає під кутом $\alpha = 30^0$ на мильну плівку з показником заломлення $n = 1,3$, що знаходиться у повітрі. За якої найменшої товщини d плівки відбиті світлові хвилі будуть максимально послаблені інтерференцією? (***0,25 мкм***)

21.10. На прозору пластинку з показником заломлення $n = 1,45$ падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,58$ *мкм*. В яких межах може змінюватись товщина пластинки, щоб можна було спостерігати максимум $m = 12$ порядку для відбитих променів? ***(2,5 мкм; 3,4 мкм)***

21.11. На плоскопаралельну плівку з показником заломлення $n = 1,25$ нормально падає паралельний пучок білого світла. За якої найменшої товщини плівка найпрозоріша одночасно для світла з довжинами хвиль $\lambda_1 = 0,6$ *мкм* і $\lambda_2 = 0,5$ *мкм*? ***(1,2 мкм)***

21.12. Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ *мкм* падає нормально на скляний клин із кутом при вершині $\alpha = 30''$.

Показник заломлення скла $n = 1,5$. Визначити в інтерференційній картині відстань ℓ між двома сусідніми мінімумами. ***(1,37 мм)***

21.13. На скляний клин нормально падає монохроматичне світло. Кут між поверхнями клина $\alpha = 20''$. Показник заломлення скла $n = 1,5$. Відстань між двома сусідніми інтерференційними максимумами у відбитому світлі $\ell = 1,72$ *мм*. Знайти довжину світлової хвилі λ. ***(0,5 мкм)***

21.14. Мильна плівка, показник заломлення якої $n = 1,3$, розміщена вертикально і утворює клин внаслідок стікання рідини. На поверхню клина нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ *мкм*. На відстані $\ell = 20$ *мм* виникає п'ять інтерференційних максимумів у відбитому світлі. Визначити кут α клина. ***(11,6'')***

21.15. Плоскоопукла лінза, радіус кривини якої $R = 3$ *м,* опуклою стороною лежить на скляній пластинці (пристрій Ньютона). Пристрій освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ *мкм*, яке падає нормально. Визначити у відбитому світлі радіуси другого світлого і п'ятого темного кілець. ***(1,6 мм; 3,0 мм)***

21.16. Радіус кривини лінзи у пристрої для спостереження кілець Ньютона $R = 4$ *м*. Відстань між п'ятим і двадцять п'ятим світлими кільцями у відбитому світлі $\ell = 4$ *мм*. Знайти довжину хвилі λ монохроматичного світла, яке нормально падає на пристрій. ***(0,5 мкм)***

21.17. Пристрій для отримання кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом, яке падає нормально до плоскої поверхні лінзи. Радіуси двох сусідніх світлих кілець у відбитому світлі $r_m = 2,00$ *мм* і $r_{m+1} = 2,21$ *мм*. Радіус кривини лінзи $R = 1,5$ *м*. Визначити порядкові номери кілець і довжину хвилі λ світла. ***(5; 0,74 мкм)***

21.18. Плоскоопукла лінза з показником заломлення $n = 1,6$ опуклою стороною лежить на скляній пластинці. Пристрій освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ *мкм*. Радіус третього світлого кільця у відбитому світлі дорівнює $r_3 = 0,9$ *мм*. Визначити фокусну відстань F плоскоопуклої лінзи. ***(0,9 м)***

21.19. Пристрій для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі λ = *0,56 мкм*, що падає нормально. Радіус кривини лінзи R = *4 м*. Радіус другого темного кільця у світлі, що пройшло через пристрій, r_2 = *2,0 мм*. Знайти показник заломлення рідини, що заповнює простір між лінзою і скляною пластинкою. ***(1,4)***

21.20. Кільця Ньютона утворюються між двома плоскоопуклими лінзами радіусами кривини R_1 = *2 м* і R_2 = *4 м*, які притиснуті одна до одної своїми опуклими поверхнями. Пристрій освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі λ = *0,61 мкм*, що падає нормально до плоскої поверхні лінзи. Визначити радіус r_4 четвертого темного кільця у відбитому світлі. ***(1,8 мм)***

21.21. На поверхню скляного об'єктива, показник заломлення якого $n_1 = 1{,}5$, нанесена тонка плівка, показник заломлення якої $n_2 = 1{,}2$. На об'єктив падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ = *0,55 мкм*. За якої найменшої товщини h плівки буде максимальним послаблення відбитого світла? ***(0,115 мкм)***

21.22. В одне із плечей інтерферометра Майкельсона для вимірювання показника заломлення аміаку помістили відкачану трубку довжиною ℓ = *0,14 м*. Кінці трубки закрили плоскопаралельними скельцями. Після заповнення трубки аміаком інтерференційна картина для довжини хвилі λ = *0,6 мкм* змістилась на $m = 177$ смуг. Визначити показник заломлення n аміаку. ***(1,00038)***

22. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Основні формули

1. Дифракція паралельного пучка світла на одній щілині:

   а) умова дифракційних мінімумів

$$a\sin\varphi = \pm 2k\cdot\frac{\lambda}{2},\ k = 1,2,3,\ldots;$$

б) умова дифракційних максимумів (побічних)

$$a\sin\varphi = \pm(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2},\ k = 1,2,3,\ldots,$$

де a – ширина щілини; k – номер (порядок) дифракційного максимуму; φ – кут дифракції; λ – довжина світлової хвилі.

2. Дифракція паралельного пучка на ґратці (решітці):

а) умова головних дифракційних максимумів

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda,\ m = 0,1,2,\ldots,$$

де $d = a + b$ – період ґратки; b – ширина непрозорих ділянок між сусідніми щілинами;

б) умова головних дифракційних мінімумів

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2},\ k = 1,2,\ldots;$$

в) умова додаткових дифракційних мінімумів

$$d\sin\varphi = \pm\frac{m}{N}\cdot\lambda,\ m = 1,2,\ldots,N-1,N+1,\ldots(2N-1),(2N+1)\ldots,$$

де N – загальна кількість щілин.

3. Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN,\ m = 1,2,\ldots,$$

де $\Delta\lambda$ – найменша різниця довжини хвиль двох сусідніх спектральних ліній (λ і $\lambda+\Delta\lambda$), які можна роздільно спостерігати у спектрі, отриманому за допомогою цієї ґратки; N – загальна кількість щілин гратки; m – номер (порядок) дифракційного спектра.

22.1. Відстань від джерела світла з довжиною хвилі λ = *0,55 мкм* до сферичної хвильової поверхні R = *1 м*, відстань від хвильової поверхні до точки спостереження L = *1 м*. Визначити радіуси r_m перших трьох зон Френеля. ***(0,52 мм; 0,74 мм; 0,91 мм)***

22.2. Відстань від плоскої хвильової поверхні до точки спостереження L = *1 м*. Довжина хвилі світла λ = *0,55 мкм.* Обчислити радіуси r_m перших трьох зон Френеля. ***(0,74 мм; 1,05 мм; 1,28 мм)***

22.3. Відстань від джерела світла з довжиною хвилі λ = *0,55 мкм* до сферичної хвильової поверхні R = *1 м*, відстань від хвильової поверхні до точки спостереження $L = 1\ м$. Знайти площу зони Френеля. ***(0,86 мкм^2)***

22.4. На плоску діафрагму з круглим отвором радіусом $r = 2\ мм$ падає від точкового джерела монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\ мкм$. Джерело світла розташоване на осі отвору на відстані $R = 1\ м$ від нього. Для точки на тій самій осі отвір відкриває $m = 10$ зон Френеля. Визначити відстань L від цієї точки до діафрагми. ***(2 м)***

22.5. Плоска світлова хвиля з довжиною $\lambda = 0,5\ мкм$ падає нормально на діафрагму з круглим отвором діаметром $D = 4\ мм$. Точка спостереження розміщена на осі отвору на відстані $L = 2\ м$ від нього. Скільки зон Френеля вкладається в отвір діафрагми? ***(4)***

22.6. Радіус четвертої зони Френеля для плоского хвильового фронту $r_4 = 2\ мм$. Визначити радіус r_9 дев'ятої зони Френеля. ***(3 мм)***

22.7. На щілину шириною $a = 4\lambda$ падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі λ. Під яким кутом φ буде спостерігатись другий дифракційний мінімум світла? ***(30^0)***

22.8. На щілину шириною $a = 0,5\ мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55\ мкм$. Екран, на якому виникає дифракційна картина, розміщений паралельно до щілини на відстані $L = 1\ м$. Визначити відстань ℓ між першими дифракційними мінімумами, які розташовані по обидва боки від центрального максимуму. ***(2,2 мм)***

22.9. На щілину шириною $a = 0,1\ мм$ падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\ мкм$. Дифракційна картина спостерігається на екрані, який розташований паралельно до щілини. Відстань між першими дифракційними максимумами, які розміщені по обидва боки від центрального максимуму, $\ell = 12\ мм$. Визначити відстань L від щілини до екрана. ***(0,8 м)***

22.10. На довгу прямокутну щілину шириною $a = 10\ мкм$ під кутом $i = 45^0$ до її нормалі падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5\ мкм$. Визначити синуси кутів дифракції, що відповідають першим мінімумам, які розміщені по обидва боки від центрального максимуму. ***(0,757; 0,657)***

22.11. На дифракційну ґратку з періодом $d = 10$ *мкм* падає нормально монохроматична світлова хвиля. На екрані, що віддалений від ґратки на $L = 1,5$ *м*, відстань між спектрами другого і третього порядків $\ell = 90$ *мм*. Знайти довжину хвилі світла, що падає. (***0,6 мкм***)

22.12. На дифракційну гратку з періодом $d = 2,5$ *мкм* нормально падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ *мкм*. За ґраткою розміщена збиральна лінза з фокусною відстанню $F = 0,6$ *м*. Визначити відстань ℓ на екрані між спектром третього порядку і центральним максимумом. ***(0,45 м)***

22.13. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки. У напрямку кута дифракції $\varphi = 30^0$ збігаються максимуми хвиль довжиною $\lambda_1 = 0,72$ *мкм* і $\lambda_2 = 0,45$ *мкм*. Визначити період d ґратки. ***(7,2 мкм)***

22.14. На дифракційну ґратку, що містить $N = 500$ штрихів на *1 мм*, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ *мкм*. Знайти загальну кількість дифракційних максимумів, які дає ця ґратка. Визначити синус кута φ дифракції, що відповідає останньому максимуму. ***(7; 0,825)***

22.15. На дифракційну ґратку з періодом $d = 15$ *мкм* під кутом $i = 30^0$ падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 621$ *нм*. Максимум якого порядку буде видно на екрані, якщо кут дифракції $\varphi = 45^0$? ***(5)***

22.16. На дифракційну ґратку з періодом $d = 10$ *мкм* і шириною прозорої частини $\alpha = 2,5$ *мкм* падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ *мкм*. Скільки максимумів не буде в спектрі по один бік від нульового максимуму для кута $\varphi = 30^0$ внаслідок впливу головних мінімумів? ***(2)***

22.17. Дифракційна ґратка шириною $\ell = 0,02$ *м* розділяє у другому порядку дві спектральні лінії з довжинами $\lambda_1 = 500,0$ *нм* і $\lambda_2 = 500,5$ *нм*. Визначити період цієї ґратки. ***(40 мкм)***

22.18. Період дифракційної ґратки шириною $\ell = 0,025$ *м* дорівнює $d = 10$ *мкм*. Знайти різницю довжин хвиль, що розділяються цією ґраткою для світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,55$ *мкм* у спектрі першого порядку. ***(0,2 нм)***

23. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

Основні формули

1. Закон Брюстера

$$tg\,i_B = n_{21},$$

де i_B – кут падіння, при якому відбита світлова хвиля повністю поляризована; $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ – відносний показник заломлення.

2. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

де I – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор; I_0 – інтенсивність світла, що падає на аналізатор; α – кут між головними площинами поляризатора та аналізатора.

23.1. Граничний кут повного внутрішнього відбивання пучка світла на межі рідини з повітрям $i_{гр} = 45^0$. Визначити кут Брюстера i_B для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини. ***(54^0 44')***

23.2. Промінь світла, яке поширюється у повітрі, утворює з поверхнею рідини кут $\alpha = 38^0$. Відбитий промінь максимально поляризований. Знайти кут β заломлення променя. ***(38^0)***

23.3. Відбитий від поверхні скла світловий промінь повністю поляризований. Кут заломлення у склі $\beta = 30^0$. Визначити показник заломлення скла. ***(1,73)***

23.4. Пучок природного світла падає на скляну пластинку з показником заломлення $n = 1,73$. Відбитий від скла пучок світла повністю поляризований. Визначити кут заломлення променя світла. ***(30^0)***

23.5. Паралельний пучок світла переходить з гліцерину, показник заломлення якого $n_1 = 1,45$, у скло з показником заломлення $n_2 = 1,50$. Відбитий від межі поділу цих середовищ пучок стає максимально поляризованим. Знайти кут між заломленим пучком і пучком, що падає на поверхню скла. ***(178^0)***

23.6. Пучок природного світла падає на поверхню скляної пластинки з показником заломлення $n_2 = 1,5$, яка розміщена в рідині. Відбитий від поверхні пучок світла повністю поляризований і утворює кут $\varphi = 97^0$ зі спадним пучком. Обчислити показник заломлення n_1 рідини. ***(1,33)***

23.7. Пучок світла, поширюючись в повітрі, падає на плоскопаралельну скляну пластинку з показником заломлення $n_1 = 1,50$, нижня поверхня якої розміщена у воді, показник заломлення якої $n_2 = 1,30$. Пучок світла, відбитий від межі скло – вода, буде максимально поляризованим. Визначити синус кута падіння i_1 пучка світла на верхню поверхню пластинки. ***(0,98)***

23.8. Інтенсивність природного світла, що пройшло через поляризатор і аналізатор, зменшується в $n = 4$ *рази*. Визначити кут φ між головними площинами поляризатора і аналізатора. Поглинанням світла знехтувати. ***(45^0)***

23.9. Кут між головними площинами поляризатора та аналізатора $\varphi_1 = 45^0$. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, яке виходить з аналізатора, якщо кут збільшиться на $\Delta\varphi = 15^0$? ***(2)***

23.10. Промінь природного світла послідовно проходить через поляризатор і аналізатор, кут між головними площинами яких $\varphi = 60^o$. Під час проходження кожного з ніколів втрати на відбивання і поглинання дорівнюють по $5\ \%$ інтенсивності світла, що падає на ніколь. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла під час проходження через обидва ніколі? ***(8,86)***

23.11. Кут між площинами поляризатора та аналізатора $\varphi = 60^0$. Інтенсивність природного світла, що пройшло через таку систему, зменшується в $n = 9$ *разів*. Нехтуючи втратою інтенсивності світла під час відбивання, визначити у відсотках коефіцієнт k поглинання світла в поляризаторі та аналізаторі. ***(5,7 %)***

VII. КВАНТОВА ПРИРОДА ВИПРОМІНЮВАННЯ

24. ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Основні формули

1. Закон Стефана – Больцмана

$$R^* = \sigma T^4,$$

де R^* – інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла; σ – стала Стефана – Больцмана; T – абсолютна температура абсолютно чорного тіла.

2. Закон зміщення Віна

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

де λ_m – довжина хвилі, при якій спостерігається максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла; b – стала Віна ($b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К).

3. Максимальна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла

$$(r^*_{\lambda,T})_{max} = CT^5,$$

де $C = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \dfrac{Вт}{м^3 К^5}$.

4. Формула Планка

$$r^*_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

$$r^*_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

де $r^*_{\nu,T}, r^*_{\lambda,T}$ – випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла; k – стала Больцмана; h – стала Планка.

24.1. Потужність випромінювання з отвору печі площею $S = 9,15\ см^2$ дорівнює $N = 51,9\ Вт$. Випромінювання близьке до випромінювання абсолютно чорного тіла. Визначити температуру T печі. ***(1000 К)***

24.2. Затемнена металева куля, радіус якої $R = 3\ см$, втрачає енергію лише внаслідок випромінювання. Температура кулі $T_1 = 320\ К$, температура оточуючого середовища $T_2 = 290\ К$. Яку потужність треба підводити до кулі, щоб її температура була більшою від температури оточуючого середовища? ***(2,19 Вт)***

24.3. Інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла $R_T^* = 30\ кВт/м^2$. Визначити довжину хвилі λ_m, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності тіла. ***(3,4 мкм)***

24.4. Випромінювання Сонця за своїм спектральним складом близьке до випромінювання абсолютно чорного тіла, максимум випромінювальної здатності якого спостерігається на довжині хвилі $\lambda_m = 0,48\ мкм$. Радіус Сонця $R = 6,95 \cdot 10^8\ м$. Визначити масу Δm, яку втрачає Сонце за час $t = 1\ с$ внаслідок цього випромінювання. ***(5 Гкг)***

24.5. Температура абсолютно чорного тіла збільшилась вдвічі. Внаслідок цього довжина хвилі λ_m, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності, зменшилась на $500\ нм$. Знайти початкову і кінцеву температури тіла. ***(2900 К; 5800 К)***

24.6. Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум випромінювальної здатності $(r^*_{\lambda,T})_{max}$ змістився з $\lambda_{m1} = 2,1\ мкм$ на $\lambda_{m2} = 0,7\ мкм$. У скільки разів збільшиться інтегральна випромінювальна здатність R^*_T і максимальне значення випромінювальної здатності $(r^*_{\lambda,T})_{max}$? ***(81; 243)***

24.7. З поверхні сажі площею $S = 2\ см^2$ при температурі $T = 500\ К$ за час $t = 400\ с$ випромінюється енергія $W = 226,8\ Дж$. Визначити коефіцієнт чорноти α_T сажі. ***(0,8)***

24.8. Тіло при температурі оточуючого середовища $T_o = 290\ К$ випромінює в 100 разів більше енергії ніж поглинає. Яка температура тіла? ***(917 К)***

24.9. Тонкостінна вольфрамова куля товщиною $d = 1$ *мм*, що нагріта до температури $T_1 = 2400$ *К*, охолоджується внаслідок теплового випромінювання у вакуум до температури $T_2 = 340$ *К*. Упродовж якого часу t відбувалось теплове випромінювання і на скільки зменшиться довжина хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності? Питома теплоємність вольфраму $c = 209$ *Дж/(кг·К)*, густина вольфраму $\rho = 19{,}3\cdot 10^3$ *кг/м*^{3}. ***(601,6 с; 7,32 мкм)***

24.10. Металева куля радіусом $R = 2$ *см* і теплоємністю $C = 14$ *Дж/К* при температурі $T_o = 1100$ *К* перебуває у міжпланетному просторі. Коефіцієнт чорноти кулі $\alpha_T = 0{,}8$. Через який час температура кулі зменшиться вдвічі? ***(108 с)***

24.11. Вважаючи, що спектральний розподіл енергії теплового випромінювання описується формулою Віна $r^*_{\nu,T} = A\cdot\nu^3\cdot e^{-\alpha\cdot\nu/T}$, де $\alpha = 7{,}5$ *пс·К*, знайти для температури $T = 2000$ *К* частоту, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності. ***($8\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$)***

24.12. Використовуючи формулу Планка $r^*_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$, обчислити сталу Стефана – Больцмана. ***($5{,}67\cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4))***

24.13. Застосовуючи формулу Планка $r^*_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$, обчислити сталу Віна. ***($2{,}9\cdot 10^{-3}$ м·К)***

25. КВАНТОВО-ОПТИЧНІ ЯВИЩА

Основні формули

1. Енергія, маса та імпульс фотона

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda};$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda};$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

2. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}; \quad h\nu = A + eU_з,$$

де A – робота виходу електронів; $\frac{mv_{max}^2}{2}$ – максимальна кінетична енергія фотоелектронів; $U_з$ – затримуюча напруга; e – величина заряду електрона.

3. Червона межа фотоефекту

$$\nu_{min} = \frac{A}{h}; \quad \lambda_{max} = \frac{ch}{A}.$$

4. Тиск світла

$$p = w(1+\rho)\cos i,$$

де w – об'ємна густина енергії світла, що падає; ρ – коефіцієнт відбивання світла від поверхні; i – кут падіння світлових променів.

5. Зміна довжини хвилі $\Delta\lambda$ розсіяних рентгенівських променів (γ-квантів)

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_e \sin^2\frac{\theta}{2},$$

де λ' – довжина хвилі розсіяних рентгенівських променів; λ – довжина хвилі рентгенівських променів, що падають; λ_e – комптонівська довжина хвилі електронів; θ – кут розсіяння рентгенівських променів.

25.1. Довжина хвилі, що відповідає фотону, $\lambda = 1,5$ *пм*. Визначити енергію E, масу m та імпульс p фотона. ***(13,24·10^{-14} Дж; 1,47·10^{-30} кг; 4,4·10^{-22} кг·м/с)***

25.2. Під час опромінення поверхні цезію фіолетовим світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,4$ *мкм* максимальна швидкість фотоелектронів v_{max} = = *0,65 Мм/с*. Визначити червону межу λ_{max} фотоефекту. ***(0,65 мкм).***

25.3. Поверхня срібла освітлюється ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}155$ *мкм*. Робота виходу електронів із срібла $A = 4{,}7$ *еВ*. Обчислити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів. ***(1,08 Мм/с)***

25.4. Поверхня срібла освітлюється γ-випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 2{,}47$ *пм*. Робота виходу електронів із срібла $A = 4{,}7$ *еВ*. Визначити максимальну швидкість v_{max} фотоелектронів. ***(259 Мм/с)***

25.5. Почергово освітлюючи поверхню деякого металу світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}32$ *мкм* і $\lambda_2 = 0{,}55$ *мкм,* виявили, що максимальна швидкість фотоелектронів v_{max} у першому випадку у $n = 2$ рази більша, ніж у другому. Визначити роботу виходу електронів з поверхні металу. ***(1,72 еВ)***

25.6. На поверхню калію, робота виходу електронів з якого $A = 2{,}2$ *еВ*, падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}2$ *мкм*. Знайти найменше значення затримуючої напруги $U_з$, при якій фотострум припиняється. ***(4 В)***

25.7. Під час освітлення деякого металу фіолетовим світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}4$ *мкм* вибиті світлом електрони повністю затримуються напругою $U_{31} = 2{,}50$ *В*. Знайти затримуючу напругу U_{32}, якщо той самий метал освітлюють червоним світлом з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0{,}75$ *мкм*? ***(1,05 В)***

25.8. Під час освітлення вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}42$ *мкм* він заряджається до потенціалу $\varphi_1 = 2{,}49$ *В*. Визначити, до якого потенціалу φ_2 зарядиться фотоелемент, якщо його освітлюють монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0{,}25$ *мкм*. ***(4,5 В)***

25.9. Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}331$ *мкм* падає на цезієвий катод фотоелемента. Робота виходу для цезію $A = 1{,}89$ *еВ*. Визначити імпульс p_e фотоелектрона та імпульс $p_к$, що отримує катод, якщо вилітає один електрон ***($7{,}36\cdot10^{-25}$ кг·м/с; $7{,}38\cdot10^{-25}$ кг·м/с)***

25.10. На дзеркальну поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 1$ падає світло, інтенсивність якого $I = 120\ Вт/м^2$, а кут падіння $\alpha = 60^0$. Визначити тиск p світла на цю поверхню. ***(0,4 мкПа)***

25.11. Монохроматичне світло, енергія якого $W = 12\ Дж$, нормально падає на плоску дзеркальну поверхню з коефіцієнтом відбивання $\rho = 0,8$, площею $S = 4\ см^2$ за час $t = 3\ хв$. Обчислити тиск світла на поверхню. ***(1 мкПа)***

25.12. Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,6\ мкм$, що нормально падає на чорну поверхню ($\rho = 0$), дорівнює $P = 0,5\ мкПа$. Визначити кількість N фотонів, які падають за час $t = 20\ с$ на площу $S = 33,1\ см^2$ цієї поверхні. ***($3{\cdot}10^{19}$)***

25.13. Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,662\ мкм$ падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,7$ і чинить тиск $P = 25,5\ мкПа$. Обчислити концентрацію n фотонів у пучку. ***($5{\cdot}10^{13}\ м^{-3}$)***

25.14. В ефекті Комптона енергія фотона розподіляється порівну між електроном і розсіяним фотоном. Кут розсіяння $\theta = \pi/2$. Визначити енергію ε' та імпульс p_γ' розсіяного фотона. ***(0,255 МеВ; $1,36{\cdot}10^{-22}$ кг·м/с)***

25.15. Комптонівське зміщення довжини хвилі рентгенівського кванта з довжиною хвилі $\lambda = 5\ пм$ дорівнює комптонівській довжині хвилі λ_e електрона. Знайти кут θ розсіювання фотона і кінетичну енергію $E_к$ електрона віддачі. ***(90^0; 0,081 МеВ)***

25.16. Внаслідок ефекту Комптона фотон був розсіяний на вільному електроні на кут $\theta = 180^0$. Енергія розсіяного фотона $\varepsilon' = 0,2\ МеВ$. Визначити енергію ε фотона до розсіяння. ***(0,9 МеВ)***

25.17. γ-квант з енергією $E = 2\ МеВ$ розсіюється на вільному електроні. Після зіткнення електрон рухається під кутом $\alpha = 45^0$ до напрямку руху кванта до зіткнення. Визначити кут θ розсіювання γ-кванта. ***(23^0)***

VIII. АТОМНА ФІЗИКА

26. ТЕОРІЯ БОРА ДЛЯ АТОМА ВОДНЮ

Основні формули

1. Момент імпульсу електрона на стаціонарній орбіті

$$m\upsilon_n r_n = n\hbar,\ n = 1,2,\ldots,$$

де m – маса електрона; υ_n – швидкість електрона на n-й стаціонарній орбіті; r_n – радіус електрона на n-й стаціонарній орбіті; n – головне квантове число; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – стала Планка.

2. Енергія фотона, що випромінюється атомом водню під час переходу з одного стаціонарного стану в інший

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = E_k - E_n$$

$$\varepsilon = \hbar\omega = E_k - E_n,$$

де ω – циклічна (колова) частота випромінювання; k і n – головні квантові числа стаціонарних станів, між якими відбувається перехід $(k>n)$.

3. Радіуси стаціонарних орбіт електрона в атомі водню

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m}\cdot n^2,\ n = 1,2,\ldots,$$

де ε_0 – електрична стала; e – величина заряду електрона.

4. Енергія атома водню в n-му стаціонарному стані

$$E_n = -\frac{e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2}.$$

5. Узагальнена формула Бальмера

$$\nu = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

де ν – частоти спектральних ліній атома водню; R ($R = \dfrac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3}$) – стала Рідберга; k ($k = 1,2,3,4,5,6$) – головне квантове число, яке визначає серію, до якої належить спектральна лінія (номер енергетичного рівня, на який переходить електрон)

$k = 1$ – серія Лаймана;
$k = 2$ – серія Бальмера;
$k = 3$ – серія Пашена;
$k = 4$ – серія Брекета;
$k = 5$ – серія Пфунда;
$k = 6$ – серія Хемфрі;
n ($n = k + 1, k + 2, \dots, \infty$) – головне квантове число, що відповідає енергетичному рівню, з якого переходить електрон.

26.1. Знайти радіуси r_n трьох перших борівських електронних орбіт в атомі водню і швидкості v_n електронів на них. ***(0,53·10⁻¹⁰ м; 21,18·10⁻¹⁰ м; 47,67·10⁻¹⁰ м; 2,18·10⁶ м/с; 1,09·10⁶ м/с; 0,73·10⁶ м/с)***

26.2. Визначити кінетичну $E_к$, потенціальну $E_п$ і повну E_1 енергію електрона на першій борівській орбіті атома водню. ***(13,6 еВ; –27,2 еВ; –13,6 еВ)***

26.3. Атом водню випромінює фотон з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}121$ *мкм*. Визначити, на скільки водночас змінилась кінетична енергія електрона. ***(10,2 еВ)***

26.4. Визначити найменшу λ_{min} і найбільшу λ_{max} довжини хвиль спектральних ліній водню у видимій ділянці спектра. ***(0,365 мкм; 0,656 мкм)***

26.5. Знайти перший потенціал збудження U_1 атома водню. ***(10,2 В)***

26.6. Обчислити потенціал іонізації U_i атома водню. ***(13,6 В)***

26.7. Після переходу електрона на рівень з головним квантовим числом $n = 2$ радіус орбіти електрона в атомі водню змінився у 9 разів. Визначити частоту ν світла, що випромінюється атомом водню. ***(0,731· 10¹⁵ Гц)***

26.8. Атом водню, який перебуває у збудженому стані, може, повертаючись в основний стан, випромінити $N = 6$ ліній. Визначити номер n збудженого стану. ***(4)***

26.9. Збуджений атом водню, перейшовши в основний стан, випустив послідовно два кванти світла з довжинами хвиль $\lambda_1 = 4{,}0510$ *мкм* і $\lambda_2 = 0{,}09725$ *мкм*. Визначити енергію E_n початкового стану атома і відповідне йому квантове число n. ***(–0,54 еВ; 5)***

26.10. Двом лініям серії Бальмера атома водню відповідають довжини хвиль $\lambda_1 = 0{,}6562$ *мкм* і $\lambda_2 = 0{,}4340$ *мкм*. Визначити, до якої серії належить спектральна лінія, хвильове число $\nu = 1/\lambda$ якої дорівнює різниці хвильових чисел цих ліній. ***(серії Пашена)***

26.11. Показати, що частота світла, яке випромінюється під час переходу електрона з $(n+1)$-ї на n-ту орбіту, при $n \to \infty$ наближається до частоти обертання електрона навколо ядра.

27. ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ

Основні формули

Довжина хвилі де Бройля для мікрочастинки з імпульсом $\vec{P} = m\vec{\upsilon}$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m\upsilon},$$

де h – стала Планка.

27.1. Електрон пройшов різницю потенціалів $U = 200$ *В*. Визначити довжину хвилі де Бройля λ електрона. (***86,7 пм***)

27.2. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 4{,}0$ *мТл* рухається електрон по колу радіусом $R = 0{,}8$ *см*. Знайти довжину хвилі де Бройля λ електрона. (***129,3 пм***)

27.3. Молекула азоту рухається із середньою квадратичною швидкістю при температурі $T = 350\ K$. Визначити довжину хвилі де Бройля λ молекули. ***(25,5 пм)***

27.4. Електрон рухається по другій орбіті атома водню. Обчислити довжину хвилі де Бройля λ електрона. ***(665,2 пм)***

27.5. На вузьку щілину шириною $a = 2,0$ *мкм* спрямовано паралельний пучок електронів, які мають швидкість $v = 3,6 \cdot 10^6$ *м/с*. Враховуючи хвильові властивості електронів, визначити відстань між двома максимумами інтенсивності першого порядку в дифракційній картині на екрані, який віддалений на $L = 0,2$ *м* від щілини. **(*60,5 мкм*)**

27.6. Куля масою $m = 6$ *г* рухається із швидкістю $v = 400$ *м/с*. Визначити довжину хвилі де Бройля λ кулі. **($2,76 \cdot 10^{-34}$ *м*)**

27.7. Пучок електронів падає на площину під кутом ковзання $\varphi = 30^0$, електрони відбиваються під кутом, що дорівнює куту падіння. Стала кристалічної ґратки $d = 0,24$ *нм*. Знайти значення першої прискорюючої різниці потенціалів U, при якій спостерігається максимальне відбивання. **(*26,1 В*)**

28. СПІВВІДНОШЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

Основні формули

1. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar,$$
$$\Delta y \cdot \Delta P_y \geq \hbar,$$
$$\Delta z \cdot \Delta P_z \geq \hbar,$$

де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – невизначеності координат x, y, z частинки; ΔP_x, ΔP_y, ΔP_z – невизначеності відповідних проекцій імпульсу частинки.

2. Співвідношення невизначеностей для енергії частинки

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,$$

де ΔE – невизначеність енергії частинки; Δt – час (тривалість) життя частинки у стані з даним значенням енергії.

28.1. Пучок електронів рухається вздовж осі $0X$ зі швидкістю $v = 10^6$ *м/с*, яка визначається з точністю до *0,01 %* від її числового значення. Знайти невизначеність Δx координати електрона. ***(1,16·10⁻⁶ м)***

28.2. Пилинка масою $m = 10^{-12}$ *кг* має лінійні розміри порядку 10^{-6} *м*. Координату пилинки можна визначити з точністю до *0,01* її розмірів. Яка невизначеність швидкості Δv_x пилинки? ***(1,05·10⁻¹⁴ м/с)***

28.3. Електронний пучок прискорюється в електронно-променевій трубці різницею потенціалів $U = 500$ *В*. Вважаючи, що невизначеність імпульсу дорівнює *0,1 %* від його числового значення, знайти невизначеність координати Δx електрона. ***(8,8 нм)***

28.4. Електрон рухається в атомі водню по першій борівській орбіті зі швидкістю $v = 2{,}18\cdot10^6$ *м/с*. Вважаючи, що невизначеність швидкості дорівнює *10 %* від її числового значення, знайти невизначеність Δx координати електрона. ***(5,31·10⁻¹⁰ м)***

28.5. Електрон рухається в атомі водню по першій борівській орбіті. Нехай невизначеність координати електрона є співмірна з розмірами самого атома, тобто $\Delta x = 10^{-10}$ *м*. Знайти невизначеність швидкості Δv руху електрона по орбіті. ***(1,16·10⁶ м/с)***

28.6. Кінетична енергія електрона в атомі водню $E_к = 10$ *еВ*. Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити мінімальні лінійні розміри атома. ***(1,23·10⁻¹⁰ м)***

28.7. Електрон перебуває в нескінченно глибокій “потенціальній ямі” шириною $\ell = 100$ *пм*. Застосовуючи співвідношення невизначеностей, знайти мінімальну енергію E_{min} електрона. ***(3,8 еВ)***

28.8. У скільки разів довжина хвилі де Бройля λ частинки менша від невизначеності Δx її координати, яка відповідає відносній невизначеності імпульсу в *1 %*? ***(15,9)***

28.9. Вважаючи, що невизначеність координати рухомої частинки Δx дорівнює довжині хвилі λ де Бройля, визначити відносну неточність $\Delta p/p$ імпульсу цієї частинки. ***(15,9 %)***

28.10. Атом водню спочатку перебуває в основному стані, а потім переходить у збуджений стан, час життя в якому $\tau = 10^{-8}$ *с*. Оцінити ширину ΔE енергетичного рівня атома в основному і збудженому станах. ***(0; 0,07 мкеВ)***

28.11. Атом переходить із збудженого стану, в якому час життя $\tau = 10^{-8}$ *с*, в основний стан, випромінюючи хвилю довжиною $\lambda = 0,6$ *мкм*. Визначити природну ширину $\Delta\lambda$ спектральної лінії випромінювання атома. ***(0,02 пм)***

29. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА

Основні формули

1. Умова нормування хвильової функції ψ

$$\int_{(V)} |\Psi|^2 dV = 1,$$

де V – повний об’єм, в якому може перебувати частинка.

2. Ймовірність W перебування частинки в заданому об’ємі V

$$W = \int_{(V)} |\Psi|^2 dV,$$

де Ψ – хвильова функція, яка описує стан частинки

3. Значення енергії частинки E_n в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} \cdot n^2,\ n = 1,2,\ldots,$$

де m – маса частинки; ℓ – ширина потенціальної ями; n – квантове число.

4. Коефіцієнт прозорості D потенціального бар'єра прямокутної форми

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}\ell\right],$$

де U – висота потенціального бар'єра; m – маса частинки; E – енергія частинки; ℓ – ширина бар'єра.

29.1. Хвильова функція, яка описує стан електрона в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі, має вигляд $\psi_n(x) = A\sin kx + B\cos kx$. Ширина ями $\ell = 0{,}01$ *м*. Визначити енергію електрона E_2 на другому енергетичному рівні. ***(1,4·10^{-14}еВ)***

29.2. Хвильова функція, що описує стан електрона в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі, має вигляд $\psi_n(x) = A\sin\frac{n\pi}{\ell}x$. Використовуючи умову нормування, визначити сталу A. $\left(\sqrt{\frac{2}{\ell}}\right)$

29.3. Електрон перебуває в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі. Знайти відношення різниці сусідніх енергетичних рівнів ΔE_n до енергії електрона E_n, якщо: *1)* $n = 1$; *2)* $n = 10$; *3)* $n = 100$; *4)* $n = \infty$. ***(3; 0,21; 0,0201; 0)***

29.4. Електрон перебуває в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі. Визначити різницю енергій двох сусідніх енергетичних рівнів ΔE_2, якщо розміри ями $\ell_1 = 10^{-1}$ *м* *і* $\ell_2 = 10^{-10}$ *м*. ***(18,6·10^{-17} еВ; 186,2 еВ)***

29.5. Електрон перебуває в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі в основному стані. Обчислити імовірність W виявлення електрона в середній третині ями. ***(0,195)***

29.6. Електрон в одновимірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі перебуває у збудженому стані ($n = 4$). Визначити імовірність W виявлення електрона в першій чверті ями. ***(0,250)***

29.7. У додатному напрямку осі $0X$ рухаються електрон і протон з енергією $E = 4$ *еВ* кожний і наштовхуються на прямокутний потенціальний бар’єр висотою $U = 9$ *еВ* і шириною $\ell = 0,5$ *пм*. Знайти відношення імовірностей W_e/W_p проходження електроном і протоном цього бар’єра. ***(1,62)***

29.8. Електрон з енергією $E = 2$ *еВ* рухається в додатному напрямку осі $0X$ і зустрічає на своєму шляху прямокутний потенціальний бар’єр висотою $U = 12$ *еВ*. Коефіцієнт прозорості бар’єра $D = 0,02$. Визначити ширину ℓ бар’єра. ***(0,12 нм)***

29.9. Електрон з енергією E рухається в додатному напрямку осі $0X$ і зустрічає на своєму шляху прямокутний потенціальний бар’єр висотою U і шириною $\ell = 0,5$ *нм*. Коефіцієнт прозорості бар’єра $D = 0,05$. Знайти різницю енергій $U – E$. ***(0,34 еВ)***

29.10. Нормована хвильова функція, що описує стан $1s$-електрона в атомі водню має вигляд $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_1^3}} e^{-r/r_1}$, де r – відстань електрона від ядра, r_1 – радіус першої орбіти електрона. Визначити імовірність W виявлення електрона в атомі всередині сфери радіусом $r = 0,021\, r_1$. ***($1,03 \cdot 10^{-5}$)***

30. РЕНТГЕНІВСЬКЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Основні формули

1. Короткохвильова границя гальмівного рентгенівського випромінювання

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU},$$

де λ_{min} – найменша довжина хвилі гальмівного рентгенівського випромінювання; U – різниця потенціалів між анодом (антикатодом) і катодом рентгенівської трубки.

2. Частоти ν характеристичних рентгенівських променів (закон Мозлі)

$$\nu = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right),$$

де R – стала Рідберга; Z – порядковий номер елемента у періодичній таблиці Менделєєва; σ – стала екранування;

якщо $m = 1$, то $n = 2, 3, ...$ – лінії K-серії;

якщо $m = 2$, то $n = 3, 4, ...$ – лінії L-серії;

якщо $m = 3$, то $n = 4, 5, ...$ – лінії M-серії.

30.1. Швидкість електрона, що підлітає до антикатода рентгенівської трубки, $v = 10^8$ *м/с*. Визначити короткохвильову границю λ_{min} гальмівного рентгенівського випромінювання. ***(39,9 пм)***

30.2. Антикатод рентгенівської трубки покритий ванадієм ($Z = 23$). Границя K-серії ванадію $\lambda_{min} = 226$ *пм*. Яку найменшу різницю потенціалів U_{min} треба прикласти до трубки, щоб у спектрі рентгенівського випромінювання з'явились всі лінії K-серії? ***(5,5 кВ)***

30.3. Із збільшенням напруги на рентгенівській трубці вдвічі довжина хвилі короткохвильової границі суцільного рентгенівського спектра змінилась на $\Delta\lambda = 50$ *пм*. Визначити довжину хвилі λ_{min}. ***(100 пм)***

30.4. Зі зменшенням напруги на рентгенівській трубці на $\Delta U = 23$ *кВ* довжина хвилі λ_{min} короткохвильової границі суцільного рентгенівського спектра збільшується вдвічі. Знайти довжину хвилі λ_{min}. ***(27 пм)***

30.5. Очислити енергію E фотона, що відповідає лінії K_α у характеристичному рентгенівському спектрі марганцю ($Z = 25$). ***(5,84 кеВ)***

30.6. Визначити, яким елементам належать такі K_α-лінії: $\lambda_1 = 987$ *пм*; $\lambda_2 = 832$ *пм*; $\lambda_3 = 711$ *пм*. ***(Mg, Aℓ, Si)***

30.7. Експериментально знайдено граничну частоту $\nu_\infty = 5{,}55\cdot10^{18}$ *Гц* K-серії характеристичного рентгенівського випромінювання деякого елемента. Знайти порядковий номер Z цього елемента. ***(42)***

30.8. Для рентгенівської трубки з нікелієвим анодом *(Z = 28)* різниця довжин хвиль між K_α-лінією і коротkохвильовою межею суцільного рентгенівського спектра $\Delta\lambda = 84$ *пм.* Визначити напругу U_{min} на трубці. ***(15 кВ)***

30.9. Зі збільшенням напруги на рентгенівській трубці від $U_1 = 10$ *кВ* до $U_2 = 20$ *кВ* інтервал довжин хвиль між K_α-лінією і коротко-хвильовою межею суцільного рентгенівського спектра $\Delta\lambda$ збільшився втричі. Визначити порядковий номер Z елемента антикатода цієї трубки. ***(29)***

30.10. Обчислити сталі екранування σ для таких ліній K-серії міді *(Z = 29)*: $\lambda_{K_\alpha} = 154$ *пм,* $\lambda_{K_\beta} = 139$ *пм,* $\lambda_{K\gamma} = 137{,}9$ *пм.* **(0,9; 1,84; 2,45)**

30.11. Під час переходу електрона в атомі вольфраму *(Z = 74)* з M-шару на L-шар довжина хвилі випущеного фотона $\lambda = 140$ *пм*. Визначити сталу екранування σ для L-серії рентгенівського випромінювання. ***(5,5)***

IX. ЯДЕРНА ФІЗИКА

31. ЗАКОН РАДІОАКТИВНОГО РОЗПАДУ

Основні формули

1. Основний закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N_0 – кількість ядер в початковий момент часу; N – кількість ядер, які не розпалися на момент часу t; λ – стала радіоактивного розпаду.

2. Кількість ядер, що розпалися за час t

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

3. Період піврозпаду

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

4. Середній час життя радіоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

5. Кількість атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

де N_A – стала Авогадро; m – маса ізотопу; μ – молярна маса ізотопу.

6. Активність радіоактивного ізотопу

$$A = \frac{|dN|}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

7. Активність ізотопу в початковий момент часу $(t = 0)$

$$A_0 = \lambda N_0.$$

8. Закон зміни активності ізотопу з часом

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

31.1. Початкова маса радону $_{86}Rn^{222}$ $m_0 = 0,6$ *г*. Період піврозпаду $T = 3,82$ доби. Визначити кількість ΔN ядер радону, які розпалися за час $t = 3$ доби. Знайти сталу розпаду радону λ. ***(6,83·10^20; 2, 1·10^-6 с^-1)***

31.2. Початкова маса урану $_{92}U^{238}$ $m_0 = 1$ *кг*. Період піврозпаду $T = 4,5 \cdot 10^9$ років. Визначити кількість ΔN ядер урану, які розпалися за час $t = 1$ рік. Обчислити сталу розпаду урану λ. **($3,89 \cdot 10^{14}$; $4,88 \cdot 10^{-18} с^{-1}$)**

31.3. Кількість ядер радону за одну добу зменшилась на *16,6 %*. Визначити сталу розпаду радону λ. **($2, 1 \cdot 10^{-6} с^{-1}$)**

31.4. Стала радіоактивного розпаду ізотопу $_{82}Pb^{210}$ $\lambda = 10^{-9}$ $с^{-1}$. Визначити час *t*, упродовж якого розпадеться 4/5 початкової кількості ядер цього радіоактивного ізотопу. ***(51 рік)***

31.5. За час $t_1 = 2$ доби початкова кількість ядер радіоактивного ізотопу зменшилась в $n = 3$ рази. У скільки разів вона зменшиться за час $t_2 = 3$ доби? ***(5,2)***

31.6. Початкова маса радіоактивного ізотопу $m_0 = 0,88$ *г*. Період піврозпаду $T = 5,5$ *с*. Визначити масу ізотопу, який розпався за третю секунду після початку розпаду. ***(0,08 г)***

31.7. Період піврозпаду радіоактивного магнію $_{12}Mg^{27}$ $T = 600$ с, початкова маса $m_0 = 0,5$ *мг*. Знайти початкову активність A_0 магнію і його активність через час $t = 2$ *год*. **($1,29 \cdot 10^{16}$ Бк; $3,14 \cdot 10^{12}$ Бк)**

31.8. За час $t = 24$ *год.* активність ізотопу зменшилась від $A_1 = 1,29 \cdot 10^{16}$ *Бк* до $A_2 = 3,14 \cdot 10^{12}$ *Бк*. Який період піврозпаду *T* цього ізотопу? ***(6 год)***

31.9. Визначаючи період піврозпаду *T* радіоактивного ізотопу, використали лічильник імпульсів. За час $\Delta t = 1$ *хв* від початку спостереження було нараховано $\Delta n_1 = 375$ імпульсів, а в момент часу $t = 60$ *хв* відповідно $\Delta n_2 = 138$ імпульсів. Визначити період піврозпаду T ізотопу. ***(41,6 хв)***

31.10. Відбуваються чотири α-розпади і два β-розпади радіоактивного ізотопу радію ${}_{88}Ra^{225}$. Визначити для кінцевого ядра зарядове число Z і масове число A. ***(82; 209)***

31.11. Відбувається шість α-розпадів і три β-розпади ядра урану ${}_{92}U^{233}$. Знайти для кінцевого ядра зарядове число Z і масове число A. ***(83; 209)***

31.12. Ядро талію ${}_{81}Tl^{210}$ перетворюється в ядро свинцю ${}_{82}Pb^{206}$. Скільки α- і β-частинок випускається під час такого перетворення? ***(1; 3)***

32. ЕНЕРГІЯ ЗВ'ЯЗКУ ЯДЕР

Основні формули

1. Дефект маси Δm атомного ядра

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_я = Zm_{{}_1H^1} + (A - Z)\cdot m_n - m_a,$$

де Z – зарядове число; A – масове число; N – кількість нейтронів у ядрі; m_p, m_n – маси протона і нейтрона; $m_я$ і m_a – маси ядра і атома ізотопу.

2. Енергія зв'язку ядра

$$E_{зв} = c^2 \Delta m,$$

c – швидкість світла у вакуумі.

Якщо енергія виражена в *МеВ*, а маса – в атомних одиницях, то

$$E_{зв} = 931\Delta m.$$

3. Питома енергія зв'язку

$$\delta_{зв} = \frac{E_{зв}}{A},$$

32.1. Визначити питому енергію зв'язку $\delta_{зв}$ ядра $_6C^{12}$. ***(7,68 МеВ/нуклон)***

32.2. Знайти енергію, яка необхідна для відривання нейтрона від ядра $_{11}Na^{23}$. ***(12,42 МеВ)***

32.3. Із протонів і нейтронів утворюються ядра гелію $_2He^4$ загальною масою $m = 0{,}002$ *кг*. Визначити енергію E в кіловат-годинах, яка виділяється при цьому. ***(3,8·10^5^ кВт·год)***

32.4. Ядро нейтрального атома складається із трьох протонів і двох нейтронів. Енергія зв'язку ядра $E_{зв} = 26{,}3$ *МеВ*. Яка маса m_a цього атома? ***(5,01258 а.о.м.)***

32.5. Встановити мінімальну енергію, яка необхідна для відривання нейтрона від ядра $_7N^{14}$. ***(10,56 МеВ)***

32.6. Знайти, яку найменшу енергію необхідно затратити, щоб відірвати один протон від ядра азоту $_7N^{14}$. ***(7,04 МеВ)***

32.7. Визначити найменшу енергію, яку необхідно затратити для поділу ядра вуглецю $_6C^{12}$ на три однакові частини. ***(7,26 МеВ)***

32.8. Енергія зв'язку ядра фтору $_9F^{19}$ $E_{зв1} = 147{,}8$ *МеВ*, а ядра кисню $_8O^{18}$ – $E_{зв2} = 139{,}8$ *МеВ*. Визначити, яку найменшу енергію E треба затратити, щоб відірвати один протон від ядра фтору. ***(8,0 МеВ)***

33. ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

Основні формули

1. Схема ядерної реакції

$$X + a \rightarrow Y + b.$$

2. Енергія ядерної реакції (тепловий ефект реакції)

$$Q = 931[(m_X + m_a) - (m_Y + m_b)] =$$
$$= [E_k(Y) + E_k(b) - E_k(X) - E_k(a)],$$

де m_x, m_a, m_y, m_b – маси ядер та частинок в *а.о.м.*; E_k – кінетична енергія ядер та частинок.

3. Маса нейтральних атомів (а.о.м.)

Нейтрон	$_0n^1$	1,00867	Берилій	$_4Be^9$	9,01219
Протон	$_1p^1$	1,00728		$_4Be^{10}$	10,01354
Водень	$_1H^1$	1,00783	Вуглець	$_6C^{12}$	12,00000
	$_1H^2$	2,01410		$_6C^{14}$	13,00335
	$_1H^3$	3,01605	Азот	$_7N^{14}$	14,00307
Гелій	$_2He^3$	3,01603	Натрій	$_{11}Na^{22}$	22,98977
	$_2He^4$	4,00260	Магній	$_{12}Mg^{23}$	22,99414
Літій	$_3Li^6$	6,01513			
	$_3Li^7$	7,01601			

33.1. Ядро атома азоту $_7N^{13}$ викинуло позитрон $_1e^0$ і нейтрино $_0\nu^0$. Кінетична енергія позитрона $E_{ке} = 1\ MeB$. Нехтуючи кінетичною енергією ядра віддачі, визначити кінетичну енергію $E_{к\nu}$ нейтрино. ***(0,2 МеВ)***

33.2. Нерухоме ядро кремнію $_{14}Si^{31}$ викинуло β-частинку і антинейтрино $_0\tilde{\nu}^0$ з кінетичною енергією $E_{к\nu} = 1\ MeB$. Нехтуючи кінетичною енергією ядра віддачі, знайти кінетичну енергію $E_{ке}$ електрона. ***(0,48 МеВ)***

33.3. Нерухоме ядро полонію $_{84}Po^{210}$ викинуло α-частинку з кінетичною енергією $E_{кHe} = 5{,}3\ MeB$. Визначити кінетичну енергію $E_к$ ядра віддачі і повну енергію Q, яка виділилась під час α-розпаду. ***(0,2 МеВ; 5,5 МеВ)***

33.4. Знайти зарядове число Z і масове число A ядра, яке утворилось внаслідок реакції $_4Be^9 + {_1H^1} = {_2He^4} + {_ZX^A}$. Обчислити енергію Q, яка виділиться внаслідок цієї реакції. ***(3; 6; 2,13 МеВ)***

33.5. Внаслідок взаємодії ядра водню $_1H^1$, кінетична енергія якого $E_{кH} = 5{,}45\ MeB$, з нерухомим ядром берилію $_4Be^9$ утворюються ядро літію $_3Li^6$ і ядро гелію $_2He^4$, кінетична енергія якого $E_{кHe} = 4\ MeB$ і яке вилетіло під кутом $\alpha = 90^0$ у напрямку руху ядра $_1H^1$. Визначити енергію Q, яка виділиться під час цієї реакції. ***(2,13 МеВ)***

33.6. Обчислити енергію ядерної реакції ${}_{20}Ca^{44} + {}_{1}H^{1} = {}_{19}K^{41} + {}_{2}He^{4}$. ***(–1,6 МеВ)***

33.7. Енергія зв'язку ядра азоту ${}_{7}N^{14}$ $E_{зв1} = 104,66\ МеВ$, а ядра вуглецю ${}_{6}C^{14}$ – $E_{зв2} = 105,29\ МеВ$. Визначити енергію, яка виділиться в результаті ядерної реакції ${}_{7}N^{14} + {}_{0}n^{1} = {}_{6}C^{14} + {}_{1}p^{1}$. ***(0,63 МеВ)***

33.8. Під час ядерної реакції ${}_{4}Be^{9} + {}_{2}He^{4} = {}_{6}C^{12} + {}_{0}n^{1}$ виділяється енергія $Q = 5,70\ МеВ$. Нехтуючи кінетичними енергіями ядер ${}_{4}Be^{9}$ і ${}_{2}He^{4}$ і вважаючи їх сумарний ядерний імпульс таким, що дорівнює нулеві, знайти кінетичні енергії продуктів розпаду $E_{кC}$ і $E_{кn}$. ***(0,44 МеВ; 5,26 МеВ)***

33.9. Замінити відповідними позначеннями x у таких ядерних реакціях:

1) ${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \to {}_{57}La^{145} + x + 4{}_{0}n^{1};$

2) ${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \to {}_{x}Zr^{99} + {}_{52}Te^{135} + x{}_{0}n^{1};$

3) ${}_{90}Th^{232} + {}_{0}n^{1} \to x + {}_{54}Xe^{140} + 3{}_{0}n^{1};$

4) ${}_{x}Pu^{x} + {}_{0}n^{1} \to {}_{34}Se^{80} + {}_{69}Nd^{157} + 3{}_{0}n^{1}.$

33.10. Потужність атомної електростанції $P = 40\ МВт$. Коефіцієнт корисної дії $\eta = 20\ \%$. Під час кожного поділу ядра урану ${}_{92}U^{235}$ виділяється енергія $Q = 200\ МеВ$. Яка маса урану витрачається за час $t = 3\ доби$? ***(0,21 кг)***

33.11. Під час вибуху водневої бомби відбувається термоядерна реакція утворення гелію із дейтерію і тритію. Визначити енергію Q, яка виділяється під час цієї реакції і енергію E, яку можна отримати, якщо утворюється маса $m = 0,5\ г$ гелію. ***(17,6 МеВ; 5,89·10^4 кВт·год)***

ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ

Гравітаційна стала	$G = 6{,}6720 \cdot 10^{-11} \dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.
Швидкість світла у вакуумі	$c = 3 \cdot 10^8 \dfrac{м}{с}$.
Число Авогадро	$N_A = 6{,}025 \cdot 10^{23}\, моль^{-1}$.
Універсальна газова стала	$R = 8{,}31 \dfrac{Дж}{моль \cdot К}$.
Стала Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \dfrac{Дж}{К}$.
Заряд електрона	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, Кл$.
Маса спокою електрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\, кг$.
Маса спокою протона	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, кг$.
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{Ф}{м}$.
Магнітна стала	$\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7} \dfrac{Гн}{м}$.
Стала Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$.
Стала Планка	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\, Дж \cdot с$.
Стала закону зміщення Віна	$b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}\, м \cdot К$.
Стала Рідберга	$R = 3{,}3 \cdot 10^{15}\, с^{-1}$.

Пропонуємо Вашій увазі навчальні видання:

Бушмакін В.М. та ін.
КОМБІНАТОРИКА
Навч. посібник / В.М. Бушмакін, В.К. Гануліч, А.З. Мохонько, С.І. Томецька, Н.М. Тимошенко. – Серія “Математика для інженерів”. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2002. – 196 с.
ISBN 966-553-247-2

Чи не єдиний посібник з комбінаторики для студентів технічних ВНЗ українською мовою.

Автори у доступній формі ознайомлюють читача з основними поняттями та методами комбінаторики, яка є важливим розділом дискретної математики, але також застосовується у багатьох інших науках. Рекомендований Міністерством освіти і науки України як посібник для студентів ВНЗ. Може бути корисним для аспірантів, викладачів деяких спеціальних дисциплін та для працівників наукових установ.

Рудавський Ю.К., Каленюк П.І., Тацій Р.М. та ін.
ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ
Навч. посібник. – Серія “Математика для інженерів”. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2001. – 244 с.
ISBN 966-553-096-8

Необхідний студентам інженерно-технічних спеціальностей збірник містить задачі з курсу звичайних диференціальних рівнянь відповідно до типових навчальних програм ВНЗ.

У збірнику коротко та в доступній формі викладено теоретичні відомості, необхідні для розв’язання типових задач. Також подано детальні розв’язання основних типів таких задач.

Плахтина О.Г. та ін.
ЧАСТОТНО-КЕРОВАНІ АСИНХРОННІ ТА СИНХРОННІ ЕЛЕКТРОПРИВОДИ
Навч. посібник / О.Г. Плахтина, С.С. Мазепа, А.С. Куцик. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2002. – 228 с.
ISBN 966-553-260-X

Досягнення в розвитку комп’ютерної техніки зумовили широке застосування керованих електроприводів змінного струму, про які йдеться у посібнику.

Видання рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів електромеханічних спеціальностей ВНЗ. Також може широко використовуватися спеціалістами в галузі електропривода, моделювання електромеханічних систем, студентами під час вивчення дисциплін “Сучасні електроприводи змінного струму”, “Комп’ютерні дослідження електромашинно-вентильних систем”, “Математичне моделювання електромеханічних систем з тиристорними перетворювачами”, “Системи керування електроприводами”.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Лопатинський Іван Євстахович
Зачек Ігор Романович
Середа Володимир Миколайович
Крушельницька Тетяна Доріанівна
Українець Наталія Андріївна

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Редактор Оксана Чернигевич
Технічний редактор Лілія Саламін
Комп'ютерне верстання Галини Сукмановської
Художник-дизайнер Уляна Келеман

Здано у видавництво 21.11.2003. Підписано до друку 18.12.2003.
Формат 60×84/16. Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 7,2. Обл.-вид. арк. 5,30.
Наклад 2000 прим. Зам. 30801.

Видавництво Національного університету "Львівська політехніка"
Реєстраційне свідоцтво серії ДК № 751 від 27.12.2001 р.

Поліграфічний центр Видавництва
Національного університету "Львівська політехніка"

вул. Ф. Колесси, 2, Львів, 79000