

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ ТА ІНФОРМАТИЗАЦІЇ
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ІНФОКОМУНІКАЦІЙ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК
ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІ З ДИСЦИПЛІНИ
“ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ЗВ’ЯЗКУ”

БЕРКМАН Л.Н., ВАРФОЛОМЕЄВА О.Г., ГРУШЕВСЬКА В.П.
ТИПОВІ СИГНАЛИ ТА ЗАВАДИ В ЕЛЕКТРОЗВ’ЯЗКУ

Київ – 2015

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ ТА
ІНФОРМАТИЗАЦІЇ

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ІНФОКОМУНІКАЦІЙ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК
ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ З ДИСЦИПЛІНИ
“ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ЗВ’ЯЗКУ”

БЕРКМАН Л.Н., ВАРФОЛОМЕЄВА О.Г., ГРУШЕВСЬКА В.П.

ТИПОВІ СИГНАЛИ ТА ЗАВАДИ В ЕЛЕКТРОЗВ’ЯЗКУ

Затверджено вченою радою
факультету Інформаційних технологій
навчально-наукового інституту
Телекомунікацій та інформатизації
Державного університету телекомунікацій
як навчальний посібник для студентів вищих
навчальних закладів за напрямом
05903 «Телекомунікації»
(Протокол №5 від 26 січня 2015 р.)

Київ – 2015

УДК 621.391.13
В 685
ББК 32.811

Рецензенти: проф., д.т.н. Ю.Г. Савченко
проф., д.т.н. В.В. Поповський

Навчальний посібник призначений для самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів з навчальної дисципліни “Теорія електричного зв’язку” (ТЕЗ) - циклу дисциплін професійної та практичної підготовки за напрямом 05903 “ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ”.

Навчальна дисципліна “Теорія електричного зв’язку” вивчається протягом двох семестрів. Матеріал відповідає програмі дисципліни, сформовано відповідно чотири складових навчального посібника:

Беркман Л.Н., Комарова Л.О., Чумак Н.С. Системи електрозв’язку та сигнали.

Беркман Л.Н., Варфоломєєва О.Г., Грушевська В.П. Типові сигнали та завади в електрозв’язку.

Беркман Л.Н., Комарова Л.О., Чумак О.І. Основні поняття та теореми теорії інформації.

Жураковський Б.Ю., Варфоломєєва О.Г., Твердохліб М.Г. Основи теорії потенційної завадостійкості.

Беркман Л.Н., Варфоломєєва О.Г., Грушевська В.П. Типові сигнали та завади в електрозв’язку. Навчальний посібник підготовлено для самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів . – Київ: ДУТ ННІТІ, 2015. – 92с.

У навчальному посібнику подано математичний опис сигналів та завад. Розглянуто основні структурні схеми широкосмугових систем зв’язку, типи шумоподібних сигналів та їх спектри. Наведено класифікацію, енергетичні та кореляційні характеристики сигналів. Викладено теорему відліків, теорему Котельникова.

Розглянуто модульовані сигнали, часове та спектральне зображення АМ сигналу; модуляція гармонічним та складним сигналами, імпульсна модуляція та енергетичний спектр модульованих сигналів, методи цифрової модуляції, Наведено загальні відомості про приймання сигналів, зокрема, кореляційне та автокореляційне приймання; когерентне та некогерентне приймання.

Контрольні запитання і задачі допоможуть студенту в підготовці до перевірки знань.

Навчальний посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальностями з напрямку “Телекомунікації”, а також може бути корисний для аспірантів, викладачів навчальних закладів відповідних спеціальностей, фахівців, які обслуговують телекомунікаційні мережі зв'язку.

ЗМІСТ

	С.
ПЕРЕДМОВА	5
Розділ 1. ВИКОРИСТАННЯ ШУМОПОДІБНИХ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ	9
1.1 Основні поняття і означення.....	9
1.2. Кодовий поділ абонентів.....	12
1.3. Основні структурні схеми широкосмугових систем зв'язку.....	17
1.4. Шумоподібні сигнали та їхні спектри	21
1.5. Оптимальна обробка сигналів	24
1.6. Кореляційні функції сигналів.....	26
1.7. Основні типи ШПС.....	31
Контрольні запитання для самооцінки рівня знань.....	35
Післямова до розділу 1	35
Розділ 2. МОДУЛЬОВАНІ СИГНАЛИ	37
2.1. Загальні положення	37
2.2. Основні види аналогової амплітудної модуляції.....	38
2.3. Кутова модуляція.....	44
2.4. Дискретна модуляція гармонічного переносника	50
2.5. Імпульсна модуляція	53
2.6. Модуляція шумової несучої	57
2.7. Енергетичний спектр модульованих сигналів	60
2.8. Цифрові методи модуляції.....	62
Контрольні запитання для самооцінки рівня знань.....	70
Післямова до розділу	70
Розділ 3. МЕТОДИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ	71
3.1. Загальні відомості про приймання сигналів.....	71
3.2. Приймання сигналів з накопиченням.....	72
3.3. Кореляційне приймання	76
3.4. Автокореляційне приймання	77
3.5. Когерентне та некогерентне приймання.....	78
3.6. Приймання на погоджений фільтр.....	81
Контрольні запитання для самооцінки рівня знань.....	87
Післямова до розділу3	88
Задачі для перевірки знань	88
Список літератури, рекомендованої для поглибленого вивчення дисципліни	91

ПЕРЕДМОВА

Навчальні посібники призначено для вивчення дисципліни “Теорія електричного зв’язку” (ТЕЗ) – циклу дисциплін професійної та практичної підготовки для студентів вищих навчальних закладів усіх форм навчання за напрямом 05903 “ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ”.

Навчальні посібники відповідають програмі дисципліни ТЕЗ.

Посібники призначено для студентів, які вперше знайомляться з процесами передавання сигналів в інформаційних системах. Творчий колектив авторів намагалися максимально використовувати термінологію доступну і зрозумілу студентам 2 курсу. Робота з навчальними посібниками не виключає використання інших підручників та посібників, список яких подано в кожному наприкінці.

Предметом навчальної дисципліни є:

- основи сучасної теорії електрозв’язку з акцентом на фізичне тлумачення процесів, які відбуваються під час передавання повідомлень та сигналів у системах зв’язку; математичний опис основних фізичних процесів передавання сигналів та методи забезпечення граничних характеристик систем зв’язку як за достовірністю, так і за швидкістю передачі інформації; загальні принципи модуляції; методи цифрової модуляції; теорема Котельникова;

- процеси передавання сигналів каналами зв’язку при наявності завад з математичної точки зору. Методи ефективного кодування. Теорема Шеннона для каналу з завадами;

- оптимальний прийом сигналів. Принципи побудови багатоканальних модемів, багатопозиційні сигнали і їх застосування у високошвидкісних модемах;

- принципи побудови телекомунікаційних мереж; цифрові методи передачі неперервних повідомлень. Основи теорії лінійного розділу сигналів. Пропускна здатність багатоканальних систем. Архітектура сучасних телекомунікаційних мереж.

Метою вивчення навчальної дисципліни є:

- з’ясування фундаментальних понять інформаційної інфраструктури для спеціалістів з телекомунікацій;

- опанування основними термінами, категоріями, базовими знаннями із сучасної теорії електричного зв’язку, використання і оцінювання у своїй практичній діяльності математичних моделей процесів (у тому числі сигналів, каналів зв’язку) для розв’язання виробничих, проектних та наукових задач з телекомунікацій;

- здатність свідомого застосування правил, методів, принципів, законів у конкретних ситуаціях, можливість своєчасно адаптуватися до зростаючого потоку інформації, проблем розвитку галузі зв’язку та новітніх науково-технічних досягнень в галузі телекомунікацій;

- сформувати у випускників активну позицію (за вимогами до сучасних спеціалістів), спрямовану на практичну реалізацію важливих завдань - інформатизації держави та входження до глобальної інфраструктури.

Завданнями навчальної дисципліни є формування наступних умінь:

- уміти характеризувати системи електрозв’язку, типові сигнали та завади, характеризувати та оцінювати основні характеристики сигналів, аналізувати переваги і недоліки конкретних видів модуляції, проводити розрахунки характеристик випадкових сигналів на виході каналів, чітко характеризувати процес дискретизації сигналів за теоремою Котельникова;

- уміти розуміти сутність та оцінювати значення, здійснювати класифікацію каналів електрозв’язку, характеризувати математичні моделі дискретних та неперервних каналів, диференціювати, інтегрувати, уніфікувати, оцінювати зміст теорії передачі інформації каналами телекомунікаційних мереж, проводити аналітичні експерименти із використанням математичних моделей, методик визначення параметрів окремих частин та системи передавання інформації в цілому;

- уміти узгоджувати параметри джерела та каналу зв'язку, застосовувати завадостійкі коди та методи оптимальної демодуляції, реалізувати алгоритми оптимального прийому багатопозиційних сигналів багатоканальних модемів;
- уміти аналізувати процес завадостійкості систем електрозв'язку з різними видами модуляції та методами приймання, застосовувати теорію лінійного розподілу сигналів, проводити аналіз архітектури сучасних телекомунікаційних мереж, окремих технічних рішень на мережах зв'язку і прогнозувати очікувані результати.

Теми за робочою програмою в навчальних посібниках

Беркман Л.Н., Комарова Л.О., Чумак Н.С. СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ ТА СИГНАЛИ

Тема 1. Загальні поняття про системи електрозв'язку та сигнали

Вступ. Мета та задачі курсу ТЕЗ. Загальні поняття про системи електрозв'язку. Досягнення сучасної теорії та техніки зв'язку.

Класифікація, узагальнені структурні схеми. Поняття сигналу, основні характеристики первинних сигналів. Елементи простого кодування. Випадкові процеси. Числові характеристики випадкових величин. Закони розподілу випадкових величин.

Спектральна щільність потужності та її зв'язок із функцією кореляції. Низькочастотний та смуговий Гауссівський шум.

Тема 2. Характеристики каналів електрозв'язку

Канали електрозв'язку, їх класифікація та характеристики. Математичні моделі дискретних та неперервних каналів.

Ідеальний канал без завад. Канал з адитивним гауссовим шумом. Канал з невизначеною фазою сигналу. Однопроменевий гауссів канал із загальними завмираннями. Канал з міжсимвольною інтерференцією (МСІ) і адитивним шумом.

Задачі для перевірки знань

Беркман Л.Н., Варфоломеєва О.Г., Грушевська В.П. ТИПОВІ СИГНАЛИ ТА ЗАВАДИ В ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Тема 3. Основні характеристики сигналів Теорема Котельникова

Математичний опис сигналів та завад. Класифікація, енергетичні та кореляційні характеристики сигналів.

Подання сигналів в ортогональному базисі. Приклади ортогональних базисів. Спектральний аналіз сигналів. Амплітудний, фазовий, комплексний та енергетичний спектри сигналів. Геометричне зображення сигналів.

Теорема відліків. Динамічне уявлення сигналів.

Методи цифрової модуляції. Теорема Котельникова.

Перетворення аналогових сигналів у дискретну та цифрову форму. Відновлення сигналів. ІКМ. Похибки квантування.

Тема 4. Загальні принципи модуляції.

Модульовані сигнали. Амплітудна модуляція (АМ) гармонічного переносника. Часове та спектральне зображення АМ сигналу. Модуляція гармонічним та складним сигналами. БМ та односмугова модуляції. Принципи формування АМ, БМ, та ОМ сигналів. Синхронне детектування. Детектор обвідної.

Кутова модуляція гармонічного переносника. Часове та спектральне зображення сигналів кутових модуляцій. Принципи формування та детектування сигналів кутових модуляцій.

Шумоподібні сигнали та їхні спектри. Основні типи широкосмугових систем зв'язку (ШПС), їх основні структурні схеми.

Задачі для перевірки знань

**Беркман Л.Н., Комарова Л.О., Чумак О.І.
ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ТЕОРЕМИ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ**

Тема 5. ТЕОРІЯ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ КАНАЛАМИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ

Кількісна міра інформації, її властивості. Ентропія джерела дискретних повідомлень та її властивості. Інформаційні характеристики джерел дискретних повідомлень. Передача повідомлень каналами з шумами. Взаємна інформація та її властивості.

Швидкість передачі інформації і пропускна здатність дискретного каналу. Методи ефективного кодування. Теорема Шеннона для каналу з завадами.

Інформаційні характеристики джерел неперервних повідомлень. Пропускна здатність неперервного каналу. Епсілон-ентропія, продуктивність, надмірність.

Тема 6. ТЕОРІЯ КОДУВАННЯ

Призначення і класифікація кодів. Лінійні двійкові блочні коди. Основні параметри кодів, їх коригуюча здатність. Принципи завадостійкого кодування.

Декодування з виявленням та виправленням помилок. Систематичні коректувальні коди. Породжуюча та первірна матриці. Синдромне декодування. Коди Хемінга.

Тема 7. ЦИКЛІЧНІ КОДИ

Циклічні коди. Кодування та декодування циклічними кодами. Застосування твірних матриць, твірних поліномів. Приклади реалізації коректуючих та декодуючих пристроїв.

Задачі для перевірки знань

**Жураковський Б.Ю., Варфоломеєва О.Г., Твердохліб М.Г.
ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІЙНОЇ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ**

Тема 8. Аналіз завадостійкості систем електрозв'язку з різними видами модуляції та методами приймання

Оптимальний прийом сигналів. Критерії якості і правила прийому дискретних повідомлень. Методи обробки дискретних сигналів: накопичення, інтегрування, фільтрація, кореляційний та автокореляційний прийом. Алгоритми оптимального прийому, їх реалізація.

Принципи побудови багатоканальних модемів. Багатопозиційні сигнали і їх застосування у високошвидкісних модемах. Алгоритми прийому багатопозиційних сигналів.

Тема 9. ЦИФРОВІ МЕТОДИ ПРИЙОМУ НЕПЕРЕРВНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

Критерії завадостійкості прийому неперервних повідомлень.

Неоптимальні методи приймання дискретних сигналів та їх порівняння з оптимальними методами. Аналіз завадостійкості систем електрозв'язку з різними видами модуляції та методами приймання. Критерії оптимальної демодуляції аналогових сигналів. Оптимальна лінійна фільтрація неперервних сигналів. Фільтр Колмогорова-Вінера. Оптимальна лінійна фільтрація неперервних повідомлень. Фільтр Калмана.

Тема 10. ЦИФРОВІ МЕТОДИ ПЕРЕДАЧІ НЕПЕРЕРВНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

Сучасні системи багатоканального зв'язку. Принципи побудови телекомунікаційних мереж. Цифрові методи передачі неперервних повідомлень. Пропускна здатність багатоканальних систем. Системи зі зворотним зв'язком.

Архітектура сучасних телекомунікаційних мереж.

Задачі для перевірки знань

В додатку А даються методичні вказівки для виконання курсової роботи.

У кожному навчальному посібнику після розділу запропоновано студентам контрольні запитання для самооцінки засвоєного рівня знань. Наведені типові задачі і приклади побудовані так, щоб студенти, які навчаються за вказаними спеціальностями, здобули чіткі уявлення і знання про загальні системи електрозв'язку, типові сигнали та завади, могли проводити розрахунки характеристик випадкових сигналів на виході каналів, аналізувати архітектури сучасних телекомунікаційних мереж, окремих технічних рішень на мережах зв'язку і прогнозувати очікувані результати. Якщо при самооцінці засвоєння рівня знань відповіді Вас не задовольняють, то необхідно повторити опрацювання матеріалу або прийти на консультацію до викладача.

Послідовність розділів відповідає послідовності вивчення матеріалів за навчальною програмою дисципліни.

Розділ 1

ВИКОРИСТАННЯ ШУМОПОДІБНИХ СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ

1.1. Основні поняття і означення

Означення шумоподібних сигналів широкосмугових систем зв'язку. Шумоподібними сигналами (ШПС) називають такі сигнали, добуток ширини спектра F яких на тривалість T набагато більший за одиницю. Цей добуток називається *базою сигналу* і позначається B :

$$B = 2FT. \quad (1.1)$$

Системи зв'язку з шумоподібними сигналами (ШПС) відомі понад 40 років. За цей час їх переваги стали очевидними, а багато з недоліків усунуті. Процес розширення галузей використання систем зв'язку з ШПС незворотний, і в найближчому майбутньому увага до них посилюватиметься.

Основи теорії систем зв'язку з ШПС заклали В. О. Котельников [24] і К.Шеннон [49], а основи кодового поділу – Д. В. Агєєв. Системи зв'язку з ШПС посідають особливе місце серед інших систем зв'язку, що зумовлено їхніми властивостями: вони забезпечують високу завадозахищеність систем зв'язку; дозволяють організувати одночасну роботу багатьох абонентів у загальній смузі частот за асинхронно-адресним принципом роботи системи зв'язку, заснованим на кодовому поділі абонентів; дають змогу успішно долати багатопроменеве поширення радіохвиль шляхом поділу променів; забезпечують сумісність передавання інформації з вимірюванням параметрів руху об'єкта в системах рухомого зв'язку; забезпечують електромагнітну сумісність (ЕМС) широкосмугових систем з вузькосмуговими системами радіозв'язку і радіомовлення, системами телебачення, краще використання спектра частот на обмеженій території в порівнянні з вузькосмуговими системами зв'язку. Ці властивості систем зв'язку з ШПС відомі давно, але, оскільки потужності завад раніше були відносно невисокі, а елементна база не дозволяла реалізовувати пристрої формування й обробки в прийнятних габаритах, то довгий час системи зв'язку з ШПС широкого розвитку не набували. На цей час ситуація різко змінилася. Потужність завад на вході приймача може на кілька порядків перевищувати потужність корисного сигналу. Для забезпечення високої завадозахищеності необхідно використовувати системи з ШПС з надвеликими базами (десятки – сотні тисяч), а ансамблі (системи) сигналів мають складатися з десятків – сотень таких ШПС. Слід зазначити, що основи теорії ШПС з надвеликими базами сформувалися тільки останнім часом. У свою чергу реалізація пристроїв формування й обробки ШПС стає можливою в найближчому майбутньому завдяки бурхливому розвитку надвеликих інтегральних схем, спеціалізованих мікропроцесорів, приладів з поверхневими акустичними хвилями, приладів із зарядовим зв'язком.

Крім застосування в умовах впливу потужних завад, системи зв'язку з ШПС починають успішно конкурувати з широко розповсюдженими системами зв'язку з частотною модуляцією і частотним поділом каналів, застосовуваними для зв'язку з рухомими об'єктами. Створення малогабаритних пристроїв формування й обробки ШПС із базами $10^2 \dots 10^3$ дозволить широко впровадити ШПС у системи зв'язку і керування рухомими об'єктами у великих містах.

Шумоподібні сигнали, база яких $B \gg 1$, іноді називають *складними* на відміну від *простих* сигналів з базою $B \approx 1$. Оскільки спектр сигналів з обмеженою тривалістю має необмежену довжину, то для визначення ширини спектра використовують різні методи і прийоми. Для реальних ШПС, що складаються зі скінченного числа елементів, завжди можна однозначно визначити F і B .

У системах зв'язку з ШПС ширина спектра ШПС (F) завжди набагато більша за ширину спектра переданого повідомлення. В цифрових системах зв'язку, що передають інформацію у вигляді двійкових символів, тривалість ШПС і швидкість передавання інформації R пов'язані співвідношенням $T = 1/R$. Тому база ШПС

$$B = 2F / R \quad (1.2)$$

характеризує розширення спектра сигналу щодо спектра повідомлення. В аналогових системах зв'язку, верхня частота повідомлення яких дорівнює W , а частота відліку дорівнює $2W$,

$$B = F / (2W). \quad (1.3)$$

Якщо $B \gg 1$, то $F \gg R$ і $F \gg 2W$. Саме тому системи зв'язку з ШПС в іноземній літературі одержали назву *систем зв'язку з розширеним (або розподіленим) спектром*, а у вітчизняній літературі – *широкосмугових систем зв'язку*. Надалі термін “широкосмугові системи зв'язку” (ШСЗ) стосуватиметься тільки систем зв'язку з ШПС.

Завадозахищеність – це здатність системи зв'язку протидіяти впливові потужних завад. Завадозахищеність містить у собі скритність (захист від несанкціонованого доступу) системи зв'язку та її завадостійкість. Чим вищі скритність і завадостійкість, тим вища завадозахищеність системи зв'язку.

Завадостійкість ШСЗ визначається виразом, який пов'язує відношення сигнал–завада на виході приймача (на виході погодженого фільтра або корелятора) q^2 із відношенням сигнал–завада на вході приймача ρ^2 :

$$q^2 = 2B\rho^2, \quad (1.4)$$

де B – база ШПС;

$$\rho^2 = P_c / P_z, \quad (1.5)$$

де P_c, P_z – потужності ШПС і завади.

Часто значення енергії сигналу E та спектральної щільності потужності завади в смузі ШПС N_z є відомими. Тоді замість (2.4) для визначення q^2 користуються формулою

$$q^2 = 2E / N_z; \quad (1.6)$$

$$E = P_c T; \quad (1.7)$$

$$N_z = F_z. \quad (1.8)$$

Відношення сигнал–завада на виході q^2 визначає робочі характеристики приймання ШПС, а відношення сигнал–завада на вході ρ^2 – енергетику сигналу і завади. Величина q^2 може бути отримана згідно з вимогами до системи (10...30 дБ), навіть якщо $\rho^2 \ll 1$. Для цього достатньо вибрати ШПС із базою B , що задовольняє (1.4). Як видно зі співвідношення (1.4), приймання ШПС погодженим фільтром або корелятором супроводжується посиленням сигналу (або придушенням завади) у $2B$ рази. Саме тому величину

$$K_{\text{ШПС}} = q^2 / \rho^2 \quad (1.9)$$

називають *коефіцієнтом підсилення ШПС при обробці* або просто *посиленням обробки*. Із (1.4), (1.9) випливає, що посилення обробки $K_{\text{ШПС}} = 2$.

У ШСЗ приймання інформації характеризується відношенням сигнал–завада $h^2 = \frac{q^2}{2}$, або

$$h^2 = B + \rho^2. \quad (1.10)$$

На рис. 1.1, а подано залежності посилення обробки і бази ШПС від відношення сигнал–завада на вході ρ^2 , дБ, при значеннях q^2 (суцільні лінії) і h^2 (штрихові лінії), що дорівнюють 10, 20 і 30 дБ. Ці залежності

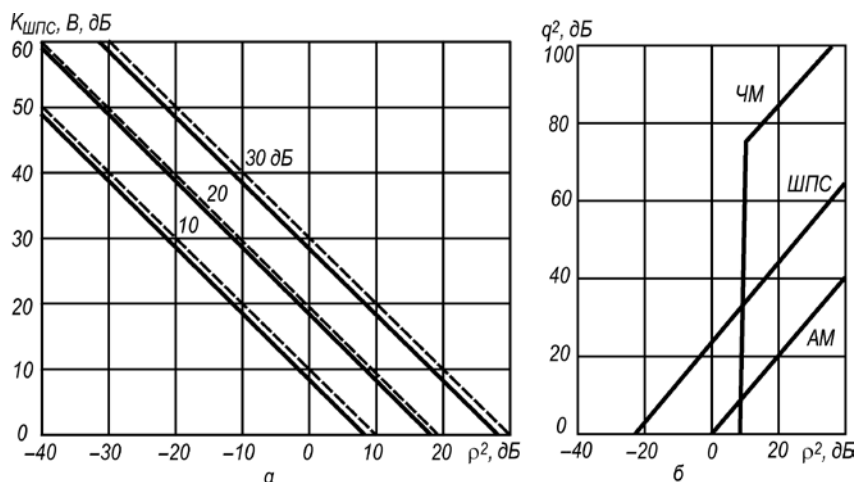


Рис. 1.1. Залежності посилення обробки і бази ШПС від відношення сигнал–завада на вході приймача (а) і завадостійкість систем зв’язку з ШПС (б)

побудовані згідно з формулами (1.4), (1.6). Наприклад, якщо необхідно отримати $h^2 = 20$ дБ, а на вході приймача $\rho^2 = -40$ дБ, то потрібна база має дорівнювати 60 дБ.

Таблиця 1.1. Параметри систем зв’язку з ШПС

Система зв’язку	Тип ШПС*	Ширина спектра, МГц	Посилення обробки, дБ
RAKE	ФМ	0,01	33
CHEROKEE	ФМ	1	16
RACER	ЧМ	4	–
MAGNAVOX	ФМ	1	35
GPS	ФМ	35	47

* ФМ – фазоманіпульований сигнал;
ЧМ – частотно-маніпульований.

Співвідношення (1.4), (1.6) є фундаментальними в теорії систем зв’язку з ШПС. Вони отримані для завад у вигляді білого шуму з рівномірною спектральною щільністю потужності в межах смуги частот, ширина якої дорівнює ширині спектра ШПС. Разом з тим ці співвідношення слушні для широкого кола завад (вузькосмугових, імпульсних, структурних), що й визначає їхнє фундаментальне значення. У загальному випадку посилення обробки ШПС для довільних завад

$$K_{\text{ШПС}} \approx 2, \quad (1.11)$$

де ступінь наближення залежить як від вигляду завад, так і від бази ШПС. У табл. 2.1 наведені значення посилення обробки для деяких систем зв’язку і навігації.

Наведені в перших чотирьох рядках таблиці параметри відповідають системам зв’язку 1960-х років, в п’ятому – сучасній системі GPS (Global Position System – багатосупутникова радіонавігаційна система).

На рис. 1.1, б показані графіки завадостійкості систем зв’язку з ШПС і з частотною (ЧМ) та амплітудною модуляцією (АМ). Для порівняння ЧМ і ШПС узяті однакові смуги частот, що відповідає $B = 100$. Завадостійкість системи зв’язку з ШПС розрахована згідно з (1.4), причому покладено, що інформація передається за допомогою широтно-імпульсної модуляції (ШІМ). Система з ЧМ має високу завадостійкість і забезпечує високу якість відтворення інформації за умови, що відношення сигнал–завада на вході вище за граничні значення $\rho^2 = 10 \dots 15$ дБ. Якщо ρ^2 нижче за граничні значення, завадостійкість системи зв’язку з ЧМ різко падає. Система з АМ і еквівалентною базою $B = 1$ працює лише при $\rho^2 > 0$, залежність q^2 від ρ^2 лінійна. Система зв’язку з ШПС забезпечує надійне приймання інформації і при $\rho^2 < 0$. Наприклад, якщо взяти $q^2 = 10$ дБ, то

система зв'язку працюватиме при відношенні сигнал–завада на вході -13 дБ, тобто $\rho^2 = 0,05$. Таким чином, одним з основних призначень систем зв'язку з ШПС є забезпечення надійного приймання інформації при впливі потужних завад, коли відношення сигнал–завада на вході приймача ρ^2 може бути набагато меншим за одиницю.

Підкреслимо, що наведені співвідношення строго слушні для завади у вигляді гауссового випадкового процесу з рівномірною спектральною щільністю потужності (білий шум).

Скритність системи зв'язку – це здатність протистояти виявленню і вимірові параметрів. Скритність – поняття широке; оскільки виявлення ШПС і вимір параметрів можливі при різній первісній поінформованості (за апріорної невизначеності) про систему зв'язку, то можна вказати тільки основні співвідношення, що характеризують критність. У випадку, коли відомо, що в даному діапазоні частот може працювати система зв'язку, але параметри її невідомі, то говорять про *енергетичну* критність системи зв'язку, тому що її виявлення можливе за допомогою аналізу спектра (енергетичне виявлення). Характеристика виявлення (ймовірності помилкової тривоги і пропуску сигналу) цілком визначається відношенням сигнал–завада на вході приймача-аналізатора $\rho = P_{сз}/P$, де завадою є власний шум приймача: $P_з = k_0 T_0 (N_{ш} - 1) F$; k_0 – стала Больцмана; T_0 – температура навколишнього середовища; $N_{ш}$ – коефіцієнт шуму приймача. Час виявлення ШПС, за умови $\rho^2 \ll 1$, приблизно визначається співвідношенням

$$T_{дв} \approx \frac{1}{a} \quad , \quad (1.12)$$

де розмірна стала a залежить як від шумових властивостей приймача, потужності сигналу на вході, так і від необхідного відношення сигнал–завада на виході q^2 . Отже, чим ширший спектр ШПС, тим більший час виявлення, тим вища енергетична критність системи зв'язку.

Якщо ШПС системи зв'язку відтворюються приймачем-аналізатором з високою завадозахищеністю, то час аналізу приблизно визначається співвідношенням, аналогічним за виглядом співвідношенню (1.12), але $a = Tb \left[k_0 T_0 \frac{N_{ш} - 1}{P_c} \right]$; тут T – тривалість сигналу; b – стала величина. Чим ширший спектр ШПС, тим більша база і час аналізу, тим вища параметрична критність системи зв'язку. Отже, чим ширший спектр ШПС і чим більша його база, тим вища як енергетична, так і параметрична критність.

Для боротьби з радіорозвідкою у завадозахищених системах зв'язку застосовують також зміну ШПС. Частота зміни ШПС, їхній вибір з деякого ансамблю (системи сигналів) обумовлюються багатьма вимогами до системи зв'язку і не можуть бути однозначними. Проте існує думка, що число сигналів у системі (або об'єм системи сигналів) має набагато перевищувати базу ШПС. Можна припустити, що для завадозахищених систем зв'язку об'єм системи сигналів L визначається статистичним законом

$$L \approx B^m, \quad (1.13)$$

де $m \geq 2$ – деяке число, яке визначає кількість ШПС.

Отже, використання ШПС підвищує завадостійкість і критність системи зв'язку, тобто її завадозахищеність. ШПС використовують у супутникових і авіаційних системах зв'язку, радіорелейних лініях, у супутникових навігаційних системах. Очевидно, застосування ШПС у завадозахищених системах зв'язку буде розширюватися.

1.2. Кодовий поділ абонентів

Завадозахищені системи зв'язку є спеціальними, тому на ранньому етапі розвитку систем зв'язку з ШПС не передбачалось, що вони знайдуть широке застосування в комерційних системах

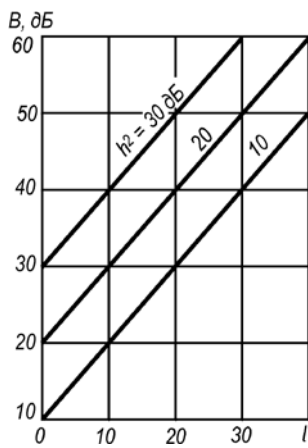


Рис. 1.2.
Завадостійкість ААСЗ

зв'язку. Однак з розвитком асинхронних адресних систем зв'язку масове впровадження ШПС у системи радіозв'язку стало можливим завдяки кодовому поділу абонентів за допомогою ШПС, що відрізняються за формою.

При великих базах можна побудувати дуже багато різних ШПС. Наприклад, нехай ШПС являє собою фазоманіпульований сигнал, що складається з радіоімпульсів, фази яких 0 або π , а число їх дорівнює B . Можна побудувати множину сигналів (так званий повний код), число яких дорівнює 2^B , і вони між собою відрізнятимуться хоча б в одному імпульсі. Якщо взяти $B = 100$, то маємо $2^{100} \approx 10^{30}$ різних сигналів. З такої множини можна відібрати систему сигналів так,

щоб кожному абонентові в системі зв'язку відповідали свої власні сигнали. У такому разі всі абоненти можуть працювати в загальній смузі частот, а поділ їх можливий за рахунок розбіжностей форми ШПС. Такий поділ абонентів називається *кодовим*. При цьому ШПС є по суті адресою абонента; у цьому випадку принципово відпадає потреба в примусовій часовій синхронізації абонентів. Тому подібні системи зв'язку одержали назву *асинхронних адресних систем зв'язку* (ААСЗ). Вони засновані на застосуванні ШПС і кодовому поділу абонентів.

В ААСЗ всі абоненти працюють у загальній смузі частот, тому при передаванні інформації ШПС різних абонентів перекриваються за часом і частотою, створюючи взаємні завади. Однак, використовуючи ШПС з великими базами, можна звести рівень взаємних завад до необхідного, щоб забезпечити якість приймання інформації. Якщо припустити, що на вході одного з приймачів системи зв'язку діє l ШПС з однаковими потужностями, то відношення сигнал–завада на виході приймача

$$h^2 = B/l. \quad (1.14)$$

Отже, збільшуючи базу ШПС, завжди можна досягти необхідної якості приймання інформації.

На рис. 1.2 подано залежності бази ШПС від числа активних абонентів, побудовані згідно з (1.14). За графіками можна визначити завадостійкість ААСЗ.

Ефективність ААСЗ. Як впливає з (1.14), підвищення завадостійкості ААСЗ при заданому числі активних абонентів можливе тільки за рахунок збільшення бази ШПС. При заданій швидкості передавання інформації збільшення бази потребує пропорційного розширення спектра ШПС відповідно до (1.2), а отже, виникає питання про ефективність використання радіоспектра в системах зв'язку з ШПС.

Ефективність використання радіоспектра характеризується *питомою щільністю активних абонентів* γ . Ця величина дорівнює числу активних абонентів, що припадає на 1 МГц смуги частот, тобто

$$\gamma = l/F, \quad (1.15)$$

де l – число активних абонентів, що одночасно працюють у смузі частот шириною F . Замінивши l у (1.15) згідно з (1.14), маємо

$$\gamma = T/h^2. \quad (1.16)$$

Часто питома щільність активних абонентів називається просто *ефективністю системи зв'язку*. З (1.16) випливає, що ефективність ААСЗ тим менша, чим більше відношення сигнал–завада на виході приймача. Отже, ААСЗ перспективніші тоді, коли висока якість передавання інформації не потрібна, що характерно для систем масового радіозв'язку. Наприклад, у радіотелефонній системі рухомого зв'язку з частотним поділом каналів максимальна ефективність

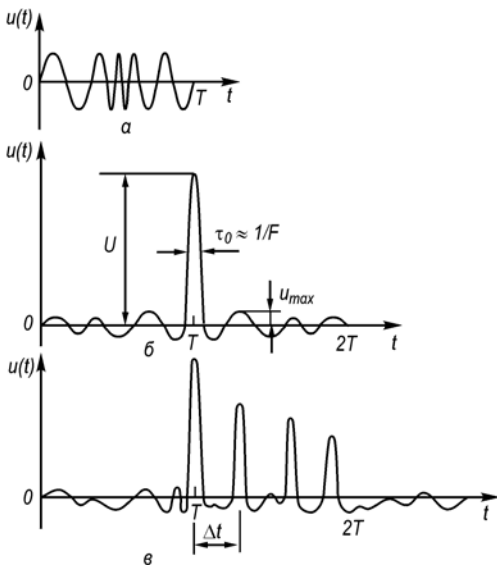


Рис. 1.3. Шумоподібний сигнал (а), автокореляційна функція (б) і поділ променів (в)

частотах, спеціально виділених цій зоні. Територіальне рознесення зон з однаковими частотними каналами уможливорює багаторазове використання тих самих частотних каналів. Ці системи зв'язку одержали назву *стільникових систем рухомого зв'язку* (ССРЗ). Приймання сигналів у таких системах принципово супроводжується взаємними завадами так само, як і в ААСЗ. Тому застосування ШПС у ССРЗ є перспективним, оскільки дозволяє успішно долати взаємні завади. Ефективність ССРЗ

$$\gamma_{ССРЗ} \approx 3,63(R_0/D)^2 / F_k, \quad (1.17)$$

де R_0 – радіус зони обслуговування; D – захисний інтервал; F_k – ширина частотного каналу. Якщо взяти $R_0 = 30$ км, $D \approx 4,4$ км, а $F_k = 50$ кГц, то $\gamma_{ССРЗ} \approx 3333$ аб./МГц, тобто ефективність ССРЗ є набагато вищою за ефективність звичайних систем рухомого зв'язку. Якщо ширину частотного каналу збільшити до 100...200 кГц, то ефективність ССРЗ дорівнюватиме 1666...833 аб./МГц відповідно, проте все одно набагато перевищуватиме ефективність систем із ЧМ. При цьому можливе застосування ШПС із відносно невеликими базами (25...250), що дає змогу використовувати просту апаратуру формування й обробки ШПС із невисокою стабільністю частоти. У свою чергу, застосування ШПС вирішує проблему адресації великого числа абонентів. Стільникові системи рухомого зв'язку з ШПС дозволяють забезпечити зв'язком від 60 до 340 тисяч рухомих абонентів у великих містах. Крім того, в таких системах можна поєднати передавання телефонних повідомлень з визначенням місця розташування рухомих об'єктів і забезпеченням систем захисту.

Боротьба з багатопробенею. Застосування ШПС у системах зв'язку дозволяє боротися з багатопробенею поширення радіохвиль. Багатопробенею виникає в тому випадку, коли радіохвилі приходять у точку прийому, відбившись від різних завад на шляху поширення (шари іоносфери, будинки, пагорби тощо). Через розбіжності в довжині шляху ці радіохвилі приходять з різним запізненням, внаслідок чого сигнали перекриваються в часі і між ними виникає інтерференція, що в свою чергу спричинює глибокі завмирання результуючого сигналу. Звичайно для компенсації завмирань передбачають збільшення потужності сигналу на 20 дБ. Інша річ – використання ШПС, оскільки при обробці ШПС погодженим фільтром відбувається стиск ШПС за часом. На рис. 1.3, а зображений ШПС із частотною модуляцією тривалістю T , на рис. 1.3, б зображена залежність між напругою на виході погодженого фільтра та відкликом фільтра на ШПС.

Цей відклик називається *автокореляційною функцією* (АКФ) ШПС. Хоча АКФ має тривалість $2T$, в ній можна виділити дві області, які різко відрізняються одна від одної. Перша область знаходиться в центрі АКФ; різкий викид у вигляді вузького імпульсу називають *центральним піком*. Його амплітуда дорівнює U , а тривалість

$$\tau_0 \approx 1/F. \quad (1.18)$$

Чим ширший спектр ШПС, тим коротший центральний пік.

Другу область складають бічні піки з максимальним значенням u_{\max} .

Шумоподібні сигнали з великими базами мають властивості, що описуються двома співвідношеннями:

$$T/\tau_0 \approx B; \quad (1.19)$$

$$U/(\gamma u_{\max}) \approx \sqrt{\alpha B}, \quad (1.20)$$

де α – деяка стала, в загальному випадку залежна від бази B .

Співвідношення (1.19) визначає стиск ШПС – відношення тривалості ШПС T до тривалості центрального піка. Стиск ШПС дорівнює приблизно базі. Тому при $T = \text{const}$ із збільшенням F зменшується тривалість центрального піка τ_0 і зростає стиск.

Співвідношення (1.20) характеризує придушення бічних піків. Воно дорівнює відношенню амплітуди центрального піка U до амплітуди максимального бічного піка u_{\max} . Чим більша база, тим більше придушення бічних піків. Границя АКФ ШПС із ростом бази прямує до вузького дельта-імпульсу. Таку АКФ має широкосмуговий шум.

На рис. 1.3, в зображений відклик погодженого фільтра на три ШПС, що надійшли по різних шляхах. Якщо затримка між променями Δt більша за тривалість центрального піка τ_0 , то промені розділяються; отже, центральні піки різних променів можна відділити один від одного, а потім об'єднати, усунувши затримку між ними. Цей принцип боротьби з багатопроменевістю був використаний в одній з перших систем зв'язку з ШПС "RAKE".

Отже, умова $\Delta t > \tau_0$ забезпечує поділ променів. Оскільки τ_0 і F пов'язані співвідношенням (1.18), то умова поділу променів записується так:

$$F\Delta t > 1. \quad (1.21)$$

Наприклад, якщо при поширенні радіохвиль існують два промені – прямий і відбитий від деякого об'єкта, – то затримка $\Delta t \approx 2d^2/(Rc)$, де c – швидкість світла; R – відстань між передавачем і приймачем; d – відстань між відбиваючим об'єктом і прямим променем. У цьому випадку необхідно використовувати ШПС із шириною спектра

$$F \geq Rc/(2d^2). \quad (1.22)$$

Чим більше d , тим менше F , а тому при малих d можуть знадобитися ШПС із дуже широкими спектрами, що не завжди є реалізовним на практиці.

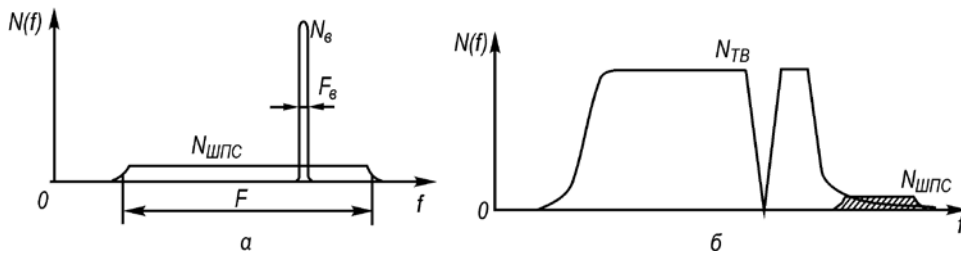


Рис. 1.4. Спектри широко- і вузькосмугової систем зв'язку (а), телевізійного сигналу і ШПС (б)

Вимір координат рухомих об'єктів і електромагнітна сумісність. Застосування ШПС дозволяє інтегрувати системи передавання інформації з системами траєкторних вимірів. Серед параметрів руху об'єкта найбільший інтерес становлять: 1) відстань між приймачем і передавачем; 2) їх відносна швидкість. Відстань вимірюється за затримкою сигналу в часі, а швидкість – за доплерівським зсувом частоти. Точність виміру і роздільна здатність за затримкою визначаються відношенням сигнал–завада q^2 (1.4) та шириною спектра сигналу і характеризуються похибкою

$$G(t) \approx 1/(qF). \quad (1.23)$$

Чим більші q і F , тим менша похибка виміру затримки, тим вищі точність виміру і роздільна здатність за відстанню. Точність виміру доплерівського зсуву частоти визначається відношенням сигнал–завада q^2 та тривалістю сигналу і характеризується похибкою

$$\sigma_f \approx 1/(qT). \quad (1.24)$$

Чим більші q і T , тим менша похибка виміру доплерівського зсуву частоти, тим вищі точність виміру і роздільна здатність за швидкістю. Із (1.23), (1.24) випливає, що при спільному вимірюванні відстані та швидкості слід використовувати ШПС, тому що тільки для ШПС можна незалежно змінювати ширину спектра F і тривалість сигналу T . У системах зв'язку тривалість T звичайно визначається швидкістю передавання інформації. Тому підвищення точності виміру відстані можна досягти розширенням спектра F , тобто використовуючи ШПС.

Шумоподібні сигнали забезпечують добру електромагнітну сумісність (ЕМС) широкосмугових систем з вузькосмуговими системами радіозв'язку і мовлення. На рис. 1.4, а зображені спектри широко- і вузькосмугової систем зв'язку з ШПС.

Відповідно для ШПС спектральна щільність потужності $N_{\text{ШПС}} = P_{\text{ШПС}}/F$, а для вузькосмугового сигналу $N_{\text{в}} = P_{\text{в}}/F_{\text{в}}$. Завадостійкість системи зв'язку з ШПС визначається фундаментальним співвідношенням (2.4), в якому $\rho^2 = P_{\text{ШПС}}/P_{\text{в}}$. Посилення обробки дорівнює $2B$. Якщо вузькосмугова система зв'язку постійно займає визначений інтервал, то її спектр можна цілком придушити, використовуючи режекторний фільтр, настроєний на частоту вузькосмугової системи зв'язку. Отже, вплив вузькосмугової системи зв'язку на широкосмугову незначний. У свою чергу, широкосмугова система зв'язку також слабо впливає на вузькосмугову систему зв'язку. На виході приймача $N_{\text{ШПС}} F_{\text{в}} \neq F_{\text{ШПС}} N_{\text{в}}$. Тому відношення сигнал–завада на виході вузькосмугового приймача визначатиметься співвідношенням (1.4), в якому $\rho^2 = P_{\text{в}}/P_{\text{ШПС}}$, а

$B = F/F_b$. Чим більше відношення F/F_b , тим краща фільтрація ШПС у вузькосмуговій системі зв'язку. Чим більша база ШПС, тим вища ЕМС широко- і вузькосмугової систем зв'язку.

Системи зв'язку з ШПС можна інтегрувати і з радіотелевізійними системами. На рис. 1.4, б зображений спектр телевізійного сигналу $N_{ТВ}$. Програми телебачення в одній територіальній зоні передаються по кількох каналах з великими захисними частотними інтервалами. Звичайно в цих частотних захисних інтервалах не допускається робота радіотехнічних систем, щоб не створювати завад телевізійним передачам. Однак в цих частотних інтервалах можна розмістити системи зв'язку з ШПС так, як це показано на рис. 1.4, а. Спектр ШПС розташований поблизу спектра телевізійного сигналу, там, де спектральна щільність останнього різко зменшується. При цьому взаємні завади обох систем будуть малими. Слід зазначити, що у разі використання сигналів з частотною модуляцією (замість ШПС) рівень взаємних завад зростає, тому що сигнали системи зв'язку і телебачення належать до одного класу і демодулюються частотним детектором.

Отже, системи зв'язку з ШПС мають добру ЕМС із системами радіозв'язку, мовлення і телебачення. Раніше вже говорилося, що ШПС забезпечують високу ефективність використання радіоспектра в стільникових системах рухомого зв'язку. Якщо розглядати дію систем зв'язку в деякому замкненому просторі, то виявляється, що найкращу ЕМС в обмеженому діапазоні частот забезпечують ШПС, хоча самі по собі вони вимагають ширшої смуги, ніж традиційні вузькосмугові системи. Водночас загальна смуга частот при використанні ШПС буде меншою.

З розгляду основних властивостей ШПС випливає, що застосування ШПС у системах зв'язку дозволяє забезпечувати високу завадостійкість, скритність, адресність, працездатність у загальній смузі частот, подолання багатоприменності, високі точності вимірів і роздільні здатності, добру ЕМС із багатьма радіотехнічними системами. Ці переваги надаються застосуванням ШПС із великими базами, що призводить до різкого ускладнення пристроїв формування й обробки, збільшення їхньої маси, об'єму, споживаної потужності. У більшості випадків перехід до ШПС із великими базами вимагає різкого розширення смуги частот, що спричинює певні труднощі зі створення широкосмугової елементної бази. Однак ці труднощі переборні. І тому ШПС уже зараз застосовуються в різних системах зв'язку і мають великі перспективи, особливо щодо систем масового радіозв'язку.

1.3. Основні структурні схеми широкосмугових систем зв'язку

Широкасмугові системи зв'язку з ШПС у залежності від призначення, технічних характеристик, бази ШПС, елементної бази можуть бути побудовані за різними схемами, перелічити які важко через численні варіанти їх. Для якісного уявлення про те, з яких основних пристроїв складаються ШСЗ, на рис. 1.5–1.8 наведені структурні схеми деяких систем зв'язку.

Структурна схема передавача і приймача цифрової системи зв'язку з фазоманіпульованим сигналом, призначена для передавання дискретних повідомлень. У передавачі (рис. 1.5, а) від джерела інформації $ДІ$ послідовність двійкових одиниць 1 і 0 зі швидкістю $R = 1/T$ (рис. 1.5, в, I) надходить на перший вхід фазового модулятора $ФМ$. На другий вхід $ФМ$ надходить фазоманіпульований сигнал (рис. 1.5, в, II) від генератора фазоманіпульованого сигналу $ГФМ$. Фазоманіпульований сигнал (ФМ-сигнал) має тривалість T і являє собою послідовність відеоімпульсів 1 і 0 тривалістю $\tau_0 = T/N$, де N – число імпульсів. На рис. 1.5, в, II $N = 13$. Звичайно вважають, що база ФМ-сигналу дорівнює числу імпульсів, тобто $B \approx N$. Ширина спектра ФМ-сигналу $F \approx 1/\tau_0$. Роботою ГФМ керує синхронізатор $С$, що формує необхідні сигнали керування і частоти. Послідовність ШПС у вигляді ФМ-сигналів, які переносять інформаційні символи (рис. 1.5, в, III), надходить у модулятор $Мод$, де здійснюється балансова модуляція коливання з несучою частотою ФМ-сигналом. Коливання з несучою частотою створюються генератором низької частоти $ГНЧ$. Підсилювач потужності $ПП$ посилює ФМ-сигнал, який потім через антену випромінюється в простір.

У приймачі (рис. 1.5, б) сигнал проходить через змішувач Z_m , переноситься за допомогою гетеродина Γ на проміжну частоту, посилюється в підсилювачі проміжної частоти $ППЧ$ і обробляється погодженим фільтром $ПФ$. Сигнал з виходу $ПФ$ надходить на синхронізатор $С$ і розв'язувальний пристрій $РП$. Синхронізатор здійснює пошук ФМ-сигналу за частотою і часом, накопичує сигнал для збільшення надійності синхронізації, керує режимом роботи розв'язувального пристрою.

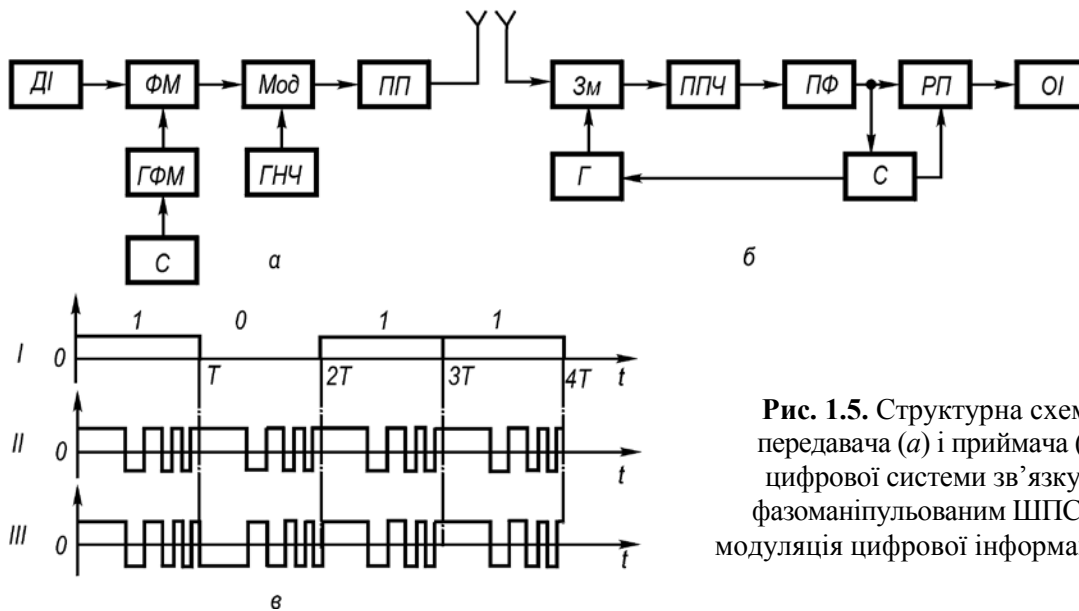


Рис. 1.5. Структурна схема передавача (а) і приймача (б) цифрової системи зв'язку з фазоманіпульованим ШПС та модуляція цифрової інформації (в)

Для пошуку ФМ-сигналу за частотою синхронізатором перенастроюється гетеродин. Після закінчення пошуку і набуття синхронізму на виході $РП$ з'являється інформаційна послідовність у вигляді двійкових символів, що передається одержувачеві інформації $ОІ$. Приймач, зображений на рис. 1.5, б, є найпростішим. Разом з тим зазначимо, що погоджений фільтр і синхронізатор, який містить блоки пошуку і синхронізації, у разі великих баз ШПС є складними пристроями. Крім того, для пошуку ШПС і підтримки синхронізму приймач охоплений петлею зворотного зв'язку. Реальний приймач ШПС може містити кілька блоків пошуку і спостереження, в тому числі блок пошуку ШПС за часом і часовою синхронізацією, блок фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ), що охоплені власними і взаємними зворотними зв'язками.

Структурна схема передавача і приймача радіотелефонної системи зв'язку з фазоманіпульованим ШПС. У передавачі (рис. 1.6, а) телефонне повідомлення (рис. 1.6, в, I) від джерела інформації $ДІ$ надходить на вхід широтно-імпульсного модулятора $ШИМ$, з виходу якого ШИМ-сигнал (рис. 1.6, в, II) подається на вхід фазового модулятора $ФМ$. На другий вхід $ФМ$ подається фазоманіпульований ШПС (рис. 1.6, в, III), який формується $ГФМ$. Фазоманіпульований сигнал з виходу $ФМ$, що містить інформацію (рис. 1.6, в, IV), надходить на вхід модулятора $Мод$, де здійснюється балансова модуляція коливання з несучою частотою від генератора низької частоти $ГНЧ$. Потім посилений в підсилювачі потужності $ПП$ ФМ-сигнал через антену випромінюється в простір. Роботою широтно-імпульсного модулятора $ШИМ$ і генератора ФМ-сигналу $ГФМ$ керує синхронізатор $С$, що виробляє необхідні частоти і керуючі сигнали.

У приймачі (рис. 1.6, б) прийнятий сигнал у змішувачі Z_m за допомогою гетеродина Γ переноситься на проміжну частоту і після підсилювача проміжної частоти $ППЧ$ надходить на корелятор $Кор$. Корелятор, як і погоджений фільтр, робить оптимальну обробку прийнятого сигналу. Хоча корелятор і погоджений фільтр відрізняються за принципом роботи, але забезпечують однакову завадостійкість прийому.

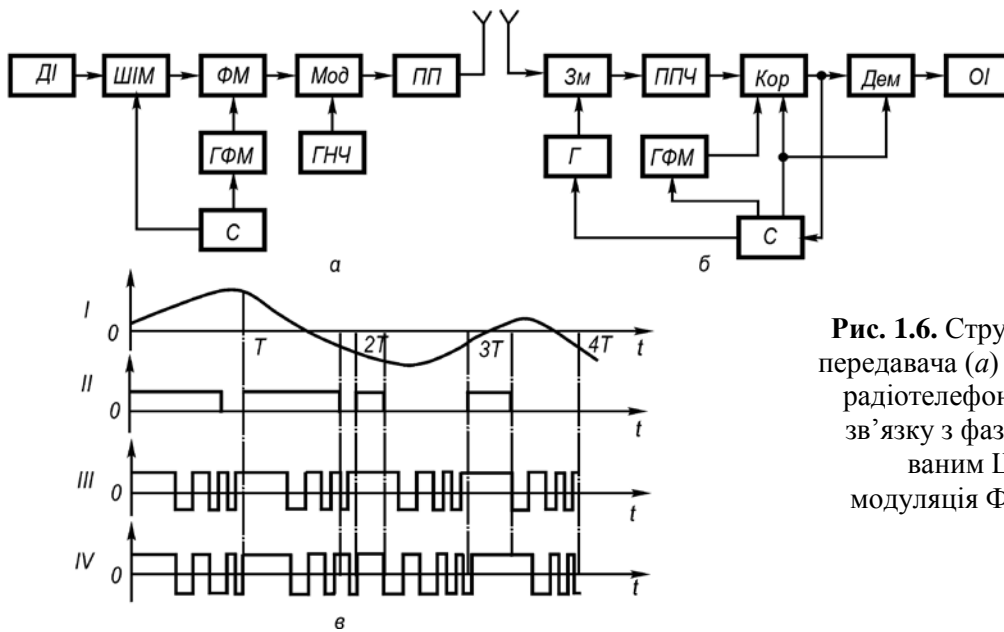


Рис. 1.6. Структурна схема передавача (а) і приймача (б) радіотелефонної системи зв'язку з фазоманіпульованим ШПС та модуляція ФМ ШПС (в)

Корелятор складається з перемножника й інтегратора. На другий вхід корелятора подається опорний сигнал у вигляді фазоманіпульованого ШПС (рис. 1.6, в, III). Напруга на виході корелятора містить телефонне повідомлення у вигляді ШІМ-сигналу, що подається на вхід демодулятора Дем, з виходу якого прийняте телефонне повідомлення передається одержувачеві інформації ОІ.

Робота приймача в цілому і його окремих блоків (Г, ГФМ, Кор, Дем) керується блоком пошуку ФМ ШПС за часом і частотою, а потім приймач підтримує синхронізм. Усе раніше сказане щодо синхронізатора приймача, зображеного на рис. 1.6, б, цілком стосується синхронізатора будь-якого приймача (рис. 1.7, б, 1.8, б).

Структурна схема передавача і приймача цифрової системи зв'язку з частотно-маніпульованим ШПС*. Відмінність передавача і приймача, зображених на рис. 1.7, від передавача і приймача на рис. 2.5 зводиться до наступного. У модуляторі Мод1 передавача (рис. 1.7, а) проводиться модуляція частотно-маніпульованого ШПС (ЧМ ШПС) дискретним по відомленням. ЧМ ШПС являє собою сигнал, що складається з M імпульсів, несучі частоти яких набувають одного з можливих значень: від f_0 до $f_0 + (M-1)/T$ з інтервалом між сусідніми значеннями $\Delta f = 1/T$. Усього використовується M частот, і жодна з них не застосовується двічі в одному ШПС. База такого сигналу $V \approx M^2$. ЧМ ШПС формується за допомогою частотного маніпулятора ЧМ, на перший вхід якого через шину (широка стрілка) подаються M частот від генератора сітки частот ГСЧ. На другий вхід подається кодова послідовність від генератора кодової послідовності ЧМ ШПС (ГЧМ), що визначає порядок зміни частот у ЧМ ШПС. У модуляторі Мод2 ЧМ ШПС переноситься на несучу частоту. Роботою ГСЧ, ГЧМ, ГНЧ керує синхронізатор С.

У приймачі (рис. 1.7, б) ЧМ ШПС на проміжній частоті надходить на змішувач Зм2, де всі частоти сигналу переносяться на іншу проміжну частоту за допомогою опорного ЧМ ШПС, що надходить від частотного маніпулятора ЧМ. Призначення ГСЧ і ГЧМ таке ж саме, як ГФМ та ГНЧ у передавачі, що на рис. 1.5, а. З виходу ППЧ2 сигнал тривалістю T , що не має частотної маніпуляції, надходить на погоджений фільтр ПФ, а потім на розв'язувальний пристрій РП і синхронізатор С. Останній робить пошук ЧМ ШПС за часом і частотою, потім підтримує синхронізм і керує роботою Г, ГСЧ, ГЧМ і РП.

* Іноді такий ШПС називають сигналом зі стрибуною частотою.

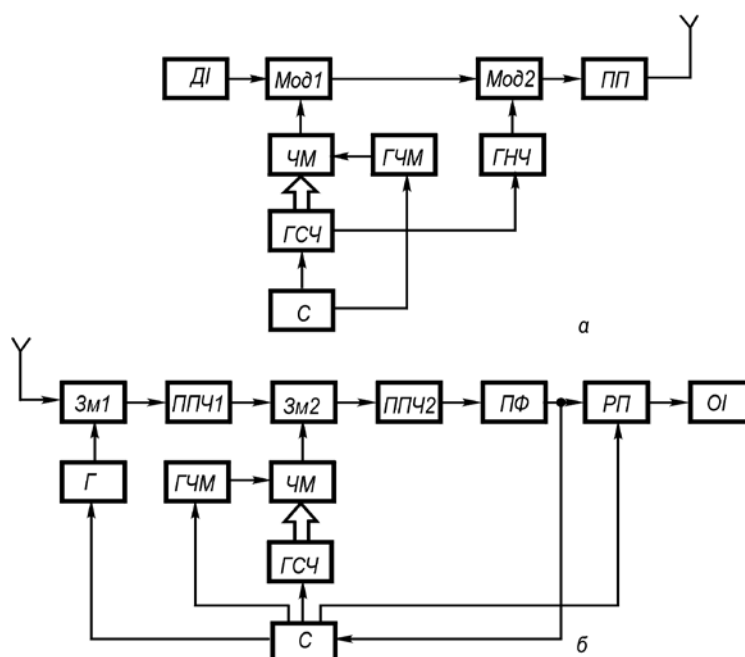


Рис. 1.7. Структурна схема передавача (а) і приймача (б) цифрової системи зв'язку з частотно-маніпульованим ШПС

Структурна схема передавача і приймача цифрової системи зв'язку з фазочастотно-маніпульованим ШПС. Фазочастотно-маніпульований ШПС (скорочено ФМ-ЧМ ШПС) є складним. При певній подвійній маніпуляції він складається з N імпульсів, групи яких передаються на M частотах. База такого сигналу $B \approx N \cdot M^2$. Оскільки ФМ-ЧМ ШПС є об'єднанням ФМ- і ЧМ-сигналів, то і схема передавача (рис. 1.8, а), і схема приймача (рис. 1.8, б) теж, у свою чергу, є об'єднанням схем передавачів, зображених на рис. 1.5, а і 1.7, а, та приймачів, зображених на рис. 1.5, б і 1.7, б. Для додаткового підвищення завадостійкості використовуються коректувальні коди, що формуються в передавачі (рис. 1.8, а) за допомогою кодера K і декодуються в приймачі (рис. 1.8, б) за допомогою декодера D .

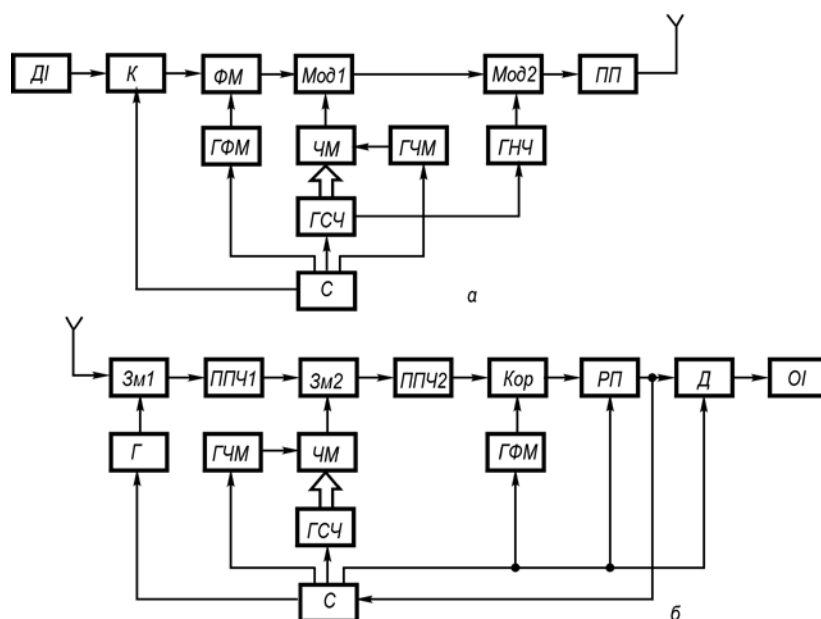


Рис. 1.8. Структурна схема передавача (а) і приймача (б) цифрової системи зв'язку з фазочастотно-маніпульованим ШПС і коректувальними кодами

У приймачі оптимальну фільтрацію здійснює корелятор Kop . Призначення інших блоків таке ж саме, як і в попередніх схемах.

Подані схеми не вичерпують усього різноманіття їх, але дозволяють виділити основні вузли широкосмугових систем зв'язку з ШПС. До таких вузлів належать генератори формування ШПС (або автомати формування ШПС з їх зміною), генератори сітки частот, погоджені фільтри, корелятори, блоки пошуку ШПС і синхронізації за часом і частотою. З викладеного матеріалу випливає, що розробник широкосмугової системи зв'язку має вміти вибрати тип ШПС і його базу, метод обробки, визначити час пошуку і синхронізації, знайти завадостійкість приймача ШПС у разі дії різного виду завад, визначити елементну базу, розробити для неї потрібні генератори ШПС, погоджені фільтри і корелятори, блоки пошуку і синхронізації. Крім цього, розробник повинен правильно спроектувати інші вузли передавача і приймача, знати, як проходить ШПС через вузли передавача і приймача та які втрати при цьому мають місце. На всі питання, що виникають у процесі проектування ШСЗ, у більшості випадків дати однозначні відповіді не можна. Тому проектування ШСЗ у даний час є інженерним мистецтвом, що ґрунтується на глибокому знанні теорії й техніки ШПС і на інтуїції розробника.

1.4. Шумоподібні сигнали та їхні спектри

Сигнал є змінною фізичною величиною, яка відображає повідомлення. Сигнал u , що є функцією часу t , записується у вигляді $u = u(t)$.

Множина сигналів $u_j(t)$, побудована за єдиним правилом, називається *системою сигналів*. Отже, система сигналів визначена, якщо є відомим правило побудови сигналів. Номер сигналу позначається індексом j . Якщо в системі кількість сигналів L , то можна пронумерувати сигнали натуральними числами від 1 до L і позначити $j = 1, L$. Число L називається *об'ємом системи сигналів*.

Надалі розглядатимуться сигнали, які можна подати в такому вигляді:

$$u(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \theta(t)], \quad (1.25)$$

де $A(t)$ – обвідна сигналу; ω_0 – несуча частота; $\theta(t)$ – повільнозмінна частина фази сигналу.

Зображенню (1.25) відповідає радіочастотний сигнал. Оскільки розглядаються реальні сигнали (які можна сформувати й обробити), то всі функції часу і параметри правої частини (1.25) відомі.

Якщо сигнал заданий у загальному вигляді $u(t)$ і права частина (1.25) невідома, слід скористатися перетворенням Гільберта

$$u(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathfrak{R}(x)}{x-t} dx, \quad \mathfrak{R}(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(x)}{x-t} dx$$

і знайти спряжений сигнал $\mathfrak{R}(t)$. У цьому випадку обвідна $A(t) = \sqrt{u^2(t) + \mathfrak{R}^2(t)}$, фаза $\omega_0 t + \theta(t) = \arctg[\mathfrak{R}(t)/u(t)]$.

Якщо функція $\theta(t)$ неперервна і має неперервну першу похідну, то миттєва частота сигналу $\omega(t)$ за означенням дорівнює першій похідній фази $\theta(t)$, тобто $\omega(t) = \omega_0(t) + \dot{\theta}(t)$.

На рис. 1.9, а показаний фазоманіпульований сигнал (ФМ), що складається з чотирьох радіоімпульсів з однаковою несучою частотою, але з різними початковими фазами. На рис. 1.9, б, в зображено його обвідну $A(t)$ і нульову фазу $\theta(t)$. Обвідна є сталою величиною на інтервалі тривалістю T , а фаза дорівнює двом значенням: 0 або π .

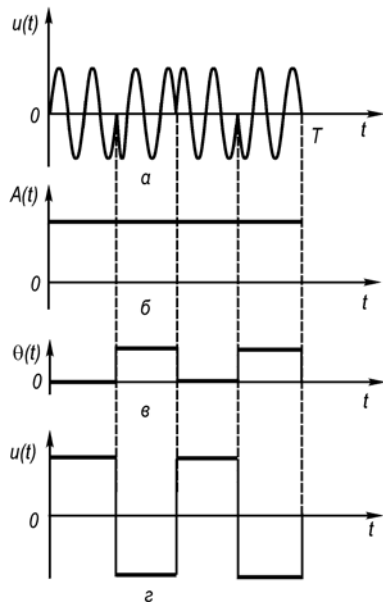


Рис. 1.9. Фазоманіпульований сигнал

Якщо несуча частота сигналу $\omega_0(t) = 0$, то такий сигнал є *відеочастотним*. На рис. 1.9, з зображений відеочастотний сигнал $u(t)$ – послідовність позитивних і негативних прямокутних імпульсів, – отриманий із ФМ-сигналу на рис. 1.9, а за умови, що $\omega_0(t) = 0$. Оскільки знаки імпульсів відеочастотного сигналу визначаються початковими фазами імпульсів радіочастотного сигналу, то за аналогією з радіочастотним сигналом відеочастотний також називається *фазоманіпульованим* сигналом.

Спектр сигналу визначається перетворенням Фур'є

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (1.26)$$

Спектр є функцією кутової частоти $\omega = 2\pi f$, де f – лінійна частота (надалі ω і f називатимуться просто частотою). Нескінченні границі інтегрування відповідають загальному випадкові. При визначенні спектра фінітного сигналу (із скінченною тривалістю) необхідно враховувати його розташування на осі часу t . Спектр може бути зображений у вигляді $g(\omega) = |g(\omega)|\exp[i\varphi(\omega)]$, де $|g(\omega)|$ – амплітудний, а $\varphi(\omega)$ – фазовий спектр сигналу.

Сигнал знаходиться за спектром оберненим перетворенням Фур'є

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)e^{i\omega t} d\omega.$$

Ширина спектра. Спектр фінітних сигналів має нескінченну довжину, тому єдиного визначення ширини спектра не існує. Залежно від мети дослідження ширину спектра сигналу знаходять по-різному. Надалі ширина спектра визначатиметься так, щоб правильно відобразити суть розв'язуваної задачі. Цей підхід виправданий тим, що для сигналів, які входять в одну систему, будь-яке достатньо розумне визначення ширини спектра відбиватиме спектральні властивості кожного сигналу і системи сигналів у цілому. (Ширина спектра сигналу позначається F .)

Комплексна обвідна сигналу та її спектр. Радіосигнал (1.25) містить швидкозмінливий множник у вигляді косинусоїди, в аргумент якої входить несуча частота $\omega_0 = 2\pi f_0$. Відповідно спектр (1.26) цього сигналу складається з двох частотних смуг, зосереджених біля частот ω_0 і $-\omega_0$. При теоретичних дослідженнях доцільно для спрощення проміжних математичних операцій “звільнити” сигнал і його спектр від несучої частоти ω_0 . Це можна здійснити, ввівши комплексну обвідну сигналу.

Комплексна обвідна радіосигналу (1.25) визначається як

$$u(t) = |u(t)|\exp[i\omega_0(t)], \quad (1.27)$$

де модуль $|u(t)| = A(t)$ є обвідною сигналу $u(t)$. Перехід від комплексної обвідної до сигналу здійснюється за допомогою формули

$$u(t) = \text{Re}[u(t)\exp[i\omega_0(t)]]. \quad (1.28)$$

На рис. 1.9, з зображена комплексна обвідна ФМ-сигналу, наведеного на рис. 1.9, а. Вона є послідовністю прямокутних відеоімпульсів і дійсною функцією часу. Це обумовлено тим, що початкові фази імпульсів ФМ-сигналу набувають одного з двох значень: 0 або π . У загальному випадку комплексна обвідна містить і дійсну, і уявну складові, але завжди є відеосигналом, що й пояснює перехід до неї від радіосигналу.

Спектр комплексної обвідної

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (1.29)$$

Комплексна обвідна сигналу знаходиться відповідно до оберненого перетворення Фур'є

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.30)$$

Спектр комплексної обвідної можна зобразити у вигляді

$$G(\omega) = |G(\omega)| \exp[\Phi(\omega)],$$

де $|G(\omega)|$ – амплітудний, а $\Phi(\omega)$ – фазовий спектри.

Спектр сигналу $g(\omega)$ і спектр його обвідної комплексної $G(\omega)$ пов'язані співвідношенням $g(\omega) = 0,5G(\omega - \omega_0) + 0,5G^*(\omega - \omega_0)$, де $*$ – знак комплексної спряженості.

Оскільки комплексна обвідна $u(t)$ – відеосигнал, то спектр $G(\omega)$ розташований в області відеочастот.

На рис. 1.10 зображений спектр $G(\omega)$ комплексної обвідної $u(t)$ довільного сигналу.

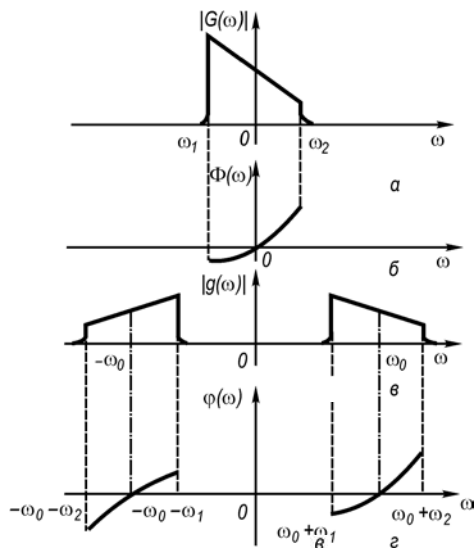


Рис. 1.10. Амплітудний спектр $|G(\omega)|$ комплексної обвідної сигналу (а), фазовий спектр $\Phi(\omega)$ (б), спектр сигналу (в)

Енергія сигналу і частотно-часова площина. За означенням, енергія сигналу

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |g(\omega)|^2 d\omega. \quad (1.31)$$

Для сигналів, у яких $|\theta'(t)|_{\max} \ll \omega_0$, енергія сигналу виражається через модулі комплексної обвідної та її спектра так:

$$E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega. \quad (1.32)$$

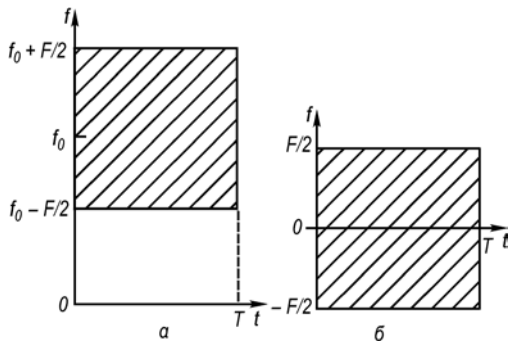


Рис. 1.11. Частотно-часова площина на радіочастоті (а) і на відеочастоті (б)

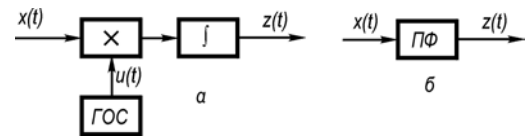


Рис. 1.12. Корелятор (а) і погоджений фільтр (б)

Як правило, більша частина енергії сигналу зосереджена в деякій смузі частот. Нехай F – ширина смуги частот, усередині якої зосереджена більша частина заданої енергії, а поза цією смугою – менша, якою можна знехтувати. Визначена в такий спосіб ширина смуги частот F вважається шириною спектра сигналу. В цьому випадку енергія сигналу зосереджена в частотно-часовому прямокутнику зі сторонами T (вздовж осі часу) і F (вздовж осі частот). Для передавання сигналу з допустимою точністю необхідно мати канал зі смугою частот, ширина котрої F , і час передавання T .

На рис. 1.11, а наведений приклад розподілу енергії сигналу на частотно-часовій площині (f, t). Спектр сигналу зосереджений біля несучої частоти f_0 і розташовується від $f_0 - F/2$ до $f_0 + F/2$. Рисунок має якісний характер, тому що для фінітних сигналів енергія розподілена в смузі $0 \leq t \leq T$, $|f| < \infty$. Оскільки комплексна обвідна є відеосигналом, то частотно-часовий прямокутник, по якому розподілена основна частина енергії сигналу, виглядатиме, як на рис. 1.11, б. Цей прямокутник виходить з базисного прямокутника, що на рис. 1.11, а, при зсуві останнього вниз за частотою на f_0 , що відповідає переходу від радіосигналу з несучою частотою f_0 до його комплексної обвідної.

1.5. Оптимальна обробка сигналів

Якщо на вході приймача сигнал $x(t)$ дорівнює сумі корисного сигналу $u(t)$ і завади $n(t)$ або тільки заваді, то оптимальний приймач за відомими параметрами сигналу обчислює так званий *кореляційний інтеграл*, а потім порівнює його величину з порогом z_0 . Якщо завада є гауссовим випадковим процесом, спектральна щільність якого рівномірна (білий шум), то кореляційний інтеграл має вигляд

$$z = \int_0^T x(t)u(t)dt . \quad (1.33)$$

Кореляційний інтеграл (1.33) визначається за допомогою корелятора (рис. 1.12, а) або погодженого фільтра (рис. 1.12, б). Основними елементами корелятора, як впливає з (1.33), є перемножник, генератор опорного сигналу *ГОС* й інтегратор. На перемножник надходять вхідний сигнал $x(t)$ і сигнал $u(t)$ від генератора опорного сигналу *ГОС*. Добуток $x(t)$ і $u(t)$ інтегрується з моменту приходу сигналу ($t=0$) до моменту його закінчення ($t=T$). Зазначимо, що корелятор є пристроєм зі змінними параметрами, тому що режим його роботи залежить від змінення $u(t)$ у часі. Оскільки операції множення й інтегрування лінійні, то корелятор є лінійним пристроєм. Зважаючи на те, що він відфільтровує сигнал від завад і є лінійним пристроєм зі змінними параметрами, його іноді називають *активним фільтром* на відміну від *пасивних* фільтрів, параметри яких є сталими в часі.

Погоджений фільтр є пасивним. Напряга на виході погодженого фільтра в момент закінчення сигналу ($t=T$) з точністю до сталого множника a дорівнює напрузі на виході корелятора

$$u(T) = a \cdot z. \quad (1.34)$$

Імпульсна характеристика погодженого фільтра

$$h(t) = au(T - t) \quad (1.35)$$

за формою є дзеркально відбитим сигналом із запізненням T .

Спільним у кореляторі і погодженому фільтрі є рівність (з точністю до сталої) вихідних напруг у момент часу $t = T$. Це і визначає їхню взаємну еквівалентність щодо виявлення сигналу. А різниця між ними полягає в наступному. Оскільки корелятор є пристроєм зі змінними в часі параметрами, а погоджений фільтр – пристроєм зі сталими параметрами, то погоджений фільтр інваріантний до затримки сигналу і його початкової фази (наскільки ці величини зміняться в сигналі на вході фільтра, настільки вони зміняться й у сигналі на виході), а корелятор – не інваріантний.

Якщо сигнал має деякі невимірні або вимірні випадкові параметри, то структура оптимального приймача дещо змінюється, але його основна частина залишається такою самою, оскільки погоджений фільтр або корелятор завжди мають бути. Наприклад, при випадковій початковій фазі сигналу в приймачі з погодженим фільтром за останнім має йти детектор для виділення обвідної. В приймачеві кореляційного типу мають бути ще один, другий (квадратурний) канал і схема виділення обвідної. Саме тому в оптимальному приймачі завжди є погоджений фільтр або корелятор. Коефіцієнт передачі погодженого фільтра з імпульсною характеристикою (1.35)

$$k(\omega) = a^* g(\omega) \exp(-i\omega T), \quad (1.36)$$

де $g(\omega)$ – спектр сигналу; $*$ – знак комплексної спряженості. Із (1.36) випливають вирази для амплітудно-частотної характеристики (АЧХ)

$$|k(\omega)| = a |g(\omega)| \quad (1.37)$$

і фазочастотної характеристики (ФАХ) погодженого фільтра

$$\psi(\omega) = -\varphi(\omega) - \omega T. \quad (1.38)$$

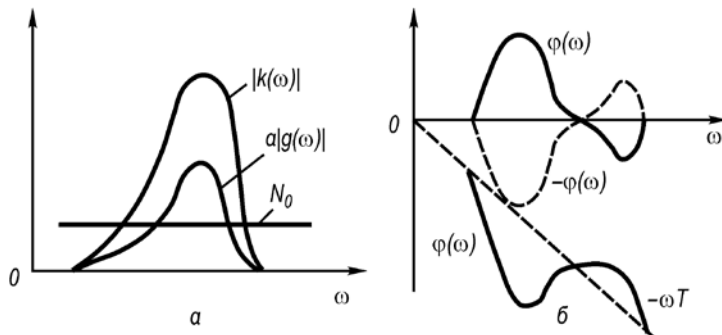


Рис. 1.13. Амплітудно-частотна (а) і фазочастотна (б) характеристики погодженого фільтра

Із (1.37) випливає, що АЧХ погодженого фільтра є тим вищою, чим більша спектральна щільність сигналу. На рис. 1.13, а зображені амплітудний спектр сигналу $a|g(\omega)|$, спектральна щільність завади N_0 і АЧХ фільтра $|k(\omega)|$, побудована відповідно до (1.37).

Фазовий спектр сигналу $\varphi(\omega)$ і ФЧХ фільтра $\psi(\omega)$, що описуються рівнянням (1.38), показані на рис. 1.13, б. Штриховою лінією зображені складові правої частини рівняння (1.38). ФЧХ фільтра компенсує фазовий спектр сигналу, внаслідок чого на виході фільтра в якийсь момент часу всі частотні складові відклику опиняються в фазі і, додаючись, дають максимум відклику.

Виняткова роль погодженого фільтра (або корелятора) в оптимальному приймачі пояснюється тим, що він максимізує відношення сигнал–завада на своєму виході. Це відношення у разі дії на вході фільтра білого шуму зі спектральною щільністю N_0 і сигналу з енергією E не залежить від форми сигналу:

$$q_0 = \sqrt{2E/N_0}. \quad (1.39)$$

При цьому максимальне значення сигналу на виході фільтра дорівнює aE , а середньоквадратичне значення завади – $a\sqrt{EN_0/2}$.

Результати, наведені в даному параграфі, строго слухні для завади у вигляді гауссового випадкового процесу з рівномірною спектральною щільністю потужності (білий шум). Разом з тим корелятор або погоджений фільтр (чи їхній набір, або модифікація) завжди входять в оптимальний приймач.

1.6. Кореляційні функції сигналів

Оптимальне приймання сигналів здійснюється за допомогою погоджених фільтрів або кореляторів. Нормований до певної напруги відклик погодженого фільтра, знайдений за допомогою інтеграла згортки:

$$r_{jk}(\tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} u_j(t)u_k(t-\tau)dt, \quad (1.40)$$

де $u_j(t)$ – сигнал на вході фільтра, погодженого із сигналом $u_k(t)$; τ – зсув сигналу $u_j(t)$ щодо відклику $u_k(t)$. Енергії сигналів з номерами j і k дорівнюють E . При $j=k$ і $\tau=0$ з (1.40), відкидаючи індекси, маємо

$$r(0) = r_{\max} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} u^2(\tau)dt = 1, \quad (1.41)$$

що й визначає нормованість відклику погодженого фільтра.

Вираз у правій частині (1.40) визначає інтегральний взаємозв'язок між сигналами $u_j(t)$ і $u_k(t)$ при деякому зсуві τ . Якщо τ – змінна величина, то $r_{jk}(\tau)$ – функціонал, що залежить як від функцій $u_j(t)$ і $u_k(t)$, так і від зсуву τ . Саме тому $r_{jk}(\tau)$ називається **кореляційною функцією (КФ)** сигналів $u_j(t)$ і $u_k(t)$. У залежності від того, погоджений або не погоджений сигнал з фільтром та чи є додатково доплерівський зсув несучої частоти сигналу, кореляційні функції мають різні зображення.

Взаємна функція невизначеності (ВФН) двох сигналів з номерами j і k , за означенням, виражається через комплексні обвідні сигналів і через їхні спектри так:

$$R_{jk}(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} u_j(t) u_k(t - \tau) e^{i\Omega t} dt = \frac{1}{4\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} G_j(\omega - \Omega) G_k^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (1.42)$$

де τ – зсув за часом між сигналами; Ω – доплерівський зсув частоти. З точністю до малих більш високого порядку нормований відклик погодженого фільтра пов'язаний із ВФН (1.42) співвідношенням

$$r_{jk}(\tau, \Omega) = \text{Re } R_{jk}(\tau, \omega) \exp(i\omega_0 \tau). \quad (1.43)$$

Взаємокореляційна функція (ВКФ) є перетином ВФН при $\Omega = 0$. Взявши $\Omega = 0$, з (1.43) одержуємо

$$R_{jk}(\tau) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} u_j(t) u_k^*(t - \tau) dt = \frac{1}{4\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} G_j(\omega) G_k^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.44)$$

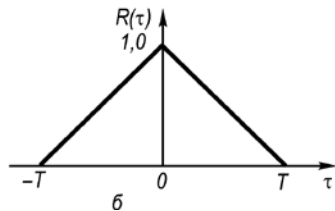
Функція невизначеності (ФН). Якщо фільтр погоджений із сигналом, тобто $j = k$, то з (1.43), опустивши індекс j , одержуємо ФН:

$$R(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t - \tau) e^{i\Omega t} dt = \frac{1}{4\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega - \Omega) G^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.45)$$



Автокореляційна функція (АКФ) – перетин ФН при $\Omega = 0$. Взявши $\Omega = 0$, з (1.45) знаходимо АКФ:

$$R(\tau) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u^*(t - \tau) dt = \frac{1}{4\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.46)$$



З рівності (1.46) видно, що АКФ є перетворенням Фур'є енергетичного спектра комплексної обвідної сигналу. Відповідно до оберненого перетворення Фур'є енергетичний спектр

Рис. 1.14. Прямокутний імпульс (а) і його автокореляційна функція (б)

$$|G(\omega)|^2 = 2E \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega t} d\tau. \quad (1.47)$$

Розглянемо приклад, що ілюструє властивості автокореляційної функції. На рис. 1.14, а, б зображені простий сигнал у вигляді прямокутного імпульсу і його автокореляційна функція. Максимум $R(\tau)$ припадає на момент закінчення сигналу ($t = T$). Це пояснюється тим, що $R(\tau)$ є нормованою напругою на виході фільтра, погодженого з вхідним сигналом, максимум якого збігається з моментом закінчення сигналу, тобто при $\tau = T$ максимум $R(\tau) = 1$ відповідно до (1.41).

Для автокореляційної функції, зображеної на рис. 1.14, б, енергетичний спектр (квадрат модуля амплітудного спектра) відповідно до (1.47) описується функцією

$$|G(\omega)|^2 = [\sin(\omega T / 2)]^2 / (\omega T / 2)^2. \quad (1.48)$$

На рис. 1.15, *a* зображений фазоманіпульований шумоподібний сигнал (ФМ ШПС) тривалістю T , а на рис. 1.15, *б* – його АКФ. Елементарний імпульс має тривалість $\tau_0 = T/N$, де N – число імпульсів. Для ФМ ШПС, зображеного на рис. 1.15, *a*, $N = 15$. Автокореляційна функція ФМ ШПС має центральний пік в інтервалі $(-\tau_0, \tau_0)$ з одиничною амплітудою та бічні піки, розподілені на інтервалах $(-T, -\tau_0)$ і (τ_0, T) .

Амплітуди бічних піків набувають різних значень, але в сигналах з “добрими” кореляційними властивостями вони малі, тобто істотно менші за амплітуду центрального піка, що дорівнює одиниці. Існують різні оцінки бічних піків як АКФ, так і ВКФ, ВФН,

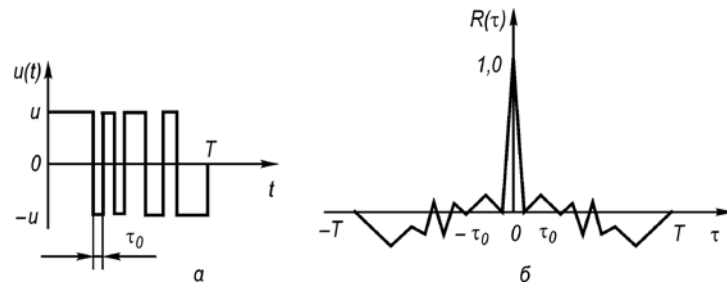


Рис. 1.15. Фазоманіпульований шумоподібний сигнал (*a*) і його автокореляційна функція (*б*)

ФН, проте всі вони описуються однаковими за формою відношеннями. Для ФМ ШПС оцінка бічних піків має вигляд

$$R = \alpha / \sqrt{N}, \quad (1.49)$$

де α – деяка величина, що залежить від вигляду оцінки, класу сигналу і, в загальному випадку, від N . Для довільних ШПС із базою B оцінка бічних піків

$$R = \beta / \sqrt{B}, \quad (1.50)$$

де β , як і α в (1.49), – деяка стала величина. Співвідношення (1.49), (1.50) визначають однакову залежність оцінок величини бічних піків від бази ШПС, оскільки величина N у ФМ ШПС є пропорційною базі B . Чим більша база, тим менші бічні піки. У граничному переході, коли $B \rightarrow \infty$, АКФ має вигляд трикутного імпульсу (рис. 1.16). Бічні піки на рис. 1.16 не зображені, оскільки при $B \rightarrow \infty$ вони наближаються до нуля відповідно до (1.49), (1.50). Тривалість центрального піка АКФ також прямує до нуля, оскільки $\tau_0 = T/N$, а з ростом бази B число імпульсів $N \rightarrow \infty$. АКФ, зображена на рис. 2.16, називається *ідеальною*, тому що вона не має бічних піків. Саме таку АКФ мають тривалі реалізації шуму.

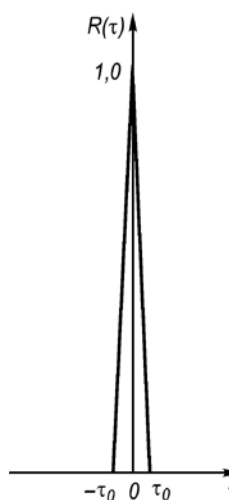


Рис. 1.16. Ідеальна АКФ

Частотна кореляційна функція (ЧКФ) – перетин ФН при $\tau = 0$. Взявши $\tau = 0$, з (1.21) одержуємо

$$\begin{aligned} R(\Omega) &= \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 e^{i\Omega t} dt = \\ &= \frac{1}{4\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega - \Omega) G^*(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (1.51)$$

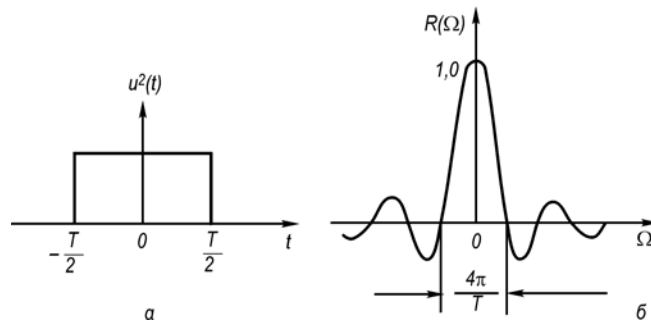


Рис. 1.17. Квадрат обвідної фазоманіпульованого сигналу (а) і його ЧКФ (б)

З першої рівності (1.51) випливає, що ЧКФ є перетворенням Фур'є квадрата обвідної сигналу. Вона не залежить від фазової структури сигналу, а визначається тільки квадратом модуля обвідної. Наприклад, для простого сигналу (рис. 1.14, а) і для фазоманіпульованого шумоподібного (рис. 1.15, а) квадрат обвідної дорівнює одиниці (рис. 1.17).

Тому ЧКФ сигналів, зображених на рис.1.14, а і 2.15, а, однакові і записуються так:

$$R(\Omega) = (\sin \Omega T / 2) / (\Omega T / 2). \quad (1.52)$$

Нульові значення ЧКФ (рис. 117, б) ідуть з інтервалом $2\pi/T$.

Максимум і симетрія кореляційних функцій. Функції (1.40), (1.42), (1.46) називаються, як було зазначено раніше, *кореляційними функціями* (КФ). Відомо, що максимум КФ має місце лише при $j = k$ і $\tau = 0$, $\Omega = 0$, тобто тільки в центрі ФН (або АКФ і ЧКФ). Максимум

$$R_j(0, 0) = R_k(0, 0) = 1, \quad (1.53)$$

що аналогічно (1.41), а

$$|R_{jk}(\tau, \Omega)|_{j \neq k} < 1, \quad |R(\tau, \Omega)|_{\substack{\tau \neq 0 \\ \Omega \neq 0}} < 1.$$

Властивість симетрії КФ полягає в тому, що

$$R_{jk}(-\tau, -\Omega) = R_{jk}^*(\tau, \Omega)e^{j\Omega\tau}. \quad (1.54)$$

Із (1.54) випливає, що

$$|R_{jk}(-\tau, -\Omega)| = |R_j(-\tau, -\Omega)| = |R_j(\tau, \Omega)|, \quad (1.55)$$

$$R_j(-\tau) = R_j^*(\tau), \quad R_j(\Omega) = R_j^*(\Omega). \quad (1.56)$$

Об'єм і середньоквадратичні значення ВФН і ФН. Об'єм між поверхнею, описуваною квадратом модуля ВФН, і площиною невизначеності (або просто об'єм ВФН) дорівнює одиниці, тобто

$$\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} |R_{ik}(\tau, \Omega)|^2 d\tau d\Omega = 1, \quad (1.57)$$

і не залежить від форми і номерів сигналів. Взявши $j = k$ і відкинувши індекси, маємо, що об'єм ФН також не залежить від форми сигналу і дорівнює одиниці, тобто

$$\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} |R(\tau, \Omega)|^2 d\tau d\Omega = 1. \quad (1.58)$$

Формули (1.57) і (1.58) дозволяють знайти ефективні значення ВФН і ФН. Позначимо їх через $R_{jk \text{ еф}}$ і $R_{\text{еф}}$. Припустивши, що ВФН і ФН приблизно розподілені на прямокутнику зі сторонами $3T$ і $4\pi f$, згідно з (1.57), (1.58) можемо записати, що $R_{jk \text{ еф}}^2 \cdot 4FT = R_{\text{еф}}^2 \cdot 4FT = 1$. Звідси знаходимо

$$R_{\text{еф}} = R_{jk \text{ еф}} = R_{j \text{ еф}} = \frac{1}{2\sqrt{FT}} = \frac{1}{2\sqrt{B}}. \quad (1.59)$$

Із (1.59) видно, що чим більша база сигналу, тим менші ефективні значення ВФН і ФН. Формули (1.57)–(1.59) дуже важливі. Оцінка ефективного значення (1.59) збігається за формою з (1.50), але має визначений коефіцієнт, рівний 1/2. Як буде ясно з наступного матеріалу, оцінка (1.59) дає нижню границю, тобто найменше ефективне значення, оскільки отримана за умови рівномірного розподілу ВФН і ФН на частотно-часовій площині. Насправді ж розподіл цих функцій для реальних сигналів є нерівномірним, і тому ефективні значення ВФН і ФН перевищуватимуть знайдені за формулою (1.59).

Інтегральні рівності. Для визначення оцінок КФ широко використовують інтегральні рівності, що пов'язують між собою КФ різних сигналів. Однією з загальних інтегральних рівностей є

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{ml}(\tau_1, \Omega_1) R_{jk}^*(\tau_1, \Omega_1) e^{-iz\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_{kl}(\tau, z) R_{jm}^*(\tau, z) e^{-i\Omega_1\tau} d\tau \quad (1.60)$$

(надалі індекс l буде опущений).

З формули (1.60) можна вивести окремі інтегральні рівності. Розглянемо їх.

А. Візьмемо $j = k = l = m$, $z = 0$. Маємо рівність Бакулева

$$\int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau, \Omega)|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau)|^2 e^{-i\Omega\tau} d\tau. \quad (1.61)$$

Середня потужність сигналу ФН у перетині $\Omega = \text{const}$ є перетворенням Фур'є від квадрата АКФ.

Б. Візьмемо $j = m$, $k = l$, $z = 0$. Маємо рівність Сталдера – Канна

$$\int_{-\infty}^{\infty} |R_{jk}(\tau, \Omega)|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_j(\tau) R_k^*(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau.$$

В. Візьмемо $j = m$, $k = l$, $z = \Omega = 0$. Маємо

$$\int_{-\infty}^{\infty} |R_{jk}(\tau)|^2 d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |R_j(\tau) R_k^*(\tau)| d\tau. \quad (1.62)$$

З (1.62) випливає, що середнє значення квадрата модуля ВКФ сигналів з номерами j і k дорівнює середньому значенню добутку їх АКФ. Позначимо квадрати ефективних значень ВКФ через

$$R_{jk \text{ еф}}^2 = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} |R_{jk}(\tau)|^2 d\tau, \quad R_{q \text{ еф}}^2 = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} |R_q(\tau)|^2 d\tau, \quad (1.63)$$

де T – тривалість сигналу; $q = j$ або $q = k$. Використовуючи нерівність Буняковського–Шварца, з (1.63) дістаємо

$$R_{jk \text{ еф}}^2 \leq R_{j \text{ еф}} R_{k \text{ еф}}. \quad (1.64)$$

З (1.64) випливає, що для зменшення ефективного значення ВКФ необхідно зменшувати ефективні значення АКФ.

Використання наведених інтегральних рівностей для оцінки КФ буде проілюстровано далі.

1.7. Основні типи ШПС

Частотно-модульовані сигнали (ЧМ-сигнали) є неперервними, частота яких змінюється за заданим законом. На рис. 1.18, *а* зображений ЧМ-сигнал, частота якого змінюється за V-подібним законом від $f_0 - F/2$ до $f_0 + F/2$, де f_0 – центральна (несуча) частота сигналу; F – ширина спектра, яка дорівнює девіації частоти: $F = \Delta F$. Тривалість сигналу – T .

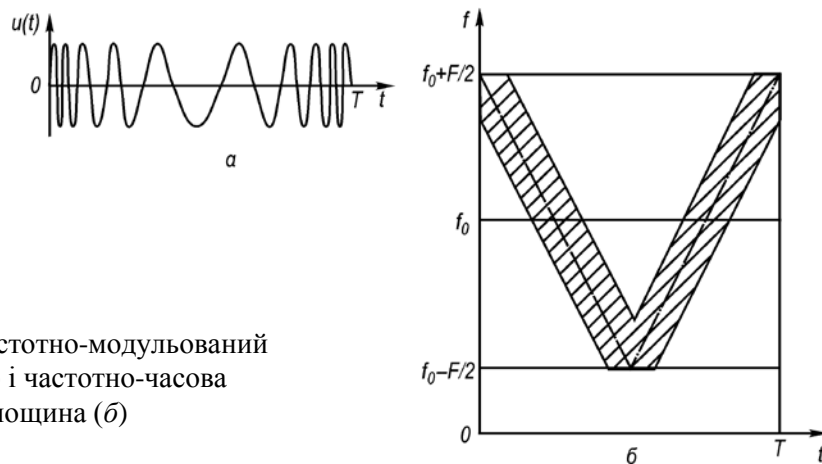


Рис. 1.18. Частотно-модульований сигнал (*а*) і частотно-часова площа (*б*)

На рис. 1.18, *б* зображена частотно-часова (f, t) площа, на якій заштриховано приблизний розподіл енергії ЧМ-сигналу за частотою і за часом. База ЧМ-сигналу

$$B = FT = \Delta f_d T, \quad (1.65)$$

де Δf_d – девіація частоти.

Частотно-модульовані сигнали знайшли широке застосування в радіолокаційних системах, оскільки для конкретного ЧМ-сигналу можна створити погоджений фільтр на приладах з поверхневими акустичними хвилями. Для систем зв'язку треба мати безліч сигналів. Необхідність швидкої зміни сигналів і переключення апаратури формування й обробки приводить до того, що реалізація зміни частоти стає дискретною. При цьому від ЧМ-сигналів переходять до БЧ-сигналів.

Багаточастотні сигнали (БЧ-сигнали) (рис. 1.19, *а*) є сумою N гармонік $u_1(t), \dots, u_N(t)$, амплітуди і фази яких визначаються відповідно до законів формування сигналів. На частотно-

часовій площині (рис. 1.19, б) штрихуванням виділений розподіл енергії одного елемента (гармоніки) БЧ-сигналу на частоті f_k . Всі елементи (гармоніки) цілком перекривають виділений квадрат зі сторонами F і T . База сигналу B дорівнює площі квадрата. Ширина спектра елемента $F_0 \approx 1/T$. Тому база БЧ-сигналу

$$B = FT = F / F_0 = N, \quad (1.66)$$

тобто збігається з числом гармонік. БЧ-сигнали є неперервними; для їхнього формування й обробки важко пристосувати методи цифрової техніки. Крім цього, вони мають і такі недоліки, як поганий пік-фактор (нерізке вираження амплітуди сигналу, див. рис. 1.19, а) та потреба у великому числі частотних каналів N для одержання великої бази B .

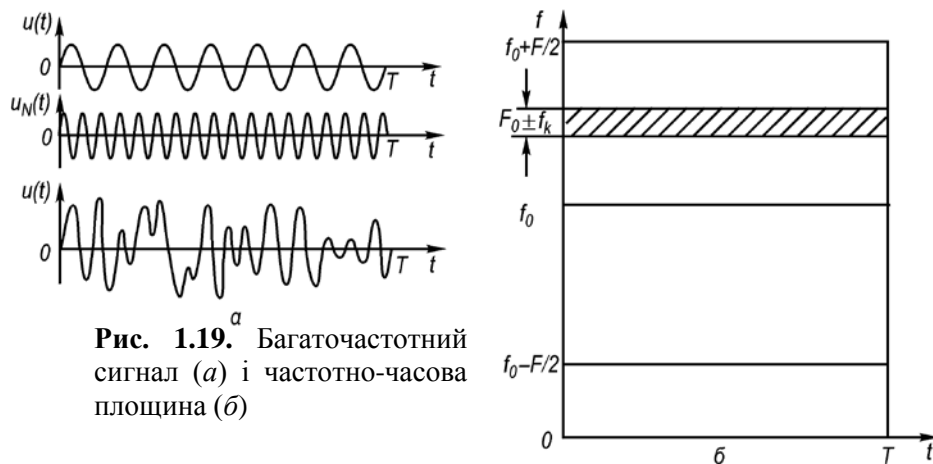


Рис. 1.19.^а Багаточастотний сигнал (а) і частотно-часова площина (б)

Фазоманіпульовані сигнали (ФМ-сигнали) є послідовністю радіоімпульсів, фази яких змінюються за заданим законом. Звичайно фаза набуває двох значень: 0 або π . При цьому радіочастотному ФМ-сигналові відповідає відео ФМ-сигнал (рис. 1.20, а), що складається з позитивних і негативних імпульсів. Якщо число імпульсів N , то тривалість одного імпульсу дорівнює $\tau_0 = T/N$, а ширина його спектра – приблизно ширині спектра сигналу: $F_0 = 1/\tau_0 = = 1/N$. На частотно-часовій площині (рис. 1.20, б) штрихуванням виділений розподіл енергії одного елемента (імпульсу) ФМ-сигналу. Всі елементи перекривають виділений квадрат зі сторонами F і T . База ФМ-сигналу

$$B = FT = T / \tau_0 = N, \quad (1.67)$$

тобто дорівнює числу імпульсів у сигналі.

Можливість застосування ФМ-сигналів у якості ШПС із базами $B = 10^4 \dots 10^6$ обмежена в основному апаратурою обробки. При використанні погоджених фільтрів у вигляді приладів на поверхнево-акустичних хвилях можливий оптимальний прийом ФМ-сигналів з максимальними базами $B_{\max} = = 1000 \dots 2000$. ФМ-сигнали, оброблювані такими фільтрами, мають широкі спектри (порядку $10 \dots 20$ МГц) і відносно короткі тривалості ($50 \dots 100$ мкс). Обробка ФМ-сигналів за допомогою відеочастотних ліній затримки при перенесенні спектра сигналів в область відеочастот дозволяє одержувати бази $B = 100$ при $F \approx 1$ МГц, $T \approx 100$ мкс.

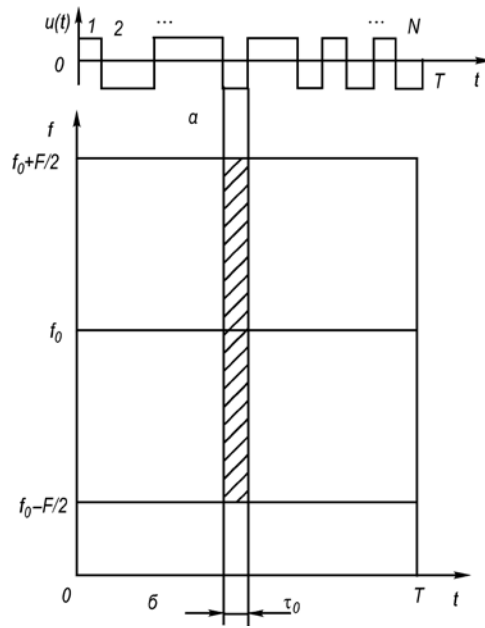


Рис. 1.20. Фазоманіпульований сигнал з кодовою фазовою модуляцією (а) і частотно-часова площина (б)

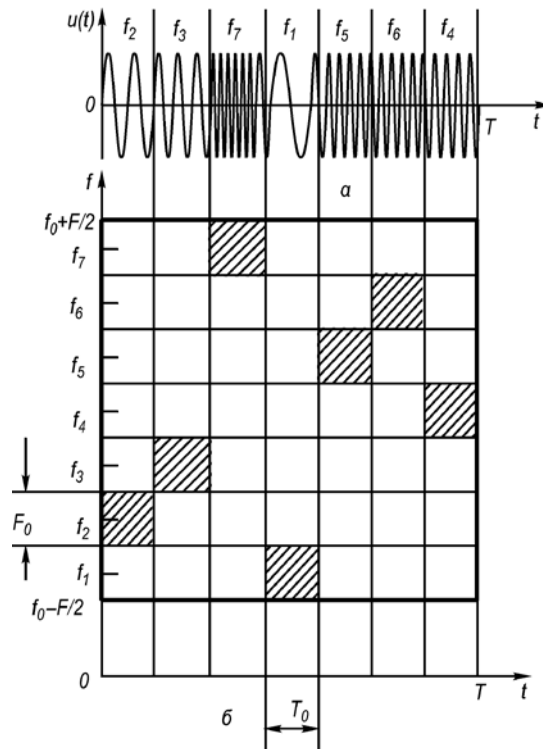


Рис. 1.21. Дискретний сигнал з кодовою частотною модуляцією (а) і частотно-часова площина (б)

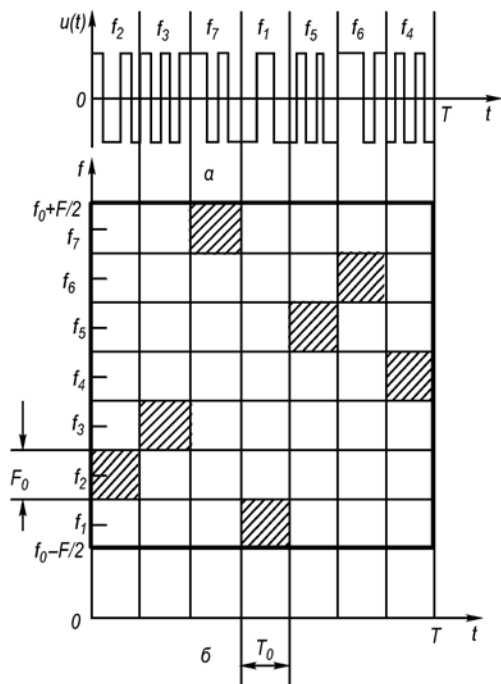


Рис. 1.22. ДСЧ-ФМ-сигнал (а) і частотно-часова площина (б)

Досить перспективними є погоджені фільтри на приладах із зарядовим зв'язком (ПЗЗ). Згідно з опублікованими даними, за допомогою погоджених фільтрів ПЗЗ можна обробляти ФМ-сигнали з базами $10^2 \dots 10^3$ при тривалостях сигналів $B = 10^{-4} \dots 10^{-1}$ с. Цифровий корелятор на ПЗЗ здатний обробляти сигнали до бази $4 \cdot 10^4$.

Слід зазначити, що ФМ-сигнали з великими базами доцільно обробляти за допомогою кореляторів (на великих інтегральних схемах або на ПЗЗ). При цьому $B = 4 \cdot 10^4$ є граничною базою. Але при використанні кореляторів необхідно в першу чергу вирішити питання про прискорене входження в синхронізм.

Оскільки ФМ-сигнали дозволяють широко використовувати цифрові методи і техніку формування й обробки та реалізовувати відносно великі бази їх, то вони є одним з перспективних видів ШПС.

Дискретні частотні сигнали (ДЧ-сигнали) є послідовністю радіоімпульсів (рис. 1.21, а), несучі частоти яких змінюються за заданим законом. Нехай число імпульсів у ДЧ-сигналі дорівнює M , тривалість імпульсу $T_0 = T/M$, його ширина спектра $F_0 = 1/T_0 = M/T$. Над кожним імпульсом (рис. 1.21, а) зазначена його несуча частота. На частотно-часовій площині (рис. 1.21, б) штрихуванням виділені квадрати, в яких розподілена енергія імпульсів ДЧ-сигналу. Як видно з рис. 1.21, б,

енергія ДЧ-сигналу розподілена нерівномірно на частотно-часовій площині.

База ДЧ-сигналів

$$B = FT = MF_0 \cdot MT_0 = M^2 F_0 T_0 = M^2, \quad (1.68)$$

оскільки база імпульсу $F_0 T_0 = 1$. Із 1.68) впливає основне достоїнство ДЧ-сигналів: для одержання необхідної бази B число каналів $M = \sqrt{B}$, тобто значно менше, ніж для БЧ-сигналів. Саме це й обумовило застосування таких сигналів у системах зв'язку. Разом з тим для великих баз ($B = 10^4 \dots 10^6$) використовувати тільки ДЧ-сигнали недоцільно, тому що число частотних каналів $M = 10^2 \dots 10^3$, тобто дуже велике.

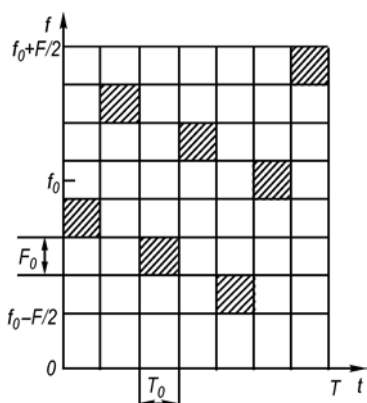


Рис. 1.23. Частотно-часова площина дискретного складеного сигналу з частотною маніпуляцією (ДСЧ-ЧМ-сигналу)

Дискретні складені частотні сигнали (ДСЧ-сигнали) є ДЧ-сигналами, кожен імпульс яких замінений шумоподібним сигналом. На рис. 1.22, а зображений відеочастотний ФМ-сигнал, окремі частини якого передаються на різних несучих частотах. Номери частот зазначені над ФМ-сигналом. На рис. 1.22, б зображена частотно-часова площина, на якій штрихуванням виділено розподіл енергії ДСЧ-сигналу. Рис. 1.22, б за структурою не відрізняється від рис. 1.21, б, але на першому з них площа $F_0 T_0 = N_0$ дорівнює числу імпульсів ФМ-сигналу в одному частотному елементі ДСЧ-сигналу. База ДСЧ-сигналу

$$B = FT =$$

$$= M^2 F_0 T_0 = N_0 M^2. \quad (1.69)$$

Число імпульсів повного ФМ-сигналу

$$N = N_0 M. \quad (1.70)$$

Зображений на рис. 1.22 ДСЧ-сигнал містить як елементи ФМ-сигнали. Тому такий сигнал скорочено називатимемо ДСЧ-ФМ-сигналом. За елементи ДСЧ-сигналу можна взяти ДЧ-сигнали. Розподіл енергії такого сигналу на частотно-часовій площині зображено на рис. 1.23. Якщо база елемента ДЧ-сигналу

$$B_0 = F_0 T_0 = M_0^2, \quad (1.71)$$

то база всього сигналу

$$B = M_0^2 M^2. \quad (1.73)$$

Такий сигнал можна скорочено позначати ДСЧ-ЧМ. Число частотних каналів у ДСЧ-ЧМ-сигналі дорівнює $M_0 M$. Якщо ДЧ-сигнал (рис. 1.21) і ДСЧ-ЧМ-сигнал мають рівні бази, то вони мають і однакове число частотних каналів. Тому особливих переваг ДСЧ-ЧМ-сигнал перед ДЧ-сигналом не має. Але принципи побудови ДСЧ-ЧМ-сигналу можуть виявитися корисними при побудові великих систем ДЧ-сигналів.

Таким чином, найбільш перспективними ШПС для систем зв'язку є ФМ-, ДЧ-, ДСЧ-ФМ-сигнали.

Контрольні запитання для самооцінки рівня знань

1. Дайте означення шумоподібного сигналу.
2. Як визначається база сигналу?
3. Дайте означення завадозахищеності систем зв'язку.
4. Як визначається завадостійкість ширококугової системи зв'язку?
5. Як визначити скритність системи зв'язку?
6. У чому полягає особливість асинхронних адресних систем зв'язку з використанням ШПС?
7. Як визначається ефективність стільникових рухомих систем зв'язку?
8. Запишіть умови поділу променів при боротьбі з багатопроменевістю.
9. Які особливості електромагнітної сумісності при використанні шумоподібних сигналів?
10. Які структурні схеми ширококугових систем зв'язку Ви знаєте?

Післямова до розділу 1

Ви завершили вивчення розділу «Шумоподібних сигналів в системах зв'язку». Тепер ви вже знаєте:

- про використання систем зв'язку з ШПС;
- про завадозахищеність і завадостійкість ШСЗ;

- основні структурні схеми ШСЗ;
- про систему сигналів та їх характеристики;
- про оптимальну обробку сигналів;
- корелятор – прилад для вимірювання кореляційних функцій
- що оптимальне приймання сигналів здійснюється за допомогою погоджених фільтрів або кореляторів;
- кореляція – це співвідношення, відповідність, взаємозв’язок предметів або понять. В математичній статистиці - залежність між явищами або величинами, що не має чіткого функціонального характеру. $r_{jk}(\tau) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} u_j(t)u_k(t-\tau)dt$ називається **кореляційною функцією (КФ)** сигналів $u_j(t)$ і $u_k(t)$.

Тепер переходимо до комплексу питань необхідних для опрацювання матеріалу **розділу 2**.
Запитання, на які студент повинен знати відповідь, перш ніж вивчати цей розділ:

- яку функцію виконують модулятор і демодулятор у системі передавання інформації?
- у чому відмінність між модуляцією і маніпуляцією?
- якими характеристиками представляють частотні властивості сигналів?
- у чому відмінність між «шириною спектра сигналу» і «ефективною (практичною) шириною спектра сигналу»?

Поняття, які необхідно знати для сприйняття матеріалу наступного розділу:

Модуляція – процес вкладення інформаційного сигналу у сигнал-переносник. Якщо немає уточнень, то під інформаційним сигналом ми розуміємо, що це неперервний (аналоговий) сигнал.

Сигналом-переносником може бути: гармонічний сигнал, послідовність, прямокутних імпульсів, послідовність двійкових імпульсів та, напевно, інші сигнали. Для передавання сигналів через довкілля (ефір) використовують гармонічний сигнал.

Інформаційний сигнал – сигнал на виході джерела інформації.

Аналіз спектральних характеристик сигналів, які отримуємо від джерел інформації і які є матеріальними носіями інформації, показує, що їхні спектральні складові зосереджені у низькочастотному діапазоні, і частотно включно з постійною складовою. Труднощі ефективного випромінювання низькочастотних сигналів та значне поглинання їхньої енергії у довкіллі у разі поширення на значні відстані не дають змоги безпосередньо їх передавати одержувачу. Вирішення цієї проблеми забезпечується їх переміщенням (перенесенням) спектра низькочастотних сигналів у діапазон високих частот, для яких умови випромінювання та поширення є сприятливими. Для цього використовують високочастотний гармонічний сигнал, який виконує функцію переносника низькочастотного сигналу. Тому такий сигнал називають **переносником або несучим сигналом**.

МОДУЛЬОВАНІ СИГНАЛИ

2.1. Загальні положення

Модуляція – це процес змінення одного чи кількох параметрів переносника відповідно до змінення сигналу, який діє на нього. Як переносник широко використовують гармонічні коливання, періодичну послідовність імпульсів і вузькосмуговий випадковий процес. Сигнал, який діє на керований параметр переносника, називається *модулюючим*.

Параметри переносника, які змінюються в часі під впливом модулюючого сигналу, називаються *інформаційними*, оскільки в їх змінних міститься інформація, що передається. Фізичний процес змінення параметрів переносника і є модуляцією. Таким чином, будь-який модулятор (рис. 2.1) має два входи: один – для переносника, інший – для модулюючого сигналу.

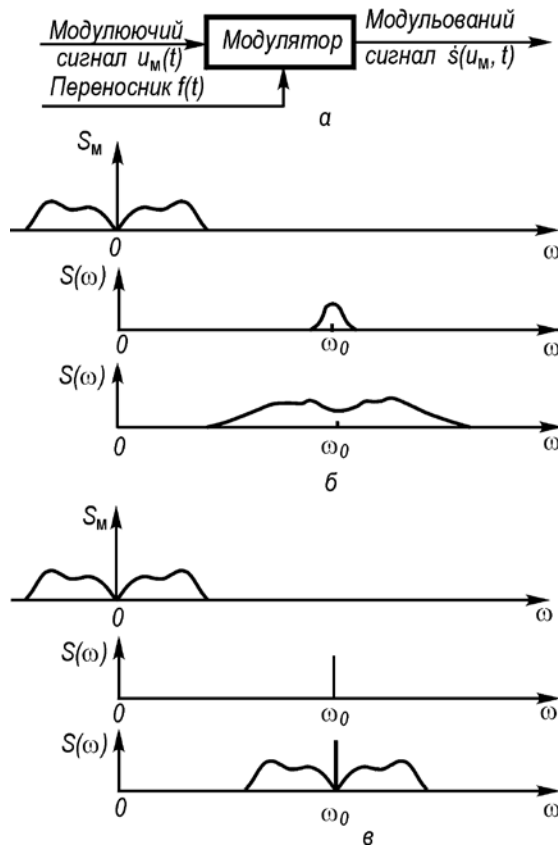


Рис. 2.1. Модулятор (а) і зсув спектра при модуляції: загальний випадок аналітичної несучої (б) та гармонічної несучої (в)

Параметри, які залишаються незмінними, є постійними ознаками сигналу. Вони можуть бути використані на прийомі для розрізнення сигналу від завад. У багатьох випадках модулювання сигнал можна подати як добуток двох функцій:

$$s(t) = f(t)M[u_m(t)], \quad (2.1)$$

де $f(t)$ – функція, яка зображує несучу коливання (переносника); $M(t)$ – модуляційна функція, яка виражає дію сигналу, що передається, тобто $u_m(t)$, на несучу $f(t)$.

Якщо для зображення несучої вибирається *аналітичний* сигнал, то для кожної модуляційної функції $M(t)$ існує комплексний модульований сигнал $\hat{s}(t)$; його дійсна і уявна частини відповідають реально існуючому модульованому сигналу, а модуль визначає обвідну. У випадку,

коли несучою є гармонічне коливання $A_0 e^{i\omega_0 t}$, модуляційна функція виражає діяння відеосигналу $u_m(t)$ на амплітуду (частоту або фазу) несучої.

Спектр модульованого коливання (2.1) згідно з теоремою про спектр добутку визначається згорткою:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\nu) S_M(\omega - \nu) d\nu, \quad (2.2)$$

де $S_f(\nu)$ – спектральна щільність сигналу $s(t)$; ν – частота модулюючого сигналу $M[u_m(t)]$; S_M – спектральна щільність модульованого сигналу.

Звідси випливає, що процес модуляції призводить до складного перетворення спектра сигналу. Якщо несучою є вузькосмугове коливання, то модуляція спричинює розширення спектра і перенесення його в область навколо несучої частоти (рис. 2.1, б). Якщо несуча – чиста синусоїда, то має місце просто зсув спектра (рис. 2.1, в).

2.2. ОСНОВНІ ВИДИ АНАЛОГОВОЇ АМПЛІТУДНОЇ МОДУЛЯЦІЇ

Одним із видів аналогової модуляції (тобто первинний сигнал і сигнал-переносник неперервні) є безпосереднє передавання та амплітудна модуляція (АМ), різновиди якої – балансна (БМ) і односмугова (ОМ) модуляції.

Безпосереднє передавання. Найпростішим сигналом для передавання неперервного повідомлення $s(t)$ є сигнал, пропорційний $u_m(t)$:

$$s(t) = A u_m(t), \quad (2.3)$$

де A – якась стала. Такий сигнал відповідає формулі (2.1), якщо взяти $f(t) = A$ і $M[u_m(t)] = u_m(t)$. Прикладом безпосереднього передавання повідомлень є звичайний телефонний зв'язок по проводах.

Амплітудна модуляція (АМ). Для цього виду модуляції

$$s(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}, \quad M[u_m(t)] = 1 + m u_m(t), \quad (2.4)$$

де m – коефіцієнт модуляції. Тоді модульований сигнал запишеться так:

$$\dot{s}(t) = A_0 [1 + m u(t)] e^{i\omega_0 t} = A_0 [1 + m u(t)] (\cos \omega t + i \sin \omega t). \quad (2.5)$$

Цей вираз дає зображення реального амплітудно-модульованого сигналу (АМ-сигналу):

$$s(t) = \text{Re } \dot{s}(t) = A_0 [1 + m u(t)] \cos \omega t. \quad (2.6)$$

Спектр сигналу в загальному випадку визначається як перетворення Фур'є від $s(t)$:

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega_0 t e^{-i\omega t} dt + m A_0 \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cos \omega_0 t e^{-i\omega t} dt.$$

Врахувавши, що $\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$, а $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt = 2\pi \delta(\omega)$, отримаємо

$$S(\omega) = \pi A_0 \delta(\omega - \omega_0) + \frac{mA_0}{2} S_u(\omega_0 + \omega) + \frac{mA_0}{2} S_u(\omega_0 - \omega), \quad (2.7)$$

де $S_u(\omega)$ – спектр повідомлення, яке передається.

Звідси бачимо, що при АМ відбувається перенесення спектра повідомлення на частоту ω_0 (рис. 2.1, в). Ширина спектра сигналу F при АМ удвічі більша за ширину спектра повідомлень F_m , тобто $F = 2F_m$.

При модуляції одним тоном, тобто синусоїдальним сигналом, коли $u(t) = \cos \Omega t$,

$$\begin{aligned} s(t) &= A_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t = \\ &= A_0 \cos \omega_0 t + \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega) + \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega). \end{aligned} \quad (2.8)$$

При амплітудній модуляції гармонічного переносника приріст амплітуди переносника пропорційний миттєвим значенням модулюючого сигналу $u_m(t)$, тобто

$$A(t) = A_0 \pm \Delta A(t) = A_0 + au(t), \quad (2.9)$$

де a – коефіцієнт пропорційності; частота і фаза гармонічного переносника залишаються сталими.

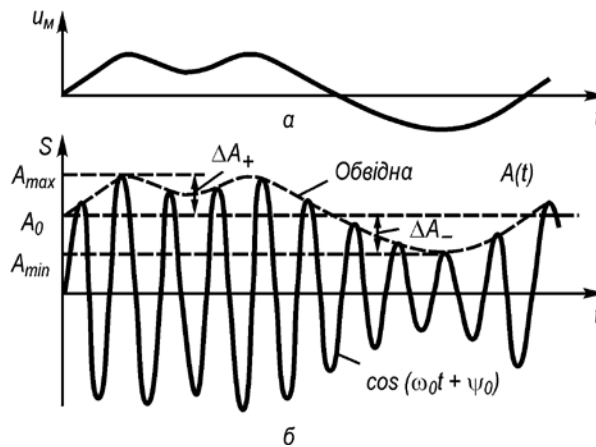


Рис. 2.2. Амплітудна модуляція сигналу:
 а – модулюючий сигнал $u_m(t)$;
 б – АМ-сигнал

Часову діаграму АМ-сигналу наведено на рис. 2.2, з якого видно, що згідно з миттєвими значеннями $u_m(t)$ амплітуда $A(t)$ то підвищується до A_{\max} , одержуючи при цьому приріст $\Delta A_+ = A_{\max} - A_0 = au$, то зменшується до A_{\min} , одержуючи приріст $\Delta A_- = A_0 - A_{\min} = -au$. Зверніть увагу, що амплітуда повторює форму модулюючого сигналу $u_m(t)$. В АМ-сигналі амплітуда $A(t)$ є обвідною високочастотного заповнення $\cos(\omega_0 + \psi_0)$.

Коефіцієнт модуляції. Для математичного опису АМ-сигналу в формулу (2.9) замість коефіцієнта a , що залежить від конкретної схеми модулятора, вводять *коефіцієнт модуляції* $m_{\text{АМсєр}} = \Delta A_0 / A_0$, який дорівнює відносному значенню приросту амплітуди. Тут $\Delta A_{\text{сєр}} = (\Delta A_+ + \Delta A_-) / 2$ – середньоарифметичне значення приросту амплітуди АМ-сигналу. Оскільки середнє значення амплітуди АМ-сигналу за час модуляції $A_0 = (A_{\max} + A_{\min}) / 2$, то коефіцієнт модуляції

$$m_{\text{АМсєр}} = \Delta A_0 / A_0 = (A_{\max} - A_{\min}) / (A_{\max} + A_{\min}). \quad (2.10)$$

Отже, коефіцієнт модуляції – це відношення різниці між максимальним і мінімальним значеннями амплітуд АМ-сигналу до суми цих значень. Досить часто коефіцієнт модуляції визначається у відсотках, але при всіх розрахунках АМ-сигналів користуються коефіцієнтом модуляції m_{AM} у відносних одиницях.

Для симетричного модулюючого сигналу $u_m(t)$ (тобто середнє значення амплітуди якого дорівнює нулю) АМ-сигнал також симетричний: $\Delta A_+ = \Delta A_- = \Delta A$ і

$$m_{AM} = \Delta A / A_0 ; \quad (2.11)$$

отже, коефіцієнт модуляції дорівнює відношенню максимального приросту амплітуди до амплітуди переносника. Він характеризує глибину амплітудної модуляції і може змінюватись у межах $0 \leq m_{AM} \leq 1$.

Приклад 2.1. Визначити коефіцієнт модуляції АМ-сигналу, числову діаграму якого в лінійному масштабі зображено на рис. 2.2, б.

Для визначення коефіцієнта модуляції скористаємося формулою (2.10). При розрахунках знати абсолютне значення амплітуд не обов'язково. Обчислення можна зробити в умовних одиницях. За 1 ум. од. візьмемо 1 мм на вертикальній осі амплітуд. Тоді $A_{min} = 4$ ум. од., $A_{max} = 12$ ум. од. і $m_{AM} = (A_{max} - A_{min}) / (A_{max} + A_{min}) = (12 - 4) / (12 + 4) = 0,5 \cdot 100 = 50 \%$.

Амплітудна модуляція гармонічним коливанням. У найпростішому випадку модулюючий сигнал $u_m(t)$ є гармонічним коливанням із частотою $\Omega \ll \omega_0$ і початковою фазою ψ . При цьому

$$s_{AM}(u, t) = A_0 \left[1 + m_{AM} \cos(\Omega t + \psi) \cos(\omega_0 t + \psi_0) \right] \quad (2.12)$$

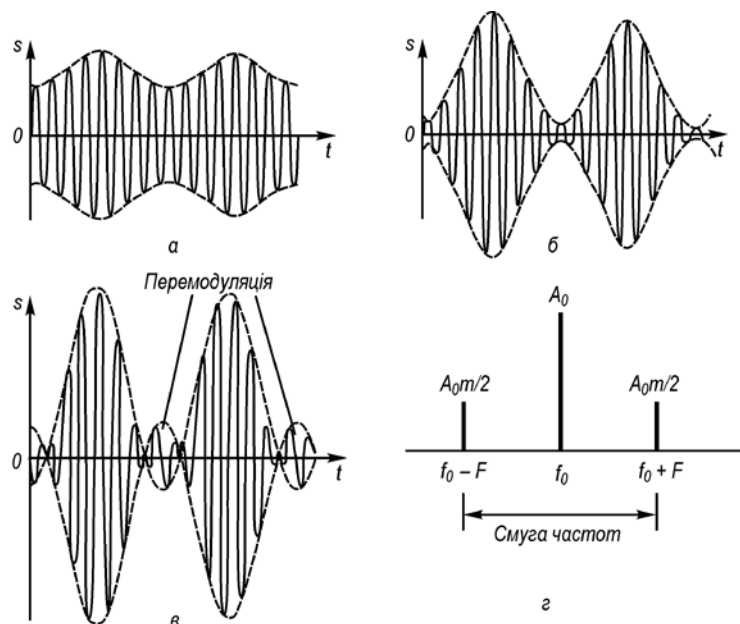


Рис. 2.3. Однотональна амплітудна модуляція:
 а – з малим коефіцієнтом модуляції; б – глибока модуляція; в – перемодуляція;
 г – спектральна діаграма АМ-сигналу для однотональної модуляції

є аналітичним виразом (математичною моделлю) однотонального АМ-сигналу, тобто модульованого одним гармонічним коливанням тональної частоти. На рис.2.3, а, б зображено часові діаграми однотонального АМ-сигналу при різних значеннях m_{AM} . На ньому дуже добре видно симетричність модуляції та характерні спотворення при *перемодуляції*, коли форма обвідної вже не повторює форму модулюючого гармонічного коливання (рис. 2.3, в).

Однотональний АМ-сигнал можна подати також у вигляді суми гармонічних складових. Якщо використати тригонометричну формулу добутку косинусів $\cos \alpha \cos \beta = 0,5[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, із формули (2.12) дістанемо

$$s_{\text{АММ}}(u, t) = A \cos(\omega t + \psi_0) + 0,5A_0 m_{\text{АМ}} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \psi_0 + \psi] + 0,5A_0 m_{\text{АМ}} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \psi_0 - \psi]. \quad (2.13)$$

Із формули (2.13) випливає, що однотональний АМ-сигнал має три гармонічні спектральні складові з частотами f_0 (переносника); $f_0 + F$ (верхньою бічною); $f_0 - F$ (нижньою бічною).

Спектральна діаграма однотонального АМ-сигналу, побудована за формулою (2.13), є симетричною відносно частоти переносника f_0 (рис. 2.3, з). Амплітуди бічних коливань однакові, і навіть для $m_{\text{АМ}} = 1$ не перевищують половини амплітуди переносника A_0 .

Амплітудна модуляція при складному модулюючому сигналі. Гармонічні модулюючі сигнали і відповідно однотональний АМ-сигнал практично зустрічаються рідко. У більшості випадків модулюючі первинні сигнали є складними функціями часу. Аналітичний вираз АМ-сигналу можна подати у вигляді формули

$$s_{\text{АММ}}(u, t) = A [1 + m_{\text{АМ}} u(t)] \cos(\omega t + \psi_0). \quad (2.14)$$

Спектр АМ-сигналу при складному модулюючому сигналі якісно визначається з таких міркувань. Будь-який складний сигнал $u_m(t)$ можна подати у вигляді скінченної (чи нескінченної) суми гармонічних складових, якщо скористатись для цього рядом чи інтегральним перетворенням Фур'є. Кожна гармонічна складова сигналу $u_m(t)$ з частотою Ω_i сприяє появі в спектрі АМ-сигналу двох бічних складових з частотами $f_0 \pm F_i$, а множина гармонічних складових модулюючого сигналу $\sum F_i$ – множині бічних складових з частотами $\sum (f_0 \pm F_i)$. Для наочності такі перетворення спектра для АМ наведено на рис. 2.4.

З рис. 2.4 видно, що в спектрі складного АМ-сигналу, крім складової з частиною переносника f_0 , містяться групи *верхніх* ($f_0 + F$) та *нижніх* ($f_0 - F$) *бічних коливань*, що утворюють відповідно верхню та нижню бічні смуги частот АМ-сигналу. При цьому верхня бічна смуга частот є масштабною копією як дискретного, так і неперервного спектра модулюючого сигналу, зсунутого за частотою на величину f_0 . Нижня бічна смуга частот також повторює спектральну діаграму (спектральну щільність) сигналу $u_m(t)$, але з дзеркальним розташуванням частот (у зворотному порядку) відносно частоти переносника f_0 .

Із зазначеного можна дійти важливого висновку: *ширина спектра АМ-сигналу $F_{\text{АМ}}$ дорівнює подвоєному значенню максимальної частоти F_{max} спектра модулюючого сигналу, тобто*

$$F_{\text{АМ}} = 2F_{\text{max}}. \quad (2.15)$$

З цього виразу випливає, що амплітуда модульованого сигналу змінюється від $A_{\text{min}} = A_0(1 - m)$ до $A_{\text{max}} = A_0(1 + m)$, а потужність сигналу – від $P_{\text{min}} = P(1 - m)^2$ до $P_{\text{max}} = P(1 + m)^2$, де $P_{\text{н}} = \frac{A_0^2}{2}$ – потужність несучого коливання. Середня потужність АМ-сигналу дорівнює

$$P_{\text{сеп}} = \frac{A_0^2}{2T} \int_0^T (1 + m \cos \Omega t)^2 dt = P_{\text{н}} \left(1 + \frac{m^2}{2} \right). \quad (2.16)$$

При $m=1$ $P_{\max}=4P$, а $P_{\text{сер}}=1,5P_{\text{н}}$; відношення середньої потужності до максимальної дорівнює 0,375, що свідчить про суттєвий недолік амплітудної модуляції – погане використання потужності передавача.

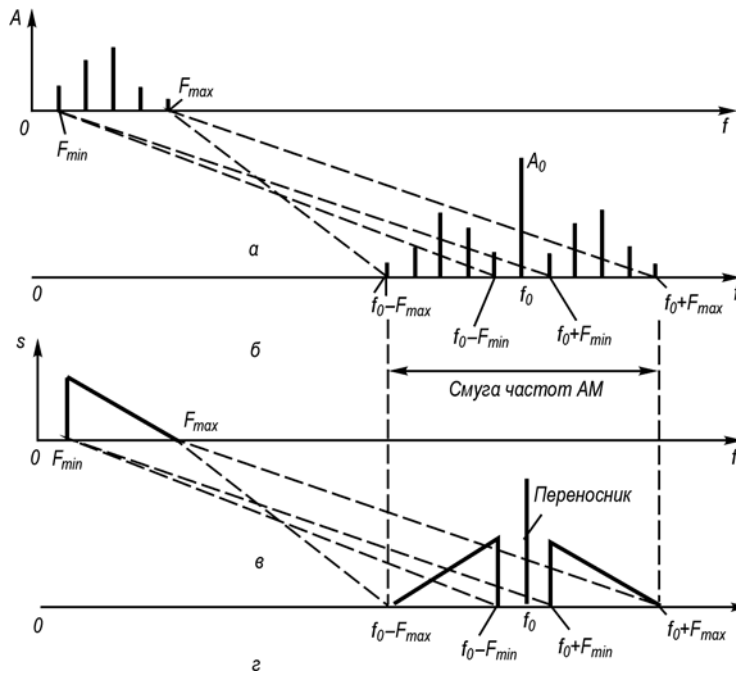


Рис. 2.4. Спектральні діаграми:

a – модулюючого сигналу; *б* – АМ-сигналу для багатоканальної модуляції; *в* – модулюючого сигналу з неперервним спектром; *г* – АМ-сигналу для модуляції сигналом із неперервним спектром

Балансна модуляція (БМ). Крім звичайної АМ, застосовується передавання АМ-сигналу без несучої – балансна модуляція. Для цього виду модуляції

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}, \quad M[u(t)] = u(t); \quad (2.17)$$

Тоді

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= A_0 e^{i\omega_0 t} u(t) = A_0 u(t) \cos \omega_0 t + i A_0 u(t) \sin \omega_0 t; \\ s(t) &= \text{Re } \dot{s}(t) = A_0 u(t) \cos \omega_0 t. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Спектр сигналу при БМ

$$S(\omega) = \frac{1}{2} A_0 [S_u(\omega_0 + \omega) + S_u(\omega_0 - \omega)]. \quad (2.19)$$

Тут знаходяться тільки дві бічні смуги, оскільки несуча відсутня.

При **односмуговій модуляції (ОМ)** передається тільки одна бічна смуга. При передаванні *верхньої бічної смуги*

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}, \quad M[u_M(t)] = u_M(t) + i u_M^*(t); \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= A_{0M} \left[u(t) \cos \omega t - u^*(t) \sin \omega t \right] + \\ &+ i A_{0M} \left[u(t) \sin \omega t + u^*(t) \cos \omega t \right]; \\ s(t) &= \operatorname{Re} \dot{s}(t) = A_{0M} \left[u(t) \cos \omega t - u^*(t) \sin \omega t \right]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Спектр сигналу ОМ

$$S(\omega) = \frac{A_{0M}}{2} S_u(\omega_0 + \omega). \quad (2.22)$$

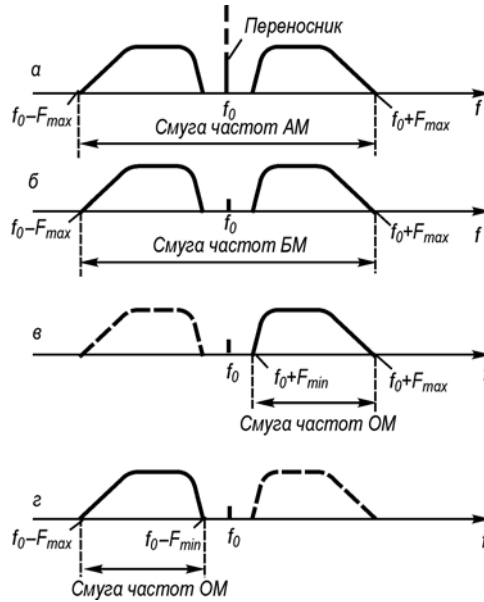


Рис. 2.5. Спектральні діаграми:
a – АМ-сигналу; *б* – БМ-сигналу; *в* –
 ОМ-сигналу (верхня бічна смуга); *г* –
 ОМ-сигналу (нижня бічна смуга)

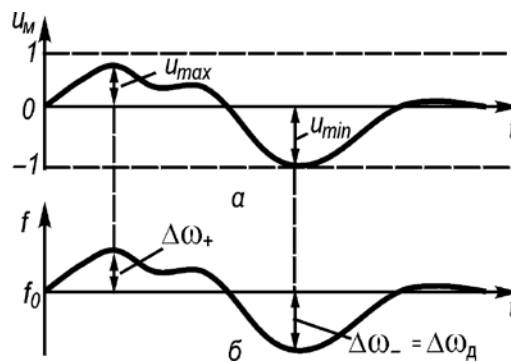


Рис. 2.6. Миттєва частота ЧМ-сигналу:
a – модулюючий сигнал; *б* – зміна миттєвої
 частоти

Дійсно, якщо розкласти функції $u_M(t)$ і $u_M^*(t)$ у ряд Фур'є:

$$u_M(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos(\Omega_k t + \varphi_k);$$

$$u_M^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin(\Omega_k t + \varphi_k)$$

і врахувати, що $\cos x$ і $\sin x$ є парою перетворення Гільберта, то отримуємо

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos[(\omega_0 + \Omega_k)t + \varphi_k] + i \sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin[(\omega_0 + \Omega_k)t + \varphi_k].$$

Таке зображення є аналітичним для усіх $\omega_0 > 0$. Із заміною модуляційної функції $M[u_m(t)]$ на спряжену $M^*[u_m(t)] = u_m(t) - iu_m^*(t)$ форма сигналу $s(t)$ відповідає *нижній бічній смузі*.

Спектри БМ- і ОМ-сигналів можна дістати зі спектра АМ-сигналу, якщо з нього вилучити або складову на частоті переносника для БМ-сигналу, або складову на частоті переносника та одну з бічних смуг (верхню чи нижню) для ОМ. Такі перетворення спектра АМ-сигналу показані на рис. 2.5.

Важливою перевагою БМ- і ОМ-сигналів є підвищення швидкості ефективності використання потужності передавача, що покращує відповідно якість приймання таких сигналів. Крім того, при ОМ у два рази зменшується ширина спектра модульованого сигналу, що дозволяє вдвічі збільшити кількість сигналів у заданій смузі частот. Тому ОМ широко застосовується в багатоканальному зв'язку з частотним розділенням.

2.3. КУТОВА МОДУЛЯЦІЯ

До кутових видів модуляції належать частотна (ЧМ) та фазова (ФМ) модуляції. Для частотної модуляції відхилення частоти модульованого сигналу від частоти переносника ω_0 змінюється пропорційно миттєвим значенням модулюючого сигналу:

$$\omega(t) = \omega_{0d} + \Delta\omega u(t), \quad (2.23)$$

де $\Delta\omega_d$ – коефіцієнт пропорційності, який називають *девіацією частоти* (від лат. deviato – відхилення); він дорівнює максимальному відхиленню частоти модульованого сигналу від частоти переносника ω_0 .

Зміну частоти ЧМ-сигналу графічно подано на рис. 2.6, де зазначено девіацію частоти $\Delta\omega_d$, яка відповідає найбільшому відхиленню частоти вниз: $\Delta\omega_d = \Delta\omega_-$, оскільки $\Delta\omega_+ < \Delta\omega_-$. У виразі (2.23) величина $u_m(t)$ нормована, тобто $|u_m(t)| \leq 1$.

Девіація частоти є одним із головних параметрів частоти модуляторів і може набувати значень від одиниць герців до сотень мегагерців у модуляторах різного призначення при обов'язковому виконанні умови $\Delta\omega_d \ll \Delta\omega_0$.

Для фазової модуляції відхилення (зсув) фази від лінійної $\cos(\omega_0 t + \psi_0)$ змінюється пропорційно миттєвим значенням модулюючого сигналу:

$$\psi(t) = \omega_0 t + \psi_0 + \Delta\psi u(t). \quad (2.24)$$

Фізичний зміст цього коефіцієнта пояснює рис. 2.7, де зображені модулюючий сигнал і повна фаза ФМ-сигналу. Якщо $u_m(t)$ зростає, то і повна фаза зростає, причому швидше, ніж за лінійним законом. Якщо ж сигнал $u_m(t)$ спадає, маємо зменшення швидкості зростання фази $\psi(t)$. Абсолютна величина відхилення (зсуву) фази від лінійного закону найбільша, коли $u_m(t)$ досягає екстремальних значень.

На рис. 2.7, б зазначені максимальні відхилення фази вгору $\Delta\psi_+$ та вниз $\Delta\psi_-$. Найбільше відхилення фази від лінійної і є девіацією фази $\Delta\psi_d$ для ФМ. У прикладі, що наведений на рис. 2.7,

$\Delta\varphi_d = \Delta\varphi_+$. Вимірюється $\Delta\varphi_d$ в радіанах і може набирати значень від одиниць до десятків тисяч радіан.

Аналітичний вираз (математичну модель) ФМ-сигналу можна записати так:

$$s_{\text{ФМ}}(u_m, t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \psi_0 + \Delta\omega_d u_m(t)]. \quad (2.25)$$

У випадку кутової модуляції (ЧМ та ФМ) модульована функція має вигляд

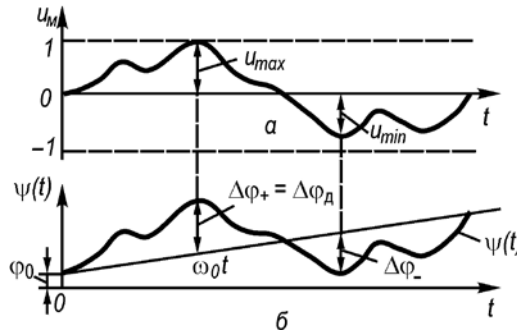


Рис. 2.7. Повна фаза ФМ-сигналу:

a – модулюючий сигнал;

β – зміна повної фази

$$M[u_m(t)] = e^{i\varphi(t)}. \quad (2.26)$$

При синусоїдальній несучій $f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}$ модульований сигнал матиме наступний вираз:

$$\dot{s}(t) = A_0 e^{i[\omega_0 t + \varphi(t)]} = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] + iA_0 \sin[\omega_0 t + \varphi(t)]. \quad (2.27)$$

Реальний сигнал

$$s(t) = \text{Re} \dot{s}(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = A_0 \cos \psi(t). \quad (2.28)$$

Це звичайне зображення сигналу з кутовою модуляцією. Згідно з (2.28) повна фаза високочастотного коливання дорівнює

$$\psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t), \quad (2.29)$$

а миттєва частота коливання змінюється за законом похідної від $\psi(t)$, тобто

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (2.30)$$

Навпаки, у разі змінення частоти за законом $\omega(t)$ (5.30) фаза коливання

$$\psi(t) = \int \omega(t) dt. \quad (2.31)$$

У випадку фазової модуляції $\varphi(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi_m u(t)$, де $\Delta\varphi_m$ – девіація фази. Тоді на підставі (2.28) і (2.29)

$$\varphi(t) = \varphi_0 t + \Delta\varphi_m u(t) + \varphi_0; \quad (2.32)$$

$$s(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \Delta\varphi_m u(t) + \varphi_0]. \quad (2.33)$$

При частотній модуляції за законом первинного сигналу, який характеризує повідомлення, змінюється частота несучої коливання:

$$\omega = \omega_{0д} + \Delta\omega u(t), \quad (2.34)$$

де $\Delta\omega_{д}$ – амплітуда частотного відхилення (девіація частоти).

Повна фаза коливання при цьому

$$\psi(t) = \int \omega(t) dt + \varphi_0 = \omega_0 t + \Delta\omega \int u(t) dt + \varphi. \quad (2.35)$$

Тоді ЧМ-сигнал

$$s(t) = A_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int u(t) dt + \varphi \right]. \quad (2.36)$$

При модуляції одним тоном, коли $u(t) = \cos \Omega t$, сигнали при ФМ і ЧМ за формою мають однаковий вигляд:

$$s(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi_0), \quad (2.37)$$

де m – індекс модуляції: при фазовій модуляції $m = \Delta\varphi_m$, а при частотній модуляції $m = \frac{\Delta\omega_{д}}{\Omega}$.

Для визначення спектра сигналу замінимо в (2.37) косинус суми двох кутів за відомими тригонометричними формулами, взявши для спрощення $\varphi_0 = 0$:

$$s(t) = A_0 \cos(m \sin \Omega t) \cos \omega_0 t - A_0 \sin(m \sin \Omega t) \sin \omega_0 t. \quad (2.38)$$

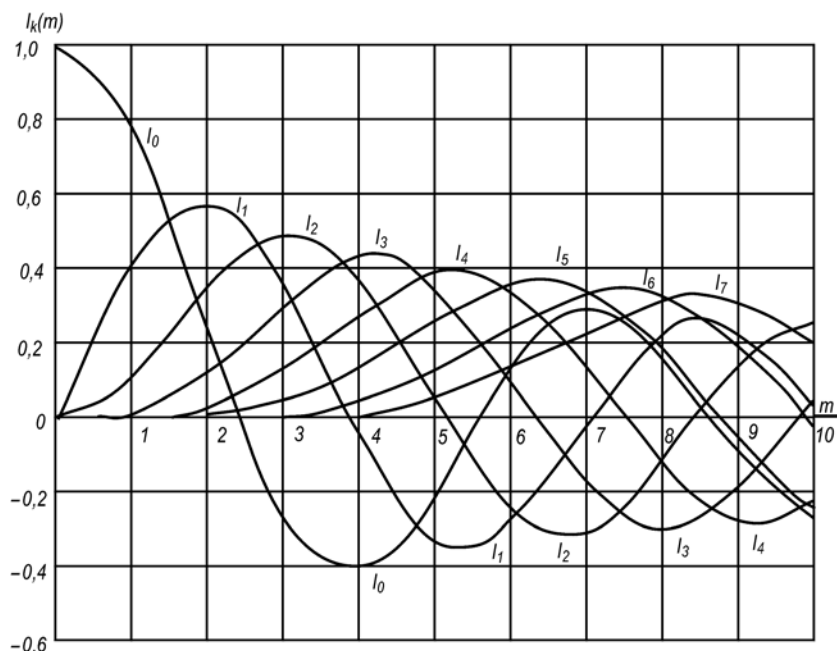


Рис. 2.8. Графіки функції Бесселя

З теорії бesselевих функцій відомі наступні співвідношення:

$$\sin(m \sin \Omega t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k-1}(m) \sin(2k-1)\Omega t, \quad (2.39)$$

$$\cos(m \sin \Omega t) = I_0(m) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}(m) \cos 2k\Omega t, \quad (2.40)$$

де $I_k(m)$ – бесселева функція першого роду k -го порядку від аргументу m (рис. 2.8). Після підстановки (2.39) і (2.40) в (2.38) отримуємо

$$s(t) = A_0 I_0(m) \cos \omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} A_0 I_k(m) \cos(\omega_0 + k\Omega)t + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_0 I_k(m) \cos(\omega_0 - k\Omega)t. \quad (2.41)$$

Таким чином, навіть при синусоїдальних ЧМ і ФМ отримуємо теоретично нескінченний спектр. Він складається з несучої ω_0 і двох бічних смуг $\omega_0 \pm k\Omega$. Амплітуда несучої $A_0 I_0(m)$ при ЧМ і ФМ, на відміну від АМ, залежить від модулюючого коливання. При деяких значеннях m ($m = 2, 3, 4, 5$) вона може дорівнювати нулю. Амплітуда бічних частот $A_k = A_0 I_k(m)$.

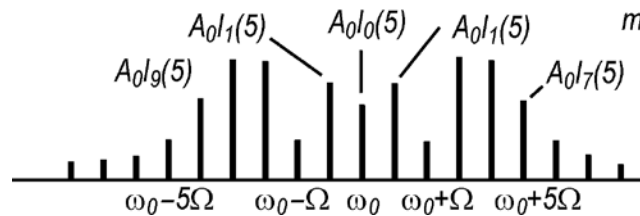


Рис. 2.9. Спектр сигналу з кутовою модуляцією

Однак практично ширина спектра ЧМ- і ФМ-сигналів обмежена. На рис. 2.9 наведено спектр сигналу з кутовою модуляцією одним тоном при $m = 5$. Як бачимо, амплітуди бічних частот швидко зменшуються зі збільшенням номера гармоніки k . При $k > m$ складові спектра малі, тому ними можна знехтувати. Практично ширина спектра сигналу при кутовій модуляції дорівнює $F = 2(m+1)F_m$, де $F_m = \frac{\Omega}{2\pi}$ – частота модулюючого коливання.

Різницю між ФМ і ЧМ можна краще усвідомити, розглядаючи ФМ- і ЧМ-сигнали при модуляції повідомлення $u(t) = \cos \Omega t$. У цьому випадку

$$s_{\text{ФМ}}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi_m \cos \Omega t + \varphi_0); \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} s_{\text{ЧМ}}(t) &= A_0 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\varphi_m \int \cos \Omega t dt + \varphi_0\right) = \\ &= A_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \sin \Omega t + \varphi_0\right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Порівнюючи (2.42) і (2.43), визначимо еквівалентне значення зміни фази при ЧМ:

$$\Delta\varphi_{\text{екв ЧМ}} = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega}. \quad (2.44)$$

З отриманого виразу випливає, що при ЧМ зміна фази сигналу обернено пропорційна частоті модулюючого повідомлення, тоді як при ФМ $\Delta\varphi$ є величина, яка залежить не від частоти модулюючого повідомлення, а від амплітуди:

$$\Delta\omega_{\text{екв ФМ}} = \Delta\varphi_m \Omega. \quad (2.45)$$

Отже, при ЧМ девіація частоти не залежить від модулюючого повідомлення, а при ФМ девіація частоти прямо пропорційна частоті модулюючого сигналу. Залежності (2.44) і (2.45) проілюстровані на рис. 2.10.

Різниця між ЧМ і ФМ полягає і в тому, що ширина спектра ФМ-коливання залежить від ширини спектра модулюючого повідомлення, тоді як ширина спектра при ЧМ практично не залежить від ширини спектра модулюючого повідомлення, якщо $\Delta\omega_m \gg F_m$, і дорівнює

$$\Delta f_{\text{ЧМ}} \approx \frac{2\Delta\omega_m}{2\pi}.$$

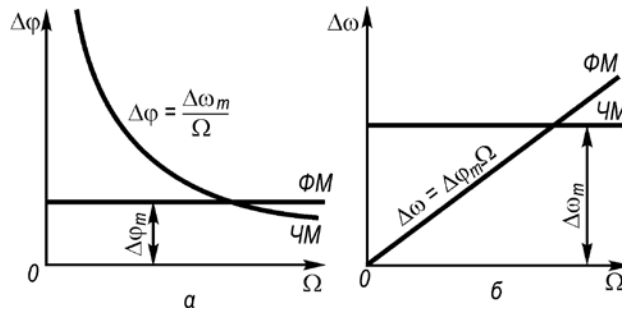


Рис. 2.10. Залежність фази (а) і частоти (б) модульованих коливань при ФМ і ЧМ

Функції Бесселя мають цікаву закономірність: чим вищий порядок k функції Бесселя, тим при більших значеннях аргументу m спостерігається її максимум, але якщо $k > m$, значення функції Бесселя є малою величиною. З цього випливає, що малими будуть і складові спектра, а тому ними можна нехтувати.

Ширина спектра кутових модуляцій залежить від того, з якою амплітудою ми відкидаємо складові спектра. Практично вважають, що можна нехтувати тими спектральними складовими, номери яких $k > m + 1$ (значення амплітуди їх менше за 5% амплітуди переносника). З цього випливає, що ширина спектра сигналів з кутовими модуляціями дорівнює

$$F_{\text{ЧМ}} = F_{\text{ФМ}} \approx 2(m+1)F_m, \quad (2.46)$$

де F_m – частота гармонічного модулюючого сигналу.

Інколи вважають, що для забезпечення передавання модулюючого сигналу з більш високою точністю потрібно передавати спектральні складові із значеннями амплітуди до 1% амплітуди переносника. Тоді ширина кутових модуляцій

$$F_{\text{ЧМ}} = F_{\text{ФМ}} \approx 2(m + \sqrt{m} + 1)F_m.$$

Якщо $m < 0,6$, то кутова модуляція вважається *вужкосмуговою*; її ширина спектра порівнянна з шириною спектра амплітудної модуляції.

Якщо $m \gg 1$, то кутова модуляція є *широкосмуговою*; з формули (2.46) випливає, що ширина смуги частот приблизно дорівнює подвоєній девіації частоти. Кутові модуляції, особливо широкосмугові, мають більшу завадостійкість, ніж амплітудна модуляція, тому вони знаходять широке застосування в системах зв'язку для якісного передавання повідомлень. Однак слід пам'ятати, що при цьому значно розширюється смуга частот модульованого сигналу.

Якщо модулюючий сигнал є складним, тобто містить у собі ряд гармонічних складових, то спектр ЧМ і ФМ можна знайти описаним раніше способом, використавши вираз для косинуса

кількох аргументів. Спектр модульованого сигналу при цьому буде дуже складним і міститиме різні комбінаційні частоти. Але і в цьому разі загальна смуга частот модульованого сигналу наближено обчислюється за формулою (2.46), куди замість F_M підставляється максимальна частота спектра модулюючого сигналу; індекс модуляції обчислюється на цій максимальній частоті.

У випадку малого індексу модуляції спектр ЧМ- і ФМ-сигналів, як і для АМ, має тільки три складові:

$$s(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t - \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t. \quad (2.47)$$

Це безпосередньо випливає з (2.41), якщо врахувати, що при $m \ll 1$ $\sin(m \sin \Omega t) \approx m \sin \Omega t$, а $\cos(m \sin \Omega t) \approx 1$.

Порівняння (2.8) і (2.47) показує, що розбіжність спектрів сигналів при амплітудній і кутовій модуляції полягає тільки в зсуві фаз коливання нижньої бічної частоти на 180° відносно його положення при АМ. Ця розбіжність є суттєвою та ілюструється векторними діаграмами, зображеними на рис. 2.11.

Досить часто використовується *односмугова* кутова модуляція. Якщо функція $\dot{\varphi}(t)$ аналітична, тобто

$$\dot{\varphi}(t) = \varphi(t) + i\varphi^*(t),$$

то сигнал

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= f(t)M[u_m(t)] = A_0 e^{i[\varphi(t) + i\varphi^*(t)]} = \\ &= A_0 e^{-\varphi^*(t)} \sin[\omega_0 t + \varphi(t)] \end{aligned} \quad (2.48)$$

також є аналітичною функцією при $\omega_0 > 0$. Він не містить від'ємних частот, хоча і має нескінченний спектр в області додатних частот:

$$s(t) = \text{Re } \dot{s}(t) = A_0 e^{-\varphi^*(t)} \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]. \quad (2.49)$$

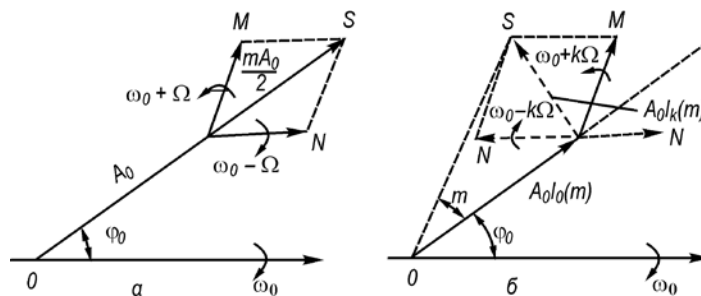


Рис. 2.11. Векторні діаграми АМ-сигналу (а) та ЧМ-сигналу ($m < 1$) (б)

Вираз (2.47) визначає новий модулюючий сигнал, який є варіантом сигналу односмугової кутової модуляції. Щоб довести це, розглянемо частотну модуляцію одним тоном $u(t) = \sin \Omega t$. Для цього випадку функція $\varphi(t)$ і її перетворення Гільберта набувають вигляду

$$\varphi(t) = \Delta\omega_d \int u_m(t) dt = m \sin \Omega t, \quad \varphi^*(t) = -m \cos \Omega t,$$

де $m = \frac{\Delta\omega_d}{\Omega}$ – індекс модуляції. Модулююча функція в такому разі

$$M[u_m(t)] = e^{i[\varphi(t) + i\varphi^*(t)]} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^k}{k!} e^{ik\Omega t},$$

а модулюючий сигнал

$$\dot{s}(t) = M [u_m(t)] e^{i\omega_0 t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^k}{k!} e^{i(\omega_0 + k\Omega)t}$$

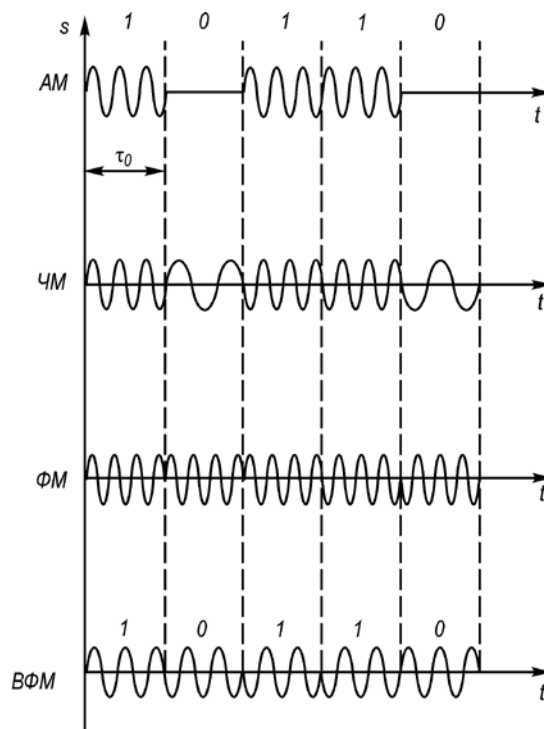


Рис. 2.12. Сигнали при різних видах дискретної модуляції

Звідси бачимо, що спектр модульованого сигналу складається з одної бічної смуги частот. Односмуговий ЧМ-сигнал можна отримати зі звичайного ФМ-сигналу шляхом перетворення Гільберта (наприклад, фазовим зсувом на $\pi/2$) і модуляції амплітуди за експоненціальним законом. Тоді обмеження такого сигналу в приймачі відновить нижню бічну смугу частот і дозволить застосувати для детектування звичайний дискримінатор.

2.4. ДИСКРЕТНА МОДУЛЯЦІЯ ГАРМОНІЧНОГО ПЕРЕНОСНИКА

Дискретна модуляція (маніпуляція) є окремим випадком модуляції гармонічного переносника, коли модулюючий сигнал $u_m(t)$ – дискретний. При дискретній модуляції закодоване повідомлення $u(t)$ послідовність кодових символів $\{a_i\}$ – перетворюється в послідовність елементів сигналу $\{s_i\}$. Останні відрізняються від кодових символів тільки електричним представленням. Дискретна модуляція може також полягати у взаємодії кодових символів $\{a_i\}$ з переносником $f(t)$. Така дискретна модуляція аналогічна неперервній.

У процесі модуляції один з параметрів переносника змінюється за законом, який визначається кодом. У разі безпосереднього передавання переносником може бути постійний струм, змінними параметрами якого є величина і напрямок. Звичайно за переносник, як і при неперервній модуляції, використовується змінний струм (гармонічне коливання). В цьому випадку можна отримати амплітудну (АМ), частотну (ЧМ) і фазову (ФМ) модуляції. Дискретну модуляцію часто називають маніпуляцією, а пристрій, що здійснює дискретну модуляцію (дискретний модулятор), називають маніпулятором або генератором сигналів.

На рис.2.12 наведені графіки сигналів при різних видах маніпуляції. При АМ символу 1 відповідає передавання несучого коливання впродовж часу τ_0 (посилка), а символу 0 – відсутність коливання (пауза). При ЧМ передавання несучого коливання з частотою f_1 відповідає символу 1, а передавання коливання з частотою f_0 відповідає 0. При ФМ змінюється фаза несучої на 180° на кожному переході від 1 до 0 і від 0 до 1.

Крім цих видів маніпуляції, застосовується *відносна фазова модуляція* (ВФМ). На відміну від ФМ, у системі ВФМ фаза несучого коливання змінюється на 180° при передаванні символів 1 і залишається незмінною при передаванні символів 0. Маніпуляція кожної даної послідовності здійснюється відносно попередньої. Очевидно, таким чином можна змінювати будь-який параметр несучого коливання: змінюючи частоту, отримуємо *відносну частотну маніпуляцію* (ВЧМ), а змінюючи амплітуду, – *відносну амплітудну маніпуляцію* (ВАМ).

Розглянемо спектри сигналів при деяких видах дискретної модуляції. Вважатимемо, що модуляція виконується двійковим повідомленням $u(t)$, що є періодичною послідовністю імпульсів з періодом $T = 2\tau_0$.

Амплітудна маніпуляція. АМ-сигнал можна записати у вигляді

$$s(t) = A_0 u(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.50)$$

де періодична функція $u(t)$ на інтервалі $T = 2\tau_0$ дорівнює

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < t < \tau_0 \\ 0 & \text{при } -\tau_0 < t < 0. \end{cases} \quad (2.51)$$

Подамо $u(t)$ через ряд Фур'є:

$$u(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin k\Omega t. \quad (2.52)$$

Тоді АМ-сигнал запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} s(t) &= A_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin k\Omega t \right) \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \cos(\omega_0 t - k\Omega t + \varphi_0) - \\ &\quad - \frac{A_0}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \cos(\omega_0 t + k\Omega t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Спектр АМ-сигналу, побудований за формулою (2.53), показано на рис. 2.13, а. Він складається з несучого коливання з амплітудою $\frac{1}{2} A_0$ і двох бічних смуг, спектральні складові яких мають амплітуди

$$A_k = \frac{A_0}{2\pi} \frac{1 - \cos k\pi}{k} = \frac{A_0}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2}. \quad (2.54)$$

Обвідна спектра дискретного АМ-сигналу виражається формулою

$$A(\omega) = \frac{A_0 \tau_0}{2} \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_0}{\frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_0}, \quad (2.55)$$

тобто спектр є зсунутим на частоту ω_0 спектром одиночного імпульсного сигналу $u(t)$.

Фазова маніпуляція. ФМ-сигнал можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} s(t) &= A_0 \sin[\omega_0 t + \Delta\varphi u(t) + \varphi_0] = \\ &= A_0 \cos[\Delta\varphi u(t)] \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + A_0 \sin[\Delta\varphi u(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (2.56)$$

Періодична функція, яка визначає закон змінення фази на інтервалі $T = 2\tau_0$, виражається формулою

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < t < \tau_0 \\ -1 & \text{при } -\tau_0 < t < 0. \end{cases} \quad (2.57)$$

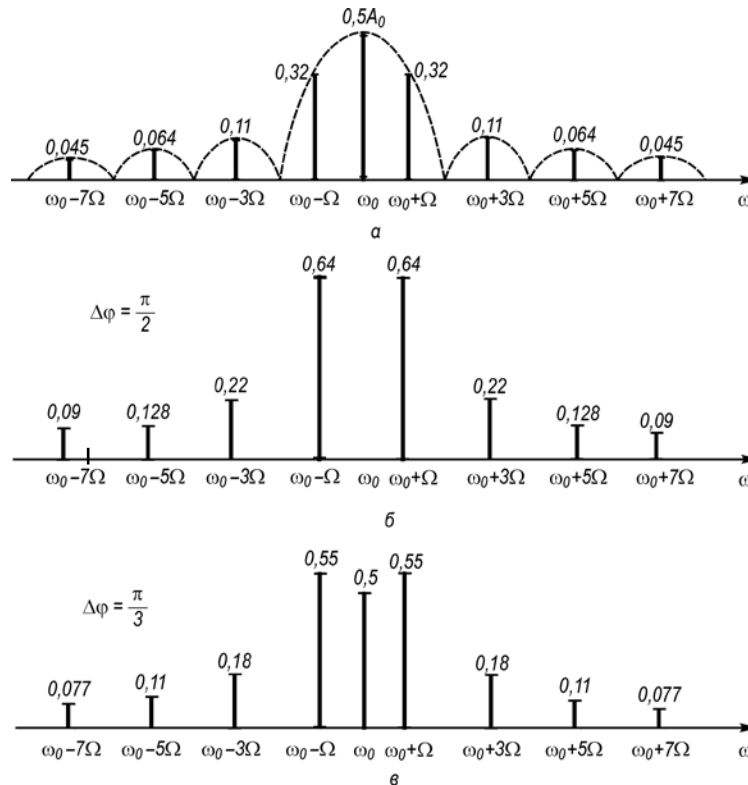


Рис. 2.13. Спектр сигналу при амплітудній (а) і фазовій (б, в) маніпуляціях

Підстановка (2.57) у вираз (2.56) дає

$$s(t) = A_0 \cos \Delta\varphi \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + u(t) \sin \Delta\varphi \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Подамо $u(t)$ через ряд Фур'є:

$$u(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin k\Omega t.$$

Тоді ФМ-сигнал запишеться у вигляді

$$\begin{aligned}
s(t) &= A_0 \cos \Delta\varphi \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{2A_0}{\pi} \sin \Delta\varphi \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin k\Omega t = \\
&= A_0 \cos \Delta\varphi \sin(\omega_0 t + \varphi_0) - \frac{A_0}{\pi} \sin \Delta\varphi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin(\omega_0 t - k\Omega t + \varphi_0) + \\
&\quad + \frac{A_0}{2} \sin \Delta\varphi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos k\pi}{k} \sin(\omega_0 t - k\Omega t + \varphi_0). \tag{2.58}
\end{aligned}$$

Спектр ФМ-сигналу для різноманітних значень девіацій фази $\Delta\varphi$, побудований за формулою (2.58), наведений на рис. 2.13, б, в. Він складається з несучого коливання і двох бічних смуг. Амплітуда несучого коливання залежить від $\Delta\varphi$: $A(\omega_0) = A_0 \cos \Delta\varphi$ і при $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ дорівнює нулю. Амплітуди спектральних складових у бічних смугах також залежать від $\Delta\varphi$. Із збільшенням $\Delta\varphi$ від 0 до $\pi/2$ (див. рис. 2.13, б, в) амплітуда несучого коливання зменшується до нуля, а амплітуди бічних частот збільшуються.

Коли $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, вся енергія ФМ-сигналу зосереджується тільки в бічних смугах. Як і при АМ, обвідна дискретного спектра бічних частот є зсунутим на частоту ω_0 спектром одиночного імпульсного сигналу $u(t)$, помноженим на $\sin \Delta\varphi$:

$$A(\omega) = A_0 \tau_0 \sin \Delta\varphi \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_0}{\frac{1}{2}(\omega - \omega_0) \tau_0}. \tag{2.59}$$

Аналогічно визначається спектр сигналу при частотній маніпуляції.

2.5. ІМПУЛЬСНА МОДУЛЯЦІЯ

У системах зв'язку з імпульсною модуляцією переносником інформації служить періодична послідовність імпульсів однакової форми (рис. 2.14, а)

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_0 u(t - t_k), \tag{2.60}$$

де $u(t)$ – нормована функція, яка характеризує форму імпульсу; A_0 – амплітуда імпульсу; $t_k = kT_i + t_0$ – початок переднього фронту k -го імпульсу; T_i – період прямування імпульсів; t_0 – початок відліків послідовності.

При модуляції один з параметрів послідовності змінюється відповідно до модульованого сигналу. Так, при *амплітудно-імпульсній модуляції* (АІМ) змінюється амплітуда імпульсу (рис. 2.14, в):

$$A(t) = A_0 + \Delta A u(t) \tag{2.61}$$

При *широтно-імпульсній модуляції* (ШІМ) змінюється тривалість імпульсу (рис. 2.14, з):

$$\tau(t) = \tau_0 + 2\Delta\tau_m u(t), \tag{2.62}$$

де $\Delta\tau_m$ – максимальне відхилення фронту імпульсів в один бік.

При *фазово-імпульсній модуляції* (ФІМ) змінюється зсув імпульсів відносно тактових точок kT_i (рис. 2.14, *e*):

$$\begin{aligned} t_k &= \theta(t) = \\ &= kT_i + \Delta\tau_m u(t). \end{aligned} \quad (2.63)$$

При *частотно-імпульсній модуляції* (ЧІМ) відповідно до повідомлення, що передається, змінюється час-тота прямування імпульсів (рис. 2.14, *д*).

Як при ФІМ, імпульси зміщуються відносно тактових точок, але за іншою закономірністю. Різниця ФІМ і ЧІМ аналогічна різниці між ФМ і ЧМ синусоїдального переносника.

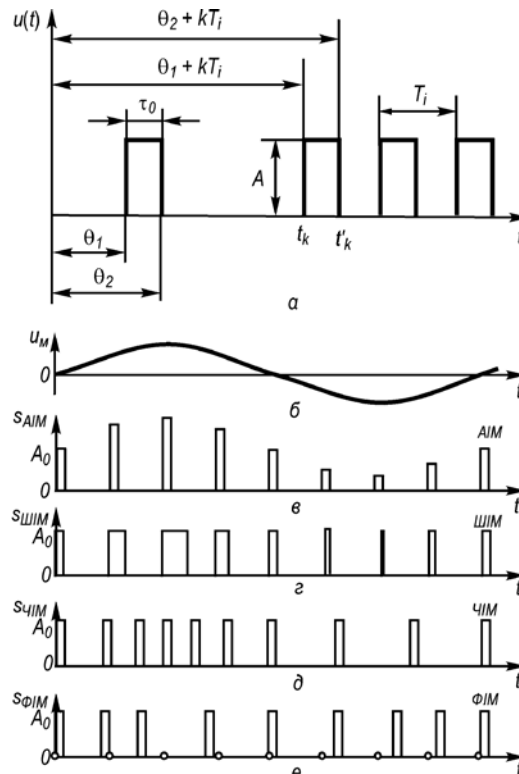


Рис. 2.14. Параметри періодичної послідовності прямокутних імпульсів (*a*), модулюючий сигнал (*б*) та модульовані сигнали при різних видах імпульсної модуляції (*в-е*)

Періодичну послідовність прямокутних імпульсів можна записати у вигляді

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_0 u(t - t_k) = \begin{cases} A_0 & \text{при } \theta_1 + kT_i < t < \theta_2 + kT_i, \\ 0 & \text{при } \theta_2 + kT_i < t < \theta_1 + (k+1)T_i \end{cases} \quad (2.64)$$

Її можна подати рядом Фур'є:

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{ik\omega_1 t},$$

$$\text{де } \dot{A}_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i\omega_k t} dt, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T}.$$

У нашому випадку

$$\dot{A}_k = \frac{2A_0}{T_i} \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} e^{-ik\omega_i t} dt = \frac{2A_0\tau_0 \left(e^{-i\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} - e^{i\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} \right)}{ik\omega_i T_i} = \frac{2A_0\tau_0}{T_i} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}}; \quad (2.65)$$

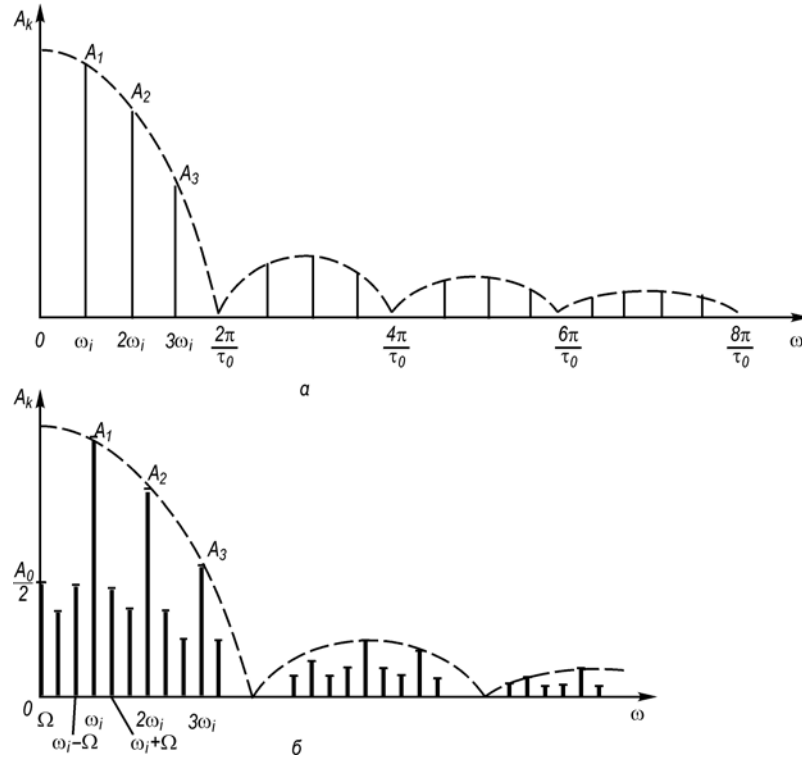


Рис. 2.15. Спектр періодичної послідовності прямокутних імпульсів (а) та спектр АІМ-сигналу (б)

тоді

$$f(t) = \frac{A_0\tau_0}{T_i} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} e^{ik\omega_i(t-t_0)} = \frac{A_0\tau_0}{T_i} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} \cos k\omega_i(t-t_0) \right], \quad (2.66)$$

$$\text{де } \tau_0 = \theta_2 - \theta_1; \quad t_0 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}; \quad \omega_i = \frac{2\pi}{T_i}.$$

Спектр амплітуд періодичної послідовності прямокутних імпульсів наведений на рис. 2.15. Амплітуди спектральних компонентів A_k визначаються модулями спектральної щільності $|\dot{A}_k|$ (2.65) на гармоніках частоти повторення $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$. Форма обвідної частотного спектра періодичної послідовності залежить від форми окремого імпульсу. Зі збільшенням періоду повторення інтервал частот між сусідніми спектральними компонентами скорочується, їх число збільшується, а амплітуда кожної компоненти зменшується із збереженням сталого співвідношення між ними. У разі необмеженого збільшення T_i періодична послідовність вироджується в одиночний імпульс, а лінійний спектр стає суцільним.

Спектр періодичної послідовності радіоімпульсів отримується зі спектра послідовності відеоімпульсів перенесенням шкали частот на несучу частоту ω_0 і доповненням отриманого спектра

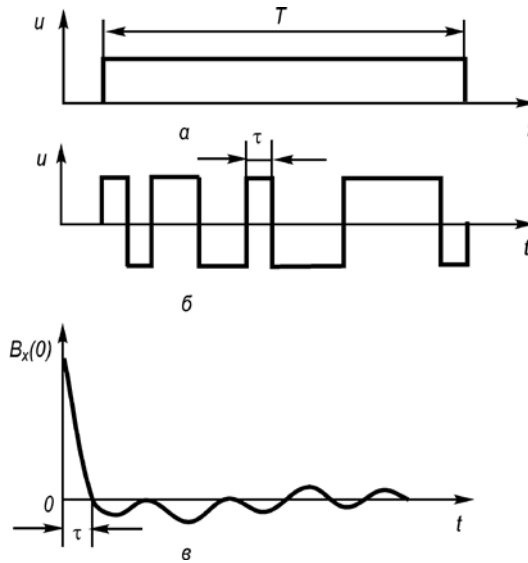


Рис. 2.16. Принцип побудови складного широкосмугового сигналу

його дзеркальним відображенням.

При модуляції параметри, які входять у вирази (2.64) і (2.66), є функціями часу: $A_0 = A(t)$; $\theta_1 = \theta_1(t)$; $\theta_2 = \theta_2(t)$. Модульована послідовність буде тепер уже неперіодичною функцією, яка деформована відносно початкової:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A(t)u(t-t_k) = \begin{cases} u(t) & \text{при } \theta_1(t) + kT_i < t < \theta_2(t) + kT_i, \\ 0 & \text{при } \theta_2(t) + kT_i < t < \theta_1(t) + (k+1)T_i \end{cases} \quad (2.67)$$

або

$$s(t) = u(t) \frac{\theta_2(t) - \theta_1(t)}{T_i} = 1 + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_1}{2} [\theta_2(t) - \theta_1(t)]}{k\omega_i [\theta_2(t) - \theta_1(t)]} \cos k\omega_i \left[t - \frac{\theta_1(t) + \theta_2(t)}{2} \right]. \quad (2.68)$$

Остання формула визначає частотний спектр деформованої послідовності імпульсів. Для отримання спектрів каналів при різних видах модуляції в формулу (2.68) необхідно підставити відповідний вираз для модульованого сигналу.

Для прикладу знайдемо спектр при АІМ. У разі модуляції одним тоном $u(t) = \sin \Omega(t)$ і $A = A_0(1 + m \sin \Omega t)$; інші параметри послідовності незмінні: $\theta_2 - \theta_1 = \tau_0$, $\theta_1 = 0$ і $\theta_2 = \tau_0$. Після підстановки цих значень для частотного спектра АІМ-сигналу дістанемо

$$s(t) = \frac{A_0\tau_0}{T_i} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} \right] \cos k\omega_i \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + \frac{mA_0\tau_0}{T_i} \sin \Omega t + \frac{mA_0\tau_0}{T_i} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} \sin \left[(k\omega_i + \Omega)t - \frac{k\omega_i\tau_0}{2} \right] + \frac{mA_0\tau_0}{T_i} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\omega_i\tau_0}{2}}{\frac{k\omega_i\tau_0}{2}} \sin \left[(k\omega_i - \Omega)t - \frac{k\omega_i\tau_0}{2} \right]. \quad (2.69)$$

На рис. 2.16 наведено графік спектра АІМ-сигналу. Порівняння його з рис. 2.15 показує, що при АІМ модулюється за амплітудою кожна складова спектра немодульованої послідовності імпульсів, як ізольована несуча. В спектрі є низькочастотне модулююче повідомлення $u(t)$ з частотою Ω ; отже, демодуляція при АІМ може бути здійснена за допомогою фільтра нижніх частот, який пропускає низькочастотні коливання $u(t)$.

Аналогічно визначається спектр й інших видів імпульсної модуляції. Для обчислення спектра при ФІМ в (2.68) слід підставити вираз (2.63), яким визначається зміна положення імпульсу відповідно до повідомлення, що передається, а при ШІМ – вираз (2.62), за яким визначається зміна тривалості імпульсу.

При імпульсно-кодівій модуляції (ІКМ) передавання окремих значень сигналу зводиться до передавання окремих груп імпульсів. Ці групи передаються одна за одною через відносно великі проміжки часу порівняно з тривалістю окремих імпульсів. Кожна кодова група імпульсів є регулярним неперіодичним сигналом, спектр якого може бути обчислений на підставі перетворень Фур'є.

Ширина спектра послідовності імпульсів практично не залежить від частоти повторення ω_i і визначається, головним чином, шириною спектра одного імпульсу. У разі наявності модуляції будь-якого виду спектр розширюється незначно внаслідок бічних частот крайніх складових спектра немодульованих імпульсів. Тому робоча смуга частот, яка зайнята імпульсними сигналами, практично залежить не від виду модуляції, а від тривалості та форми імпульсу.

2.6. Модуляція шумової несучої

За переносники можна використовувати не тільки періодичні коливання, але і вузькосмуговий випадковий процес. Такі переносники знаходять практичне застосування, наприклад, в оптичних системах зв'язку з некогерентним випромінюванням, де сигналом є вузькосмуговий гауссів шум.

Вузькосмуговий випадковий процес можна зобразити як квазігармонічне коливання

$$f(t) = u(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = u(t) \cos \psi(t), \quad (2.70)$$

обвідна якого повільно змінюється $u(t)$ і фазою $\psi(t)$. При амплітудній модуляції відповідно до повідомлення, що передається, змінюється обвідна $u(t)$, при фазовій модуляції – фаза $\varphi(t)$, при частотній – миттєва частота $\omega(t) = \frac{d\psi}{dt}$.

Розглянемо амплітудну модуляцію шумової несучої. Вираз для модульованої несучої можна записати у вигляді

$$y(t) = [1 + m u(t) f(t)] \quad (2.71)$$

де $f(t)$ – переносник; $u(t)$ – модулююча функція (відеосигнал); m – коефіцієнт модуляції.

Припускають, що модулюючий процес $u(t)$ є стаціонарним нормальним процесом з середнім значенням, яке дорівнює нулю: $u(t) = 0$. Процеси $f(t)$ і $u(t)$ незалежні. За цих умов функція кореляції $B_y(\tau)$ модульованої за амплітудою шумової несучої буде

$$\begin{aligned} B_y(\tau) &= \frac{\overline{y(t)y(1+\tau)}}{y(t)y(1+\tau)} = \frac{\overline{[1 + m u(t) f(t)][1 + m u(1+\tau) f(1+\tau)]}}{\overline{[1 + m u(t) + m u(1+\tau) + m^2 u(t) u(1+\tau)]} f(1+\tau)} = \\ &= [1 + m^2 B_u(\tau)] B_f(\tau), \end{aligned} \quad (2.72)$$

де $B_u(\tau)$ – функція кореляції, що характеризує модулюючу функцію; B_f – функція кореляції, що характеризує сигнал-переносник.

Тепер знаходимо енергетичний спектр

$$G_y(\omega) = 2 \int_0^{\infty} B_y(\tau) \cos \omega \tau d\tau = 2 \int_0^{\infty} B_f(\tau) \cos \omega \tau d\tau + 2m^2 \int_0^{\infty} B_u(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (2.73)$$

Перший інтеграл дає енергетичний спектр шумової несучої $G_j(\omega)$. Для другого інтеграла на основі теореми про спектр добутків маємо

$$\int_0^{\infty} B_u(\tau) B_f(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_f(\nu) G_u(\omega - \nu) d\nu.$$

Остаточний спектр модульованої несучої дорівнює

$$G_y(\omega) = G_j(\omega) + m^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_f(\tau - \omega) G_u(\omega - \nu) d\nu.$$

Таким чином, спектр, модульований за амплітудою шумової несучої, отримують суперпозицією спектра несучої і згортою цього спектра зі спектром повідомлення, яке передається, зсунутого в область високих частот на величину ω_0 . Аналогічно визначаються функція кореляції та енергетичний спектр при ФМ і ЧМ.

Застосування “шумових” сигналів дозволяє послабити вплив завмирання в каналах з багатопроменевим розповсюдженням радіохвиль. Пояснимо це на простому прикладі. Нехай на вхід приймача надходять сигнали двох променів $\xi(t)$ і $\xi(t - \tau)$ зі зсувом на час τ . Потужність результуючого сигналу, яка визначається за достатньо великий час T ,

$$P = \overline{[\xi(t) + \xi(t - \tau)]^2} = 2[P_0 + B_\xi(\tau)],$$

де $B_\xi(\tau)$ – функція кореляції сигналу; P_0 – його середня потужність. Функція кореляції шуму зменшується зі збільшенням τ і тим швидше, чим ширший його спектр. Відповідно при достатньо великій ширині спектра можна вважати, що $B_\xi(\tau) \approx 0$ і $P \approx 2P_0$, тобто середня потужність прийнятого сигналу, незважаючи на завмирання, залишається приблизно постійною.

Застосування в якості переносника реалізацій *реального шуму* пов’язано зі складностями, що виникають при формуванні і прийманні таких сигналів. Тому на практиці знайшли застосування шумоподібні сигнали, які не є випадковими; вони формуються за певним алгоритмом. Однак їх статистичні властивості близькі до властивостей шуму: енергетичний спектр майже рівномірний, а функція кореляції має вузький основний пік і невеликі бічні викиди.

У теперішній час відомі методи формування шумоподібних сигналів, які у разі великої бази ($2TF$) дозволяють незалежно відтворювати їх на приймальному і передавальному кінцях і відповідають вимогам синхронізації цих сигналів.

Широко застосовуються *дискретні сигнали*, що будуються на розбитті інформаційної послідовності тривалістю T на N бінарних елементів тривалістю $\tau = \frac{T}{N}$. Таке розбиття дозволяє отримати сигнал тривалістю T зі смугою $F \approx \frac{1}{\tau}$ і значенням бази $2TF \gg 1$.

Послідовності бінарних елементів утворюють коди, які вибирають так, щоб забезпечити задані властивості сигналу. За допомогою модуляції або гетеродинування формується високочастотний сигнал, який передається по каналу. Часто при цьому використовується модуляція фази на два положення: 0 і π .

Функція кореляції дискретних сигналів при достатньо великому числі елементів N має головний максимум, зосереджений в області $-\tau \leq \Delta\tau \leq \tau$, і бічні пелюстки, які мають порівняно малий рівень (рис. 2.16). Ця функція дуже нагадує функцію автокореляції відрізка шуму зі смугою F .

У системах зв'язку, де використовуються шумоподібні (складові) сигнали, кожний елемент повідомлення передається не одним, а кількома елементами сигналу, що несуть (повторюють) одну й ту саму інформацію. Число N може сягати кількох сотень і навіть тисяч. Як буде показано в подальшому, це дає змогу реалізувати накопичення сигналу і забезпечити високу завадостійкість навіть тоді, коли рівень сигналу нижчий за рівень завад.

Деякі дискретні сигнали будуються на основі *лінійних рекурентних послідовностей*. Ці сигнали мають добрі кореляційні властивості та порівняно нескладну практичну реалізацію. Структура сигналів носить випадковий характер, хоча спосіб їх формування цілком регулярний. Неперервні ФМ-сигнали, побудовані на рекурентних послідовностях, можуть мати ідеальну автокореляційну функцію.

Серед лінійних рекурентних послідовностей особливе місце займають *псевдовипадкові M -послідовності Хаффмена*. Вони являють собою сукупність N періодично повторюваних символів d_i , кожний з яких може набувати одного з двох значень: $+1$ або -1 , що визначається взятим з протилежним знаком добутком двох або більшого числа (але завжди парного) попередніх сигналів:

$$d_i = -d_{i-n}d_{i-m} \dots d_{i-e}d_{i-k}, \text{ причому } n > m > \dots > e > k \geq 1; i = (n+1) \div N. \quad (2.74)$$

Якщо вибрати початкову послідовність d_1, d_2, \dots, d_n , то на підставі (5.74) можна утворити неповторну елементарну послідовність $\{d_i\}$ із N символів, де

$$N = 2^n - 1. \quad (2.75)$$

Вона вміщуватиме всі комбінації n символів з двох елементів: $+1$ і -1 , окрім комбінацій, які складаються з одних від'ємних одиниць. Внаслідок цього кожна послідовність $\{d_i\}$ вміщує 2^{n-1} додатних одиниць і $2^{n-1} - 1$ від'ємних одиниць. Тому

$$\sum_{i=1}^N d_i = 1. \quad (2.76)$$

При $i > N$ символи повторюються в тому самому порядку, тобто при будь-якому цілому

$$d_{i+pN} = d_i. \quad (2.77)$$

Розглянемо найпростіший приклад: $n=2$. У цьому випадку $d_i = d_{i-2}d_{i-1}$. Виберемо початкову послідовність $d_1 = -1, d_2 = +1$. Тоді шукана послідовність буде такою: $\dots -1, +1; +1, -1; +1, +1; -1, +1; \dots$. Вона складає всі можливі комбінації з двох символів: $-1, +1; +1, +1; +1, -1$, окрім забороненої комбінації $-1, -1$. Отримана послідовність $-1, +1, +1$ повторюється через $N = 2^2 - 1 = 3$ символи. При $n=3$ можна утворити дві послідовності з $N = 2^3 - 1 = 7$ символів за правилами $d_i = -d_{i-3}d_{i-2}$ і $d_i = -d_{i-3}d_{i-1}$. Майже кожному цілому числу n відповідає кілька чисел k , при яких за правилом (2.74) утворюється послідовність.

З виразу (2.77) випливає, що число N є максимальним періодом нескінченної послідовності Хаффмена. Можуть утворитися також послідовності меншого періоду. Максимальне число різних послідовностей максимального періоду для будь-якого n дорівнює

$$M = \frac{1}{2} \phi(2^n - 1), \quad (2.78)$$

де $\varphi(x)$ – функція Ейлера [функція Ейлера $\varphi(x)$ дорівнює кількості цілих чисел, включаючи одиницю, менших за число x і взаємно простих з x . Наприклад, якщо x дорівнює простому числу, то $\varphi(q) = q - 1$].

Бінарні псевдовипадкові послідовності Хаффмена мають ряд чудових властивостей. Нормована функція автокореляції в неперервному режимі роботи має головний максимум, який дорівнює одиниці, і однакові за величиною бічні пелюстки, які дорівнюють $-1/N$. Функція взаємної кореляції для різних послідовностей дорівнює $-1/M$. В імпульсному режимі роботи рівень бічних пелюсток не перевищує $1/\sqrt{N}$. Будь-які послідовності при заданому n відрізняються як порядком чергування символів $+1$ і -1 , так і максимальним значенням бічних пелюсток. При цьому можна вказати послідовність, максимальний рівень бічних пелюсток якої буде найменшим серед можливих послідовностей для заданого n . Генерування псевдовипадкових послідовностей Хаффмена порівняно просто здійснюється за допомогою регістрів зсуву.

Крім сигналів Хаффмена, практичне застосування знаходять й інші види дискретних сигналів: сигнали Пелі–Плоткіна, послідовність символів Лежандра, коди Баркера, багатофазні коди Френка [45]. Можливі, нарешті, різні варіанти складних сигналів.

У радіолокації широко застосовуються сигнали з *лінійними змінами частоти усередині імпульсу* (ЛЧМ). Пояснюється це тим, що ЛЧМ-сигнали мають добрі кореляційні властивості і прийняти їх можна за допомогою погоджених фільтрів.

Шумоподібний сигнал може піддаватися модуляції всіма відомими способами. При амплітудній модуляції змінюються амплітуди всіх елементів. У разі частотної модуляції варіанти сигналу відрізняються середньою частотою, а фазової – різницею фаз між елементами двох посилок.

Специфічним видом модуляції, яка властива тільки широкосмуговим системам зв'язку, є *структурна модуляція* або *модуляція за формою* сигналу. В цьому випадку за варіанти сигналу використовуються коливання, побудовані на однакових елементах, але по-різному розташованих. Наприклад, двійкове передавання можна здійснити за допомогою сигналів виду

$$s_1(t) = f_1(t) \cos \omega_0 t, \quad s_2(t) = f_2(t) \cos \omega_0 t, \quad (2.79)$$

де $f_1(t)$ і $f_2(t)$ – функції, які набувають значень ± 1 відповідно до заданої кодової послідовності і задовольняють умову

$$\int_0^T f_1(t) f_2(t) dt \approx 0. \quad (2.80)$$

У разі виконання останньої умови маємо систему майже ортогональних сигналів. Як функції $f_1(t)$ і $f_2(t)$, що задовольняють умову 2.80), можна використовувати розглянуту вище двійкову псевдовипадкову послідовність Хаффмена $f_1(t) = f(t)$ і цю ж послідовність зі зсувом у часі: $f_2(t) = f(t + \Delta t)$.

Аналогічно будуються *багатопозиційні* широкосмугові системи зі структурною модуляцією. В цьому випадку застосовується ансамбль шумоподібних сигналів $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$). При цьому, обов'язково, різниця між сигналами має бути достатньою для розділення на прийомі. З цієї точки зору великий інтерес становлять протилежні й ортогональні сигнали.

2.7. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР МОДУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ

До цих пір ми розглядали модуляцію несучого коливання детермінованим процесом $u(t)$, який відображає певне повідомлення або окрему його реалізацію. Сукупність можливих повідомлень є деяким випадковим процесом. Так, при передаванні мови або музики статистичні властивості повідомлень, що передаються, дуже близькі до властивостей нормального

випадкового процесу. Важливими характеристиками коливання, модульованого випадковим процесом, є функція кореляції та енергетичний спектр.

Слід підкреслити, що модульований сигнал є нестационарним випадковим процесом навіть тоді, коли модулюючі процеси (повідомлення) стаціонарні. Енергетичний спектр нестационарного випадкового процесу визначається за допомогою двократного усереднення – за множиною t за часом. Спочатку визначається усереднена за часом кореляційна функція, а потім оберненим перетворенням Фур'є – шуканий енергетичний спектр.

Розглянемо випадок, коли передаване повідомлення $u(t)$ являє собою стаціонарний процес з середнім значенням $\overline{u(t)}$, а переносник – гармонічні коливання $A_0 \cos \omega_0 t$.

При амплітудній модуляції

$$s(t) = A_0 [1 + mu(t)] \cos \omega_0 t,$$

де m – середньоквадратичне значення коефіцієнта модуляції.

Функція кореляції модульованого сигналу

$$\begin{aligned} B(t, \tau) &= \overline{s(t)s(t+\tau)} = A_0^2 \overline{[1 + mu(t)][1 + mu(t+\tau)] \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 t + \tau)} = \\ &= 0,5 A_0^2 [1 + m^2 B_u(\tau)] [\cos(2\omega_0 t + \tau) + \cos \omega_0 \tau], \end{aligned} \quad (2.81)$$

де $B_u(t)$ – функція кореляції повідомлення $u(t)$, що передається.

Як бачимо, функція $B(t, \tau)$ залежить від часу, що вказує на нестационарність модульованого сигналу. Після усереднення за часом отримаємо

$$B(\tau) = \overline{B(t, \tau)} = \frac{1}{2} A_0^2 [1 + m^2 B_u(\tau)] \cos \omega_0 \tau.$$

Застосовуючи до $B(\tau)$ перетворення Фур'є, знаходимо енергетичний спектр сигналу при АМ:

$$\begin{aligned} G(\omega) &= 2 \int_0^{\infty} B(\tau) \cos \omega \tau d\tau = A_0^2 \int_0^{\infty} [1 + m^2 B_u(\tau)] \cos \omega_0 \tau \cos \omega \tau d\tau = \\ &= \frac{\pi A_0^2}{2} \delta(\omega - \omega_0) + \frac{m^2 A_0^2}{4} G_u(\omega - \omega_0). \end{aligned}$$

Таким чином, спектр гармонічного коливання, модульованого за амплітудою випадковим процесом, складається з несучого коливання з частотою ω_0 і зсунутого на ω_0 спектра повідомлення $u(t)$, яке передається.

Сигнал при кутовій модуляції (ЧМ і ФМ) можна записати в загальному вигляді:

$$s(t) = A_0 \cos [\omega_0 t + \varphi(t)].$$

При ФМ $\varphi(t) = \Delta \varphi u(t)$, а при ЧМ $\varphi(t) = \Delta \omega \int u(t) dt$. Тут $\Delta \varphi$ і $\Delta \omega$ – середньоквадратичні значення девіації відповідно фази і частоти.

Функція кореляції модульованого сигналу

$$\begin{aligned} B(t, \tau) &= \overline{s(t)s(t+\tau)} = A_0^2 \overline{\cos [\omega_0 t + \varphi(t)] \cos [\omega_0 (t+\tau) + \varphi(t+\tau)]} = \\ &= \frac{A_0^2}{2} \left\{ \overline{\cos [2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \varphi(t+\tau)]} + \overline{\cos [\omega_0 \tau + \varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right\}. \end{aligned}$$

При усередненні за часом перший доданок обертається в нуль. Другий доданок не залежить від часу t , тому

$$B(\tau) = \overline{B(t, \tau)} = \frac{A_0^2}{2} \overline{\cos[\omega_0 \tau + \varphi(t + \tau) - \varphi(t)]}.$$

Позначимо різницю $\varphi(t + \tau) - \varphi(t) = \theta(\tau)$ і за відомою формулою подамо косинус суми двох кутів у вигляді

$$\overline{\cos(\omega_0 \tau + \theta)} = \overline{\cos \omega_0 \tau} \overline{\cos \theta} - \overline{\sin \omega_0 \tau} \overline{\sin \theta}.$$

Середні за множиною значення косинуса і синуса θ можна знайти, якщо відомий закон розподілу ймовірностей повідомлень $u(t)$. Якщо $u(t)$ підпорядковується нормальному закону, то $\theta(\tau)$, яке є лінійним перетворенням від $u(t)$, також матиме нормальний розподіл з нульовим середнім значенням і дисперсією σ_θ^2 . Легко переконатися, що в цьому випадку

$$\overline{\cos \theta} = e^{-\frac{\sigma_\theta^2}{2}}; \quad \overline{\sin \theta} = 0.$$

Отже, усереднена за часом функція кореляції сигналу при кутовій модуляції

$$B(\tau) = \frac{A_0^2}{2} \cos \omega_0 \tau e^{-\frac{\sigma_\theta^2}{2}}. \quad (2.82)$$

Дисперсію процесу $\theta(\tau)$ можна виразити через функцію кореляції або енергетичний спектр повідомлення $u(t)$. Дійсно,

$$\sigma_\theta^2 = \overline{[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)]^2} = 2[B_\varphi(0) - B_\varphi(\tau)],$$

де $B_\varphi(t)$ – функція кореляції процесу $\varphi(t)$. При ФМ $\varphi(t) = \Delta\varphi u(t)$, тому $B_\varphi(\tau) = \Delta\varphi^2 B_u(\tau)$; при ЧМ $\varphi(t) = \Delta\omega\psi$, де $\psi = \int u(t) dt$, тому $B_\varphi(\tau) = \Delta\omega^2 B_\psi(\tau)$. Потім можна визначити енергетичний спектр модульованого сигналу шляхом перетворення Фур'є від функції $B(\tau)$ (2.82).

2.8. ЦИФРОВІ МЕТОДИ МОДУЛЯЦІЇ

Для передавання цифрового первинного сигналу по каналу використовують різні несучі $f(t)$. Нижче ми розглянемо тільки гармонічну несучу [42].

Цифрова амплітудна модуляція (ЦАМ). Канальний сигнал при ЦАМ (лінійній модуляції) можна записати як

$$u_{\text{ЦАМ}}(t) = \left(U_0 + K_{\text{АМ}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT) \right) \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.83)$$

де $K_{\text{АМ}}$ – девіація амплітуди; U_0 – стала складова.

Спектр цього сигналу містить несучу і дві бічні смуги, кожна з яких повторює спектр первинного сигналу $\mathcal{F}_u(t)$. Формування сигналу та його детектування можна здійснити параметричними і нелінійними схемами. Проте з отриманої оцінки первинного сигналу $\mathcal{F}_u(t)$

потрібно вилучити на окремих тактових інтервалах T оцінки кодових символів \hat{b}_n . Для цього треба мати розв'язувальний пристрій, який знаходить ці оцінки. На рис. 5.17 для окремих блоків введені позначення: АД – амплітудний детектор (когерентний або некогерентний), РП – розв'язувальний пристрій, який з тактовим інтервалом T приймає рішення про кодові символи $b_n^{(k)}$. Ці рішення фіксуються в запам'ятовуючому пристрої ЗП.

Зазначимо, що для приймання дискретних повідомлень слід забезпечити не тільки синхронізацію за частотою несучої ω_0 і за фазою сигналу (при когерентному детектуванні), але і тактову, а також циклічну (з урахуванням методів передавання дискретних повідомлень по реальних каналах) синхронізацію. Через наявність адитивного шуму в каналі приймання повідомлень за схемою рис. 2.17 не є найкращим.

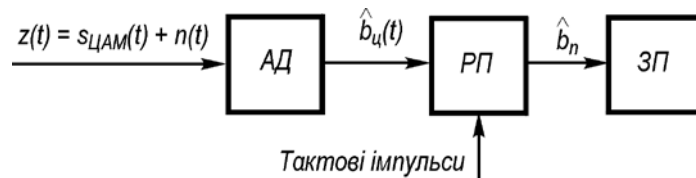


Рис. 2.17. Схема детектування сигналу ЦАМ і прийняття рішення про кодовий символ

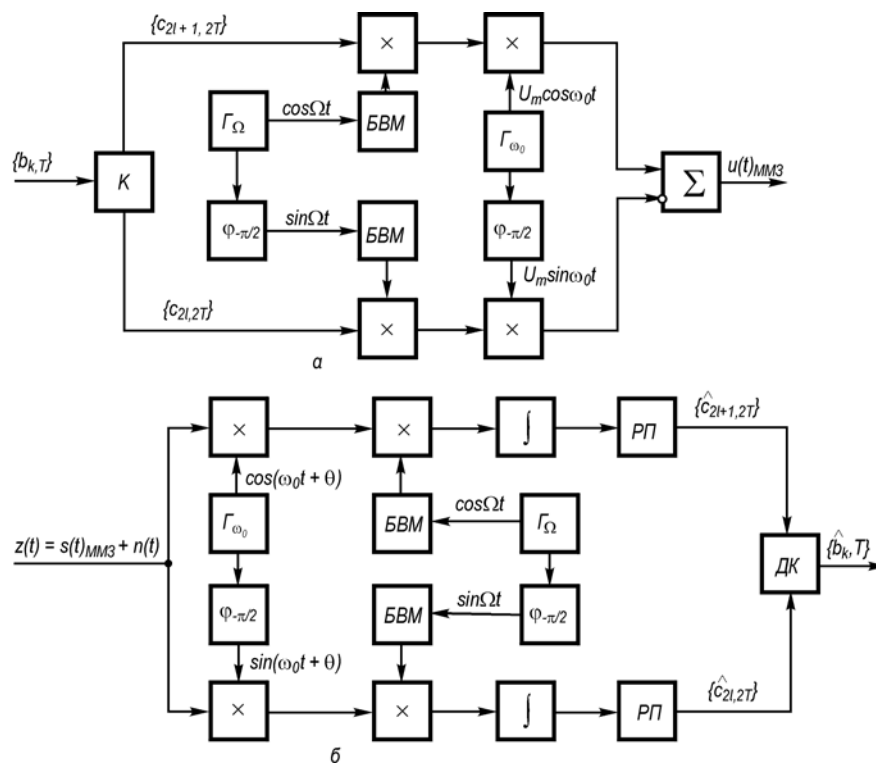


Рис. 2.18. Квадратурні схеми:

а – двійкового сигналу ММЗ; *б* – детектування сигналів ММЗ

Якщо в (2.83) $U_0 = 0$, то маємо сигнал ЦАМ без несучої (ЦБАМ). В цьому випадку можливе або синхронне (когерентне) детектування, або некогерентне детектування з відновленням несучої в місці приймання. Методи ЦАМ дозволяють за квадратурною схемою (рис. 2.18) організувати передавання і приймання двох незалежних дискретних повідомлень.

Сигнал, який передається в цифровій квадратурній амплітудній модуляції, тобто коли вектори сигналів розташовані в квадратній решітці (ЦКАМ),

$$u_{\text{ЦКАМ}}(t) = b_{\text{ц1}}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + b_{\text{ц2}}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.84)$$

Приймання в цьому випадку може бути тільки когерентним. Якщо покласти в (2.84) $b_{\text{ц2}}(t) = \epsilon_{\text{ц1}}(t)$, то можна за квадратурною схемою організувати і односмугову ЦАМ.

Цифрова фазова модуляція (ЦФМ). Канальний сигнал при ЦФМ можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} u_{\text{ЦФМ}}(t) &= U_m \cos \left(\omega_0 t + K_{\text{ФМ}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT) \right) = \\ &= U_m \cos \left(K_{\text{ФМ}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT) \right) \cos \omega_0 t - U_m \sin \left(K_{\text{ФМ}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT) \right) \sin \omega_0 t, \end{aligned} \quad (2.85)$$

де U_m – амплітуда каналного сигналу; $K_{\text{ФМ}}$ – девіація фази. Вид цього сигналу, реалізація модулятора і детектора суттєво спрощуються при використанні прямокутних імпульсів $v(t)$ з одиничною амплітудою і тривалістю T . В цьому випадку відсутня міжсимвольна інтерференція (МСІ), і замість (2.85) при $b_n = \pm 1$ маємо

$$u_{\text{ЦФМ}}(t) = U_m \cos \left(\frac{\Delta\theta}{2} \right) \cos \omega_0 t - U_m \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT) \sin \left(\frac{\Delta\theta}{2} \right) \sin \omega_0 t, \quad (2.86)$$

де $\Delta\theta = 2K_{\text{ФМ}}$ – різниця фаз для двох позицій коду. Спектральний склад сигналу (2.86) за змістом не відрізняється від сигналу (2.83). Відповідно, ЦФМ і когерентне детектування в розглянутому випадку реалізуються так само, як для ЦАМ, зокрема за квадратурною схемою (ЦКАМ). Зауважимо, що коли різниця фаз при двопозиційному коді $\Delta\theta = \pi$ (використовуються протилежні сигнали), то несуча в спектрі сигналу ЦФМ зникає.

В [45] розглядаються також методи відносної (різничевої) ЦФМ. У цьому випадку можна крім когерентного використовувати і некогерентний демодулятор. На практиці широко розповсюджені багатопозиційні системи ЦФМ, коли початкова фаза несучої набуває не двох, а m значень. У техніці передавання даних широко застосовуються як багатопозиційні ($m > 2$) системи ЦАМ (багаторівневі системи з лінійною модуляцією) та ЦФМ (з нелінійною модуляцією), так і їх змішані варіанти (ЦАФМ). Амплітудно-фазові діаграми деяких систем сигналів наведені на рис. 2.19 (знаком “+” позначається початок координат). Для підвищення якості передавання (мінімізації середньої ймовірності помилкового приймання в каналі з шумом) намагаються підібрати таку сигнально-кодову конструкцію, щоб сигнальні точки дозволених кодових комбінацій знаходились одна від одної на максимально можливій відстані. Часто конструкція рис. 2.19, б (чотирипозиційна ЦФМ або система ФМ-4), яка має широке застосування в техніці зв’язку, реалізується двійковою ЦКАМ (з фізичної точки зору ЦКАМ є фазовою модуляцією).

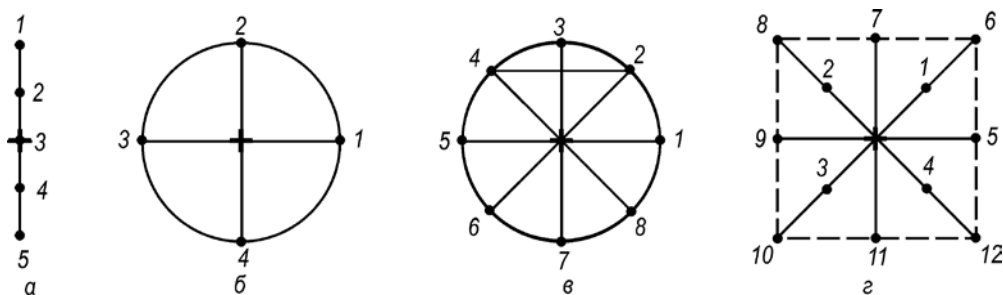


Рис. 2.19. Розташування сигнальних точок у 5-позиційній ЦАМ (а), у 4-позиційній ЦФМ (ФМ-4) (б), у 8-позиційній ЦФМ (в), у 12-позиційній ЦАФМ (г)

Це можна зробити наступним перекодуванням: непарні тактові послілки тривалості T двійкової вхідної послідовності подають на один вхід квадратурного модулятора; на інший вхід

квадратурного модулятора подають парні послідовності двійкової послідовності; послідовності передають по каналу тривалістю інтервалу $T_k = 2T$. Зберігши швидкість передавання інформації $R_i = \frac{\log_2 4}{T_k} = \frac{2}{2T} = \frac{1}{T}$, можна підвищити завадостійкість системи, використовуючи деякі методи кодування.

Цифрова частотна модуляція (ЦЧМ). Якщо частотна модуляція реалізується вибором одного з m незалежних гармонічних сигналів, то в загальному випадку при кожному перемиканні (з i -тої на j -ту позицію; $i, j \in \overline{1, m-1}$) виникає розрив фази каналного сигналу. Дійсно, якщо i -тий гармонічний сигнал

$$u_i(t) = U_m \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (2.87)$$

то в момент комутації $t_k = kT$ маємо

$$u_i(t_k) = U_m \cos(\omega_i kT + \varphi_i), \quad \psi_i(t_k) = \omega_i kT + \varphi_i$$

При комутації j -го генератора

$$u_j(t_k) = U_m \cos(\omega_j kT + \varphi_j), \quad \psi_j(t_k) = \omega_j kT + \varphi_j$$

На практиці смуговий фільтр, який обмежує ширину спектра сигналу, як правило, ввімкнений, і стрибки фази призводять до перехідного процесу у фільтрі. Внаслідок цього виникає паразитна амплітудна модуляція сигналу, і пік-фактор сигналу (відношення його пікової і середньої потужностей) збільшується. Крім того, при використанні m незалежних генераторів для забезпечення ортогональності системи сигналів необхідний рознос частот $\Delta f = i/T (i=1, 2, \dots)$, тобто мінімальний рознос $\Delta f_{\min} = 1/T$.

З метою звуження спектра і збереження мінімального пік-фактора сигналу потрібно забезпечити неперервність зміни миттєвої фази сигналу при менших значеннях Δf_{\min} .

Частотну модуляцію з неперервною фазою скорочено позначають ЧМНФ. У системах ЧМНФ миттєва частота сигналу змінюється за законом

$$\omega(t) = \omega_{0\text{ЧМНФ}} K \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT), \quad (2.88)$$

а каналний сигнал –

$$u_{\text{ЧМНФ}}(t) = U_m \left(\cos \omega_0 t + K_{\text{ЧМНФ}} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(k)} v(t - nT + \varphi_0) \right), \quad (2.89)$$

де $v_q(t)$ – “частотний” імпульс; $v(t) = \int v_x(t_1) dt_1$ – “фазовий” імпульс; φ_0 – початкова фаза; $K_{\text{ЧМНФ}}$ – девіація частоти.

Якщо $v_q(t)$ – прямокутний імпульс одиничної висоти, тоді фазовий імпульс

$$v(t) = \int_0^1 dt_1 = t, \quad t \in [0, T].$$

Для забезпечення більш “гладкого” змінення фази і частоти (відповідно звуження спектра сигналу) на практиці (наприклад, у цифрових системах мобільного стільникового зв'язку за

загальноєвропейським стандартом GSM) використовують гауссову форму “частотного” імпульсу та інтегральну форму “фазового”:

$$v_{\text{ч}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_i^2}} \exp\left[-\frac{\left(t - \frac{T}{2}\right)^2}{2\tau_i^2}\right], \quad v(t) = F\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{\tau_i}\right),$$

де τ_i – величина, пропорційна ефективній тривалості частотного імпульсу.

У подальшому для спрощення аналізу вважатимемо, що “частотний” імпульс $v_{\text{ч}}(t)$ є прямокутним з одиничною амплітудою і тривалістю T .

Запишемо сигнал (2.88) на відрізку $[0, T]$ при передаванні i -тої позиції символу:

$$u_i(t) = U_0 \cos(\omega_i t + \varphi_{0,k}), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.90)$$

де $\omega_i = \omega_0 + \frac{2\pi}{T}i$; $\varphi_{0,k}$ – початкова фаза до даного (k -го) тактового інтервалу.

Здійснюючи ЧМНФ, можна забезпечити (при коефіцієнті модуляції $m = 0,5$) ортогональність сигналів (2.90) при частотному зсуві:

$$\frac{\Delta\omega_{\min}}{2\pi} = \Delta f_{\min} = \frac{1}{2T}. \quad (2.91)$$

Дійсно, частотний зсув

$$(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = U_0^2 \int_0^T \cos(\omega_i t + \varphi_{0,k}) \cos(\omega_j t + \varphi_{0,k}) dt,$$

або

$$(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) = \frac{U_0^2 T}{2} \cdot \frac{\sin(\omega_i - \omega_j)T}{(\omega_i - \omega_j)T}. \quad (2.92)$$

При отриманні цього результату враховано, що доданок, який відповідає сумарній частоті $\omega_i + \omega_j$, малий. Мінімальний рознос частот, при якому права частина (2.92) обертається в нуль, визначається зі співвідношення $2\Delta f \pi T = \pi$, звідки випливає (2.91).

Цифрову ЧМ з неперервною фазою і параметром (2.91), тобто $\Delta f_{\min} = \frac{1}{2T}$, називають модуляцією з мінімальним (частотним) зсувом – ММЗ (minimum shift keying – MSK). Покажемо, що коефіцієнт модуляції в цій системі $m = 0,5$. Визначимо коефіцієнт частотної модуляції m як відношення девіації частоти $K_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega/2$ (максимальне відхилення від середньої частоти) до частоти модулюючого сигналу типу “точка” $\Omega = \pi/T [F = 1/(2T)]$:

$$M = K_{\text{ЧМ}} / \Omega = \frac{\Delta\omega T}{2\pi} = \Delta f T. \quad (2.93)$$

З урахуванням (2.91) і (2.93) отримаємо, що для ММЗ коефіцієнт модуляції дійсно дорівнює 0,5. При використанні для ЧМ сигналів (2.87), ортогональних у підсилювальному значенні, мінімальний індекс $m = 1$. Відсутність стрибків фази в системах ЧМНФ сприятливо позначається на формі амплітудного спектра сигналу. При $m = 0,5$ амплітудний спектр сигналу ЧМНФ дуже вузький і зосереджений поблизу частоти несучої. При значеннях $M > 1$ амплітудний спектр сигналів ЧМНФ стає широким.

Цифрову частотну модуляцію можна реалізувати різними способами, наприклад керуванням частоти генератора гармонічних сигналів за законом (2.88). При цьому початкова фаза опорного сигналу на n -му тактовому інтервалі

$$\varphi_{\text{оп}} = \pi M \sum_{l=0}^{n-1} b_l + \varphi_0. \quad (2.94)$$

Для систем ММЗ з коефіцієнтом $m = 0,5$ широко застосовується квадратурний метод модуляції зі зсувом модулюючих функцій. Для обґрунтування такої модуляції зобразимо сигнал (5.89) при ММЗ $[K_{\text{чМ}} = \pi/(2T)]$ на k -му і $(k+1)$ -му тактових інтервалах як

$$\begin{aligned} u(t)_{\text{ММЗ}_{k,k+1}} &= U_m \cos \left[\omega_0 t + \frac{\pi}{2T} b_k v(t-kT) + \frac{\pi}{2T} b_{k+1} v[t-(k+1)T] + \varphi_{0k} \right] = \\ &= U_c(t) \cos \omega_0 t - U_s(t) \sin \omega_0 t, \quad t \in [kT, (k+2)T], \end{aligned} \quad (2.95)$$

де U_c , U_s – косинусна і синусна складові сигналу;

$$\varphi_{0k} = \frac{\pi}{2} \sum_{i=0}^{k-1} b_i, \quad (2.96)$$

а квадратурні компоненти

$$\begin{aligned} U_c(t) &= U_m \cos \left\{ \omega_{0k} + \frac{\pi}{2T} b_k v \left[(t-kT) + \frac{\pi}{2T} b_{k+1} v [t-(k+1)T] \right] \right\}, \\ U_s(t) &= U_m \sin \left\{ \omega_{0k} + \frac{\pi}{2T} b_k v \left[(t-kT) + \frac{\pi}{2T} b_{k+1} v [t-(k+1)T] \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Розіб'ємо інформаційний потік $\{b_k\}$ на два потоки, які відповідають парним і непарним індексам k : $\{b_{2l}\}$ і $\{b_{2l+1}\}$. З урахуванням (2.96) при $k = 2l$ маємо $\varphi_{0,2l} = \pi \frac{1}{2} 2m$ (m – ціле число). Тоді, користуючись формулами косинуса і синуса суми кутів, можна записати

$$U_{s,l}(t) = U_m \cos \pi m \sin \left\{ \frac{\pi}{2T} b_{2l} v(t-2lT) + \frac{\pi}{2T} b_{2l+1} v[t-(2l+1)T] \right\}. \quad (2.98)$$

На відрізьку $[2lT; (2l+1)T]$ формула (5.98) набуває вигляду

$$U_{s,l}(t) = U_m \cos \pi m b_{2l} \sin \left[\frac{\pi}{2T} (t-2lT) \right].$$

На відрізьку $[(2l+2)T]$, маючи на увазі, що перший доданок під знаком синуса дорівнює $\frac{\pi}{2} b_{2l}$, і використовуючи формулу $\sin(\pm\pi/2 + \psi) = +\cos \psi$, отримаємо:

$$U_{s,l}(t) = \cos \pi m b_{2l} \cos \left\{ \frac{\pi}{2T} [t-(2l+1)T] \right\}.$$

Позначимо $c_{2l} = \cos \pi m b_{2l}$, що можна інтерпретувати як деяке перекодування. Таким чином, на відрізьку $[2lT; (2l+2)T]$ для $U_{s,l}(t)$ маємо єдиний вираз

$$U_{s,l}(t) = U_m c_{2l} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{2T} (t - 2lT) \right] \lambda(t - 2lT) + \cos \left[\frac{\pi}{2T} [t - (2l+1)T] \right] \lambda[t - (2l+1)T] \right\}, \quad (2.99)$$

де $\lambda(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T] \\ 0, & t \notin [0, T] \end{cases}$ – дискретна функція.

Формулу (2.99) можна подати більш компактно:

$$U_{s,l}(t) U_m c_{2l} \left| \sin \frac{\pi}{2T} (t - 2lT) \right| \lambda \left(\frac{t - 2lT}{2} \right). \quad (2.100)$$

Розглянемо випадок $k = 2l + 1$. Тоді з урахуванням (2.96)

$$\varphi_{0,2l+1} = \pi m + \frac{\pi}{2} b_{2l}.$$

Підставивши в $U_{c,l}(t)$ значення $k = 2l + 1$, отримаємо

$$U_{c,l}(t) = U_m \sin \left(\pi m + \frac{\pi}{2} b_{2l} \right) \sin \left\{ \frac{\pi}{2T} b_{2l+1} v [t - (2l+1)T] + \frac{\pi}{2T} b_{2l+2} v [t - (2l+2)T] \right\}.$$

На відрізку $[(2l+1)T; (2l+2)T]$ останній вираз набирає вигляду

$$U_{c,l}(t) = -U_m \cos \pi m \cdot b_{2l} b_{2l+1} \sin \left\{ \frac{\pi}{2T} [t - (2l+1)T] \right\}.$$

На відрізку $[(2l+2)T; (2l+3)T]$ отримаємо

$$U_{c,l}(t) = -U_m \cos \pi m \cdot b_{2l} b_{2l+1} \cos \left\{ \frac{\pi}{2T} [t - (2l+2)T] \right\}.$$

Позначимо

$$-\cos \pi m \cdot b_{2l} b_{2l+1} = -c_{2l} b_{2l+1} = c_{2l+1},$$

що можна інтерпретувати як деяке перекодування. Тоді на відрізку $[(2l+2)T; (2l+3)T]$ для $U_{c,l}(t)$ отримаємо єдиний вираз

$$U_{c,l}(t) = -U_m c_{2l+1} \left| \sin \frac{\pi}{2T} [t - (2l+1)T] \right| \lambda \frac{t - (2l+1)T}{2}. \quad (2.101)$$

З урахуванням (5.100) і (5.101) весь сигнал ММЗ можна записати так:

$$u_{\text{ММЗ}}(t) = -U_m \sum_{l=0}^{\infty} c_{2l+1} \left| \sin \frac{\pi}{2T} (t - 2lT) \right| \lambda \left| \frac{t - 2lT}{2} \right| \sin \omega_0 t +$$

$$+U_m \sum_{l=0}^{\infty} c_{2l+1} \left| \sin \frac{\pi}{2T} [t - (2l+1)T] \right| \lambda \left| \frac{t - (2l+1)T}{2} \right| \cos \omega_0 t. \quad (2.102)$$

На рис. 2.18, *a* дана квадратурна схема, яка формує сигнал ММЗ згідно з (2.102). Позначення для окремих блоків такі: K – кодер, який перетворює інформаційний потік $\{b_{k,T}\}$ двійкових символів, які прямують з тактовим інтервалом T ($b_k \in [-1; 1]$), в два інформаційних потоки двійкових символів $\{c_{2l,2T}\}$ і $\{c_{2l+1,2T}\}$, що прямують з тактовим інтервалом $2T$ ($c_l \in [-1; 1]$); Γ_{Ω} – генератор гармонічного сигналу з частотою $F = 1/(4T)$; $\varphi_{-\pi/2}$ – фазообертач на $-\pi/2$; $БВМ$ – блок визначення модуля; Γ_{ω_0} – генератор гармонічного сигналу (несучої) з частотою ω_0 . При реалізації схеми враховано, що

$$\sin \left\{ \frac{\pi}{2T} [t - (2l+1)T] \right\} = \cos \left\{ \frac{\pi}{2T} (t - 2lT) \right\}.$$

Існують різноманітні способи демодуляції сигналу ММЗ.

1. Частотне детектування без урахування неперервності фази. При такому способі відбувається оцінювання частоти сигналу протягом одного тактового інтервалу T . Оскільки початкова фаза $\varphi_{0,n}$ при цьому не визначається, можливе тільки некогерентне приймання.

2. Когерентне детектування з відслідкуванням фази сигналу. Якщо попередні символи демодульовані без помилок, можливе передбачення початкової фази у відповідності до (2.94). При цьому можливе когерентне приймання, і ймовірність похибки відповідає прийманню двійкових ортогональних сигналів з поправкою на точність оцінки початкової фази.

3. Квадратурна когерентна демодуляція протягом двох тактових інтервалів $2T$ (рис. 2.18, *б*). Можливість такої демодуляції випливає з зображення (2.10). Демодуляція елемента сигналу з номером $n = 2l$ провадиться на інтервалі $[2lT; 2(l+1)T]$ по синусній гілці, а демодуляція елемента сигналу з номером $n = 2l+1$ – на інтервалі $[(2l+1)T; (2l+3)T]$ по косинусній гілці.

На рис. 2.18, *б* введені такі позначення: $РП$ – розв’язувальний пристрій; $ДК$ – декодер, який здійснює об’єднання символів $\{\epsilon_{2l,2T}\}$ і $\{\epsilon_{2l+1,2T}\}$ в єдиний потік, їх декодування і видачу інформаційного потоку $\{\tilde{b}_{k,T}\}$; \int – блок інтегрування. Сусідні елементи інформаційної послідовності виділяються в двох гілках обробки, при цьому інтегрування в обох гілках здійснюється зі зсувом на T . Інтегратор верхньої гілки здійснює інтегрування в межах $[kT; (k+2)T]$, інтегратор нижньої гілки – в межах $[(k+1)T; (k+3)T]$. Після виявлення знаку напруги в блоках $РП$ інтегратори зводяться до нульових початкових умов. Вхідні корисні сигнали в кожній з гілок обробки

$$\begin{aligned} s_{ЦЧМ}(t)_1 &= \pm \gamma U_m |\sin \Omega t| \cos(\omega_0 t + \theta_{\text{кан}}), \\ s_{ЦЧМ}(t)_2 &= \pm \gamma U_m |\cos \Omega t| \sin(\omega_0 t + \theta_{\text{кан}}), \end{aligned}$$

де γ і $\theta_{\text{кан}}$ – коефіцієнт передачі і фазовий зсув в каналі відповідно.

Отже, в кожній з гілок на інтервалі $2T$ аналізується (з метою прийняття рішення про інформаційний символ c_{2l} або c_{2l+1}) система протилежних сигналів. Енергія сигналу по кожній гілці обробки

$$E = \gamma^2 U_m^2 \int_0^{2T} (\sin \Omega t \cos \omega_0 t)^2 dt = \gamma^2 U_m^2 \int_0^{2T} (\cos \Omega t \sin \omega_0 t)^2 dt = \frac{\gamma^2 U_m^2}{2} T,$$

тобто збігається з енергією гармонічного сигналу амплітуди γU_m на інтервалі $(0; T)$. Тому ймовірність похибки виходить такою ж самою, як при оптимальному когерентному прийманні двійкових протилежних сигналів з тактовим інтервалом T (ФМ2 – двопозиційна фазова модуляція). Але для системи ФМ2 через стрибки фази на початку тактових інтервалів необхідна більша смуга частот, ніж для ММЗ.

Контрольні запитання для самооцінки рівня знань

1. У чому полягає суть модуляції сигналів?
2. Наведіть векторні діаграми АМ- і ЧМ-сигналів.
3. Які переносники при модуляції Ви знаєте?
4. Як визначити потужність АМ-сигналу?
5. Запишіть аналітичний вираз для АМ-сигналу при модуляції несучої одним тоном.
6. При якому виді модуляції ширина спектра модульованого сигналу мінімальна?
7. Чому дорівнює ширина спектра АМ-сигналу?
8. Чому дорівнює ширина спектра ЧМ-сигналу?
9. Назвіть основні види дискретної модуляції.
10. Назвіть основні види імпульсної модуляції.
11. Що визначає ширину спектра сигналу при імпульсній модуляції?
12. Поясніть принципи модуляції шумової несучої.
13. Поясніть принципи побудови дискретних шумоподібних сигналів.
14. Чи є дискретна псевдовипадкова послідовність випадковим процесом? В чому її подібність з шумом?
15. Як здійснюється модуляція шумоподібних сигналів?
16. Як здійснюється цифрова амплітудна модуляція (ЦАМ)?
17. Які особливості цифрової фазової модуляції (ЦФМ)?
18. Нарисуйте квадратурні схеми формування двійкового сигналу ММЗ та його детектування.

Післямова до розділу 2

Результатом опрацювання розділу «Модульовані сигнали» є можливість вивчення властивостей сигналів на основі їхніх математичних моделей.

Тепер ви вже знаєте:

- у чому полягає суть модуляції сигналів;
- векторні діаграми АМ- і ЧМ-сигналів;
- які переносники при модуляції;
- при якому виді модуляції ширина спектра модульованого сигналу мінімальна;
- чому дорівнює ширина спектра АМ-сигналу, ЧМ-сигналу;
- основні види дискретної модуляції, імпульсної модуляції;
- як здійснюється модуляція шумоподібних сигналів;
- як здійснюється цифрова амплітудна модуляція (ЦАМ);
- особливості цифрової фазової модуляції (ЦФМ);
- квадратурні схеми формування двійкового сигналу ММЗ та його детектування.

У наступному розділі посібника «**Методи обробки сигналів**» подається поглиблений розгляд питань, які стосуються приймання сигналів та методів обробки. Для цього Вам обов'язково потрібно повторити матеріал навчального посібника «**Системи електрозв'язку та сигнали. (Модуль 1)**».

МЕТОДИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

3.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ

Приймальна сторона звичайно має деякі попередні (априорні) відомості про передані сигнали, наприклад, про частоту несучої або вид модуляції. Сигнал, про який заздалегідь усе відомо, не несе інформації, а абсолютно невідомий сигнал не можна було б прийняти.

Відомі параметри сигналу використовуються в приймачі для кращого відділення сигналів від завад. Чим більше ми знаємо про сигнал, тим досконалішими можуть бути методи його приймання.

Параметри, в змінах яких закладена переносна сигналом інформація, називаються *інформаційними*. Зміни цих параметрів на приймальній стороні заздалегідь невідомі.

За видом і призначенням передавання в процесі приймання сигналів виникають такі *основні задачі*, як виявлення сигналів, їх розрізнення та відновлення.

Задача виявлення сигналів зводиться до одержання відповіді на питання, що саме знаходиться на вході приймача: сигнал, а точніше сигнал плюс шум, або тільки шум? З такою задачею звичайно зустрічаються в радіолокації, вона також має місце й у деяких системах зв'язку. Якщо ми в змозі знайти сигнал, то передати інформацію можна за допомогою двійкового коду. Наявність сигналу (посилка) відповідатиме символу 1, відсутність сигналу (пауза) – символу 0. Цей принцип використовується в системах з *пасивною паузою*.

Якщо передаються одночасно два сигнали (s_1 і s_2), виникає задача не виявлення, а розрізнення сигналів. У такому разі необхідно визначити, який на вході приймача сигнал – s_1 чи s_2 ? Відповідь на це питання залежить вже не від властивостей кожного сигналу окремо, а від їхньої розбіжності. Сигнали можуть відрізнитися один від одного своїми параметрами, і очевидно, чим більше вони відрізнятимуться, тим краще, за умови стійкості сигналів до впливу завад. Виявлення сигналів може розглядатися як вироджений випадок розрізнення двох сигналів, коли один з них тотожно дорівнює нулю.

Передавання двійковим кодом, коли кожному символу (1 і 0) відповідає певний сигнал (s_1 і s_2), який не дорівнює нулю, називається передаванням з *активною паузою*. Випадок розрізнення багатьох сигналів принципово мало відрізняється від випадку розрізнення двох сигналів.

Задача відновлення повідомлення істотно відрізняється від задач виявлення і розрізнення сигналів. Вона полягає в тому, щоб одержати такий вихідний відеосигнал $v(t)$, який найменше відрізнявся би від переданого повідомлення $u(t)$. При цьому про повідомлення $u(t)$ відомо лише, що воно належить до деякої множини або є реалізацією деякого випадкового процесу.

На рис. 3.1 наведена функціональна схема *обробки* дискретних сигналів. Прийнятий сигнал, спотворений завадою, піддається в приймачі певній обробці, детектується і надходить для впізнання на розв'язувальний пристрій. Очевидно, що ймовірність правильного впізнання сигналів істотно залежить від відношення потужності сигналу до потужності завади на вході розв'язувального пристрою. Тому основною метою обробки сигналів у приймачі є збільшення відношення сигнал–шум. Обробка аналів, як правило, зводиться до фільтрації тими чи іншими методами.

На етапах обробки сигнали підсилюються до величин, при яких можуть нормально працювати детектор і розв'язувальний пристрій.

У звичайному приймачі неперервних сигналів *додетекторна обробка сигналів* здійснюється за допомогою резонансних підсилювачів, які забезпечують необхідну частотну селекцію. Функції *післядетекторної обробки* при цьому виконуються відеопідсилювачем (чи

підсилювачем низької частоти). Розв'язувальний пристрій у таких приймачах відсутній. Замість нього на виході є реєструвальний пристрій, що відтворює чи записує прийняте повідомлення.

У системах передавання дискретних повідомлень основними видами обробки сигналів у приймачі є фільтрація зі стробуванням, інтегрування і кореляційна обробка.

Стробування сигналу є найпростішим видом обробки, давно відомим і широко застосовуваним у практиці. Часто його називають ще прийманням за методом укорочених контактів. При стробуванні даного елемента сигналу його поточне значення (напруга або струм) відліковується у визначений момент часу. Такий момент вибирається в тій частині елемента, яка спотворюється найменше. Оскільки статистичні характеристики завад мало залежать від вибору моменту часу, то момент стробування має відповідати максимальному значенню корисного сигналу. Внаслідок перехідних процесів у фільтрах границі елементів сигналу в значній мірі спотворені; тому максимальне значення сигналу, як правило, відповідає



Рис. 3.1. Функціональна схема обробки дискретних сигналів

середній частині елемента. Стробування виконується за допомогою спеціальних сигналів, що надходять від системи синхронізації.

Фільтрація прийнятих сигналів може виконуватися як до, так і після детектора. У разі використання синхронного детектора фільтрація до і після нього принципово може дати той самий результат. Практично ж звичайно сигнал фільтрують двічі: як до, так і після детектора.

Операція *інтегрування* може розглядатися або як процес накопичення, або як визначення середнього значення сигналу. Будь-який фільтр тою чи іншою мірою виконує інтегрування коливання, що надходить на його вхід. За певних умов операція інтегрування еквівалентна фільтрації. Інтегрування, як і фільтрація, може здійснюватися або до, або після детектора.

Методи приймання можна класифікувати за видами застосовуваних детекторів, способами додетекторної і післядетекторної обробки. Розрізняють наступні методи приймання сигналів: кореляційний; автокореляційний; когерентний; некогерентний, які будуть розглянуті далі.

3.2. ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ З НАКОПИЧЕННЯМ

Одним з найвідоміших методів приймання сигналів за наявності завад є метод накопичення, який полягає в багаторазовому передаванні сигналу (дублюванні) і є окремим випадком кореляційного методу. Кожний з переданих сигналів по-різному спотворюється завадами, тому що переданий сигнал і завада взаємно незалежні. На приймальному кінці каналу зв'язку кілька зразків прийнятого сигналу порівнюються між собою, внаслідок чого вдається більш точно відновити справжню форму переданого сигналу і завдяки цьому підвищити ймовірність його правильного приймання. Практично порівняння різних зразків прийнятого сигналу здійснюється їхнім підсумовуванням, тому цей метод і одержав назву **метод накопичення**.

Прийнятий за методом накопичення сигнал одержує нову властивість – *властивість періодичного повторення*: енергія корисного сигналу збільшується при l -кратному повторенні сигналу в l^2 разів, а енергія завади, яка є випадковим сигналом, – в l разів. Отже, відношення $\frac{P_c}{P_3}$ на виході

накопичувача зростає в l разів внаслідок збільшення часу передавання сигналу в l разів, тобто за рахунок зниження ефективності системи зв'язку.

Метод накопичення в найпростішій формі часто застосовується при телефонній розмові в умовах поганої чутності, коли перепитують і повторюють те саме слово кілька разів.

У телеграфному зв'язку кілька разів передається кожна кодова комбінація, що складається з елементів 0 і 1. Якщо ймовірність перебою символів 1 і 0 однакова, то рішення приймається за "більшістю", а саме: відтворюється символ 1 на даній позиції, коли число цих символів на ній більше за число символів 0, і, навпаки, відтворюється 0, коли число нулів більше за число одиниць. Наприклад:

Передана комбінація	01001
Перша прийнята комбінація	00001
Друга прийнята комбінація	11010
Третя прийнята комбінація	01101
Відтворена комбінація	01001

Зазначимо, що можна було б одержати n зразків сигналу не їхнім повторенням у часі, а передаванням по незалежних каналах, розділених за частотою, або яким-небудь іншим способом.

Існують й інші різновиди методу накопичення. До них, зокрема, належить *метод синхронного накопичення*, що застосовується в радіолокації, коли протягом посилення сигналу береться не один відлік, а кілька, які підсумовуються в накопичувачі.

Розглянемо як приклад метод синхронного накопичення для виявлення слабких періодичних сигналів. За цим методом прийнятий сигнал розбивається на відрізки, тривалість яких дорівнює $\frac{T}{m}$, де T – період проходження сигналу, а m – ціле число. Відрізки сигналу тривалістю $\frac{T}{m}$ через інтервал T та із зсувом відносно початку відрізка $\frac{k}{m}T$ подаються на накопичувач і підсумовуються (рис. 3.2, а).

Визначимо відношення сигнал–завада на k -му накопичувачі. Позначимо миттєві значення завади, що надходить на накопичувач, через

$$n_i = n \left(t + k \frac{T}{m} + iT \right), \quad (3.1)$$

де t – поточний час; k – номер накопичувача; $\frac{T}{m}$ – час дії накопичувача; T – період проходження сигналу; i – цикл накопичення.

За l повторень сигналу на накопичувачі середнє значення завади дорівнюватиме

$$\bar{n}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^l n_i. \quad (3.2)$$

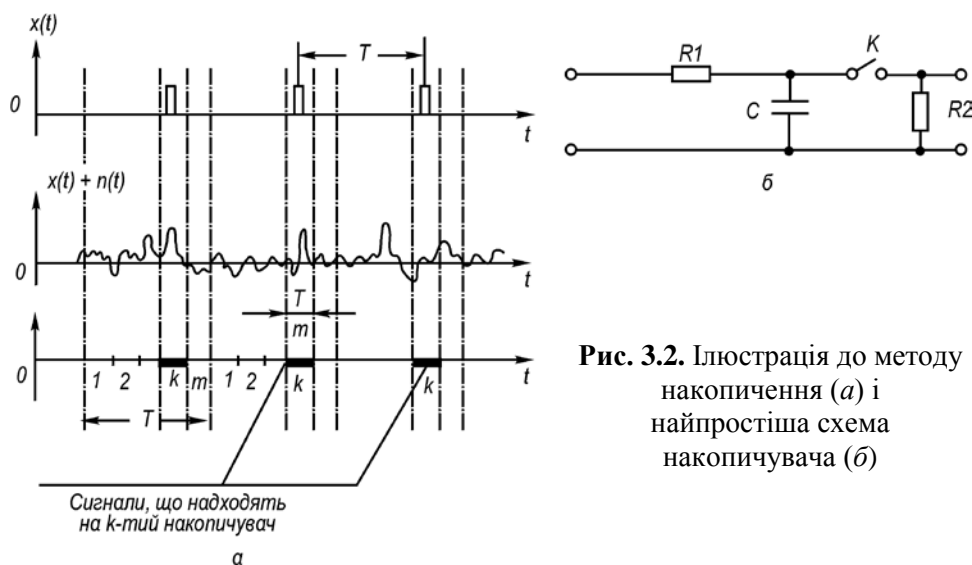


Рис. 3.2. Ілюстрація до методу накопичення (а) і найпростіша схема накопичувача (б)

Оскільки n_i – випадкова величина, то при малому числі l значення \bar{n}_i сильно флюктує біля свого математичного сподівання. Зі збільшенням l імовірність великих флюктуацій зменшується.

Корисний сигнал $x(t)$, що надходить на накопичувач за l циклів накопичення, збільшується в l разів, тобто стає рівним $lx(t)$. Помилка при прийманні можлива до тих пір, поки флюктуації перевищуватимуть корисний сигнал за абсолютною величиною.

Визначимо ймовірність того, що відхилення завади \bar{n}_i від математичного сподівання не перевищить величини a – середнього значення сигналу за l повторень. Ця ймовірність визначається нерівністю Чебишова

$$P\{|\bar{n}_i - \bar{n}| < a\} > 1 - \frac{D(n)}{lx^2}, \quad (3.3)$$

де $D(n)$ – дисперсія $n(t)$, яка дорівнює $P_3^2 = \sigma^2$, $x^2 = P_c$.

Розв'язуючи нерівність (6.3) відносно l , одержимо

$$l < \frac{1}{1-P} \frac{P_3}{P_c} = \frac{1}{1-P} \left(\frac{\sigma}{x}\right)^2. \quad (3.4)$$

Отже, верхня границя частоти повторення l при заданих P , P_c і P_3 може бути визначена за (3.4).

Імовірність $P\{|\bar{n}_i - \bar{n}| < x\}$ може бути знайдена за наближеною формулою

$$P\{|\bar{n}_i - \bar{n}| < x\} \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sigma} \sqrt{\frac{l}{2}}} e^{-z^2} dz = \Phi\left(\frac{x}{\sigma} \sqrt{\frac{l}{2}}\right). \quad (3.5)$$

Імовірність помилки при прийманні сигналу методом синхронного накопичення дорівнює

$$P_{\text{пом}} = 1 - P\{|\bar{n}_i - \bar{n}| < x\} \approx 1 - \Phi\left(\frac{x}{\sigma} \sqrt{\frac{l}{2}}\right).$$

З цієї рівності випливає, що завадостійкість системи з синхронним накопиченням тим більша, чим більше відношення сигнал–завада на вході накопичувача і чим більше число циклів накопичення l .

Крім розглянутого методу приймання слабких сигналів, існують й інші. Наведемо деякі з них.

Нехай окремі відліки прийнятого сигналу

$$x_1 = s + \omega_1, \quad x_2 = s + \omega_2, \dots, \quad x_n = s + \omega_n; \quad (3.6)$$

тоді сума відліків

$$z = \sum_{k=1}^n x_k = \sum_{k=1}^n (s + \omega_k) = ns + \sum_{k=1}^n \omega_k = b + \xi. \quad (3.7)$$

Величина $b = ns$ – це корисний сигнал на виході приймача, а випадкова величина $\xi = \sum_{k=1}^n \omega_k$ – завада. Відношення сигнал–завада на виході приймача дорівнює

$$q_{\text{вих}} = \frac{b^2}{D\xi} = \frac{n^2 s^2}{D(\sum \omega_k)} = \frac{n^2 s^2}{\sum D\omega_k} = \frac{n^2 s^2}{nD\omega} = \frac{n^2 s^2}{\sigma_3^2} = nq_{\text{вих}}. \quad (3.8)$$

Тут ми вважали, що значення ω_k некорельовані і мають однаковий розподіл; $q_{\text{вих}} = \frac{s^2}{\sigma_3^2} = \frac{P_c}{P_3}$ – відношення сигнал–завада на вході приймача.

Отже, за описаних умов накопичення відліків сигналу дозволяє збільшити відношення сигнал–завада на виході приймача рівно в n разів, оскільки потужність сигналу при підсумовуванні зростає пропорційно n^2 (додаються напруги), а потужність завади – пропорційно n (підсумовуються потужності), якщо завади незалежні. За наявності кореляції між значеннями потужності завади цей виграш буде меншим.

Метод накопичення можна здійснити, взявши не суму відліків x_k , а інтеграл неперервно змінної функції $x(t) = s + \omega(t)$ за час T , який дорівнює тривалості сигналу:

$$\int_0^T x(t) dt = sT + \int_0^T \omega(t) dt = b + \xi.$$

Тут b – стала, яка визначає сигнал на виході накопичувача (інтегратора), а ξ – випадкова величина, що визначає заваду на виході інтегратора.

Дисперсія випадкової величини ξ

$$\begin{aligned} D\xi &= \overline{\left[\int_0^T \omega(t) dt \right]^2} = \overline{\int_0^T \int_0^T \omega(t)\omega(t_1) dt dt_1} = \\ &= \int_0^T \int_0^T \omega(t)\omega(t_1) dt_1 dt = \int_0^T dt \int_0^T B_\omega(t-t_1) dt_1, \end{aligned} \quad (3.9)$$

де $B_\omega(t-t_1)$ – функція кореляції завади $\omega(t)$.

Якщо спектр завади рівномірний у досить широкій смузі частот F , тобто інтервал кореляції завади $\Delta\tau \ll T$, то скінченні границі інтегрування можуть бути замінені на нескінченні:

$$\int_0^T B_\omega(t-t_1) dt_1 \approx \int_0^\infty B_\omega(\tau) d\tau = 2 \int_0^\infty B_\omega(\tau) d\tau, \quad (3.10)$$

де $t-t_1 = \tau$.

За означенням інтервал кореляції

$$\Delta\tau = \frac{1}{B(0)} \int_{-\infty}^\infty B(\tau) d\tau = \frac{G(0)}{B(0)}. \quad (3.11)$$

У розглянутому випадку $B(0) = G(0) \cdot 2F$ і $\Delta\tau = \frac{1}{2F}$. Отже, $D\xi = B(0)\Delta\tau T = B(0)\frac{T}{2F}$. Тоді відношення сигнал–завада на виході інтегратора

$$q_{\text{вих}} = \frac{b^2}{D\xi} = \frac{s^2 T^2}{B(0)\Delta\tau T} = \frac{T}{\Delta\tau} = 2TFq_{\text{вих}}. \quad (3.12)$$

Як бачимо, виграш, одержуваний при інтегруванні, тим більший, чим більше відношення $T/\Delta\tau$. Описаний метод приймання називається *інтегральним*.

Зазначимо, що $\frac{T}{\Delta\tau} = n$ – це число незалежних відліків завади на інтервалі T . Це означає, що формули (3.8) і (3.12) збігаються, тобто заміна підсумовування незалежних значень неперервним інтегруванням додаткового виграшу не дає. Однак практично метод інтегрування реалізується

простіше, ніж підсумовування дискретних значень. Так, для приймання телеграфних сигналів за інтегратор широко використовується ланцюжок RC, що синхронно розряджається по закінченні кожної елементарної послілки (рис. 3.2, б). Наприкінці кожної послілки заряд на ємності приблизно пропорційний інтегралу вхідного сигналу. Додетекторне інтегрування можна здійснити за допомогою резонатора великої добротності. У найпростішому випадку таким резонатором є коливальний контур.

3.3. КОРЕЛЯЦІЙНЕ ПРИЙМАННЯ

Структурна схема кореляційного приймача наведена на рис. 3.3, а. Вона складається з перемножника *MPL*, генератора опорного колювання *Г* та інтегратора *I*.

При кореляційному прийманні в деякий момент часу *T* вимірюються значення функції взаємної кореляції *y(T)* прийнятого сигналу $x(t) = s(t) + \omega(t)$ й опорного колювання $s_0(t)$. Якщо опорне колювання тотожне переданому сигналу, тобто $s_0(t) \equiv s(t)$, то цю функцію можна записати в такому вигляді:

$$\dot{y}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}(t) \dot{s}^*(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) s(t) dt + i \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \omega(t) dt, \quad (3.13)$$

де $\dot{x}(t)$ і $\dot{s}(t)$ – аналітичні сигнали, що відповідають $x(t)$ і $s(t)$; $\dot{s}^*(t)$ – функція, комплексно-спряжена з сигналом $s(t)$.

У залежності від методу реєстрації сигналу на виході кореляційне приймання може бути когерентним і некогерентним. При *когерентному* прийманні в момент часу *T* відраховується дійсне значення функції $y(T)$, тобто

$$\text{Re}[\dot{y}(T)] = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) s(t) dt. \quad (3.14)$$

При *некогерентному* прийманні відраховується модуль цієї функції:

$$\frac{1}{T} \left| \int_0^T \dot{x}(t) \dot{s}^*(t) dt \right| = \frac{2}{T} \sqrt{\left[\int_0^T x(t) s(t) dt \right]^2 + \left[\int_0^T x(t) \omega(t) dt \right]^2}. \quad (3.15)$$

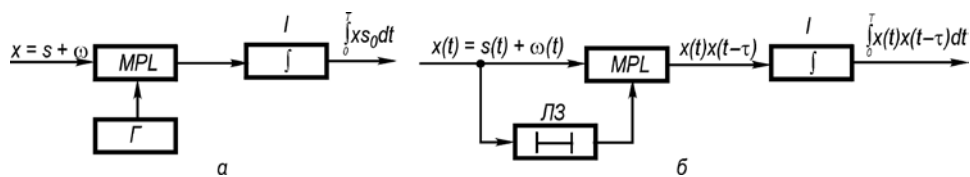


Рис. 3.3. Структурні схеми кореляційного (а) і автокореляційного (б) приймачів

Дійсне значення сигналу на виході кореляційного приймача можна зобразити у вигляді суми двох складових:

$$y = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) s(t) dt = b + \xi,$$

де $b = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt = P_c$ – корисний сигнал; $\xi = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \omega(t) dt$ – завада на виході приймача. Дисперсія завади

$$\begin{aligned}
D\xi &= \left[\frac{1}{T} \int_0^T s(t) \omega(t) dt \right]^2 = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T s(t) s(t_1) \omega(t) \omega(t_1) dt dt_1 = \\
&= \frac{1}{T^2} \int_0^T s(t) dt \int_0^T s(t_1) \overline{\omega(t) \omega(t_1)} dt_1 = \frac{1}{T^2} \int_0^T s(t) \int_0^T B_{\omega}(t-t_1) dt_1 dt.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Припустимо, що інтервал кореляції завади $\Delta\tau$ настільки малий, що сигнал протягом цього інтервалу практично не змінюється (ширина спектра сигналу мала в порівнянні з шириною спектра завади). Тоді з урахуванням співвідношень (3.10) і (3.11)

$$D\xi \approx \frac{1}{T^2} \int_0^T s^2(t) dt \int_0^T B_{\omega}(t-t_1) dt_1 \approx \frac{\Delta\tau}{T} P_c P, \tag{3.17}$$

де $P_s = B_{\omega}(0)$ – потужність завади на вході приймача.

Відношення сигнал–завада на виході кореляційного приймача при когерентному прийманні дорівнюватиме

$$q_{\text{кг}} = \frac{b^2}{D\xi} = \frac{T}{\Delta\tau} q_{\text{вх}} \approx 2TF q_{\text{вх}}. \tag{3.18}$$

При некогерентному прийманні це відношення вдвічі менше:

$$q_{\text{нкг}} = \frac{b^2}{2D\xi} = \frac{1}{2} \frac{T}{\Delta\tau} q_{\text{вх}} \approx TF q_{\text{вх}}. \tag{3.19}$$

Із порівняння формул (3.12) і (3.18) випливає, що кореляційний метод приймання можна розглядати як узагальнення методу накопичення на сигнали довільної форми.

3.4. АВТОКОРЕЛЯЦІЙНЕ ПРИЙМАННЯ

У схемі автокореляційного приймача немає спеціального генератора опорних коливань (рис. 3.3, б), але є лінія затримки ЛЗ, що здійснює затримку прийнятого сигналу на час τ . Затримане коливання $x(t-\tau)$ використовується як опорне.

У випадку автокореляційного приймання виконується інтегральна операція

$$y = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t-\tau) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [s(t) + \omega(t)][s(t-\tau) + \omega(t-\tau)] dt. \tag{3.20}$$

Розкривши дужки і взявши $\tau \ll T$, дістанемо

$$\begin{aligned}
y &= \frac{1}{T} \int_0^T s(t) s(t-\tau) dt + \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \omega(t-\tau) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \omega(t) s(t-\tau) dt + \\
&+ \frac{1}{T} \int_0^T \omega(t) \omega(t-\tau) dt = B_{ss}(\tau) + B_{s\omega}(\tau) + B_{\omega s}(\tau) + B_{\omega\omega}(\tau) = b + \xi,
\end{aligned} \tag{3.21}$$

де $b = B_{ss}(\tau) = P_c \rho_s(\tau)$; $\xi = B_{s\omega}(\tau) + B_{\omega s}(\tau) + B_{\omega\omega}(\tau)$.

Далі можна показати, що відношення сигнал–завада на виході автокореляційного приймача при малому рівні завод ($q_{\text{вх}} \gg 1$) приблизно таке ж саме, як і на виході кореляційного приймача. Якщо рівень завод великий ($q_{\text{вх}} \ll 1$), то автокореляційний приймач за заводостійкістю наближається до приймача з квадратичним детектором. Менша заводостійкість автокореляційного приймача в

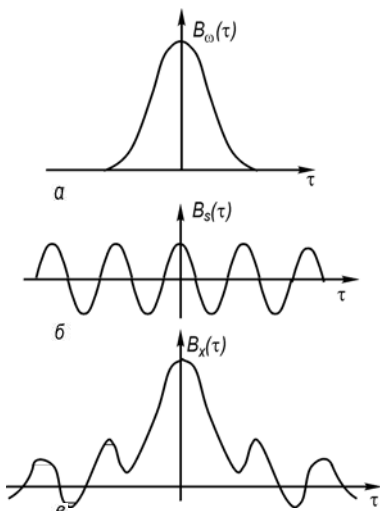


Рис. 3.4. Кореляційні функції сигналу та завади

порівнянні з кореляційним при будь-яких значеннях $q_{вх}$ обумовлена наявністю завади в тракці опорної напруги. Автокореляційне приймання можливе і тоді, коли відсутні відомості не тільки про фазу сигналу, але й про частоту, оскільки опорне коливання породжується самим сигналом, що приймається, а не створюється спеціальним генератором у місці приймання.

Для прикладу розглянемо автокореляційне приймання періодичного сигналу за наявності адитивної флуктуаційної завади. Нехай $s(t)$ – періодичний сигнал, а $\omega(t)$ – завада, яку вважатимемо ергодичним процесом. Сумарне коливання сигналу та завади на вході приймача $x(t) = s(t) + \omega(t)$. Визначимо функцію кореляції цього коливання:

$$B_x(\tau) = M \{ [s(t) + \omega(t)][s(t + \tau) + \omega(t + \tau)] \} = B_s(\tau) + B_{s\omega}(\tau) + B_{\omega s}(\tau) + B_\omega(\tau).$$

Оскільки сигнал і заваду можна вважати незалежними, то їх взаємкореляційні функції $B_{s\omega}$ і $B_{\omega s}$ перетворюються в нуль; тому

$$B_x(\tau) = B_s(\tau) + B_\omega(\tau).$$

Функція автокореляції завади B_ω як ергодичного процесу спадає зі зростанням аргументу τ (рис. 3.4, а), а функція автокореляції періодичного сигналу – це періодична функція з періодом сигналу (рис. 3.4, б). Функція кореляції прийнятого сигналу є сумою цих двох функцій (рис. 3.4, в). Отже, при досить великому τ можна одержати періодичну криву, що відповідає переданому сигналу $s(t)$, тобто виділити сигнал із шуму. Величина τ , яка дозволяє знехтувати $B_\omega(\tau)$, залежить від інтервалу кореляції завади та відношення сигнал–завада. Очевидно, чим більшим є рівень завад, тим більшим має бути час затримки.

3.5. КОГЕРЕНТНЕ ТА НЕКОГЕРЕНТНЕ ПРИЙМАННЯ

Функціональна схема когерентного приймання сигналу наведена на рис. 3.5. Вона складається з перемножника MPL , генератора опорної напруги Γ і фільтра нижніх частот $\Phi НЧ$. Опорне коливання $s_0(t)$ при когерентному прийманні є точною копією переданого сигналу $s(t)$.

Якщо сигналом $s(t)$ є коливання з відомими частотою і фазою, то в приймачі використовується *синхронний детектор*, у якому опорні коливання синхронні з коливанням несучої частоти. Фільтр нижніх частот виконує роль інтегратора, він виділяє на виході напругу, яка практично збігається з обвідною вхідного (високочастотного) сигналу.

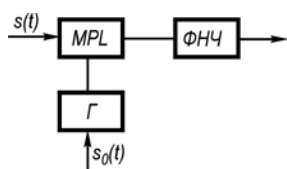


Рис. 3.5.

Структурна схема когерентного приймача коливання [27]:

При некогерентному прийманні апріорні відомості про початкову фазу прийнятого сигналу не враховуються, тому в схемі приймача можна застосувати не синхронний, а *амплітудний детектор*.

Нехай на приймач надходять регулярний сигнал

$$s(t) = A_0 \cos \omega_0 t, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.22)$$

і флуктуаційна завада $\omega(t)$. Заваду з симетричним щодо частоти сигналу спектром можна записати у вигляді квазігармонічного

$$\begin{aligned} \omega(t) &= U_1 \cos \omega_0 t + U_2 \sin \omega_0 t = \\ &= U \cos [\omega_0 t + \varphi(t)], \end{aligned} \quad (3.23)$$

де U_1 і U_2 – випадкові незалежні величини, що мають нормальний розподіл імовірностей із середнім значенням, рівним нулю, і дисперсією $\sigma_3^2 = \overline{U_1^2(t)} = \overline{U_2^2(t)} = N_0 F$, де N_0 – спектральна щільність завади, F – ефективна ширина спектра завади. Сумарне коливання сигналу і завади

$$x(t) = s(t) + \omega(t) = (A_0 + U_1) \cos \omega_0 t + U_2 \sin \omega_0 t. \quad (3.24)$$

Відповідно до виразу (3.24) завада має дві складові – синусну і косинусну, що знаходяться в квадратурі.

При когерентному прийманні детектор виділяє сигнал і синфазну складову завади U_1 . Квадратурна складова завади U_2 при цьому цілком виключається. Помилки когерентного приймання обумовлені флуктуаціями амплітуди завади U_1 , що має нормальний розподіл імовірностей:

$$P(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_3} e^{-\omega^2/(2\sigma_3^2)}. \quad (3.25)$$

При некогерентному прийманні детектор реагує на обидві складові завади (U_1 та U_2), виділяючи обидну сумарного коливання сигналу і завади x . Помилки в цьому випадку обумовлені флуктуаціями обвідної U сумарного коливання $x(t)$, що розподілена за узагальненим законом Релея:

$$P(U) = \frac{U}{\sigma_3^2} I_0 \left(\frac{AU}{\sigma_3^2} \right) e^{-\frac{U^2+A^2}{2\sigma_3^2}}, \quad (3.26)$$

де $I_0(x)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку; σ_3^2 – дисперсія завади.

Розподіл (3.26) називається *узагальненим розподілом Релея* (або *розподілом Райса*). При $A=0$ розподіл (3.26) перетворюється в звичайний розподіл Релея.

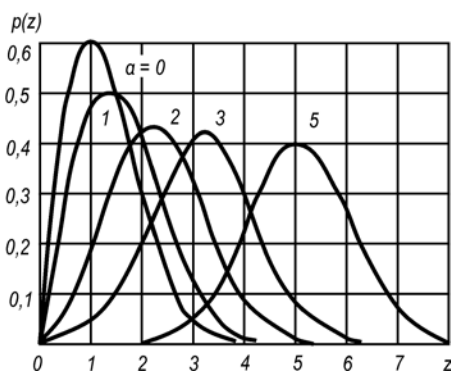


Рис. 3.6. Узагальнений розподіл Релея

Взявши $z = U/\sigma_3$ і $a = A/\sigma_3$, розподіл Релея можна записати в такому вигляді [9]:

$$p(z) = z e^{-\frac{a^2+z^2}{2}} I_0(az).$$

На рис. 3.6 зображені графіки цього розподілу для різних значень $a = A/\sigma_3 = \sqrt{2P_c/P_3}$, де $P_c = A^2/2$ – потужність сигналу; $P_3 = \sigma_3^2$ – потужність завади.

Щільність імовірності фази сумарного коливання

$$P(\varphi) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{A^2}{2\sigma_3^2}} + \frac{1}{2} \frac{A \cos \varphi}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}} \left[1 + \left(\frac{A \cos \varphi}{2\sigma_3^2} \right) \right] e^{-\frac{A^2 \sin^2 \varphi}{2\sigma_3^2}}$$

де $\Phi(x)$ – функція Крампа.

Для некогерентного приймання використовуються різні типи детекторів, які класифікують за видом їхніх характеристик: лінійні, квадратичні тощо.

Розглянемо вплив синусоїдального сигналу й вузькосмугового нормального шуму на амплітудний детектор і визначимо відношення сигнал–завада на його виході. Ця задача розв’язується за допомогою добре розробленого кореляційного методу, який є досить загальним і зводиться до наступного. За заданою характеристикою детектора $y = f(x)$ визначається середнє значення y (струму або напруги):

$$\overline{y(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(s + \omega) p(\omega) d\omega. \quad (3.29)$$

Для одержання сталої складової вхідного коливання необхідно $\overline{y(t)}$ усереднити ще за часом:

$$y_0 = \overline{y(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(s + \omega) p(\omega) d\omega. \quad (3.30)$$

Флуктуаційна складова на виході детектора визначається різницею $y - \overline{y} = \xi$, а регулярна змінна складова $b = \overline{y} - y_0$. Під сигналом звичайно розуміють або низькочастотну складову b , або приріст постійної складової при подаванні на вхід сигналу. Таким чином, коливання на виході детектора можна зобразити у вигляді суми

$$y = y_0 + b + \xi. \quad (3.31)$$

Перший доданок є сталою складовою, другий – регулярною складовою (сигнал) і третій – завадою на виході детектора. Наскільки потужність сигналу більша за потужність завади, можна визначити відношенням b^2 до дисперсії завади $D\xi$:

$$q_{\text{вих}} = \frac{b^2}{D\xi}. \quad (3.32)$$

Нехай характеристика детектора є квадратичною: $y = x^2$. На детектор впливають сигнал (3.22) і завада (3.23). Тоді коливання на виході детектора

$$\begin{aligned} y(t) &= [s(t) + \omega(t)]^2 = \{A_0 \cos \omega_0 t + U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]\}^2 = \\ &= \frac{A_0^2}{2} + \frac{U^2(t)}{2} + A_0 U(t) \cos \varphi(t) + \omega_{\text{вч}}(t) = b + \xi. \end{aligned}$$

Високочастотні складові $y_{\text{вч}}$ відфільтровуються, а тому можуть не братися до уваги. На виході фільтра нижніх частот

$$y_{\text{нч}}(t) = \frac{A_0^2}{2} + \frac{U^2(t)}{2} + U(t) A_0 \cos \varphi(t) = b + \xi. \quad (3.33)$$

Перший доданок $b = \frac{A_0^2}{2}$ визначає сигнал, другий і третій $\xi = \frac{U^2(t)}{2} + U(t) A_0 \cos \varphi$ – заваду на виході. Визначимо дисперсію шуму на виході детектора:

$$D\xi = (\xi - \overline{\xi})^2 = \sigma_3^4 + A_0^2 \sigma_3^2. \quad (3.34)$$

Тут враховано, що $\overline{U^2(t)} = 2\sigma_3^2$ і $\overline{U(t) \cos \varphi(t)} = 0$. Відношення сигнал–завада на виході квадратичного детектора

$$q_{\text{вих}} = \frac{b^2}{D\xi} = \frac{A_0^4}{4(\sigma_3^4 + A_0^2 \sigma_3^2)} = \frac{q_{\text{вх}}^2}{1 - 2q_{\text{вх}}}, \quad (3.35)$$

де $q_{\text{вх}} = \frac{A_0^2}{2\sigma_3^2}$ – відношення сигнал–завада на вході детектора.

При $q_{\text{вх}} \gg 1$ маємо

$$q_{\text{вих}} \approx \frac{1}{2} q_{\text{вх}}, \quad (3.36)$$

а при значеннях $q_{\text{вх}} \ll 1$

$$q_{\text{вих}} \approx q_{\text{вх}}^2. \quad (3.37)$$

Оскільки остання залежність є квадратичною, то зі зменшенням $q_{\text{вх}}$ значення $q_{\text{вих}}$ різко зменшується, отже, слабкий сигнал придушується завадою. Так, при $q_{\text{вх}} = 0,1$ маємо $q_{\text{вих}} \approx 0,01$, тобто придушення в десять разів.

Аналогічно розв'язується задача для лінійного й інших типів детекторів. Не зупиняючись на їхньому аналізі, відзначимо, що при слабких сигналах будь-який амплітудний детектор (крім синхронного) є квадратичним.

При когерентному (синхронному) детектуванні опорне коливання $s_0(t)$ вибираємо подібним до очікуваного сигналу:

$$s_0(t) = B_0 \cos \omega_0 t. \quad (3.38)$$

На виході детектора одержуємо добуток двох коливань:

$$y(t) = x(t)s_0(t) = [s(t) + \omega(t)]s_0(t).$$

Відповідно до (3.22), (3.23) і (3.38) маємо

$$\begin{aligned} y(t) &= A_0 \cos \omega_0 t + U \cos(\omega_0 t + \varphi) B_0 \cos \omega_0 t = \\ &= A_0 B_0 \cos^2 \omega_0 t + A_0 U \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{A_0 B_0}{2} + \frac{1}{2} A_0 B_0 \cos 2\omega_0(t) + \frac{B_0 U}{2} \cos(2\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} B_0 U \cos \varphi. \end{aligned}$$

Звідси

$$y_{\text{нч}}(t) = \frac{A_0 B_0}{2} + \frac{1}{2} B_0 U \cos \varphi = b + \xi, \quad (3.39)$$

де $b = \frac{A_0 B_0}{2}$; $\xi = \frac{1}{2} B_0 U \cos \varphi$.

Дисперсія шуму на виході

$$D\xi = \frac{1}{4} \overline{B_0^2 U^2 \cos^2 \varphi} = \frac{1}{8} B_0^2 \overline{U^2} = \frac{1}{4} B_0^2 \sigma^2. \quad (3.40)$$

Перевищення сигналу над завадою на виході синхронного детектора

$$q_{\text{вих}} = \frac{b^2}{D\xi} = \frac{A_0^2}{\sigma^2} = 2q_{\text{вх}}. \quad (3.41)$$

Отримане співвідношення показує, що при когерентному детектуванні відношення сигнал–завада на виході лінійно залежить від відношення сигнал–завада на вході. Явище придушення сигналу завадою відсутнє. Лінійні властивості когерентного приймача визначають його високі показники завадостійкості. Переваги когерентного детектора в порівнянні з амплітудним особливо помітні при малих значеннях $q_{\text{вх}}$.

Так, якщо $q_{\text{вх}} = 0,1$, то при квадратичному детектуванні $q_{\text{вих}} = 0,01$, а при синхронному $q_{\text{вих}} = 0,2$.

Хоча наведене вище стосується гармонічного сигналу, отримані висновки можуть бути цілком поширені і на модульовані (маніпульовані) сигнали.

3.6. ПРИЙМАННЯ НА ПОГОДЖЕНИЙ ФІЛЬТР

Існує великий клас задач, у яких потрібно знайти сигнал за його відомою формою. До їхнього числа належать задачі приймання телеграфних сигналів, сигналів при імпульсно-кодовій модуляції, радіолокаційних сигналів. У цих випадках важливим параметром, що характеризує якість виявлення, є відношення сигнал–завада. Лінійний фільтр, який максимізує це відношення, називається *оптимальним погодженим фільтром*.

Нехай на вході фільтра діє сума сигналу $s(t)$ і завади $\omega(t)$, тобто коливання $x(t) = s(t) + \omega(t)$. Корисний сигнал $s(t)$ розглядається не як випадковий процес, а як функція відомої форми; завада має спектральну щільність $G_3(\omega) = \frac{1}{2} N_0$.

Коефіцієнт передачі лінійного фільтра запишемо так:

$$K(i\omega) = K(\omega)e^{i\Psi(\omega)}. \quad (3.42)$$

Сигнал на виході фільтра дорівнює сумі корисного сигналу $y_c(t)$ і завади $y_3(t)$:

$$y(t) = y_{c3}(t) + y(t).$$

Корисний сигнал на виході можна записати так:

$$y_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega)K(i\omega)e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)K(\omega)e^{i[\varphi(\omega)+\Psi(\omega)+\omega t]} d\omega,$$

де $S(i\omega)$ – спектральна щільність вхідного сигналу.

Пікова потужність сигналу в деякий момент t_0 дорівнюватиме

$$P_{c.п} = |y_c(t_0)|^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega)K(i\omega)e^{i\omega t_0} d\omega \right|^2,$$

а потужність завади

$$P_3 = \frac{N_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K^2(\omega) d\omega.$$

Тоді відношення сигнал–завада в момент часу t_0

$$q = \frac{P_{c.п}}{P_3} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega)K(i\omega)e^{i\omega t_0} d\omega \right|^2}{\pi N_0 \int_{-\infty}^{\infty} K^2(\omega) d\omega}. \quad (3.43)$$

Необхідно визначити, яким має бути коефіцієнт передачі фільтра, щоб відношення сигнал–завада q на його виході було максимальним. На підставі нерівності Буняковського–Шварца [9]

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)f_2(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |f_2(x)|^2 dx \quad (3.44)$$

одержуємо

$$q \leq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |S(i\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |K(i\omega)|^2 d\omega}{\pi N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |K(i\omega)|^2 d\omega} = \frac{1}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(i\omega)|^2 d\omega. \quad (3.45)$$

Отже, при будь-якій характеристиці фільтра $K(i\omega)$ максимальне відношення сигнал–завада

$$q_{\max} = \frac{1}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(i\omega)|^2 d\omega = \frac{2E}{N_0}, \quad (3.46)$$

де E – повна енергія сигналу.

Величина q_{\max} досягається в тому випадку, коли коефіцієнт передачі фільтра

$$K(i\omega) = cS(-i\omega)e^{-i\omega t_0} = cS(\omega)e^{-i[\omega t_0 + \varphi(\omega)]}, \quad (3.47)$$

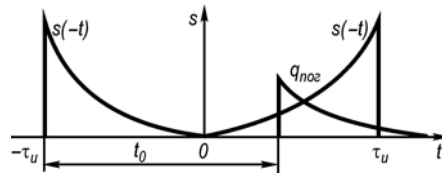


Рис. 3.7. Побудова імпульсної характеристики погодженого фільтра

де $S(-i\omega) = S(\omega)e^{-i\varphi(\omega)}$ – функція, комплексно-спряжена зі спектром сигналу $S(i\omega)$; c – довільна стала.

Вираз (3.47) можна записати у вигляді двох рівностей:

$$K(i\omega) = cS(\omega), \quad \varphi(\omega) = -[\varphi(\omega) + \omega t_0], \quad (3.48)$$

з яких випливає, що амплітудно-частотна характеристика погодженого фільтра з точністю до постійного множника збігається з амплітудним спектром сигналу, а фазочастотна характеристика визначається фазовим спектром сигналу $\varphi(\omega)$ і лінійною функцією частоти ωt_0 . Таким чином, частотна характеристика оптимального фільтра цілком визначається спектром сигналу, тобто “погоджена” з ним. Звідси й назва – *погоджений фільтр*.

Фаза сигналу на виході погодженого фільтра дорівнює

$$\theta(t) = \omega t + \varphi(\omega) + \psi(\omega) = \omega t + \varphi(\omega) - \varphi(\omega) - \omega t_0 = \omega(t - t_0). \quad (3.49)$$

При $t = t_0$ $\theta = 0$, тобто в момент t_0 усі гармонічні складові сигналу мають однакову фазу і складаються арифметично, утворюючи в цей момент пік сигналу на виході фільтра. Спектральні ж складові завади на виході фільтра мають випадкову фазу. Цим і пояснюється те, що погоджений фільтр максимізує відношення сигнал–завада на виході.

Імпульсний відклик погодженого фільтра легко визначається на підставі перетворення Фур’є. Згідно з (6.47) маємо

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(i\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{c}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(-i\omega) e^{-i\omega(t_0-t)} d\omega = \\ &= \frac{c}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega) e^{i\omega(t_0-t)} d\omega = cs(t - t_0). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Отже, імпульсним відкликом погодженого фільтра є дзеркальне відображення сигналу відносно t_0 в масштабі “ c ” (рис. 3.7). Значення t_0 не може бути менше моменту закінчення сигналу T . Це означає, що для практично реалізованого фільтра має виконуватися умова $t_0 \geq T$. Для зменшення часу аналізу доцільно взяти $t_0 = T$.

Погоджений фільтр як корелятор. Нехай $u_{\text{вх}}(t)$ – деякий вхідний сигнал, який у загальному випадку не збігається з сигналом $s(t)$ і стосовно якого розглянутий лінійний фільтр є погодженим. Відгук фільтра на даний вхідний вплив

$$\begin{aligned} u_{\text{вх}}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) q_{\text{пор}}(t - \tau) d\tau = k \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) s[t - (t - \tau)] d\tau = \\ &= k \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) s[\tau - (t - t_0)] d\tau. \end{aligned} \quad (3.51)$$

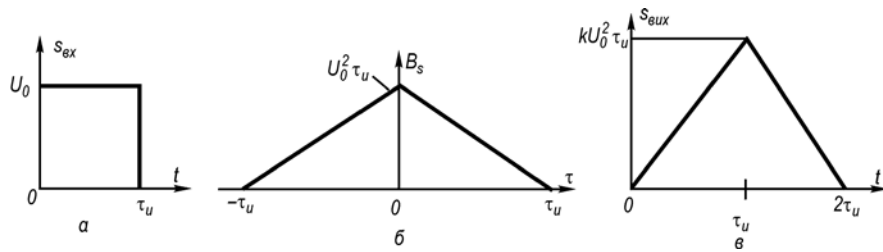


Рис. 3.8. Побудова сигналу на виході фільтра, погодженого з прямокутним відеоімпульсом:

a – сигнал на вході; *б* – його автокореляційна функція; *в* – сигнал на виході, коли максимум вихідного коливання досягається в момент закінчення імпульсу на вході

Останній інтеграл у (3.51) являє собою взаємокореляційну функцію сигналів $u_{\text{вх}}(t)$ і $s(t)$, тобто

$$u_{\text{вх}}(t) = kB_{us}(t - t_0).$$

У момент часу t_0 миттєве значення вихідного сигналу з точністю до коефіцієнта пропорційності дорівнює скалярному добутку обох сигналів:

$$u_{\text{вх}}(t) = k \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) s(\tau) d\tau. \quad (3.52)$$

Припустимо тепер, що $u_{\text{вх}} = s(t)$, тобто на вході фільтра присутній сигнал, стосовно якого цей фільтр погоджений. З формули (6.51) випливає, що в цьому випадку

$$s_{\text{вх}}(t) = kB_s(t - \tau_0),$$

тобто вихідний сигнал пропорційний автокореляційній функції вхідного сигналу. Як приклад на рис. 6.8 зображена побудова сигналу на виході конкретного погодженого фільтра.

Погоджений фільтр для прямокутного відеоімпульсу. Розглянемо імпульсний сигнал $s(t)$, що є відеоімпульсом прямокутної форми з відомою тривалістю τ_u і довільною амплітудою U_0 . Щоб знайти структуру фільтра, погодженого з таким сигналом, використовуємо спектральний метод. Насамперед обчислимо спектральну щільність корисного сигналу:

$$s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = U_0 \int_0^{\tau_u} e^{-j\omega t} dt = \frac{U_0}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \tau_u}). \quad (3.53)$$

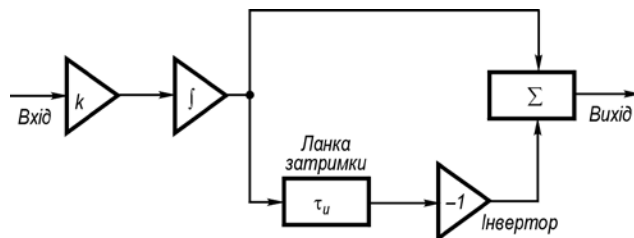


Рис. 3.9. Структурна схема погодженого фільтра для прямокутного відеоімпульсу

Звідси знаходимо частотний коефіцієнт передачі погодженого фільтра, взявши для конкретизації $t_0 = \tau_u$, тобто максимальність відклику фільтра в момент закінчення імпульсу:

$$K_{\text{пор}}(j\omega) = k \frac{1 - e^{-j\omega \tau_u}}{-j\omega} e^{-j\omega \tau_u} = \frac{k}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \tau_u}). \quad (3.54)$$

Отриманий результат дозволяє синтезувати погоджений фільтр. Дійсно, відповідно до (3.54) такий фільтр має бути каскадним з'єднанням трьох лінійних ланок: а) масштабного підсилувача з коефіцієнтом підсилення k ; б) ідеального інтегратора; в) пристрою з коефіцієнтом передачі $K'(j\omega) = 1 - \exp(-j\omega\tau_u)$. Останній пристрій реалізується за допомогою ланки затримки сигналу на час τ_u , інвертора, що змінює знак сигналу, і суматора. Структурна схема фільтра зображена на рис. 3.9.

Погоджений фільтр для пачки однакових відеоімпульсів. У радіолокації часто, прагнучи збільшити енергію корисного сигналу, обробляють імпульси окремими пачками. Припустимо, що на виході амплітудного детектора приймача є пачка з N однакових відеоімпульсів тривалістю τ_u кожний; інтервал між імпульсами дорівнює T . Якщо $S_0(\omega)$ – спектральна щільність окремого імпульсу, то спектральна щільність пачки імпульсів

$$S_n(\omega) = S_0(\omega) \left[1 + e^{-j\omega T} + e^{-j2\omega T} + \dots + e^{-j(N-1)\omega T} \right]. \quad (3.55)$$

Синтезуючи структуру погодженого фільтра для пачки імпульсів, поставимо вимогу, щоб максимальний відклик виникав у момент закінчення останнього імпульсу пачки, тобто $t_0 = (N-1)T + \tau_u$. Знаходимо частотний коефіцієнт передачі погодженого фільтра:

$$\begin{aligned} K_{\text{пог}}(j\omega) &= kS_0^*(\omega) e^{-j\omega\tau} \left[1 + e^{j\omega T} + e^{j2\omega T} + \dots + e^{j(N-1)\omega T} \right] e^{j(N-1)\omega T} = \\ &= K_{0\text{пог}}(j\omega) \left[1 + e^{-j\omega T} + e^{-j2\omega T} + \dots + e^{-j(N-1)\omega T} \right], \end{aligned} \quad (3.56)$$

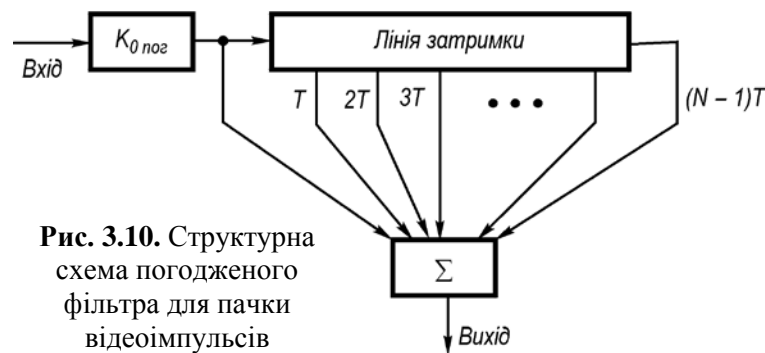


Рис. 3.10. Структурна схема погодженого фільтра для пачки відеоімпульсів

де $K_{0\text{пог}}(j\omega)$ – коефіцієнт передачі погодженого фільтра для одиночного відеоімпульсу.

Формула (3.56) безпосередньо визначає структурну схему погодженого фільтра, зображену на рис. 3.10. На вході розміщений погоджений фільтр для одиночного відеоімпульсу. Основою пристрою служить багатовідвідна лінія затримки, що забезпечує запізнювання сигналів на відрізок часу $T, 2T, \dots, (N-1)T$. Сигнали з усіх відводів надходять у суматор. Максимальний відклик на виході суматора спостерігатиметься тоді, коли корисні сигнали від всіх імпульсів пачки одночасно з'являться на всіх його входах. Ефективність роботи пристрою тим вища, чим довша пачка.

Практично пристрої для виявлення радіолокаційних сигналів містять також спеціальний нелінійний граничний елемент, вхід якого з'єднаний з виходом суматора погодженого фільтра. Рівень порога дещо перевищує середньоквадратичне значення шуму за відсутності корисного сигналу.

Якщо сплеск вихідного сигналу фільтра досягає граничного рівня, на пристрій індикації надходить керуючий сигнал, який свідчить про наявність імпульсу, відбитого від цілі.

Погоджений фільтр для прямокутного радіоімпульсу. Нехай сигнал являє собою радіоімпульс вигляду

$$s(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0, & t < \\ b \sin \omega_0 t & , & \leq t \leq \tau_u \\ 0 & \text{при } & t > \tau_u \end{cases} \quad (3.57)$$

Синтезуємо погоджений фільтр для такого сигналу, використовуючи відомості про імпульсну характеристику фільтра.

Як було показано, імпульсна характеристика погодженого фільтра $q_{\text{пог}}(t) = ks(t_0 - t)$. Візьмемо $t_0 = \tau_u$ і вважатимемо для простоти, що тривалість імпульсу є кратною періоду високочастотного заповнення: $\sin \omega_0 \tau_u = 0$.

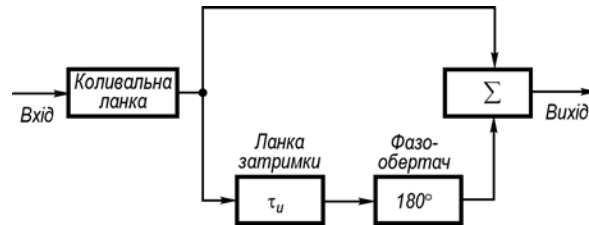


Рис. 3.11. Структурна схема погодженого фільтра для прямокутного радіоімпульсу

Тоді

$$q_{\text{пог}}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0, & t < \\ b \sin \omega_0 t & , & \leq t \leq \tau_u \\ 0 & \text{при } & t > \tau_u \end{cases} \quad (3.58)$$

тобто імпульсна характеристика погодженого фільтра з точністю до амплітудного множника повторює вхідний сигнал.

Таку імпульсну характеристику можна наближено реалізувати за допомогою системи, структурна схема якої наведена на рис. 3.11. На вході фільтра розміщується коливальна ланка (наприклад, високоякісний коливальний контур) з імпульсною характеристикою

$$q_{\text{пог}}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0, & t < \\ b \sin \omega_0 t & , & \leq t \leq \tau_u \\ 0 & \text{при } & t > \tau_u \end{cases}$$

де b – стала величина.

Для того щоб імпульсна характеристика погодженого фільтра дорівнювала нулю при $t > \tau_u$, передбачені суматор і фазообертач. На один із входів суматора сигнал з виходу коливальної ланки подається безпосередньо, а на іншій – через ланку затримки на τ_u секунд. Фазообертач змінює фазу сигналу на 180° . У разі такого вмикання елементів, починаючи з моменту часу $t = \tau_u$, до входів суматора прикладені два гармонічні коливання з однаковими амплітудами і протилежними фазами, що перетворює в нуль сигнал на виході суматора.

Погоджений фільтр для сигналу Баркера. Достоїнство сигналів Баркера – високе значення головної пелюстки автокореляційної функції і гранично низький рівень бічних пелюсток.

На рис. 3.12 зображена структурна схема погодженого фільтра, призначеного для виявлення M -позиційного сигналу Баркера з фазовим кодуванням. Такий сигнал виглядає як послідовність відрізків гармонічних коливань з фазовими зсувами $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$, рівними 0 чи 180° .

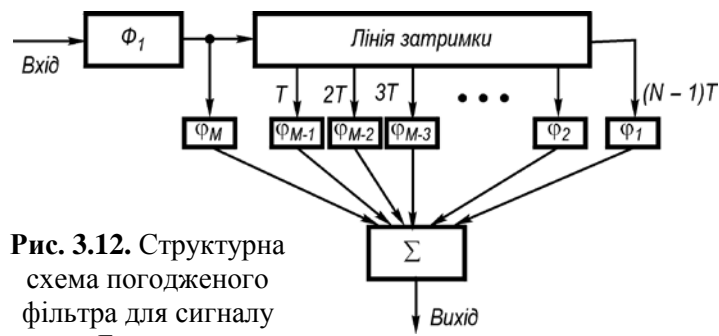


Рис. 3.12. Структурна схема погодженого фільтра для сигналу Баркера

При синтезі погодженого фільтра виходять з того, що його імпульсна характеристика має бути “дзеркальною” копією сигналу, котрий виділяють з оберненим у часі порядком проходження окремих позицій.

На вході пристрою є допоміжний фільтр Φ_1 , погоджений до однієї позиції складного фазоманіпульованого сигналу, тобто до прямокутного радіоімпульсу. На виході фільтра під впливом вхідного дельта-імпульсу виникає радіоімпульс із обвідної прямокутної форми. Цей імпульс подається на лінію затримки з відводами, яка являє собою хвильову (розподілену) систему. Затримка в часі між відводами дорівнює тривалості T кожної позиції сигналу.

Для правильного функціонування пристрою необхідно, щоб послідовність фазових зсувів $\Phi_M, \Phi_{M-1}, \dots, \Phi_1$ відповідала значенням фаз в окремих позиціях сигналу Баркера, рахуючи від кінця сигналу до початку.

Прямокутний радіоімпульс, який переміщається вздовж лінії затримки, по черзі збуджує входи суматора, на виході якого виникає “дзеркальна” копія сигналу, що виділяється.

Контрольні запитання для самооцінки рівня знань

1. Які основні задачі виникають при прийманні сигналів?
2. У чому полягає процес приймання сигналів із накопиченням?
3. Які різновиди методу накопичення Ви знаєте?
4. У чому полягає суть кореляційного приймання сигналів?
5. Чим автокореляційний метод приймання сигналів відрізняється від кореляційного, а когерентний – від некогерентного?
6. Як змінюється відношення сигнал–завада на виході детектора при різних значеннях відношення сигнал–завада на вході?
7. Який фільтр називається погодженим?
8. Яке максимальне відношення сигнал–завада на виході погодженого фільтра?
9. Нарисуйте структурні схеми погодженого фільтра для одиночного відеоімпульсу та для прямокутного радіоімпульсу.
10. Нарисуйте структурну схему погодженого фільтра для сигналу Баркера.

Післямова до розділу 3

Ви завершили вивчення загальних відомостей про теорію електричних сигналів, але це є незначною частиною у підготовці інженера телекомунікацій. Інтерес до сигналів як носіїв інформації, які використовують у інформаційних системах і в системах передавання інформації, буде висвітлено в навчальних посібниках **Беркман Л.Н., Комарова Л.О., Чумак О.І. «Основні**

поняття та теореми теорії інформації.»; Варфоломесєва О.Г., Твердохліб М.Г., Чумак Н.С. «Основи теорії потенційної завадостійкості.».

У наступному семестрі Ви продовжите свою роботу над опрацюванням тем. Ви познайомитесь з особливостями і властивостями джерел інформації.

Запитання, на які студент повинен знати відповіді та розуміти поняття, перш ніж вивчати матеріал наступного функціонального модуля:

Яка відмінність між характеристикою і параметром?

Яка відмінність між умовними і безумовними ймовірностями?

Інформація – це відомості про предмети, події, явища об’єктивної дійсності.

Інформаційні повідомлення, або просто повідомлення – це символи, знаки, процеси, що відображають у тій чи іншій формі інформацію, яка не є відомою одержувачу.

Джерела повідомлень – людина, тварина, птах, різні предмети і явища об’єктивної дійсності.

Ентропія – (від грец. поворот, зміна, перетворення) у теорії інформації – міра невизначеності ситуації; у матем. - міра невизначеності випадкової функції.

Семантика – вивчає проблеми смислу, значення та тлумачення знаків і знакових виразів, окреслених предметною (екзистенціальною) та понятійною (інтенціональною) сферами.

ЗАДАЧІ

ЗАДАЧА №1

Зобразити часові функції АМ, ЧМ, ФМ, ВФМ сигналів, що відповідають кодовій комбінації у двійковому вигляді, яка отримана таким чином:

$$K=N*F*I,$$

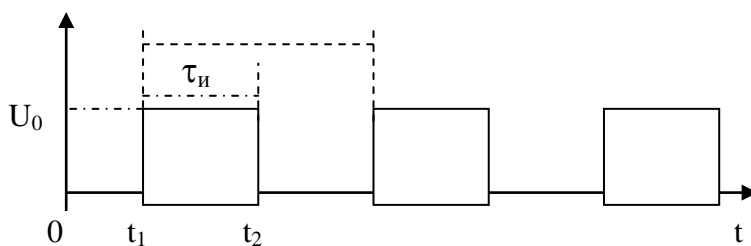
де N=№ варіанта вашого завдання;

F= кількість букв у Вашому прізвищі;

I= кількість букв у Вашому повному імені.

ЗАДАЧА №2

Побудувати амплітудний спектр сигналу періодичної послідовності прямокутних імпульсів за даними таблиці:



№ варі-анта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U_0 (В)	1	2	2,4	2,2	1,6	1,8	3	2,8	3,2	3,4
τ_i (мс)	0,5	0,2	0,6	0,5	1	0,8	0,4	1,2	1	1,5
T(мс)	1	1	2,4	2	3	1,6	1,2	3,6	4	3

ЗАДАЧА № 3

Дано два сигнали: прямокутний імпульс $U(t)=U_0 [1(t)-1(t-\tau_i)]$ і експоненційний $V(t)= U_0 e^{-at}*1(t)$. Визначити відстань між сигналами.

ЗАДАЧА № 4

Побудувати амплітудний спектр прямокутного імпульсу $U(t)$.

Дано: U_0 , τ_n і аналітичний вираз імпульсу $U(t)$.

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U(t)=$	$U_0 [1(t)-1(t-\tau_n)]$				$U_0 [1(t+\tau_n/2)-1(t-\tau_n/2)]$			$U_0 [1(t+\tau_n)-1(t-\tau_n)]$		
$U_0(\text{В})$	1	2	2,4	2,8	3	3,4	3,6	1,8	1,5	3,2
$\tau_i(\text{мс})$	0,5	0,2	0,6	0,5	1	0,8	0,4	1,2	1	1,5

Для побудови спектральної діаграми вибрати довільно 3 значення частоти у кожній пелюстці амплітудного спектра та обчислити для них значення спектральної щільності амплітуд. Спектр обмежити 3-м нулем обвідної.

ЗАДАЧА № 5

Обчислити енергію та норму ISI сигналу $s(t)$, який є прямокутний імпульс напруги з амплітудою U_0 і тривалістю τ_n .

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_0(\text{В})$	1	2	2,4	2,8	3	3,4	3,5	3,7	5,5	3,2
$\tau_i(\text{мс})$	0,5	5,8	1,7	0,5	2,9	0,8	0,4	1,2	1	1,5

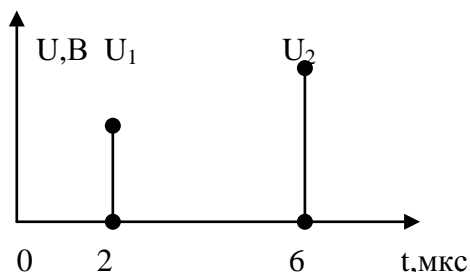
ЗАДАЧА № 6

Визначити потужність несучого коливання за період для АМ сигналу.

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$U_0(\text{В})$	1	2	7	10	3	3,7	3,5	3,9	5,5	7,3

ЗАДАЧА № 7

Сигнал з обмеженим спектром представлено двома відліками. Знайти верхню частоту в спектрі цього сигналу. Знайти миттєве значення сигналу у момент часу t_0 .



№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_0(\text{мкс})$	5	4	17	10	13	25	11	3	7	13
$U_1(\text{мВ})$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$U_2(\text{мВ})$	35	34	37	31	33	38	39	37	34	33

ЗАДАЧА № 8

Миттєва частота коливання з кутовою модуляцією змінюється за законом:

$$\omega(t) = 2\pi f_0(1 + 0,01 \cos 2\pi f_1 t), \text{ Рад/с.}$$

Знайти аналітичний вираз цього коливання, якщо його амплітуда дорівнює U.

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U(B)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
f ₀ (Гц)	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁷	10	10 ⁸	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸
f ₁ (Гц)	10 ⁴	10 ³	10 ⁴	2*10 ³	4*10 ³	5*10 ²	8*10 ³	8*10 ⁴	4*10 ²	5*10 ⁴

ЗАДАЧА № 9

Визначити миттєве значення частоти коливання:

$$U(t) = U_0 \cos(10^6 t + 2 \sin 10^5 t + \sin 3 \cdot 10^5 t)$$

в момент часу t₀

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
t ₀ (мкс)	20,9	12,7	30,5	17,9	14,9	25,9	27,9	32,9	33,7	35,8
U ₀ (мВ)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

ЗАДАЧА №10

АМ сигнал описується виразом:

$$U(t) = U_0 [1 + M_1 \cos(\Omega_1 t + \Phi_1) + M_2 \cos(\Omega_2 t + \Phi_2)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Побудувати спектральну та векторну діаграми.

№ варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U ₀ (В)	10	12	14	16	18	20	22	24	26	30
M ₁	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,25	0,15	0,16	0,14	0,22
Ω ₁	10 ⁴	2*10 ⁵	5*10 ⁶	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ⁶	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁷
Φ ₁	0°	30°	45°	60°	10°	30°	45°	60°	90°	30°
M ₂	0,5	0,5	0,6	0,7	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,6
Ω ₂	10 ³	4*10 ³	3*10 ³	10 ⁴	10 ³	10 ³	4*10 ⁴	10 ⁴	10 ²	7*10 ³
Φ ₂	15°	0°	30°	45°	0°	60°	45°	30°	20°	30°
ω ₀	10 ⁶	9*10 ⁶	10 ⁸	5*10 ⁸	10 ⁷	5*10 ⁷	5*10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸	10 ⁸
φ ₀	60°	45°	10°	30°	0°	40°	90°	110°	45°	45°

Список літератури, рекомендованої для поглибленого вивчення дисципліни

1. *Абакумов В. Г.* Электронные промышленные устройства: Учеб. пособие для вузов. – К.: Вища шк., 1998. – 376 с.
2. *Банкет В. Л., Дорофеев В. М.* Цифровые методы в спутниковой связи. – М.: Радио и связь, 1988. – 448 с.
3. *Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К.* Математика для економістів: Теорія ймовірностей та математична статистика. – К.: Нац. акад. управління, 1997. – 225 с.
4. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1998. – 448 с.
5. *Большаков И. А., Репин В. Г.* Вопросы нелинейной фильтрации // Автоматика и телемеханика. – 1961. – № 4. – С. 53–57.
6. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
7. *Варакин Л. Е.* Теория систем сигналов. – М.: Сов. радио, 1978. – 304 с.
8. *Варакин Л. Е.* Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. – 375 с.
9. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
10. *Витерби А. Д., Омура Д. К.* Принципы цифровой связи и кодирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 526 с.
11. *Волочий Б.Ю.* Передавання сигналів у інформаційних системах. Ч.1.: Нав. Посібник. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2005. -196 с.
12. *Джури Э.* Импульсные системы автоматического регулирования / Пер. с англ.; Под ред. Я. З. Цыпкина. – М.: Мир, 1963. – 453 с.
13. *Диксон Р. К.* Широкополосные системы / Пер. с англ.; Под ред. В. И. Жуковского. – М.: Связь, 1979. – 303 с.
14. *Зайцев Г. Ф., Стеклов В. К., Брицький О. І.* Теорія автоматичного управління. – К.: Техніка, 2002. – 688 с.
15. *Зюко А. Г.* Помехоустойчивость и эффективность систем связи. – М.: Связь, 1973. – 359 с.
16. *Зюко А. Г., Коробов Ю. Ф.* Теория передачи сигналов: Учеб. для вузов. – М.: Связь, 1972. – 282 с.
17. *Игнатов В. А.* Теория информации и передачи сигналов: Учеб. для вузов. – М.: Сов. радио, 1979. – 280 с.
18. *Кларк Дж., Кейн Дж.* Кодирование и исправление ошибок в системах цифровой связи / Пер. с англ.; Под ред. Б. С. Цибакова. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
19. *Кловский Д. Д.* Теория передачи сигналов. – М.: Связь, 1972. – 282 с.
20. *Кловский Д. Д.* Теория передачи сигналов в задачах. – М.: Связь, 1978. – 252 с.
21. *Кловский Д. Д., Шилкин В. А.* Теория электрической связи: Сб. задач и упражнений. – М.: Радио и связь, 1990. – 280 с.
22. *Коновалов Г. Ф.* Радиоавтоматика: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
23. *Котельников В. А.* Теория потенциальной помехоустойчивости. – Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 152 с.
24. *Маркюс Ж.* Дискретизация и квантование. – М.: Энергия, 1969. – 286 с.

26. Назаров М. В., Кувшинов Б. И., Попов О. В. Теория передачи сигналов. – М.: Связь, 1970. – 368 с.
27. Панфілов І. П., Дирда В. Ю., Канацін А. В. Теорія електричного зв'язку. – К.: Техніка, 1998. – 322 с.
28. Первачев С. В. Радиоавтоматика. – М.: Радио и связь, 1982. – 403 с.
29. Передача дискретных сообщений: Учеб. для вузов / В. П. Шувалов, Н. В. Захарченко, В. О. Шварцман и др.; Под ред. В. П. Шувалова. – М.: Радио и связь, 1990. – 464 с.
30. Поляков П. Ф. Широкополосные аналоговые системы связи со сложными сигналами. – М.: Радио и связь, 1981. – 153 с.
31. Пугачев В. С. Статистические методы в технической кибернетике. – М.: Сов. радио, 1971. – 192 с.
32. Радиоавтоматика: Учеб. для вузов / Г. Ф. Зайцев, Г. Н. Арсеньев и др. – М.: ООО “ДВК”, 2004. – Т. 1. – 523 с.
33. Системы фазовой синхронизации / С. Н. Скляренко, В. К. Стеклов, Р. В. Уваров, В. М. Чмиль. – К.: Техніка, 1994. – 160 с.
34. Скляренко С. М., Стеклов В. К., Беркман Л. Н. Поштовый зв'язок. – К.: Техніка, 2004. – 904 с.
35. Стратонович Р. Л. К теории оптимальной нелинейной фильтрации случайных функций // Теория вероятностей и ее применение. – 1959. – № 2. – С. 44–49.
36. Солодов А. В. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля. – М.: Наука, 1967. – 436 с.
37. Стилкер Дж. Цифровая спутниковая связь / Пер. с англ. В. В. Маркова. – М.: Связь, 1979. – 592 с.
38. Статистическая динамика радиотехнических следящих систем / С. В. Первачев, А. А. Валуев, В. М. Чиликин. – М.: Сов. радио, 1973. – 488 с.
39. Стеклов В. К., Беркман Л. Н. Проектування телекомунікаційних мереж. – К.: Техніка, 2002. – 792 с.
40. Стеклов В. К., Беркман Л. Н. Теорія електричного зв'язку. . – К.: Техніка, 2006. – 552 с.
41. Теория передачи сигналов: Учеб. для вузов / А. Г. Зюко, Д. Д. Кловский, М. В. Назаров, Л. М. Финк. – М.: Связь, 1986. – 304 с.
42. Теория электрической связи: Учеб. для вузов / А. Г. Зюко, Д. Д. Кловский, В. И. Коржик, М. В. Назаров. – М.: Радио и связь, 1998. – 432 с.
43. Тихонов В. И. Нелинейная фильтрация и квазиэлектронный характер фазовой автоподстройки частоты // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1965. – № 2. – С. 44–49.
44. Туркин А. И. Рекуррентный прием сложных сигналов (на основе метода вхождения и решения безостановочных экстремальных задач). – М.: Радио и связь, 1988. – 248 с.
45. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Сов. радио, 1970. – 727 с.
46. Філіпський Ю. К. Випадкові сигнали в радіотехніці. – К.: Вища шк., 1986. – 126 с.
47. Хлытчиев С. М., Тарасова Н. П., Лившиц В. М. Теоретические основы почтовой связи: Учеб. для вузов. – М.: Радио и связь, 1990. – 380 с.
48. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1967. – 448 с.
49. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / Пер. с англ.; Под ред. Н. А. Железнова. – М.: Мир, 1963. – 829 с.