

МІНІСТЕРСТВО ТРАНСПОРТУ ТА ЗВ'ЯЗКУ УКРАЇНИ
Державна адміністрація зв'язку
ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ ім. О.С. ПОПОВА

Кафедра управління проектами та системного аналізу

А.Ю. Щуровська, Л.В. Галан

СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ В ГАЛУЗІ ЗВ'ЯЗКУ

Навчальний посібник

Одеса 2011

УДК 311 : 621.39 (075)
ББК 60.6
Щ 98

Щуровська А.Ю. Статистичні методи в галузі зв'язку: навч. посіб./
Щуровська А.Ю., Галан Л.В. – Одеса: ОНАЗ, 2011. – 204 с.

Навчальне видання розроблено: доц. Щуровською А.Ю., доц. Галан Л.В.

Рецензент: Князева О.А. – доктор економічних наук, професор кафедри економіки підприємства та корпоративного управління

Навальний посібник представлено у вигляді курсу лекцій із дисципліни «Статистика». Детально розглянуто методики обчислення статистичних показників, необхідних для проведення комплексного аналізу явищ та процесів, діяльності підприємств у галузі зв'язку. Викладання матеріалу супроводжується наочними прикладами, таблицями, графіками та розв'язанням типових задач.

Посібник підготовлений для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів для самостійного вивчення нормативної дисципліни «Статистика».

Редактор – *Кодрул Л.А.*

Комп'ютерне редагування та макетування – *КірдоглоТ.В.*

© Щуровська А.Ю., Галан Л.В., 2011

ЗМІСТ

ВСТУП	6
Розділ 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД І ЗАВДАННЯ СТАТИСТИКИ	16
1.1. Предмет загальної теорії статистики.....	16
1.2. Стадії і методи статистичного дослідження.....	19
1.3. Завдання загальної теорії статистики.....	22
Питання і завдання для самоконтролю.....	24
Розділ 2. ОРГАНІЗАЦІЯ СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ	25
2.1. Поняття про статистичне спостереження і його завдання.....	25
2.2. Основні організаційні форми, види і способи статистичного спостереження.....	27
2.3. Помилки статистичного спостереження і способи контролю отриманих даних.....	31
Питання і завдання для самоконтролю.....	33
Задачі для самостійного розв'язання.....	34
Розділ 3. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ	37
3.1. Зміст і завдання статистичного зведення.....	37
3.2. Зміст і завдання статистичних групувань.....	38
3.3. Основні правила утворення груп.....	46
Питання і завдання для самоконтролю.....	50
Задачі для самостійного розв'язання.....	51
Розділ 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ	53
4.1. Види і значення узагальнюючих статистичних показників.....	53
4.2. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.....	55
4.3. Види відносних величин, способи їх обчислення та форми вираження.....	57
Питання і завдання для самоконтролю.....	62
Задачі для самостійного розв'язання.....	62
Розділ 5. СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ	65
5.1. Сутність і значення середніх величин.....	65
5.2. Середня арифметична та її властивості.....	66
5.3. Середня гармонічна, геометрична і квадратична.....	71
5.4. Структурні середні.....	72
Питання і завдання для самоконтролю.....	75
Задачі для самостійного розв'язання.....	75

Розділ 6. РЯДИ РОЗПОДІЛУ. АНАЛІЗ ВАРІАЦІЇ ТА ФОРМИ РОЗПОДІЛУ	78
6.1. Поняття про ряди розподілу, їх види	78
6.2. Поняття про показники варіації і способи їх обчислення	80
6.3. Види дисперсій і правило їх додавання	85
6.4. Форми рядів розподілу та їх характеристика	88
6.5. Графічне зображення рядів розподілу	94
Питання і завдання для самоконтролю	98
Задачі для самостійного розв'язання	98
Розділ 7. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ	102
7.1. Поняття про вибіркове спостереження та його основні завдання	102
7.2. Основні умови наукової організації вибіркового спостереження	103
7.3. Методи і способи відбору одиниць у вибіркиму сукупність	104
7.4. Знаходження середньої і граничної помилок та необхідної чисельності для різних видів вибірок	107
Питання і завдання для самоконтролю	114
Задачі для самостійного розв'язання	114
Розділ 8. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ	117
8.1. Зв'язки суспільних явищ і завдання їх статистичного вивчення	117
8.2. Загальні методи вивчення зв'язків	118
8.3. Кореляційний і регресійний методи аналізу зв'язку	125
8.4. Нелінійні залежності	130
8.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз	133
8.6. Непараметричні показники тісноти зв'язку	134
Питання і завдання для самоконтролю	138
Задачі для самостійного розв'язання	139
Розділ 9. ІНДЕКСИ	141
9.1. Поняття про індекси, їх види	141
9.2. Агрегатні індекси як вихідна форма індексів	143
9.3. Середньозважені індекси	150
9.4. Взаємозв'язок індексів. Індекси змінного, постійного складу і структурних зрушень	155
Питання і завдання для самоконтролю	159
Задачі для самостійного розв'язання	160
Розділ 10. РЯДИ ДИНАМІКИ	162
10.1. Поняття про ряди динаміки, їх види та правила побудови	162
10.2. Основні характеристики рядів динаміки	164
10.3. Середні показники динаміки	166
10.4. Виявлення тенденцій розвитку явищ	169
10.5. Вимірювання сезонних коливань	175

Питання і завдання для самоконтролю.....	176
Задачі для самостійного розв'язання.....	177
Розділ 11. ПОДАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ.....	180
11.1. Статистичні таблиці.....	180
11.2. Поняття про статистичні графіки і правила їх побудови.....	182
11.3. Класифікація графіків та умови їх використання.....	186
Питання і завдання для самоконтролю.....	195
Задачі для самостійного розв'язання.....	195
ЗАДАЧІ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ.....	197
Додаток А – Вихідні дані до задач № 1 – 4.....	199
Додаток Б – Вихідні дані до задачі № 5.....	200
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	201

ВСТУП

Інтерес до статистики постійно зростає в усьому світі. Робота економіста будь-якої спеціалізації неминуче пов'язана зі збиранням, обробленням та аналізом статистичних матеріалів. Тому вивчення й оволодіння статистичною наукою при підготовці економістів високої кваліфікації має велике значення в системі вищої економічної освіти.

У нашій країні увага до статистичної науки надзвичайно зростає у зв'язку з проведенням економічних реформ, які торкаються інтересів усіх людей.

Важливою умовою правильного сприйняття і практичного використання статистичної інформації, кваліфікованих висновків та обґрунтування прогнозів є завдання статистичної методології щодо вивчення кількісної сторони соціально-економічних явищ, природи масових статистичних сукупностей, пізнавальних властивостей статистичних показників, умов їх застосування в економічному дослідженні.

Одним із основних завдань статистики є оптимізація звітності щодо обсягу інформації про сучасні потреби системи управління в умовах переходу до ринку. Потрібно впроваджувати замість суцільної звітності вибіркові обстеження, одноразовий облік чи опитування, що приведе до оперативного і поглибленого аналізу.

Забезпечення надійності і достовірності статистичної інформації можливе через підвищення наукового рівня всієї статистичної методології, наближення її до методології і стандартів світової статистичної практики.

Сьогодні перед статистикою стоять проблеми подальшого удосконалення системи показників, прийомів і методів збирання, оброблення, зберігання та аналізу статистичної інформації. Це має важливе значення для розвитку і підвищення ефективності автоматизованих систем управління, створення автоматизованих банків даних, розподільчих банків даних, які, у свою чергу, могли б сприяти створенню Єдиної статистичної інформації системи (ЄСІС), що надасть можливість запровадити в практику сучасні статистичні методи аналізу, імітаційні та прогнозні методи.

Запропонований посібник містить систему загальних категорій, принципів і методів статистичної науки, теоретичні основи соціально-економічних методів аналізу і прогнозування із застосуванням кореляційно-регресійного, табличного і графічного методів.

У навчальному посібнику послідовно розглядаються питання, які виникають на стадії статистичного спостереження, зведення і групування матеріалів спостереження та їхнього наступного оброблення.

Даний посібник підготовлений для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Загальна характеристика дисципліни «Статистика»

Навчальна дисципліна викладається для студентів за напрямками підготовки 6.030504 – «Економіка підприємства» та 6.030601 – «Менеджмент».

Кількість кредитів ECTS – 5; модулів – 2; змістовних модулів – 13; загальна кількість годин – 180, у тому числі: лекцій – 32 год., практичних занять – 32 год., самостійна робота – 116 год., комплексна робота, вид контролю – іспит.

Мета вивчення дисципліни

Основною метою викладання дисципліни «Статистика» є формування у майбутніх економістів та менеджерів теоретичних знань і практичних навичок статистичної оцінки економічних явищ і процесів суспільного життя, опанування методів статистичного аналізу, формування умінь: проводити статистичні дослідження, обчислювати загальні показники, будувати статистичні таблиці, графіки, виявляти закономірності й тенденції розвитку досліджуваних явищ.

Основними завданнями, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни, є: збирання, перевірка та оцінювання статистичної інформації, розробка статистичних формулярів; зведення та групування матеріалів статистичного спостереження, виявлення зв'язків між окремими явищами та процесами, установлення його структури; техніка обчислення загальних статистичних показників (абсолютних, відносних, середніх) та їх економічна інтерпретація; статистична оцінка однорідності зібраного статистичного матеріалу; вивчення динаміки суспільних явищ, тенденцій і закономірностей їх розвитку; аналіз складних суспільних явищ і виявлення дії окремих факторів у їх розвитку; проведення вибіркового спостереження і техніка перенесення його результатів на генеральну сукупність; використання сучасної системи показників у статистиці.

Вивчення дисципліни базується на знаннях та вміннях, які студенти одержують після вивчення таких спеціальних курсів, як «Вища математика», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Економіко-математичне моделювання». Пов'язує дисципліни математичного циклу з економічними науками, передує вивченню курсу «Економетрія», «Теорія економічного аналізу», «Економіка підприємства», «Фінанси», «Проектний аналіз», «Моделі та методи прогнозування розвитку зв'язку», «Підприємницький ризик» та «Системний аналіз».

Зміст дисципліни

Модуль 1: *Основи статистичних знань та застосування їх у статистичних дослідженнях* (2,5 кредити)

Вхідні вимоги до вивчення модуля 1

№ з/п	Зміст знань	Шифр
1	Основи диференційного й інтегрального числення та області їхнього застосування, основи теорії диференційних рівнянь	ЗН.1
2	Закони розподілу двовимірних величин, інтегральна функція та щільність розподілу	ЗН.2
3	Нормальний закон розподілу випадкової величини	ЗН.3
4	Вибірковий метод, полігон й гістограма та емпірична функція розподілу	ЗН.4
5	Точкові та інтегральні оцінки, довірчі інтервали	ЗН.5
6	Основи теорії ймовірностей та її застосування	ЗН.6
7	Статистичні гіпотези, похибки, критерії перевірки статистичних гіпотез	ЗН.7
Зміст умінь		
1	Розв'язувати диференційні рівняння	УМ.1
2	Будувати закони розподілу, числові характеристики, коефіцієнт кореляції випадкової величини	УМ.2
3	Будувати закони розподілу та основні характеристики випадкової функції	УМ.3
4	Будувати точкові та інтегральні оцінки, будувати довірчі інтервали	УМ.4
5	Перевіряти статистичні гіпотези	УМ.5
6	При розв'язуванні практичних задач використовувати обчислювальну техніку та нормативну літературу	УМ.6

Структура залікового модуля 1

Змістовий модуль	Лекції (години)	Заняття		Самостійна робота (інд. завдання)	Індивідуальна робота
		практичні	лабораторні		
Модуль 1: <i>Основи статистичних знань та застосування їх у статистичних дослідженнях</i> (2,5 кредити; 90 год.)					
1. Предмет, метод та завдання статистики	2	2		6	
2. Організація статистичного спостереження	2	2		6	
3. Зведення й групування статистичних даних	2	2		6	
4. Статистичні характеристики у формуванні системи показників. Абсолютні і відносні величини	2	2		6	2
5. Середні величини та загальні принципи їх застосування	2	2		6	2
6. Варіація ознак і статистичні способи її виміру	2	2		6	2
7. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти	2	2		6	2
8. Вибірковий метод статистичного спостереження	2	2		6	2
Разом 1 модуль, год.	16	16		48	10

Зміст змістових модулів (16 год.)

1. Предмет, метод та завдання статистики (2 год.)

1.1.Поняття статистики та основні історичні етапи її формування і розвитку. Предмет статистики, її теоретичні основи та категорії. Метод статистики, її основні завдання та зв'язок з іншими науками.

1.2.Статистична сукупність. Закон великих чисел і закономірності. Метод статистики та статистична методологія. Узагальнюючі статистичні характеристики.

1.3.Статистика зв'язку – галузева наука. Задачі статистики зв'язку в сучасних умовах та її організація. Організація державної статистики в Україні та її структура. Закон України «про державну статистику». Сучасні проблеми статистики.

2. Організація статистичного спостереження (2 год.)

2.1.Сутність статистичного спостереження як одного із важливих етапів статистичного дослідження.

2.2.Форми статистичного спостереження, його види та способи проведення.

2.3.Програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження.

2.4.Помилки статистичного спостереження та заходи щодо їх усунення.

3. Зведення й групування статистичних даних (2 год.)

3.1.Сутність і завдання статистичного зведення. Особливості зведення матеріалів звітності і спеціально організованого спостереження.

3.2.Групування як один із основних методів статистичного дослідження. Завдання групування та їх значення у статистичному дослідженні. Групувальні ознаки та їх вибір. Типологічні, структурні, аналітичні групування. Прості та комбінаційні групування. Визначення кількості груп та розміру інтервалів групувань.

3.3.Спеціалізація ознак та інтервалів групувань. Метод вторинного групування. Найважливіші групування і класифікації, що застосовуються в статистиці.

3.4.Ряди розподілу, їх види, правила побудови. Засоби графічного зображення розподілу одиниць сукупності.

4. Узагальнюючі статистичні показники (2 год.)

4.1.Сутність і види узагальнюючих статистичних показників, огляд основних джерел інформації та їх загальна характеристика.

4.2.Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.

4.3.Відносні величини. Види відносних величин, техніка їх обчислення та форми вираження. Взаємозв'язок між окремими видами відносних величин.

5. Середні величини та загальні принципи їх застосування (2 год.)

5.1. Сутність та умови використання середніх величин.

5.2. Види середніх величин. Методи обчислення середніх величин.

5.3. Середня арифметична та умови її застосування. Властивості середньої арифметичної та спрощені способи її обчислення.

5.4. Особливості обчислення середніх із відносних величин. Багатовимірні середні.

5.5. Структурні середні величини – мода і медіана у статистиці зв'язку. Обчислення моди і медіани в інтервальному ряді розподілу.

6. Варіація ознак і статистичні способи її виміру (2 год.)

6.1. Сутність варіації, необхідність її статистичного вивчення.

6.2. Показники варіації, техніка їх обчислення та економічний зміст.

6.3. Розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середній квадрат відхилення (дисперсія) та середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

6.4. Методи обчислення дисперсії. Характеристики форм розподілу.

7. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти (2 год.)

7.1. Статистичні таблиці, їх види. Правила побудови. Аналіз таблиць. Розробка макетів таблиць.

7.2. Графічний метод зображення статистичних даних. Поняття статистичного графіка, його призначення та роль у статистико-економічному аналізі. Вимоги до статистичного графіка та його основні елементи. Класифікація графіків та правила їх побудови.

8. Вибірковий метод статистичного спостереження (2 год.)

8.1. Сутність вибіркового методу та його переваги. Причини і умови застосування та організації вибіркового спостереження. Способи формування вибіркової сукупності.

8.2. Обчислення середньої та граничної помилки для різних видів вибірки. Помилки вибіркового спостереження. Обчислення помилок вибірки та визначення меж інтервалу для середньої величини і частки.

8.3. Визначення необхідного обсягу вибірки та поширення результатів вибірки на генеральну сукупність.

8.4. Способи поширення вибірових даних на генеральну сукупність. Практика застосування вибіркового спостереження в соціально-економічному аналізі.

Перелік практичних занять модуля 1

№ з/п	Тема	Годин
1.1	Закон України «Про державну статистику»	2
1.2	Програмно-методологічні та організаційні питання статистичного спостереження	2
1.3	Зведення й групування статистичних даних.	2
1.4	Абсолютні і відносні величини	2
1.5	Види середніх величин. Методи обчислення середніх величин	2
1.6	Показники варіації, техніка їх обчислення та економічний зміст	2
1.7	Подання статистичних даних	2
1.8	Помилки вибіркового спостереження та їх обчислення. Визначення необхідного обсягу вибірки та поширення результатів вибірки на генеральну сукупність	2
	Усього	16

Вихідні знання та уміння з модуля 1

№ з/п	Зміст знань	Шифр
1	Визначення статистики; основні теоретичні положення, терміни, поняття, категорії та завдання статистики; зміст та сутність предмета і методу статистики	ЗН.1
2	Основні принципи проведення статистичного спостереження; вимоги до первинних статистичних даних; основні організаційні форми статистичного спостереження; види і способи проведення спостереження	ЗН.2
3	Основні принципи класифікації та підсумовування даних; види зведень і групувань; принципи вибору груповальної ознаки та утворення груп; правила утворення рядів розподілу, їх елементи; сутність статистичних таблиць, їх значення в статистичному аналізі даних, правила побудови й аналізу	ЗН.3
4	Закономірності наявного подання даних; класифікація графіків; правила, закономірності та особливості побудови статистичних графіків; умови та особливості використання графіків	ЗН.4
5	Сутність узагальнюючих показників; абсолютні величини, одиниці виміру; відносні величини, їх сутність, форми вираження і значення; класифікація відносних величин та способи їх обчислення	ЗН.5
6	Сутність середньої величини та її значення для статистичної теорії і практики; класифікація середніх величин; основні властивості та відмінності степеневих і структурних середніх; умови застосування середніх величин; методологія обчислення середніх величин; особливості визначення середніх величин у дискретних та інтервальних рядах розподілу	ЗН.6
7	Сутність варіації; абсолютні і відносні показники варіації та їх обчислення; інтерпретація значень показників варіації	ЗН.7
8	Поняття про вибірконе спостереження та його основні завдання; основні умови наукової організації вибіркового спостереження; методи і способи відбору одиниць у вибірконе сукупність; методологія обчислення середньої і граничної помилок вибіркового спостереження; правила визначення необхідної чисельності для різних видів вибірок; способи поширення даних вибіркового спостереження на генеральну сукупність	ЗН.8

Зміст умінь		
9	Визначати предмет статистичного дослідження з позицій закону великих чисел; застосовувати на практиці метод статистики (статистичне спостереження, зведення та групування первинних даних, аналіз статистичної інформації)	УМ.1
10	Складати плани статистичного спостереження та здійснювати безпосередньо спостереження; здійснювати заходи щодо запобігання можливості виникнення помилко спостереження	УМ.2
11	Здійснювати зведення та групування статистичних матеріалів, а саме, підраховувати вихідні дані; виконувати попередні, проміжні і підсумкові узагальнення матеріалів спостереження з метою вивчення характерних рис та суттєвих відмінностей досліджуваних явищ, виявлення закономірностей їх розвитку; будувати статистичні таблиці та здійснювати їх аналіз	УМ.3
12	Визначати, розрізняти і використовувати основні елементи статистичних графіків; визначати потрібний вид статистичного графіка залежно від умов, мети і завдань спостереження, а також від наявності відповідного статистичного матеріалу; будувати всі види статистичних графіків, аналізувати їх, робити висновки	УМ.4
13	Використовувати абсолютні і всі види відносних статистичних величин у статистичному аналізі , виходячи з мети, конкретних завдань та умов статистичного дослідження; ефективно користуватися показниками при узагальненні та аналізі соціально-економічних явищ і процесів	УМ.5
14	Розраховувати всі види середніх величин і показників варіації відповідно до умов дослідження; використовувати середні величини і показники варіації для обробки та аналізу матеріалів статистичних спостережень	УМ.6
15	Визначати необхідну і мінімально-достатню чисельність одиниць генеральної сукупності, що підлягають вибірковому обстеженню; в залежності від мети, завдань і умов дослідження вибирати оптимальні методи та способи відбору одиниць у вибіркову сукупність; застосовувати методологію визначення середньої і граничної помилок (з установленим рівнем довіри); спираючись на обрану ймовірність розподілу випадкової величини будувати межі довіри (для генеральної середньої та генеральної частки); поширювати вибіркові дані на генеральну сукупність; обґрунтовувати прийняття рішень на підставі результатів вибіркових обстежень	УМ.7

Модуль 2: *Методи статистичного аналізу (2,5 кредити)*

Вхідні вимоги до вивчення модуля 2

№ з/п	Зміст знань	Шифр
1	Основи диференційного й інтегрального числення та області їхнього застосування, основи теорії диференційних рівнянь	ЗН.1
2	Закони розподілу двовимірних величин, інтегральна функція та щільність розподілу	ЗН.2
3	Кореляційний момент і коефіцієнт кореляції випадкових величин	ЗН.3
4	Нормальний закон розподілу випадкової величини	ЗН.4
5	Вибірковий метод, полігон й гістограма та емпірична функція розподілу	ЗН.5
6	Точкові та інтегральні оцінки, довірчі інтервали	ЗН.6
7	Основи теорії ймовірностей та її застосування	ЗН.7
8	Статистичні гіпотези, похибки, критерії перевірки статистичних гіпотез	ЗН.8
Зміст умінь		
1	Розв'язувати диференційні рівняння	УМ.1
2	Будувати закони розподілу, числові характеристики, коефіцієнт кореляції випадкової величини	УМ.2
3	Будувати закони розподілу та основні характеристики випадкової функції	УМ.3
4	Будувати точкові та інтегральні оцінки, будувати довірчі інтервали	УМ.4
5	Перевіряти статистичні гіпотези	УМ.5
6	При розв'язуванні практичних задач використовувати обчислювальну техніку та нормативну літературу	УМ.6

Структура залікового модуля 2

Змістовий модуль	Лекції (години)	Заняття		Самостійна робота (інд. завдання)	Індивідуальна робота
		практичні	Лабораторні		
Модуль 2: <i>Методи статистичного аналізу (2,5 кредити; 90 год.)</i>					
1. Індeksi та їх використання в економіко-статистичних дослідженнях	4	4		12	2
2. Вивчення взаємозв'язку явищ	4	4		12	2
3. Ряди динаміки	8	8		24	6
Разом 2 модуль, год.	16	16		48	10

Зміст змістових модулів (16 год.)

1. *Індeksi та їх використання в економіко-статистичних дослідженнях (4 год.)*

1.1. Сутність індексів та їх роль у статистико-економічному аналізі. Класифікація індексів. Методологічні принципи побудови індексів. Базисні і ланцюгові індeksi.

1.2. Індeksi агрегатної форми. Система взаємопоєднаних індексів і визначення впливів окремих факторів. Індeksi Фішера, Ласпейреса і Пааше.

1.3. Індeksi зі змінними і постійними вагами. Середньозважені індeksi. Розкладання загального абсолютного приросту за факторами.

1.4.Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника. Індeksi структурних зрушень.

2. Вивчення взаємозв'язку явищ (4 год.)

2.1.Основні методи виявлення наявності зв'язку. Види зв'язків соціально-економічних явищ та завдання їх статистичного вивчення.

2.2.Кореляційно-регресійні методи вивчення взаємозв'язку явищ у галузі зв'язку. Поняття функціональних та кореляційних зв'язків між явищами та процесами. Показники тісноти кореляційного зв'язку між явищами та процесами.

2.3.Однофакторний кореляційно-регресійний аналіз.

2.4.Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз.

2.5.Прийоми статистичної перевірки гіпотез у явищах та процесах зв'язку. Перевірка гіпотези про приналежність спостережень, досліджуваній сукупності. Перевірка гіпотези про відповідність емпіричного розподілу теоретичному.

3. Ряди динаміки (8 год.)

3.1.Динамічний ряд як база аналізу й прогнозування соціально-економічного розвитку. Види рядів динаміки. Статистичні характеристики динамічних рядів і їх взаємозв'язок: абсолютний приріст, темпи зростання, темпи приросту, абсолютне значення одного відсотка приросту.

3.2.Методи обчислення середнього рівня динамічного ряду. Економічна сутність та техніка розрахунку середніх значень основних характеристик рядів динаміки.

3.3.Способи обробки рядів динаміки з метою виявлення основної тенденції розвитку. Прогнозування на основі рядів динаміки. Інтерполяція та екстраполяція в статистиці.

3.4.Вимірювання та аналіз сезонних коливань у статистиці.

3.5.Тренд. Згладжування способом ковзної середньої. Кореляція й автокореляція рядів динаміки.

Перелік практичних занять модуля 2

№ з/п	Тема	Годин
1	Індeksi агрегатної форми. Індeksi зі змінними і постійними вагами. Середньозважені індeksi	2
2	Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника. Індeksi структурних зрушень	2
3	Методи виявлення наявності зв'язку	2
4	Однофакторний кореляційно-регресійний аналіз	2
5	Статистичні характеристики динамічних рядів і їх взаємозв'язок	2
6	Розрахунок середніх значень основних характеристик рядів динаміки	2
7	Прогнозування на основі рядів динаміки	2
8	Вимірювання та аналіз сезонних коливань у галузі зв'язку	2
	Усього	16

Вихідні знання та уміння з модуля 2

№ з/п	Зміст знань	Шифр
1	Поняття статистичних індексів, їх види і роль у вивченні суспільно-економічних явищ; класифікація статистичних індексів; методологія обчислення індексів; особливості застосування різних видів індексів; факторний аналіз з використанням статистичних індексів	ЗН.1
2	Сутність залежності та причинно-наслідкових зв'язків у суспільно-економічному житті; факторні та результативні ознаки; види зв'язків; методи вивчення зв'язків; сутність методу аналітичних групувань; кореляційно-регресійний метод вивчення зв'язків; методологія визначення напрямку, форми, тісноти зв'язку; методологію визначення параметрів парної лінійної регресії; правила інтерпретації рівнянь регресії; сутність множинної регресії	ЗН.2
3	Поняття про ряди динаміки, їх складові елементи, види та правила побудови; основні параметри рядів динаміки та методологія їх обчислення; середні параметри рядів динаміки; поняття основної тенденції розвитку (тренда); основні складові коливання тренду та методи їх оцінки; основні прийоми аналізу рядів динаміки (виявлення тренда); інтерполяція та екстраполяція основної тенденції	ЗН.3
Зміст умінь		
4	Розраховувати всі види статистичних індексів, що характеризують динаміку процесів; аналізувати складні суспільно-економічні явища (процеси) з точки зору часових, структурних, просторових перетворень; визначати й аналізувати вплив різноманітних факторів на ці перетворення	УМ.1
5	Відповідно до умов дослідження вибирати найбільш придатний метод вимірювання та оцінки зв'язків між явищами (процесами); визначати параметри зв'язку (напрямок зв'язку, форму зв'язку, тісноту зв'язку); економічно інтерпретувати одержані параметри зв'язку	УМ.2
6	Розраховувати показники рядів динаміки; виявляти основну тенденцію розвитку (тренд) шляхом застосування відповідних конкретним умовам методів вирівнювання (згладжування); здійснювати операції інтерполяції та екстраполяції виявленої основної тенденції розвитку (тренда); робити підсумкові висновки	УМ.3

Тематика комплексного завдання

Тема: «Статистико-дослідні прийоми обробки та аналізу економічної інформації».

Методи навчання

Лекції з використанням технічних засобів; практичні заняття з використанням ПЕОМ; підготовка рефератів; програмне забезпечення: операційна система Windows, MS Office.

Методи оцінювання

Поточний контроль знань: іспит після кожного модуля та виконання індивідуального комплексного завдання. Оцінювання проводиться за шкалою ESNS, національною та за шкалою ОНАЗ (100 бал.)

Розділ 1

ПРЕДМЕТ, МЕТОД І ЗАВДАННЯ СТАТИСТИКИ

План

- 1.1. Предмет загальної теорії статистики.
- 1.2. Стадії і методи статистичного дослідження.
- 1.3. Завдання загальної теорії статистики.

1.1. Предмет загальної теорії статистики

Статистика – наука суспільна. Суспільство є предметом вивчення багатьох суспільних наук: економічної теорії, права, історії, галузевих економік тощо. Від інших суспільних наук статистику відрізняє те, що вона вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ. Особливість статистики полягає, перш за все, в тому, що статистичні дані виражаються в кількісній формі: статистика говорить мовою цифр, дає кількісну оцінку суспільним явищам, що вивчаються нею.

Спочатку термін «*статистика*» (походить від лат. *status* – стан, стан речей) вживався у значенні «політичний стан» (звідси італ. *stato* – держава і *statista* – знавець держави).

Першим термін "статистика" застосував німецький вчений Г. Ахенваль у 1749 р. для позначення будь-яких відомостей про окремі держави і їх економічний стан у формі словесно-текстових записів. Достовірні числові дані тоді використовувалися ще дуже мало.

У наукову літературу цей термін увійшов до XVIII ст. і спочатку сприймався як «державознавство». Статистична ж наука виникла ще раніше, в середині XVII ст., у відповідь на потребу держави мати зведені, узагальнені по країнах дані про наявність ресурсів для ведення виробництва, торгівлі, організації міждержавних відносин і т. д. В цей період статистика називалася «політична арифметика». Це була наука, в якій поєднувалися початки політичної економії і статистики. Її родоначальником був англійський вчений У. Петті. У першій половині XIX ст. А. Кетле і його послідовники в своїх роботах зробили спробу уявити статистику як науку про закономірності суспільних явищ. Проте такі закономірності розглядалися метафізично. Закони суспільства ототожнювалися із законами природи («соціальна фізика» А. Кетле). Потім у статистиці набуло поширення формалістичне трактування предмета статистичної науки, що зводить його до кількісних відносин у відриві від якісного змісту явищ.

Сьогодні статистика має три основні значення:

1) під статистикою розуміють практичну діяльність працівників статистичних органів, які збирають, обробляють і аналізують дані про соціально-економічний розвиток країни в цілому, а також окремих її регіонів, галузей економіки, конкретних підприємств і населення;

2) статистикою вважають статистичні дані подані у звітах підприємств, організацій і установ, а також опубліковані в статистичних збірках, довідниках і періодичній пресі;

3) статистикою називають спеціальну науку, яка займається розробкою теоретичних положень і методів її практичного використання.

Між статистичною наукою і практичною діяльністю існує тісний зв'язок і взаємозалежність. Статистична наука використовує інформацію практичної діяльності господарських організацій, узагальнює її та розробляє методи проведення статистичних досліджень. У свою чергу, підприємства, організації і установи для практичної діяльності використовують теоретичні розробки і положення статистичної науки для вирішення конкретних управлінських завдань.

Предметом статистики як науки є кількісні сторони масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною. Статистика досліджує кількісний вираз закономірностей суспільного розвитку в конкретних умовах простору і часу. Підкреслимо три основні напрями предмета статистики: по-перше, статистика вивчає суспільні явища; по-друге, вона вивчає кількісну сторону цих явищ; по-третє, вона вивчає масові суспільні явища.

Для того, щоб відкрити закони суспільного розвитку, необхідно зібрати й узагальнити численні факти життя суспільства. Саме у масовому спостереженні й узагальненні фактів і полягає пізнавальна сила соціально-економічної статистики. Вона вивчає вплив природних і технічних факторів на кількісну зміну суспільних явищ, наприклад, вплив природних умов на врожайність сільськогосподарських культур, вплив розвитку техніки на продуктивність праці. З іншого боку, суспільне виробництво впливає на навколишнє середовище, природу. Тому статистикою вивчаються, наприклад, зміни, що вносяться до географічного середовища лісонасадженнями, гідротехнічними спорудами, меліорацією земель та ін. Цей бік суспільних явищ статистика вивчає в конкретних умовах місця і часу. У кожен даний історичний момент суспільні явища мають певну величину, різну швидкість розвитку, ту або іншу міру розповсюдження.

У статистиці розглядається не кількість взагалі (як в математиці), а кількість завжди певної якості. Досліджуючи кількісну сторону суспільних явищ, статистика тим самим конкретизує вираз закономірностей суспільного розвитку, пізнає прояв цих закономірностей за певних історичних обставин.

Вивчення конкретного прояву суспільних, зокрема економічних, законів відіграє величезну роль в умовах ринкових, конкурентних відносин. Річ у тому, що дія ринкових механізмів регулюється системою об'єктивних економічних законів. Але для того, щоб економічні закони успішно використовувати, необхідно установити механізм їх дії. Це можливо на основі узагальнення масових даних.

Цифрові характеристики виступають у статистиці в більшості випадків як узагальнюючі статистичні показники, які відображають реальні процеси в житті суспільства.

Статистика вивчає сукупності лише за ознаками, що мають різні кількісні значення в окремих, автономних явищах. Вони називаються такими, що варіюють. Статистика при вивченні масових явищ дає узагальнену характеристику сукупностям фактів за ознаками, що варіюють.

Сучасна статистична наука являє собою складну й розгалужену систему наукових дисциплін, які виділилися в процесі її розвитку. Основними розділами статистичної науки є: загальна теорія статистики, в якій розглядаються загальні принципи і методи статистичного дослідження; економічна статистика, що вивчає народногосподарські зв'язки, розрахунок макроекономічних показників; соціально-демографічна статистика, мета якої складається у вивченні населення, соціальних (неекономічних) явищ й процесів життєдіяльності людей; галузеві статистики, що характеризують окремі галузі суспільного виробництва. Наявність галузей в статистиці викликана специфікою різних видів діяльності суспільства, що є предметом статистики. До галузевих статистик відносяться *промислова і сільськогосподарська статистики, статистика транспорту, статистика зв'язку, праці, фінансів, охорона здоров'я* та ін.

Загальна теорія статистики, економічна статистика, соціально-демографічна статистика й галузеві статистики в сукупності є єдиною статистичною наукою.

Теоретичною основою статистики виступає, перш за все, діалектичний та історичний матеріалізм, що озброює економіста знаннями законів розвитку суспільного життя, дає йому базу для підходу, розуміння і тлумачення суспільних явищ.

Для правильного тлумачення суспільних явищ надзвичайно важливий принцип взаємного зв'язку і взаємної обумовленості явищ. Філософська наука установила, що у взаємному зв'язку один з одним знаходяться не тільки різні явища, але й окремі сторони кожного явища. Це означає, що для глибокого і всебічного вивчення суті явища необхідно установити як його зовнішні зв'язки з навколишніми явищами, так і внутрішні зв'язки, тобто зв'язки між окремими явищами. Принцип взаємозв'язку означає, що жодне явище не можна зрозуміти без аналізу його зв'язків з навколишнім світом.

Розглядаючи всі явища в стані безперестанного розвитку, слід розуміти розвиток не як простий процес зростання, накопичення кількості, а як такий розвиток, який переходить від незначних кількісних прихованих змін до змін відкритих, якісних, корінних.

Суспільні явища і процеси в своїй масі неоднорідні, різноякісні. Маючи справу з кількісними характеристиками, статистика за допомогою своїх специфічних прийомів розкриває перехід явищ, що вивчаються, з одного якісного стану в інший і тим самим дозволяє робити науково обґрунтовані висновки.

Разом з філософською наукою як теоретична основа статистики виступають економічна теорія, яка озброює статистику знанням законів суспільного розвитку, законів виробництва і розподілу матеріальних благ, законів ринкових відносин, а також галузеві економіки, що розкривають закономірності розвитку конкретних галузей народного господарства.

Кожна наука володіє своїми суттєвими особливостями, які відрізняють її від інших наук і дають їй право на самостійне існування як окремої галузі знань. Головна особливість всякої науки полягає в предметі пізнання, в принципах і методах його вивчення, які в сукупності утворюють його методологію.

Предметом дослідження статистики є масові соціально-економічні явища й процеси; вона вивчає кількісну сторону цих явищ й процесів в нерозривному зв'язку з їх якісним вмістом у конкретних умовах місця і часу. Соціально-економічне життя суспільства виявляється в різного роду масових явищах, як, наприклад, виробництво різноманітних видів продукції, споживання цієї продукції, експорт та імпорт продукції, перевезення вантажів і пасажирів та інші явища економічного, культурного і політичного життя. Статистика також вивчає природні ресурси і природні умови, оскільки вони впливають на життя суспільства.

Явища і процеси в житті суспільства характеризуються статистикою за допомогою статистичних показників. Статистичний показник – це кількісна оцінка властивостей явища, що вивчається. При цьому слід мати на увазі, що в статистичному показнику виявляється єдність якісної і кількісної сторін. Якщо не визначена якісна сторона явища, то не можна визначити і його кількісну сторону. Так, правильно визначити розмір валового національного продукту країни можна лише за умови, якщо відома його якісна характеристика.

У кожен історичний момент соціально-економічні явища мають конкретні розміри, структуру, інтенсивність розвитку, ту або іншу розповсюдженість і певні співвідношення один з одним. Статистика за допомогою статистичних показників характеризує розміри явищ, що вивчаються, їх особливості, закономірності розвитку та їх взаємозв'язки. При цьому статистичні показники підрозділяються на обліково-оціночні й аналітичні. *Обліково-оціночні показники* відображають обсяг або рівень явища, що вивчається; *аналітичні показники* використовуються для характеристики особливостей розвитку явища, розповсюдженості в просторі, співвідношення його частин, взаємозв'язку з іншими явищами. Як аналітичні показники використовуються середні величини, показники структури, варіації, динаміки, міри тісноти зв'язку та ін.

Наприклад, статистика показує чисельність окремих груп населення країни та її регіонів на початок звітнього року, використовуючи обліково-оціночні показники, а за допомогою аналітичних показників характеризують зміну чисельності населення порівняно з початком попереднього року, відображають статевовіковий склад населення, щільність населення за регіонами і таке ін.

1.2. Стадії і методи статистичного дослідження

Для своїх досліджень статистика розробляє комплекс методів і засобів, сукупність яких формує *статистичну методологію*.

Статистична методологія є сукупністю загальних правил (принципів) та спеціальних прийомів і методів статистичного дослідження. Загальні

правила статистичного дослідження виходять з положень соціально-економічної теорії і принципу діалектичного методу пізнання. Вони складають теоретичну базу статистики.

Теоретичний (якісний) аналіз явища, заснований на соціально-економічних науках, завжди передує його статистичному вивченню і є необхідною умовою правильної організації статистичного дослідження і безпомилкового тлумачення його результатів. Необхідною умовою статистичного вивчення є розуміння суті об'єкта, що вивчається, або процесу, знання законів розвитку і особливостей конкретної обстановки. Так, перш ніж провести статистичне дослідження впливу окремих факторів на зміну продуктивності праці працівників підприємства, необхідно заздалегідь з'ясувати поняття продуктивності праці, обґрунтувати метод розрахунку показника для тієї галузі економіки, до якої відноситься підприємство, визначити склад факторів і характер їх дії. Вирішення цих питань вимагає відповідних знань економіки галузі.

Одночасно, керуючись положеннями соціально-економічної теорії, статистика збагачує соціально-економічні науки фактичними даними, що одержані в результаті статистичного дослідження; статистична інформація використовується для перевірки, обґрунтування або ілюстрації їхніх теоретичних положень.

Відповідно до діалектичного методу пізнання статистика вивчає всі явища в їх взаємозв'язку, в русі і зміні, виділяючи їх різні типи і форми, установлює те нове, прогресивне, що зароджується в тому, що існує і визначає напрям розвитку. В процесі розвитку разом з кількісними змінами в предметі, що вивчається, відбуваються корінні якісні зміни. Тому необхідно мати у своєму розпорядженні методи, що дозволяють вивчати кількісні зміни в явищах, оцінювати суттєвість або несуттєвість спостережуваних відмінностей, відчувати перехід кількісних змін в якісні. Так, при вивченні продуктивності праці працівників підприємства статистика не тільки визначає досягнутий рівень продуктивності праці і характеризує його динаміку, але і виявляє залежність продуктивності праці від ступеня використання виробничого устаткування, рівня механізації важких і трудомістких робіт, кваліфікації робочих, вживаної системи оплати праці та інших факторів, а також визначає вплив зростання продуктивності праці на зміну обсягу виробленої продукції, рівень її собівартості. Зокрема характеризуються результати роботи окремих підрозділів підприємств – цехів, ділянок, виявляються відмінності в умовах виробництва, показується міра впровадження нової технології, нових форм організації праці і тому подібне.

Під час дослідження свого предмета статистика може використовувати й інші загальнонаукові методи, наприклад аналогію (перенесення властивостей одного предмета на інший) або гіпотезу (науково обґрунтоване припущення про можливі причинні зв'язки між явищами).

Спираючись на теоретичну базу, статистика застосовує специфічні методи цифрового висвітлення явища, які знаходять своє відображення в трьох етапах (стадіях) статистичного дослідження:

1. За допомогою проведення *статистичного спостереження* збирають статистичні дані.

Масове науково організоване спостереження, за допомогою якого отримують первинну інформацію про окремі одиниці (факти) явища, що вивчається. Наприклад, при перепису населення реєструються заздалегідь обумовлені ознаки всіх жителів країни за ретельно розробленим планом. Масове статистичне спостереження (урахування великого числа або всіх вхідних до складу явища, що вивчається, одиниць) надає початковий матеріал для статистичних узагальнень, для отримання об'єктивних висновків про явище, що вивчається. Отримання відомостей про достатньо велике число одиниць дає можливість звільнитися від впливу випадкових причин й установити характерні риси об'єкта, що вивчається.

2. Зібрані дані піддаються *зведенню й групуванню*. Найважливішим методом на другій стадії статистичного зведення є метод групувань, що дозволяє виділити однорідні сукупності, розділити їх на групи і підгрупи. На цій стадії переходять від опису окремих одиниць до опису їхніх груп і об'єкта в цілому за допомогою підрахунку підсумків, обчислення узагальнюючих показників у вигляді відносних та середніх величин.

Групування і зведення матеріалу, що є розчленовуванням усієї маси випадків (одиниць) на однорідні групи і підгрупи, підрахунок підсумків за кожною групою й підгрупою та оформлення отриманих результатів у вигляді статистичної таблиці. Групування дають можливість виділити зі складу всіх випадків одиниці різної якості, показати особливості явищ, що розвиваються в різних умовах. Після проведення групування розпочинають узагальнення даних спостереження за виділеними частинами і у цілому, тобто отримання статистичних показників у формі абсолютних величин (обліково-оціночні показники), за допомогою яких вимірюють обсяги (розміри) явищ. Цей етап роботи носить назву зведення. Наприклад, первинна інформація, отримана під час перепису населення, підрозділяється на соціальні групи, групи за статтю, віком і т.д.; за кожною виділеною групою підраховується чисельність населення.

3. Аналіз і узагальнення статистичних фактів та виявлення закономірностей в явищах, що вивчаються. Тут застосовується весь арсенал статистичних методів – ряди динаміки, індекси, методи математичної статистики та ін. Аналіз і висновки висловлюються в текстовій формі і супроводжуються графіками і таблицями.

При обробленні даних обчислюють аналітичні показники, що відбивають особливості окремих однорідних груп (підгруп), співвідношення і взаємозв'язки між ними. Вони визначаються у формі середніх, відносних величин, показників варіації, індексних показників. Для цього етапу дослідження характерне застосування всього арсеналу статистичних методів; застосування спеціальних методів зумовлюється поставленими завданнями й особливостями первинної інформації.

Оброблення статистичних показників, отриманих при зведенні, і аналіз результатів для отримання обґрунтованих висновків про стан явища, що вивчається, і закономірності його розвитку. Висновки, як правило, висловлюються в текстовій формі і супроводжуються графіками і таблицями.

Таким чином, специфічний метод статистики заснований на з'єднанні аналізу і синтезу. Спочатку виділяються у складі явища, що вивчається, і окремо вивчаються частини (групи і підгрупи), оцінюється суттєвість або несуттєвість спостережуваних відмінностей у величині ознаки, виявляються причини відмінностей, а потім дається характеристика явища в цілому, в усій сукупності його сторін, тенденцій і форм розвитку. Всі стадії статистичного дослідження тісно пов'язані одна з одною; недоліки, що виникають на одній із них, позначаються на всьому дослідженні в цілому. Тому сурове дотримання правил статистичної науки обов'язкове на всіх стадіях статистичного дослідження.

Специфічними прийомами статистики є також статистичні таблиці і графіки.

Статистика надто широко використовує математичний інструментарій, причому не тільки елементарні математичні прийоми, але й складні, розроблені спеціальним розділом математики – математичною статистикою.

1.3. Завдання загальної теорії статистики

Організація статистичних досліджень в Україні базується на єдиній системі обліку, яка включає три види обліку: *первинний або оперативний, бухгалтерський і статистичний*.

Оперативний облік – це облік, реєстрація окремих одиничних фактів на робочих місцях, в бригадах, на підприємствах, в установах. Первинний (оперативний) облік необхідний для оперативного керівництва виробництвом.

Бухгалтерський облік – це облік засобів, матеріальних цінностей та їх руху в межах підприємств, організацій, установ. Особливістю бухгалтерського обліку є те, що він ведеться в грошовому виразі на підставі суворо документованих записів усіх одиничних фактів (господарських операцій).

Статистичний облік – це всеосяжний, вичерпний і всебічний облік явищ у масштабі підприємств, галузей і народного господарства в цілому. Він виявляє обсяги, зв'язки, відносини в межах усього народного господарства і його підрозділів. Статистичний облік є завершенням обліку, він дає розгорнену характеристику стану і розвитку народного господарства, культури та інших явищ і процесів суспільства в цілому. Тим самим статистичний облік розкриває суть явищ, що вивчаються. Для того, щоб статистичний облік міг стати завершальною стадією обліку, оперативний і бухгалтерський облік організуються так, щоб їхні дані могли бути легко узагальнені за допомогою статистичного обліку.

Оперативний, бухгалтерський і статистичний облік знаходяться в тісному взаємозв'язку й єдності. Взаємозв'язок їх, зокрема, полягає в тому, що бухгалтерський і статистичний облік використовують дані первинного, оперативного обліку, а статистичний, крім того, використовує дані бухгалтерського обліку. Єдність трьох видів обліку полягає в єдності їх цілей і завдань, єдності форм первинної документації, в єдиному методологічному керівництві всім обліком в країні, здійснюваному Державним комітетом

статистики України. Кожен із трьох видів обліку виконує свої, тільки йому властиві функції і є окремою ланкою єдиної системи. У взаємному зв'язку вони доповнюють один одного.

Одноманітність статистичного обліку досягається завдяки керівництву всіма статистичними роботами з єдиного центру – Державного комітету статистики України. Державний комітет статистики України є центральним органом виконавчої влади зі спеціальним статусом. Держкомстат України в своїй діяльності керується Конституцією України (статья 92, п. 12), законами України, указами і розпорядженнями Президента України, актами Кабінету Міністрів України, а також Положенням про Державний комітет статистики України [2, 3, 6, 9].

До складу структурних підрозділів Держкомстатистики входять: Головне управління статистики підприємства; Управління статистики промисловості; Управління статистики інвестицій і будівництва; Управління структурної статистики; Управління зведення інформації; Управління методології і планування; Управління національних розрахунків; Управління статистики послуг і соціальних програм; Управління статистики праці; Управління статистики населення; Управління статистики сільського господарства і навколишнього середовища; Управління статистики торгівлі; Управління статистики зовнішньої торгівлі; Управління статистики фінансів; Управління статистики цін; Управління статистики зарубіжних країн і міжнародної співпраці; Управління обстеження умов життя домогосподарства; Управління регіональної статистики; Управління інформатизації.

Основними завданнями Держкомстатистики України є: реалізація державної політики в області статистики; збирання, оброблення, узагальнення і всебічний аналіз статистичної інформації про процеси, які відбуваються в економічному і соціальному житті України та її регіонів, зокрема про проведення економічних реформ, рівень життя і соціальний захист населення, формування багатоукладної економіки та її структурної перебудови, розвиток зовнішньоекономічної діяльності, хід приватизації і земельної реформи; розробка і впровадження статистичної методології, яка базується на результатах наукових досліджень, міжнародних стандартах і рекомендаціях; забезпечення переходу національної системи обліку і статистики на міжнародні стандарти; забезпечення достовірності, об'єктивності, оперативності і цілісності статистичної інформації; забезпечення доступності, гласності і відвертості зведених статистичних даних відповідно до законодавства.

Єдине керівництво обліком і статистикою забезпечує достовірний статистичний облік у межах усього народного господарства та окремих його ланок, за усіма суб'єктами різних форм власності.

Розрізняють статистику *державну і відомчу*.

Державна статистика в Україні організовується органами державної статистики за установленими ними методологіями, програмами і формами. Можуть проводитися також регіональні статистичні спостереження. Порядок їх проведення і форми документації установлюються відповідними органами державної статистики. Всі міністерства, комітети, відомства, концерни,

асоціації, суспільства, підприємства, організації, установи, кооперативи, господарства, громадські організації й інші формування зобов'язані надавати усі необхідні дані для проведення державних статистичних досліджень безкоштовно в порядку, установленому державними статистичними органами.

Основним документом, що регулює правові відносини у сфері державної статистики, є Закон України «Про державну статистику» [6], який визначає права і функції органів державної статистики, організаційні основи здійснення державної статистичної діяльності з метою отримання всебічної та об'єктивної статистичної інформації, а також забезпечення нею держави і суспільства.

Відомчою статистикою називають статистику, що ведеться в міністерствах, комітетах, відомствах та інших органах державного управління відповідно до покладених на них функцій управління і контролю.

Статистичні дані використовують усі науки для обґрунтування, перевірки, ілюстрації своїх висновків у конкретних умовах місця і часу.

Виходячи з цього, можна визначити такі основні завдання статистики:

- 1) систематичне спостереження й економічний аналіз матеріалів, які характеризують хід виконання виробничих програм і надання їх у відповідні керівні структури для ухвалення конкретних рішень;
- 2) вивчення і розробка цільових комплексних програм з соціально-економічних проблем конкретних регіонів і держави в цілому;
- 3) удосконалення системи статистичних показників, які характеризують розвиток і результати соціально-економічних явищ і процесів;
- 4) економічний аналіз стану і розвитку галузей економіки;
- 5) вивчення факторів підвищення ефективності суспільного виробництва;
- 6) створення загальнодержавної автоматизованої системи збирання, оброблення і передавання інформації;
- 7) аналіз демографічних процесів.

Управляти складними соціальними й економічними системами можна лише володіючи оперативною, достовірною і повною статистичною інформацією.

Питання і завдання для самоконтролю

1. Сучасне значення терміна «статистика».
2. Предмет статистики і його особливості.
3. Закон великих чисел і його роль у статистиці.
4. Статистична сукупність, одиниці сукупності та їхні характерні риси.
5. Статистичні закономірності і форми їх прояву.
6. Основні етапи статистичного дослідження.
7. Методи статистики.
8. Основні завдання статистики та її організація.
9. Основні користувачі статистичної інформації.
10. Зв'язок теорії статистики з галузевими статистиками.
11. Організаційна структура Державного комітету статистики України.

Література [2; 6; 7; 9; 15–24; 26].

Розділ 2

ОРГАНІЗАЦІЯ СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ

План

- 2.1. Поняття про статистичне спостереження і його завдання.
- 2.2. Основні організаційні форми, види і способи статистичного спостереження.
- 2.3. Помилки статистичного спостереження і способи контролю отриманих даних.

2.1. Поняття про статистичне спостереження і його завдання

Статистична робота в будь-якій сфері діяльності починається з отримання початкової інформації, тобто обліку фактів і збору первинного статистичного матеріалу. Науково організований облік (реєстрація) фактів про соціально-економічні явища й процеси та збір отриманих на основі цього обліку масових первинних даних називають *статистичним спостереженням*.

Статистичне спостереження ставить за мету отримання достовірної інформації, що об'єктивно висвітлює фактичний стан речей, для виявлення закономірностей розвитку явищ й процесів. Отримані початкові числові дані надалі підлягають обробці і аналізу, в результаті яких формуються статистичні дані, тобто сукупність кількісних характеристик соціально-економічних явищ і процесів.

Ці дані в залежності від мети статистичного дослідження можуть бути різними за своїм змістом і способом отримання. Вони пізніше систематизуються, групуються, обробляються, аналізуються й узагальнюються.

Саме статистичне спостереження складається з трьох етапів: а) підготовки спостереження; б) збирання матеріалу; в) контролю зібраного матеріалу.

На підготовчому етапі статистичного спостереження, відповідно до його мети і завдань, розробляється програма й організаційний план проведення спостереження. Тут вирішують питання про зміст вихідної інформації, яким способом, якими засобами і в які терміни буде проведений облік фактів, як буде організоване збирання і контроль отриманих первинних матеріалів. Повинні бути враховані також відповідні вимоги щодо оформлення цих матеріалів, яких вимагає техніка подальшого їх оброблення на ПЕОМ.

Від якості статистичного спостереження залежить успіх всього статистичного дослідження. Статистичне спостереження повинно бути організоване таким чином, щоб в результаті його проведення були отримані об'єктивні, вірогідні, повні дані про досліджуване явище і, за можливо короткий термін. Це дасть змогу зробити правильні узагальнення і висновки.

Соціально-економічні явища і процеси, які спостерігаються, повинні мати наукову і практичну цінність та виражати їх типи.

Одним із важливих завдань статистичного спостереження є ретельна і всебічна перевірка якості зібраних матеріалів для забезпечення їх вірогідності.

Наукова організація статистичного спостереження потрібна для створення найкращих умов для отримання об'єктивно правильних матеріалів, які б давали змогу передбачати майбутні ситуації і робити обґрунтовані прогнози.

Статистичне спостереження проводять за суворо визначеним планом, який включає програмно-методологічні та організаційні питання.

До *програмно-методологічних* відносять питання, пов'язані з розробкою програми спостереження, формулюванням мети, об'єкта й одиниці спостереження, проектування формулярів і текстів інструкцій, установленням джерел і способів збирання інформації.

До *організаційних* відносять питання про органи спостереження, терміни і місце проведення спостереження, складання попередніх списків одиниць досліджуваної сукупності, розстановка і підготовка кадрів та деякі інші.

Програма статистичного спостереження визначається правильно установленими і конкретно сформульованими завданнями дослідження. Тому, перш за все, потрібно чітко сформулювати мету всієї роботи, а потім вирішувати всі інші питання програми спостереження.

Мета спостереження являє собою основний результат статистичного дослідження. Чітке і конкретне формулювання мети спостереження потрібне для того, щоб не збирати зайвих, непотрібних і неповних даних.

Завдання статистичного дослідження необхідно відобразити в статистичних показниках, для чого розробляють і складають макети кінцевих статистичних таблиць, до яких заносять результати всієї роботи.

Під час організації статистичного спостереження важливо точно визначити об'єкт спостереження.

Об'єктом статистичного спостереження називається сукупність одиниць досліджуваного явища, про які збираються потрібні статистичні дані.

Визначивши об'єкт статистичного спостереження потрібно зазначити його важливі ознаки та основні розпізнавальні риси, тобто установити межі досліджуваної сукупності.

За періодичного обстеження потрібно слідкувати, щоб досліджувана сукупність була більш менш однорідною. Для цього статистика використовує *ценз* – обмежувальну ознаку, яку повинні задовольняти всі одиниці досліджуваної сукупності.

Поряд з визначенням об'єкта статистичного спостереження визначають також одиницю сукупності й одиницю спостереження.

Одиницею спостереження називають той первинний складовий елемент об'єкта статистичного спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації.

Одиницею сукупності називається та первинна ланка, від якої отримують необхідні статистичні відомості.

Після того як визначені об'єкт, одиниця спостереження та одиниця сукупності, потрібно розробити зміст програми спостереження, що є основним питанням статистичного спостереження.

Програмою статистичного спостереження називається перелік чітко сформульованих питань, на які хочуть отримати відповіді в процесі

обстеження. Від якості її розробки залежать якість і цінність зібраного статистичного матеріалу.

Статистичним формуляром називається документ особливої форми куди збирають і записують відповіді на питання програми спостереження. Обов'язковим елементом статистичного формуляра є титульна й адресна частини, які необхідні для перевірки зібраних даних та їх наступного використання.

На титульній частині записують назву статистичного спостереження, назву органу, який проводить спостереження, ким і коли затверджений формуляр, привласнений йому номер.

В адресній частині записують точну адресу одиниці або сукупності одиниць спостереження і деякі інші відомості.

На практиці застосовують два види або дві системи статистичних формулярів: індивідуальну (карткову) і спискову.

Індивідуальним називається такий статистичний формуляр, до якого заносять відомості про одну одиницю спостереження (листок обліку кадрів, одне підприємство, один робітник і т.д.).

Списковим називається такий статистичний формуляр, в якому реєструються відомості за декількома одиницями спостереження (відомість на заробітну плату, екзаменаційна відомість тощо).

Відповіді, які заносять до формулярів, виражаються словами, цифрами або у формі альтернативних відповідей (так чи ні).

Інструкцією називають сукупність роз'яснень і вказівок до програми статистичного спостереження. Вона повинна бути написана коротко, просто, вказівки повинні бути конкретними і чіткими.

2.2. Основні організаційні форми, види і способи статистичного спостереження

З метою успішного проведення спостереження складають організаційний план.

Організаційний план – це основний документ, в якому зосереджене розв'язання важливих питань організації та проведення статистичного спостереження.

До організаційних питань статистичного спостереження належать: визначення об'єкта, місця, часу і термінів спостереження; постановка мети і завдань спостереження; визначення органів спостереження; визначення прав і обов'язків окремих установ та організацій, які беруть участь у спостереженні; підготовчі роботи проведення спостереження; добір, навчання та інструктаж масових кадрів, потрібних для проведення спостереження; розмноження і розсилання формулярів спостереження; порядок здавання і приймання матеріалів спостереження; порядок отримання і подання попередніх та остаточних підсумків спостереження й інші практичні питання.

Організаційні плани складаються статистичними органами держави починаючи з вищих і закінчуючи нижчими ланками.

Вищі статистичні органи головну увагу приділяють розв'язанню загальних організаційно-методологічних питань, таких як визначення завдань спостереження, його об'єкта, одиниць і термінів проведення та ін.

Нижчі ланки статистичних органів розв'язують в основному конкретні організаційні завдання на місцях.

Статистичне спостереження в загальнодержавному масштабі організовує Державний комітет статистики України та його місцеві органи.

Міністерства, відомства, наукові та інші установи проводять статистичні спостереження здебільшого локального характеру.

Місце спостереження – це місце де проводиться реєстрація фактів спостереження, які записуються у спеціальних формулярах.

Вибір місця спостереження повинен забезпечити повноту охоплення об'єкта спостереження, високу якість фіксації даних і простоту проведення спостереження.

Вся різноманітність форм статистичного спостереження здійснюється за двома основними формами: 1) у формі звітності підприємств, організацій і установ; 2) у формі спеціально організованого спостереження (перепис населення, облік багаторічних насаджень, переоцінка основних фондів і т.п.).

Звітністю називають таку організацію статистичного спостереження, за якою відомості надходять до статистичних органів від підприємств, організацій і установ у вигляді обов'язкових звітів про їхню діяльність у точно установлені терміни.

Статистичну звітність складають на підставі даних первинного обліку.

Первинним обліком у статистиці називається ведення систематичних записів у формах первинних облікових документів про різні явища і процеси, які стосуються діяльності підприємств, організацій або установ.

Звітність подають вищим організаціям і органам Державного комітету статистики в порядку, установленому Державним комітетом статистики України щодо кожної форми.

В нашій державі розрізняють дві основні форми звітності: а) загальнодержавну; б) внутрівідомчу.

Загальнодержавна звітність обов'язкова для всіх підприємств, організацій і установ. Вона подається уряду міністерствами і відомствами у зведеному виді безпосередньо, або через Державний комітет статистики України.

Внутрівідомча – це звітність розроблена міністерствами і відомствами для своїх оперативного-господарських потреб.

Звітність сьогодні є одним із основних джерел статистичної інформації про соціально-економічний розвиток держави.

Поряд зі звітністю в практиці різних статистичних досліджень широко використовують спеціально організовані статистичні спостереження.

Спеціально-організованим статистичним спостереженням називається таке спостереження, яке проводиться зі спеціальною метою на будь-яку дату для отримання інформації, яку, через певні причини, не можна зібрати зі звітів, або для перевірки й уточнення даних звітності.

Одним із основних видів спеціально-організованого спостереження є перепис.

Перепис – це спеціально-організоване статистичне спостереження великого масштабу, яке охоплює всю країну, або значну її частину, і проводиться одночасно за єдиною програмою. Його метою є визначення чисельності, складу, стану і розміщення досліджуваного об'єкта на установлений критичний момент.

Диференціація статистичного спостереження за видами залежно від охоплення одиниць сукупності і часу реєстрації фактів та способів одержання інформації показана на рис. 2.1.



Рисунок 2.1 – Види і способи статистичного спостереження

За охопленням одиниць сукупності розрізняють суцільне спостереження й несуцільне спостереження.

Суцільним називається таке спостереження, за якого обстеженню і реєстрації підлягають всі без винятку одиниці досліджуваної сукупності.

Несуцільним називається таке спостереження, за якого обстеженню і реєстрації підлягають не всі одиниці досліджуваної сукупності, а лише певна їх частина.

Несуцільні спостереження мають ту перевагу перед суцільним, що вони вимагають значно менше витрат сил і засобів, дозволяють застосовувати докладнішу програму і досконаліший спосіб обліку фактів, швидше підводити підсумки обстеження і, отже, підвищують оперативність статистичних матеріалів.

У багатьох випадках несуцільне спостереження є єдиною можливим способом дослідження статистичної сукупності.

Несуцільні спостереження в статистиці суттєво доповнюють основні матеріали, отримані в результаті суцільних спостережень.

У практиці статистичної роботи застосовують наступні види несуцільного спостереження: 1) вибіркоче спостереження; 2) монографічне спостереження; 3) метод основного масиву; 4) анкетне.

Вибірковим називається таке спостереження, за якого вся сукупність фактів характеризується за деякою її частиною, відібраною випадково. В його основні лежить випадковий відбір одиниць для обстеження, що гарантує незалежність результатів вибірки від бажання осіб, які її проводять, і не допускає тенденційних помилок.

Монографічне спостереження являє собою детальне вивчення і опис окремого об'єкта, або невеликої їх кількості за розширеною програмою. Таке спостереження проводиться з метою виявлення певних тенденцій і закономірностей розвитку явища, або для вивчення і розповсюдження попереднього досвіду окремих підприємств, організацій та установ. Воно також використовується для виявлення недоліків у роботі окремих підприємств з метою їх усунення і недопущення в майбутньому.

Метод основного масиву полягає в тому, що з усієї сукупності одиниць спостереженню підлягає переважна їх частка, до якої, як правило, попадають найбільш суттєві і крупні одиниці досліджуваної сукупності. Взяті разом вони мають значну питому вагу в сукупності за однією або декількома основними для даного дослідження ознаками.

Анкетне спостереження ґрунтується на принципі добровільного заповнення адресатами надісланих або розданих їм спеціальних анкет з метою отримання потрібної для дослідження інформації. Недоліком анкетного спостереження є те, що перевірити достовірність зібраного матеріалу досить складно або неможливо. Його застосовують у випадках, коли не вимагається висока точність інформації, а лише наближені її характеристики.

За часом реєстрації фактів статистичне спостереження поділяють на: а) безперервне (поточне); б) періодичне; в) одноразове.

Поточним називається таке спостереження, яке ведеться систематично за безперервної реєстрації фактів у міру їх виникнення. Наприклад, реєстрація громадських актів (народження, смерть, шлюб, розлучення), облік виходів працівників на роботу, облік виробленої продукції на підприємстві та ін.

Періодичним називається таке спостереження, яке повторюється через певні, заздалегідь установлені рівні проміжки часу. Такі спостереження, як правило, характеризують стан явища на певний момент часу. Наприклад, якість пересилки письмової кореспонденції, облік чисельності працівників, товарних запасів, залишків матеріальних цінностей на 1-ше число кожного місяця і т.д.

Одноразовим називається таке спостереження, яке проводиться в міру потреби один раз, або час від часу, без дотримання точної періодичності (перепис виробничого устаткування, перепис багаторічних плодово-ягідних насаджень та ін.).

За способом збирання статистичних даних розрізняють: а) безпосереднє спостереження; б) документальне спостереження; в) опитування.

Безпосереднім називається таке спостереження, за якого самі реєстратори збирають потрібні дані шляхом особистих вимірів, зважувань і підрахунків одиниць об'єкта і на цій основі проводять записи у формулярі спостереження.

Документальним називається таке спостереження, за якого потрібні дані збирають і записують у формуляри на підставі використання різної документації.

Опитування – це таке спостереження, за якого відповіді на питання записують зі слів опитуваної особи. Так проводять перепис населення.

У статистичній практиці використовують наступні три способи опитування: а) експедиційне (усне); б) самореєстрація; в) кореспондентський спосіб.

За *експедиційного (усного)* опитування спеціально виділений працівник (реєстратор) розмовляє з опитуваною особою і з її слів сам заповнює формуляр.

При *самореєстрації* опитуваній особі вручають бланк обстеження, пояснюють питання і опитувана особа сама заповнює формуляр. У назначений час обліковець збирає заповнені формуляри і перевіряє повноту і правильність їх заповнення.

Кореспондентський спосіб полягає в тому, що інформацію в органи, які проводять спостереження, надсилають добровільні кореспонденти, які попередньо отримують від статистичних органів формуляри та інструкції щодо їх заповнення.

2.3. Помилки статистичного спостереження і способи контролю отриманих даних

Точність статистичного спостереження є важливою й основною вимогою органів державної статистики. Однак, хоча як би старанно не було підготовлене статистичне спостереження, в процесі його проведення трапляються помилки, які призводять до зниження його точності.

Точністю статистичного спостереження називають ступінь відповідності значення будь-якої ознаки визначеної за допомогою статистичного спостереження її дійсному значенню. Чим ближчі значення ознак, отриманих в результаті статистичного спостереження до їх фактичних значень, тим точніше проведене спостереження.

Точність статистичного спостереження визначається як відношення даних спостереження до дійсних значень досліджуваних величин або як різниця між ними.

Помилками спостереження називаються розходження між установленими статистичним спостереженням і дійсними значеннями

досліджуваних величин. Помилки спостереження виникають внаслідок неточностей при збиранні і реєстрації значень досліджуваних ознак.

Недопущення і попередження помилок є одним із важливих завдань організації і проведення статистичного спостереження. Невірні статистичні дані можуть призвести до прорахунків у державному управлінні економікою, серйозних помилок у науковому плануванні і прогнозуванні та інших негативних наслідків. Тому в Україні встановлена сувора відповідальність посадових осіб за навмисні викривлення статистичних даних.

У залежності від характеру, ступеня впливу на кінцеві результати, джерел і причин виникнення неточностей розрізняють наступні типи помилок статистичного спостереження: а) помилки реєстрації; б) помилки репрезентативності. Кожний з цих типів помилок ділиться на випадкові (ненавмисні) і систематичні (навмисні).

Помилки реєстрації виникають внаслідок неправильного встановлення фактів у процесі спостереження, помилкового запису їх значень або обох причин разом.

Випадковими називаються помилки реєстрації, які можуть виникати внаслідок різних випадкових причин. Наприклад, опитувана особа може обмовитись, а реєстратор недочути або випадково переставити місцями цифри, замість віку 23 роки записати 32 і навпаки. Такі неточності діють у протилежних напрямках і за достатньо великого числа спостережень взаємно погашаються.

Систематичні помилки реєстрації виникають внаслідок певних причин, діють в одному і тому ж напрямку і спричиняють серйозні викривлення загальних результатів статистичного спостереження. Наприклад, під час перепису населення опитувані особи часто округляють свій вік, як правило, на цифрах, які закінчуються «5» і «0». Замість 34-36 років говорять 35, замість 49-51 говорять, що їм 50 років і т.п. Внаслідок цього виходить, що 35, 40, 45, 50 – літніх громадян значно більше ніж 34, 41, 46, 51 – літніх.

Статистичні помилки реєстрації можуть бути внаслідок свідомого викривлення фактів. Це навмисні приписки або приховування у звітах фактичних даних.

Помилки реєстрації виникають як за суцільного, так і за несуцільного спостережень.

На відміну від помилок реєстрації, помилки репрезентативності властиві тільки несуцільному спостереженню.

Помилками репрезентативності називаються відхилення значень ознак відібраної й обстеженої частини сукупності від значень ознак усієї досліджуваної сукупності.

Випадкові помилки репрезентативності виникають внаслідок того, що відібрана випадковим, неупередженим способом частина досліджуваної сукупності недостатньо повно відтворює всю сукупність у цілому.

Систематичні помилки репрезентативності виникають внаслідок порушення принципів неупередженого, випадкового відбору одиниць для обстеження.

З метою отримання в процесі статистичного спостереження високоякісних матеріалів, статистичні органи здійснюють постійний контроль за

ходом проведення спостереження, систематично перевіряють стан первинного обліку і звітності на підприємствах, організаціях та установах.

Після закінчення спостереження матеріали, зібрані в процесі його проведення, старанно перевіряються за повнотою охоплення об'єкта спостереження, якістю заповнення формулярів та інших документів.

Статистика використовує два способи контролю матеріалів спостереження: а) арифметичний (лічильний); б) логічний.

Арифметичний контроль полягає в лічильній перевірці підсумкових даних звітів або формулярів і погодженні тих показників, які взаємопов'язані між собою і можуть бути виведені один з одного. Наприклад, в шаховій таблиці будь-якого значення підсумки рядків і колонок повинні збігатися, а якщо такого збігу немає, тоді шукають помилку в рядках або колонках.

Логічний контроль полягає у зіставленні взаємопов'язаних між собою відповідей на питання формуляра статистичного спостереження і виявленні їх логічної сумісності. Якщо виявляють логічно несумісні відповіді шляхом подальшого зіставлення з відповідями на інші питання, установлюють, яка з відповідей записана невірно. Наприклад, якщо у формулярі переписного листа перепису населення записано, що опитувана особа у віці 7 років має сім'ю, вищу освіту, працює лікарем, то зрозуміло, що неправильно записаний вік.

Основною умовою успішного проведення будь-якого статистичного дослідження на всіх його стадіях, у тому числі і на стадії спостереження є висока якість зібраного матеріалу.

Питання і завдання для самоконтролю

- 2.1. Сутність і значення статистичного спостереження.
- 2.2. Статистичні дані, вимоги до них.
- 2.3. Джерела та інформаційні форми спостереження.
- 2.4. Звітність і спеціально організоване спостереження.
- 2.5. План статистичного спостереження.
- 2.6. Програмно-методологічні питання плану статистичного спостереження.
- 2.7. Мета, об'єкт, одиниця спостереження.
- 2.8. Одиниця сукупності. Вимоги щодо викладання ознак.
- 2.9. Організаційні питання плану статистичного спостереження.
- 2.10. Система контролю результатів спостереження.
- 2.11. Види та способи спостереження.
- 2.12. Класифікація спостереження за ступенем охоплення одиниць (суцільне і несучільне) сукупності і часом реєстрації даних (поточне, періодичне, одноразове).
- 2.13. Види несучільного спостереження та їх характеристики.
- 2.14. Способи отримання даних.
- 2.15. Помилки статистичного спостереження та способи їх усунення.

Література [5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

2.1. Проводиться обстеження інвестиційної привабливості операторів зв'язку регіону. Визначити:

- а) мету спостереження;
- б) об'єкт спостереження;
- в) одиницю сукупності;
- г) одиницю спостереження.

2.2. Визначити об'єкт, одиницю спостереження й одиницю сукупності обстежень:

- а) оцінка якості підготовки студентів з професійних дисциплін у державних і недержавних економічних навчальних закладах;
- б) перепис виробничих площ у державних підприємствах промисловості;
- в) облік наявності касових апаратів у комерційних торгових пунктах міста.

2.3. Визначити місце, час і хто проводить статистичне спостереження:

- а) опитування учасників виробничо-торгового ярмарку, який проводиться з 1.04 по 10.04;
- б) обліку доходів громадян і джерел їх надходжень, який здійснюється податковими інспекціями за підсумками календарного року.

2.4. Перепис населення 2001 р. проводився станом на 12-ту годину ночі з 4-го на 5-те грудня і продовжувався до 14-го грудня включно.

1. Назвати, до якої форми, виду і способу спостереження належить перепис населення.

2. Мета спостереження за станом населення.

3. Визначити об'єкт спостереження й одиницю сукупності.

4. Назвати об'єктивний і суб'єктивний час перепису. Чому критичний момент перепису населення 2001 р. обрали взимку, в грудні, в середині тижня.

2.5. Визначити, до якого виду належать наведені нижче спостереження:

- а) за формою спостереження (звітність, спеціально організоване спостереження, реєстр);
- б) за ступенем охоплення одиниць сукупності (суцільне, несучільне);
- в) за обліком фактів у часі (поточне, періодичне, одноразове);
- г) за відношенням суб'єкта до об'єкта, тобто за способом спостереження (безпосередній облік фактів, документальний облік, опитування).

2.5.1. Перепис населення.

2.5.2. Перепис устаткування.

2.5.3. Бюджетні обстеження.

2.5.4. Щомісячний звіт про собівартість продукції.

2.5.5. Щорічний звіт про прибутки підприємства.

2.5.6. Відстеження цін на ринках.

2.5.7. Щоденна реєстрація курсу купівлі та продажу валют.

2.5.8. Реєстрація народжуваності й смертності, яку здійснюють відділи ЗАГСу та сільські ради.

2.5.9. Перепис житлового фонду на 1 січня 2002 р.

2.5.10. Реєстрація актів громадянського стану (народження, смерті, шлюбів та розлучень).

2.6. За таблицею 2.1 визначити форму і види статистичних спостережень.

Таблиця 2.1 – Форми і види статистичних спостережень

№ з/п	Статистичне спостереження	Форма			Вид				
		звітність	спеціально-організоване	реєстр	за ступенем охоплення одиниць сукупності		за часом реєстрації фактів		
					суцільне	несуцільне	поточне	періодичне	одноразове
1	Анкетне опитування пасажирів авіакомпанії, яка обслуговує щотижневі рейси								
2	Перелік усіх релігійних общин країни								
3	Місячний звіт колективних господарств області про виробництво продукції								
4	Відстеження фінансової діяльності інвестиційної компанії								
5	Списки виборців регіональних виборчих округів								
6	Реєстрація розлучень в ЗАГСах								
7	Опитування окремих учасників презентації фірми								

2.7. Проведіть логічний контроль правильності заповнення мігрантом відривного талона до "Листка убування".

Стать	чол.
Вік	15 років
Національність	українець
Сімейний стан	одружений
Місце народження	м. Харків
Місце роботи	учень ПТУ
Громадянство	російське
Термін приїзду	постійне мешкання
Мета приїзду	відпочинок
Місце прописки	м. Харків
Кількість членів сім'ї	1
зокрема дітей	2

2.8. За допомогою логічного контролю виявити помилки.

Таблиця 2.2 – Переписний листок населення

Ознака	Переписний листок			
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
Прізвище, ім'я та по батькові	Іванов Іван Іванович	Петров Іван Петрович	Петрова Ніна Василівна	Петрова Наталія Іванівна
Стать	Ж	Ч	Ж	Ч
Вік	15	40	35	16
Перебуває в шлюбі на цей час?	Так	Так	Так	Ні
Національність	укр.	рос.	укр.	укр.
Рідна мова	укр.	рос.	укр.	укр.
Освіта	Середня	Вища	Середня	Неповна вища
Джерело засобів існування	—	Робота на підприємстві	Робота на заводі	Стипендія
Місце роботи	—	АТ "Одеса"	з-д "СОМ"	Інститут
Заняття за місцем роботи	—	Бухгалтер	Директор	Робітниця

2.9. За даними табл. 2.3 проведіть арифметичний контроль даних звіту акціонерних товариств.

Таблиця 2.3 – Дані звіту акціонерних товариств

Тип акціонерного товариства	Кількість товариств	Розмір статутного фонду, млн.гр.од.	Сума акціонерних внесків, млн.гр.од.	Чисельність акціонерів, осіб	Середній розмір внеску одного акціонера, тис.гр.од.	Питома вага, %		Кількість акціонерів з розрахунку на одне АТ, осіб
						статутного фонду	суми акціонерних внесків	
Відкрите	150	1400	1200	16800	74,1	72	81	112
Закрите	100	600		5200	57,7	28	20	50
У цілому	250	2000	1500	22000	68.2	100	100	88

Розділ 3

ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

План

- 3.1. Зміст і завдання статистичного зведення.
- 3.2. Зміст і завдання статистичних групувань.
- 3.3. Основні правила утворення груп.

3.1. Зміст і завдання статистичного зведення

У результаті статистичного спостереження отримують значну кількість різноманітних відомостей про кожну одиницю досліджуваної сукупності. Проте, щоб на основі цих відомостей можна було зробити певні висновки, потрібно всю масу окремих даних привести до відповідного порядку, систематизувати, обробити і на цій основі дати зведену характеристику всієї сукупності фактів за допомогою узагальнюючих статистичних показників. Цього досягають на другому етапі статистичного дослідження, який називається зведенням і групуванням статистичних матеріалів.

Отже, *статистичним зведенням* називається наукове оброблення первинних даних статистичного спостереження з метою отримання узагальнюючих характеристик досліджуваного явища або процесу за низкою суттєвих для них ознак.

Перш ніж приступити до зведення зібраного первинного матеріалу його потрібно проконтролювати і прийняти. Попередній теоретичний аналіз повинен сприяти тому, щоб під час зведення не втрачалися основні риси досліджуваних явищ в загальних підсумках. Опрацьований матеріал необхідно перевірити за повнотою охоплення обстежуваних одиниць і якістю отриманих про них даних. Якість і повноту зібраної інформації перевіряють за допомогою логічного і лічильного контролю, виявлені дефекти виправляють. Важливою умовою своєчасного і правильного проведення статистичного зведення є суворе дотримання звітної дисципліни. І тільки після того, як весь первинний статистичний матеріал старанно проконтрольований і належним чином виправлений, можна розпочинати його зведення.

Зведення може бути *просте* – як вузькотехнічна операція за підрахунком підсумків первинного статистичного матеріалу, а також *складне* – яке передбачає групування даних, розробку системи показників, підрахунок групових і загальних підсумків та виклад результатів зведення у вигляді статистичних таблиць або графіків.

Статистичне зведення проводять за наперед розробленою програмою, яка відповідає завданням статистичного дослідження з урахуванням прийнятої форми організації зведення.

За формою організації зведення буває *централізоване* і *децентралізоване*.

За *централізованої* форми організації зведення всі матеріали спостереження обробляють і синтезують у Державному комітеті статистики України. Суттєвою перевагою даної форми зведення є те, що вона дає можливість його автоматизації і використання єдиної методології оброблення даних.

За *децентралізованої* форми організації зведення матеріали спостереження обробляють та узагальнюють на місцях, а до центральних органів надсилають зведену інформацію за регіонами. Децентралізована форма зведення дещо дешевша й оперативніша за централізовану.

На практиці поєднують територіально-децентралізовану і централізовану форми зведення.

У залежності від завдань статистичного дослідження програма зведення устанавлює групувальні ознаки, кількість груп та макети розроблювальних таблиць. Програма повинна бути складена таким чином, щоб в результаті зведення отримати матеріал, який характеризує досліджуване явище з різних його сторін.

Для успішного здійснення статистичного зведення складається план його проведення. План має містити розв'язання питань організації зведення, куди входять: послідовність і терміни виконання окремих частин зведення, оформлення його результатів у вигляді таблиць, публікацій у вигляді статистичних збірників та ін.

3.2. Зміст і завдання статистичних групувань

Під час оброблення статистичних матеріалів виникає потреба виділення однорідних груп, типів, а вже потім їх описання за допомогою відповідних кількісних характеристик. Застосування таких узагальнюючих показників, як відносні і середні величини, індекси та інші, можливе лише після того, як статистичний матеріал буде розподілений на однорідні групи.

Групуванням у статистиці називається розподіл усіх одиниць досліджуваної сукупності на групи за певними суттєвими для них ознаками. Серед багатьох методів, які роблять статистику одним із наймодніших знарядь соціального пізнання, групування вважається найбільш ефективним. Воно є центральним моментом будь-якого зведення, завдяки чому матеріал статистичного спостереження набуває систематизованого виду.

За статистичного вивчення соціально-економічних явищ і процесів групування є одним із основних методів аналізу і синтезу.

Ознаки, покладені в основу групування, називаються групувальними. Групування одиниць досліджуваної сукупності за будь-якою ознакою веде до рядів розподілу.

Групувальні ознаки можуть мати кількісний вираз (наприклад, вік працівника, стаж роботи, заробітна плата і т.п.), тому вони називаються *кількісними*, а ряди їхнього розподілу – *варіаційними рядами*.

Якщо групувальні ознаки відображають певні властивості одиниць сукупності (наприклад, стать, національність, освіту і т.п.), вони називаються *якісними*, а ряди розподілу – *атрибутивними*.

При групуванні одиниць сукупності за територіальною ознакою отримують *географічні* або *територіальні* ряди розподілу. Вони дають уяву про розміщення або ступінь розповсюдження тих або інших явищ у просторі.

Особливим видом групувань у статистиці є *класифікація*.

Класифікацією в статистиці називається стійке і фундаментальне групування одиниць сукупності за атрибутивною ознакою на подібні і відмінні групи і підгрупи. Перелік цих груп і підгруп розглядається як своєрідний статистичний стандарт, затверджений Державним комітетом статистики України. Наприклад, класифікація галузей економіки, класифікація основних фондів, класифікація професій і т.д. Статистичні класифікації ґрунтуються на таких суттєвих ознаках, які мало змінюються й існують тривалий час.

Групування, будучи першою сходинкою статистичного аналізу, одночасно є підготовчою стадією для більш глибокого аналізу досліджуваного статистичного матеріалу.

Із багатьох задач, які розв'язуються за допомогою статистичних групувань, можна виділити три основні: 1) розподіл усієї сукупності на якісно однорідні соціально-економічні типи; 2) вивчення структури явищ і структурних зрушень у них; 3) виявлення і характеристика взаємозв'язку між ознаками досліджуваного явища.

Статистичні групування дозволяють вирішувати різні завдання. Залежно від вирішуваних завдань, етапів і прийомів побудови розрізняють наступні види групувань: за завданнями і цілями дослідження групування поділяються на три види: *типологічні*, *структурні*, *аналітичні*; за етапами побудови – на *первинні* і *вторинні*; за прийомами групувань: *за однією ознакою* і *за двома і більше ознаками*, узятими в комбінації.

Аналізуючи розвиток суспільних явищ і процесів у часі, потрібно виділити соціально-економічні типи, тому що в зародженні, розвитку, боротьбі і відмиранні різних соціально-економічних типів є суть історичного процесу розвитку будь-якого суспільства. Виділення соціально-економічних типів при дослідженні певного явища є одним із головних і вирішальних завдань методу статистичних групувань.

Типологічними називаються групування, за допомогою яких проводять розподіл досліджуваного суспільного явища на класи або соціально-економічні типи.

Типологічні групування в статистичних дослідженнях займають одне з центральних місць. На основі всебічного теоретичного аналізу досліджуваної сукупності виділяють її головні і найхарактерніші типи або групи, вивчають суттєві відмінності між ними, а також спільні ознаки для всіх груп.

За допомогою типологічних групувань вивчають класовий склад населення, розподіл підприємств за формами власності, поділ економіки на сферу матеріального виробництва і невиробничу сферу та ін.

Типологічне групування дає можливість простежити тенденції зрушень у структурі досліджуваної сукупності за низку років.

Без типологічного групування важко зрозуміти і статистично правильно охарактеризувати процеси розвитку промисловості, сільського господарства, будівництва, торгівлі, питання виробництва і розподілу валового внутрішнього

продукту в будь-якому суспільстві без урахування класової структури, виділення соціально-економічних типів явищ і однорідних у класовому відношенні груп.

Користуючись методом статистичних групувань досліджують утворення і розвиток нових економічних типів явищ.

У випадках, коли статистика характеризує явища, які складаються з різних соціально-економічних типів і мають різні закони розвитку, зведені статистичні характеристики у вигляді середніх величин будуть правильно характеризувати розвиток явища тільки в тому випадку, якщо попередньо виділені за допомогою групувань якісно однорідні типи явищ.

Типологічні групування дають можливість аналізувати своєрідні особливості і розвиток окремих типів, зміну їх співвідношення у загальному обсязі певного явища. Такі групування містять цілу систему статистичних показників, які дозволяють глибоко і всебічно проаналізувати відмінності окремих типів та їх питому вагу за низкою показників у загальній сукупності.

Важливим питанням методу будь-яких групувань є правильний вибір груповальної ознаки, від якої залежать результати групування. Типологічні групування вимагають особливого підходу до вибору груповальної ознаки. Якщо такими ознаками виступають атрибутивні ознаки, наприклад, класовий склад населення, форма власності, галузь виробництва, то утворення числа груп та їх назви визначаються самою ознакою.

Проте часто доводиться виділяти типи на основі групувань за кількісною ознакою. Наприклад, виділяючи із підприємств великі, середні і малі, або передові і відстаючі, ми групуємо їх відповідно за вартістю основних виробничих фондів, рівнем виконання плану, тобто за кількісною ознакою. Тут важливо правильно установити інтервал групування, щоб кількісно виділити одні типи від інших. Це питання розв'язується на основі визначення таких кількісних меж, які виділяють нову якість.

Типологічні групування використовують всюди, де потрібно охарактеризувати якісні особливості окремих груп.

Структурні групування. Виділені в результаті типологічних групувань окремі типи явищ вивчаються за їх складом. Структурне групування дозволяє також охарактеризувати структуру і структурні зрушення досліджуваного явища. Так, за допомогою групувань вивчають склад населення за віком, статтю, освітою, національністю, сімейним положенням; склад працівників – за професіями, стажем роботи, віком та іншими ознаками.

Отже, *структурним групуванням* у статистиці називається розподіл якісно однорідної сукупності одиниць на групи, які характеризують її структуру і структурні зрушення за відповідний період часу.

Велике значення мають структурні групування при вивченні концентрації промислових та інших підприємств.

Для вивчення процесу концентрації в промисловості, підприємства групують за вартістю основних виробничих фондів, за середньосписковою чисельністю працюючих, за обсягом виробленої або реалізованої продукції, за рівнем механізації й автоматизації виробництва і т.д. Кожна з наведених

групувальних ознак по-своєму відображають концентрацію. Для трудомістких галузей економіки концентрацію відображають через групування за числом робітників, для енергомістких галузей – за допомогою групувань за енерговитратами, а в деяких випадках групування за однією ознакою доповнюють групуваннями за іншими ознаками.

Структурні групування широко використовують в аналізі виконання плану. Групування підприємств певної галузі за відсотком виконання плану дозволяє виявити які з них виконали і перевиконали план, а які його не виконали, установити причини невиконання плану і показати шляхи ліквідації відставання від планових завдань. Це дозволить розрахувати певні резерви для виконання і перевиконання плану по галузі в цілому.

Метод структурних групувань дає можливість аналізувати статистичні сукупності за економічними й адміністративними регіонами, за галузями економіки, за географічними зонами та іншими ознаками.

У зміні структури суспільних явищ відображаються важливі закономірності їхнього розвитку. Наприклад, індустріалізація економіки проявляється у зростанні частки промислової продукції у загальному обсязі продукції економіки, а також у збільшенні питомої ваги виробництва засобів виробництва в складі продукції промисловості.

Зростання культурного рівня населення простежується в підвищенні його грамотності і долі людей із середньою спеціальною і вищою освітою.

Якщо в структурних групуваннях порівняти дані за часом, то отримаємо інформацію, яка буде характеризувати закономірності в зміні структури, тобто про структурні зрушення в досліджуваному явищі. Тому структурні групування часто подаються в динамічних таблицях.

У багатьох випадках структурне групування представляється цілою системою показників, що дозволяє вивчати розподіл підприємств за низкою показників, які характеризують їх роботу.

Аналітичні групування. Одним із основних завдань, яке розв'язується за допомогою статистичних групувань, є дослідження взаємозв'язків варіаційних ознак у межах, як правило, однорідної сукупності.

Аналітичними групуваннями в статистиці називаються такі, за допомогою яких виявляють і вивчають взаємозв'язок між окремими ознаками досліджуваного соціально-економічного явища.

Всі явища суспільного життя та їхні ознаки пов'язані між собою і залежать одне від одного. Взаємопов'язані ознаки поділяються на *факторні* і *результативні*.

Факторною називається ознака, під впливом якої змінюється залежна від неї інша ознака.

Результативною називається ознака, яка змінюється під впливом факторної ознаки.

Розглянемо для прикладу аналітичне групування промислових підприємств однієї із галузей економіки за вартістю основних виробничих фондів і випуском валової продукції (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Залежність випуску валової продукції від вартості основних виробничих фондів

Групи підприємств за вартістю основних виробничих фондів, млн.грн.	Кількість підприємств	Вартість основних виробничих фондів в середньому на одне підприємство, млн.грн.	Валова продукція за звітний період (у порівняльних цінах) у середньому на одне підприємство, млн.грн.	Фондовіддача, грн.
I 1,0–2,5	3	1,70	1,97	1,16
II 2,5–4,0	10	3,16	3,79	1,20
III 4,0–5,5	7	4,60	5,78	1,25
IV 5,5–7,0	5	6,26	10,68	1,71
Разом:	25	4,01	5,51	1,37

Із табл. 3.1 чітко простежується тенденція до збільшення випуску валової продукції зі зростанням вартості основних виробничих фондів. Групування показує залежність випуску валової продукції від вартості основних виробничих фондів, тобто від розміру підприємства. Це пояснюється тим, що на великих підприємствах підсилюється роль науково-технічного прогресу, покращується організація праці, збільшується число висококваліфікованих спеціалістів та ін.

Аналітичне групування показує закономірність, яка полягає в тому, що зі зростанням обсягу виробництва підвищується ефективність роботи підприємств. У нашому прикладі про це свідчить тенденція зростання фондовіддачі.

Взаємозв'язок між досліджуваними ознаками полягає також у тому, що зі збільшенням факторної ознаки результативна може не тільки збільшуватись, але й зменшуватись. Наприклад, із збільшенням рівня продуктивності праці зменшується собівартість одиниці продукції, зі зростанням обсягу виробництва знижується фондомісткість продукції і т.д.

Аналітичне групування може проводитись як за факторною, так і за результативною ознаками в залежності від того, що є основним при статистичному дослідженні. Якщо вивчається вплив якоїсь однієї причини на різні явища – групування проводять за факторною ознакою, а якщо вивчають вплив різних причин на будь-яке одне явище, то групують сукупність за результативною ознакою.

Характерною особливістю аналітичного групування є те, що кожна група, утворена за суттєвою факторною ознакою, характеризується середніми величинами результативних ознак.

Аналітичні групування дозволяють, за більш глибокого аналізу, знайти форму і виміряти тісноту зв'язку між варіаційними ознаками і на цій основі зробити важливі практичні висновки для планування і прогнозування.

Вторинні групування. Всі раніше наведені групування, зроблені на основі первинного статистичного матеріалу, називаються *первинними групуваннями*.

Іноді, за статистичного дослідження, раніше згрупований матеріал доводиться перегруповувати.

Вторинним групуванням у статистиці називається процес утворення нових груп на основі раніше проведеного групування первинних даних.

Метод вторинного групування використовується для утворення, на основі групування за кількісною ознакою, якісно однорідних груп або типів, приведення кількох групувань з різними інтервалами до одного виду, з метою порівняльності та утворення більш укрупнених груп, в яких чіткіше простежується характер розподілу. Його застосовують також при економічному аналізі роботи господарств для приведення до порівняльного виду вже згрупованих даних, але не зіставних за територією або періодами часу.

Статистика використовує два способи утворення нових груп.

Перший, найбільш простий і розповсюджений – це спосіб зміни (як правило укрупнення) інтервалів первинного групування. В більшості випадків тут виходять із передбачення про нормальний розподіл ознак усередині інтервалів.

Другий спосіб вторинного групування базується на закріпленні за кожною групою певної частки одиниць сукупності (спосіб часткового перегрупування).

Перший спосіб вторинного групування застосовується для зведення двох і більше групувань з неоднаковими інтервалами до одного виду, з метою зіставлення. Проілюструємо цей спосіб перегрупування на прикладі (табл. 3.2, 3.3).

Таблиця 3.2 – Розподіл працівників за виконанням норм виробітку

Базисний період		Звітний період	
Групи працівників за виконанням норм виробітку	Число працівників, %	Групи працівників за виконанням норм виробітку	Число працівників, %
I до 80	0,8	I до 90	2,0
II 80-85	1,2	II 90-100	10,0
III 85-90	2,3	III 100-110	71,0
IV 90-100	2,5	IV 110-120	11,0
V 100-110	70,2	V 120 і більше	6,0
VI 110-115	16,0		
VII 115-120	2,8		
VIII 120-125	2,2		
IX 125 і більше	2,0		
Разом:	100,0	Разом:	100,0

Таблиця 3.3 – Групування працівників за виконанням норм виробітку

Група працівників за виконанням норм виробітку	Число працівників, % до підсумку	
	Базисний період	Звітний період
I до 90	4,3	2,0
II 90-100	2,5	10,0
III 100-110	70,2	71,0
IV 110-120	18,8	11,0
V 120 і більше	4,2	6,0
Разом:	100,0	100,0

Порівняти ці два періоди між собою не можна через те, що вони мають різні інтервали. Але їх можна порівняти, провівши вторинне групування.

Узявши за основу групи працівників звітного періоду, установлюємо, що до першої групи увійдуть усі три групи працівників базисного періоду, інтервали від 90 до 100 і 100–110 обох періодів збіглися, до четвертої групи (110–120) – шоста і сьома групи працівників базисного періоду, і до останньої групи (120 і більше) – восьма і дев'ята групи.

Як видно з табл. 3.3 найбільшою є частка робітників (понад 80 %) з виконанням норм виробітку від 100 до 120. Вторинне групування дало можливість зіставити дані обох періодів.

Вторинне групування, для приведення двох групувань з різними розмірами інтервалів до єдиного виду, з метою порівняння, інколи проводять двома способами одночасно.

Покажемо проведення такого групування на прикладі (табл. 3.4, 3.5).

Таблиця 3.4 – Розподіл працівників двох цехів одного підприємства за розміром місячної заробітної плати

Цех 1		Цех 2	
Групи працівників за розміром заробітної плати, грн.	Частка працівників у групі, %	Групи працівників за розміром заробітної плати, грн.	Частка працівників у групі, %
1200 – 1400	5	–	–
1400 – 1600	12	1300 – 1600	14
1600 – 1800	18	1600 – 1900	30
1800 – 2000	26	1900 – 2200	21
2000 – 2200	25	2200 – 2500	15
2200 – 2400	7	2500 – 2800	16
2400 – 2600	4	2800 – 3100	4
2600 – 2800	3	–	–
Разом:	100	Разом:	100

Безпосередньо порівняти розподіл працівників обох цехів підприємства неможливо, тому що цей розподіл має різні інтервали (200 і 300 грн.).

У цьому випадку за допомогою вторинного групування можна привести ці групування до порівняльного виду, перегрупувавши їх з інтервалом 400 грн.

Таблиця 3.5 – Розподіл працівників двох цехів одного підприємства за розміром місячної заробітної плати

Групи працівників за розміром заробітної плати, грн.	Частка працівників у групі, % до підсумку	
	Цех 1	Цех 2
1200 – 1600	17 (5 + 12)	14
1600 – 2000	44 (18 + 26)	37 (30 + 1/3×21)
2000 – 2400	32 (25 + 7)	24 (2/3×21 + 2/3×15)
2400 – 2800	7 (4 + 3)	21 (1/3×15 + 16)
2800 – 3200	–	4
Разом:	100	100

Проведене вторинне групування обох цехів дало можливість порівняти їхні дані. Вони показують, що в цеху 2 місячна заробітна плата працівників більш диференційована, ніж в цеху 1.

Складні групування. Зв'язки між явищами суспільного життя складні і різноманітні, вони залежать від багатьох причин, в яких переплетені різні, часто суперечливі тенденції. Для більш повного і глибшого дослідження процесів розвитку цих явищ, потрібно групувати дані за двома і більше ознаками. Такі групування в статистиці називаються *складними*.

Найбільш розповсюдженим видом складних групувань є комбіновані групування, за яких розподілені на групи сукупності піддаються подальшому дрібненню на підгрупи за іншими додатковими ознаками.

Отже, *комбінованими* в статистиці називаються групування, коли утворені групи за однією ознакою, поділяються потім на підгрупи за однією і більше ознаками, взятими в комбінації.

Одночасне використання декількох групувальних ознак дозволяє виявити і порівняти такі відомості і зв'язки між досліджуваними ознаками, які не можна знайти через ізольовані групування за низкою групувальних ознак. Наприклад, табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Групування підприємств за вартістю основних виробничих фондів і чисельністю промислово-виробничого персоналу

Групи підприємств за вартістю основних виробничих фондів, млн.грн.	Підгрупи за чисельністю промислово-виробничого персоналу, чол.	Число підприємств	Середньорічна вартість основних виробничих фондів, млн.грн.	Середньо-спискова чисельність промислово-виробничого персоналу, чол.	Товарна продукція в середньому на одне підприємство, млн.грн.
А	1	2	3	4	5
I. 10 – 160	I до 15000	18	80,7	6540	103,5
	II 15000 і більше	7	102,7	16258	166,4
Всього за групою I		25	86,9	9262	121,2
II. 160 – 310	I до 15000	3	184,7	12633	142,7
	II 15000 і більше	5	230,0	20764	223,4
Всього за групою II		8	213,0	17715	193,1
III. 310 – 460	I до 15000	3	328,0	12850	359,3
	II 15000 і більше	4	380,5	22077	513,7
Всього за групою III		7	358,0	18123	447,6
Разом:		40	159,5	12503	192,7

У табл. 3.6 чітко простежується залежність результативного показника (товарної продукції) від вартості основних виробничих фондів. Підсумкові дані за групами показують, що зі збільшенням вартості основних виробничих фондів зростає середня величина товарної продукції (122,2; 193,1; 447,6).

За даними таблиці також спостерігається залежність обсягу товарної продукції від чисельності промислово-виробничого персоналу. Для цього потрібно розглянути зміну результативного показника за підгрупами. У підгрупах усіх груп товарна продукція в середньому на одне підприємство зростає.

Таким чином, комбіноване групування за двома ознаками дозволяє розглянути вплив обох групувальних ознак на результативний показник.

На практиці, при проведенні комбінованого групування, обмежуються трьома-чотирма ознаками. Все це вимагає пошуків нових принципів групування, які б зняли зазначені вище обмеження.

Завдання всебічного аналізу соціально-економічних явищ і процесів не розв'язується через складання якогось одного групування, яке б характеризувало типи, структуру і взаємозв'язок даного економічного явища. Такий аналіз вимагає складання системи групувань за багатьма ознаками, яка допоможе охарактеризувати розвиток певного явища в цілому.

Утворені системи групувань повинні відповідати загальним методологічним вимогам і підпорядковуватись логічним і формальним критеріям.

Логічні критерії вимагають наступного:

- а) система повинна всебічно характеризувати досліджуваний об'єкт;
- б) системою групувань повинні розв'язуватись типологічні, структурні й аналітичні завдання дослідження;
- в) кожне окреме групування повинно бути однією з логічних ланок у загальній системі;
- г) висновки за кожним групуванням не повинні суперечити один одному;
- д) система групувань повинна бути стабільною і не піддаватись чистим змінам у часі.

Основними *формальними критеріями* є:

- а) формування за якісними ознаками повинні передувати групуванням за кількісними ознаками;
- б) результативні ознаки повинні бути виражені в однакових одиницях виміру для всієї системи абсолютних, відносних і середніх показників;
- в) таблиці системи групувань повинні мати протягом тривалого часу стабільну нумерацію;
- г) інтервали групувань також повинні бути стабільними і без потреби часто не змінюватись.

Дотримання вищенаведених вимог й критеріїв робить систему групувань більш гнучкою й одночасно стабільною, що є необхідною умовою всебічного економіко-статистичного аналізу.

3.3. Основні правила утворення груп

Перед проведенням простих, а тим більше комбінованих групувань, потрібно розв'язати питання про кількість груп, розмір інтервалів та ін.

При групуванні за атрибутивними ознаками число груп, на які ділять досліджувану сукупність, визначається кількістю різновидів цієї ознаки.

Окремим випадком атрибутивних групувань є *альтернативне групування*, коли є всього два варіанти атрибутивної ознаки, один із яких виключає інший. Наприклад, розподіл працівників які мають спеціальну освіту і які такої освіти не мають і т.п.

Інший характер має групування за кількісними ознаками, за якого виникає питання про кількість груп, числові межі окремих груп та інтервали групування. Наприклад, групування працівників за стажем роботи, тарифним розрядом або заробітною платою; групування заводів за вартістю основних виробничих фондів, випуском або реалізацією продукції і т.д.

При розв'язанні питання про те, скільки доцільно утворити груп, беруть до уваги варіацію ознаки і число спостережень. Чим інтенсивніше змінюється ознака і чим більша сукупність одиниць, тим більше число груп потрібно утворити. Проте як загальний принцип розв'язання питання про необхідну кількість груп виступає вимога, яка була оптимальною, і щоб до кожної групи потрапила достатньо значна кількість одиниць. За значної кількості груп відбудеться розпорошення одиниць досліджуваної сукупності, однорідні одиниці попадуть в різні групи. А за малої кількості груп до однієї і тієї ж групи попадуть одиниці різних типів.

При групуванні за кількісними ознаками виникає суттєве питання про вибір розміру інтервалів групування.

Інтервалом групування називається різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в кожній групі.

Інтервали в структурних і аналітичних групуваннях можуть бути рівними і нерівними в залежності від характеру розподілу одиниць сукупності за даною ознакою. Нерівні інтервали, в свою чергу, можуть бути прогресивно-зростаючими або прогресивно-спадаючими.

Інтервали, в яких зазначена лише одна межа (верхня або нижня) називаються відкритими.

Якщо варіація досліджуваної ознаки знаходиться в порівняно вузьких межах і розподіл близький до нормального, то застосовують *рівні інтервали*.

Величину інтервалу, при групуванні з рівними інтервалами, визначають шляхом ділення розмаху варіації на число груп за формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

де x_{\max} – максимальна величина ознаки;

x_{\min} – мінімальна величина ознаки;

h – розмір інтервалу;

k – число груп.

Величина інтервалу залежить від числа груп і варіації досліджуваної ознаки. Чим більшою буде варіація ознаки, тим більшою буде величина інтервалу і чим більше число груп, тим менша величина інтервалу.

Число груп орієнтовно можна визначити за формулою американського вченого Стерджеса:

$$k \approx 1 + 3,322 \lg n,$$

де n – число одиниць сукупності, яка підлягає групуванню.

Тоді формула для визначення розміру інтервалу матиме такий вигляд:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}.$$

Якщо, наприклад, потрібно провести групування з рівними інтервалами 100 працівників підприємства за розміром заробітної плати, максимальне значення якої 2800 грн., а мінімальне – 1600 грн.,

то $k \approx 1 + 3,322 \lg 100 = 7,642 \approx 8$ груп,

$$h = \frac{2800 - 1600}{8} = 150 \text{ грн.}$$

У даному випадку оптимальним розміром інтервалу може бути величина 150 грн., а число груп – 7 або 8.

Якщо в результаті ділення отримують не кругле число і виникає потреба в округленні, то округлюють в більший бік.

Число груп можна визначити також за наступною номограмою:

Чисельність одиниць сукупності	15...24	25...44	45...89	90...179	180...359	360...719	720...1439
Число груп	5	6	7	8	9	10	11

Недолік формули Стерджеса полягає в тому, що її застосування дає хороші результати для великої сукупності одиниць і коли розподіл одиниць за ознакою, покладеною в основу групування, близький до нормального.

Проте при визначенні груп даними методами можливе отримання порожніх або мало заповнених груп. Якщо розмах варіації ознаки сукупності великий і його значення варіюють нерівномірно, то використовують групування з нерівними інтервалами.

З нерівних інтервалів найчастіше уживаються прогресивно зростаючі або убуваючі інтервали. Для крупних підприємств, що налічують тисячі робочих, інтервали чисельністю в 100 і тим більше 10 або 5 робочих не впливають на техніко-економічні характеристики таких груп. Проте для дрібних і середніх підприємств ці інтервали дуже суттєві. Цим і пояснюється необхідність установаження нерівних інтервалів: малих — для дрібних об'єктів; великих — для крупних.

Величина інтервалів, що змінюється в арифметичній прогресії, визначається за формулою $h_{i+1} = h_i + a$, а в геометричній прогресії: $h_{i+1} = h_i q$,

де a – постійна величина (позитивна для прогресивно зростаючих інтервалів, негативна – для тих, що прогресивно убувають);

q – константа (для прогресивно зростаючих інтервалів $q < 1$, в іншому випадку – $q > 1$).

У статистичних групуваннях часто розмежовують дві якісно відмінні групи підприємств. Наприклад, підприємства, які не виконали план, і ті, які виконали план на 100% і більше.

Групування, метою яких є утворення якісно однорідних груп, використовують *спеціалізовані інтервали*. В таких групуваннях межа інтервалу установається там, де відбувається перехід від однієї якості до іншої. Наприклад, групування дітей за віком, за характером відношення чоловічого населення до трудової діяльності і т.п.

При утворенні інтервалів важливе значення має точне позначення меж. Зазвичай межі інтервалів позначаються вказівкою значень ознаки «від» і «до». Характер такого позначення говорить, що в групу включаються всі значення ознаки у вказаних межах. Наприклад, телеграми групуються за кількістю слів: від 5 до 9, від 10 до 15 і т.д.; працівники – за величиною заробітної плати: від 1000 до 2000 грн., від 2001 грн. до 5000 грн. і т. д. Числа, що фіксують межі інтервалів, повинні бути достатньо простими і, як правило, круглими. Такі числа дуже зручні при аналізі, оскільки величина групи рельєфно виділяється. Наприклад, при двох і більше значущих цифрах зручно, коли інтервал починається числом з одним або декількома нулями. Цей прийом дозволяє чітко позначити межі і правильно розподілити одиниці сукупності за групами.

Проте в практиці при побудові групування нерідко (за безперервною ознакою, що змінюється) одне і те ж число слугує верхньою і нижньою межами двох суміжних груп. Наприклад, групи працівників підприємства за продуктивністю праці позначаються так: до 90 грн., 90–120, 120–150, 150–180, понад 180 грн. За такої побудови інтервалів питання про віднесення одиниць об'єкта спостереження за групами на практиці вирішується двояко: за принципом «включно» до першої групи відноситься працівник, продуктивність праці якого позначається – до 90 грн.; за принципом «виключно» цей працівник включається до другої групи – 90–120 грн. Застосування цих принципів залежить від форми написання інтервалів, особливо першої і останньої груп. У даному прикладі працівника, продуктивність якого 180 грн., включають до передостанньої групи, оскільки її інтервал позначений 150–180, а останній — понад 180 грн. Відповідно працівник, що має виробіток 90 грн., відноситься до першої групи. Якби запис був «180 і більше», то за принципом «виключно» працівник, що має виробіток 180 грн., включався б до останньої групи.

На практиці застосовуються обидва методи, але все-таки переважає принцип «виключно».

Намічені при групуванні інтервали бувають відкриті (у них вказана одна межа – верхня або нижня) і закриті (є нижня і верхня межі). У другому прикладі – перший і останній інтервали є відкритими, а другий, третій і четвертий – закритими. Необхідність у відкритих інтервалах обумовлена значним коливанням ознаки, що вивчається, розкидом її кількісних значень, що вимагають утворення безлічі груп, якщо відокремлювати їх обома межами.

При визначенні меж інтервалів слід враховувати, що зміна кількісної ознаки приводить до появи нової якості. Тому межа інтервалу повинна установлюватися там, де відбувається перехід від однієї якості до іншої, шляхом використання групувань зі спеціалізованими або довільними інтервалами. Перші застосовують для виділення із сукупності одних і тих самих типів, що знаходяться в різних умовах (наприклад, філій, що функціонують в міській і сільській місцевості); другі – при вивченні соціально-економічних явищ на макрорівні, групуванні організацій за рівнем рентабельності.

Після того, як виконане групування статистичних даних, постає завдання характеристики кожної групи з тим, щоб глибоко проаналізувати риси й особливості сукупності, що вивчається, і на основі цього зробити узагальнюючі

висновки про все явище у цілому. Така характеристика дається комплексом статистичних показників.

Будь-який статистичний показник є лише *приватною характеристикою*, яка одна неспроможна правильно визначити складний предмет вивчення. Наприклад, характеристика організацій зв'язку за розміром (великі, середні, дрібні) дає уявлення про склад сукупності організацій, що функціонують в даний момент. Але це лише приватна характеристика, що не охоплює інші особливості організацій зв'язку: частка на ринку зв'язку, обсяг послуг, що надаються, рівень рентабельності, ступінь цифровізації систем передавання інформації тощо. Тому виникає необхідність застосовувати для характеристики груп і сукупності у цілому систему показників.

Система показників є комплексом взаємопов'язаних показників, що дозволяють характеризувати явище, що вивчається, з необхідною повнотою, достатньою для розкриття суті явища і дослідження закономірностей протікаючих процесів. Тільки комплексне використання показників дозволяє подолати однобічність кожного з них, забезпечити правильне розуміння явища, що вивчається, представити його в реальній повноті і різноманітті.

Питання і завдання для самоконтролю

3.1. Що ви розумієте під поняттям "зведення" у цілому? Що таке просте і складне зведення?

3.2. Які види помилок статистичного спостереження ви знаєте: назвіть і дайте характеристику?

3.3. До якого етапу статистичного дослідження слід відносити статистичне зведення і групування?

3.4. Що ви розумієте під групуванням?

3.5. Які існують види групувань за організацією?

3.6. Які існують види групувань за технікою виконання?

3.7. Які задачі розв'язуються за допомогою методу групування?

3.8. Яким чином можна визначити кількість груп при групуванні даних?

3.9. За допомогою якої формули визначається число груп і як ця формула називається?

3.10. Як визначити величину інтервалу при групуванні з різними інтервалами?

3.11. Які є види групувань за характером завдань?

3.12. Які є види групувань за кількістю ознак групування?

3.13. Що таке типологічне групування?

3.14. Що таке структурне групування?

3.15. Що таке аналітичне групування?

3.16. Що таке комбінаційне групування?

3.17. Що таке багатовимірне групування?

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

3.1. За даними бюджетних обстежень для 20 домогосподарств (табл. 3.7) наведені дані про кількість членів домогосподарств, загальний грошовий та середньодушовий місячний доход, включаючи трансферти.

1) Необхідно згрупувати домогосподарства за першими двома ознаками: осібно та в комбінації.

2) Визначити середній доход на одне домогосподарство та одного члена домогосподарства (середньодушовий доход).

Таблиця 3.7 – Кількість членів домогосподарств, загальний грошовий та середньодушовий місячний доход

№ з/п	Кількість членів домогосподарства	Загальний грошовий доход, включаючи трансферти, гр.од.	Середньодушовий доход, гр.од.
1	2	185	92,5
2	3	268	89,3
3	4	539	134,7
4	2	193	96,5
5	3	473	157,6
6	3	324	108,0
7	4	710	177,5
8	3	172	57,3
9	4	248	62,0
10	2	350	175,0
11	3	516	172,0
12	3	374	124,7
13	4	450	112,5
14	3	603	201,0
15	3	229	76,3
16	2	368	184,0
17	4	313	78,3
18	3	346	115,3
19	3	447	149,0
20	4	392	98,0

3.2. У табл. 3.8 наведено дані про працівників.

Таблиця 3.8 – Стаж роботи та місячний випуск продукції на одного працівника

№ з/п	Стаж роботи (роки)	Місячний випуск продукції на одного працівника, грн.
1	8,0	262
2	7,0	252
3	7,5	253
4	5,3	252
5	5,0	244
6	2,5	240
7	5,5	245
8	10,1	262
9	6,0	256
10	5,0	241
11	6,0	252
12	9,0	264
13	9,0	270
14	1,0	234
15	10,5	276
16	4,5	222
17	12,0	279
18	11,0	295
19	14,0	320
20	13,2	284
21	16,0	310
22	2,7	223
23	2,5	230
24	6,9	280
25	4,4	250
26	9,2	298
27	6,5	290
28	3,0	205
29	1,0	202
30	1,0	200

I. Побудуйте ряд розподілу працівників за стажем роботи, створивши п'ять груп з рівними інтервалами.

II. Для вивчення зв'язку між стажем і продуктивністю праці виконайте:

1) групування працівників за стажем роботи, створивши п'ять груп із рівними інтервалами. Кожну групу охарактеризуйте за кількістю працівників, середнім стажем роботи; місячним випуском – разом і в середньому на одного працівника;

2) комбінаційне групування за двома ознаками: стажем роботи (5 груп) і місячним випуском продукції на одного працівника (3 групи). Кожну групу охарактеризуйте за такими ж показниками, як у п. II.1.

Розділ 4

УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

План

- 4.1. Види і значення узагальнюючих статистичних показників.
- 4.2. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.
- 4.3. Види відносних величин, способи їх обчислення та форми вираження.

4.1. Види і значення узагальнюючих статистичних показників

Інформація про суспільні явища і процеси створюється, передається і зберігається у вигляді **статистичних показників**. Вони є однією з основних економічних категорій, за допомогою яких відображають кількісну й якісну сторони явищ і процесів.

Узагальнюючі статистичні показники відображають кількісну сторону сукупності суспільних явищ, що вивчається, є їх величиною, вираженою відповідною одиницею вимірювання. Ці статистичні величини характеризують обсяги процесів (чисельність робітників, обсяг доходу), що вивчаються, їх рівні (наприклад, рівень продуктивності праці робітника), співвідношення (наприклад, працевлаштованого населення і безробітних) і т. д. На практиці обчислюються різноманітні статистичні показники, що стосуються до багатьох сторін життя суспільства.

Статистичні показники, відображаючи економічні категорії, мають взаємопов'язані кількісну і якісну сторони. Якісна сторона показника відбивається в його змісті безпосередньо до конкретного розміру ознаки, наприклад у розкритті того, що є згідно з економічною теорією доходом, витрати обігу тощо. Кількісна сторона статистичного показника – це його числове значення. Наприклад, обсяг доходу за рік, що вивчається, склав 105 тис. грн. Статистичні показники виконують низку функцій і, перш за все, пізнавальну й управлінську (контрольно-організаційну). Проте деякі з них (економічні), крім того, виконують стимулюючу функцію.

Пізнавальна функція статистичних показників полягає в тому, що вони характеризують стан і розвиток явищ, що вивчаються, напрям та інтенсивність процесів, що відбуваються в суспільстві. Узагальнюючі показники слугують базою аналізу і прогнозування соціально-економічного розвитку окремих районів, областей, регіонів і країни в цілому. Вивчаючи кількісну сторону явищ, пізнаючи її, економічний зміст аналізує якісну сторону об'єкта, проникає в його сутність.

Статистичний показник виконує також важливу управлінську функцію, суть якої полягає в тому, що він є найважливішим елементом процесу управління на всіх його рівнях. У зв'язку з переходом на ринкові відносини ця роль статистичних показників зростає. Посилюється контроль за ходом

виконання договорів та іншими сторонами діяльності підприємств, пов'язаними з якістю обслуговування споживачів і економічними результатами діяльності підприємств.

Різноманіття функцій і цілей, які виконують статистичні показники, визначає їх види. Показники, що обчислюються в статистичній практиці, можна підрозділити на групи за наступними ознаками:

1) по суті явищ, що вивчаються. Статистичні показники бувають об'ємні, такі, що характеризують розміри процесів (обсяг послуг), і якісні, такі, що виражають собою кількісні співвідношення, типові властивості сукупностей, що вивчаються (наприклад, рівень продуктивності праці);

2) за ступенем агрегації явищ. Статистичні показники поділяються на індивідуальні, такі, що характеризують одиничні процеси та загальні, такі, що відображають сукупність процесів у цілому;

3) залежно від характеру явищ, що вивчаються. Серед статистичних показників виділяють інтервальні і моментні. Дані, що виражають розвиток явищ за окремі періоди часу, є інтервальними показниками, наприклад, доход за місяць, квартал, рік. Вони характеризують процес зміни ознак. До моментних показників відносять ті з них, які відображають стан явища на певну дату (момент). Це може бути величина складських запасів, число підприємств на початок або кінець періоду. Якщо показники процесу (інтервальні) можна підсумувати, а дані, наведені на конкретну дату, скласти найчастіше недоцільно.

Щоб статистичні показники правильно відображали явища, що вивчаються, необхідно виконувати наступні вимоги:

1) спиратися при їх побудові на положення економічної теорії, а також на статистичну методологію і досвід статистичних робіт управління; прагнути до того, щоб показники виражали суть явищ, що вивчалися, і давали їм точну кількісну оцінку;

2) добиватися повноти інформації як за охопленням одиниць об'єкта, що вивчається, так і за комплексним відображенням усіх сторін процесу;

3) забезпечувати порівнянність статистичних показників за допомогою одноманітності початкових даних у просторових і тимчасових відносинах, а також застосовуючи однакові одиниці вимірювання;

4) підвищувати ступінь точності початкової інформації, на основі якої обчислюються показники, оскільки дані достовірні тільки в тому випадку, якщо вони повністю збігаються з дійсними розмірами процесів, правильно характеризують їх зміст.

З достовірністю даних пов'язане поняття точності, яку зазвичай ототожнюють з областю невизначеності результату вимірювання, що припускає допустимі межі дійсного розміру величини явища, що вивчається. Ця вимога доповнюється поняттям надійності оцінки точності, що ґрунтується на певному ступені вірогідності, оскільки розмір відхилень у межах поля допуску завжди пов'язаний з вірогідністю.

Статистичні показники, будучи віддзеркаленням об'єктивної дійсності, є взаємозалежними. Тому вони зазвичай розглядаються не окремо один від одного, а в певному зв'язку, оскільки за одним показником, що характеризує

тільки одну або декілька сторін явища, не можна скласти цілісне уявлення про процес, що вивчається. Наприклад, для характеристики діяльності оператора зв'язку необхідно розглянути декілька показників (обсяг наданих послуг, основні фонди та ін.), які, перебуваючи в певному взаємозв'язку, і утворюють систему статистичних показників.

В основі розробки систем показників повинні лежати: глибоке знання суті аналізованого об'єкта і чітко сформульована цільова установка процесу дослідження з виділенням основної ланки в усій сукупності показників. До вимог науковості систем показників відноситься також взаємний їх зв'язок один з одним, обумовлений логікою реальних процесів, що відбуваються в комерційній діяльності.

Системи статистичних показників мають різний масштаб, наприклад, вони характеризують діяльність відділення зв'язку, цеху, підприємства тощо. Крім того, виділяються підсистеми показників, за допомогою яких вивчаються окремі сфери діяльності підприємств галузі, наприклад, підсистема показників з праці, матеріальних ресурсів, фінансових коштів та ін.

Якою б не була хорошою система показників, вона не дає однозначної характеристики досліджуваного об'єкта. Тому виникає потреба у пошуках таких інтегральних або комплексних показників, які б відображали сукупність, що вивчалася, у цілому. Останнім часом статистикою запропонована ціла низка узагальнюючих показників, наприклад, для оцінки соціально-економічної ефективності діяльності підприємств і якості їхньої роботи. Зміст названих та інших показників, методика їх розрахунку розглядаються в наступних пунктах.

4.2. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру

Абсолютними величинами в статистиці називаються первинні узагальнюючі показники, які характеризують суспільні явища і процеси в конкретних умовах місця і часу.

Абсолютні величини як узагальнюючі показники характеризують сукупність за її *чисельністю* (число працівників, кількість відділень зв'язку і т. д.) і *обсягом* (валовий випуск продукції, фонд заробітної плати, обсяг послуг і т.д.).

Практично статистична інформація починає формуватися із абсолютних величин, ними вимірюються всі сторони суспільного життя. Значення цих величин на сучасному етапі зростає, оскільки необхідно знати і забезпечувати узгодженість товарних ресурсів з доходами населення, збалансованість попиту покупців на конкретні товари з можливістю їх виробництва тощо.

За способом вираження розмірів явищ, що вивчаються, абсолютні величини підрозділяються на *індивідуальні* і *загальні*, які є одним з видів узагальнюючих величин. Перші з них характеризують розміри кількісних ознак у окремих одиниць, наприклад, вироблення одного працівника за конкретний період. Цей вид показників слугує підставою при статистичному зведенні для включення одиниць об'єкта в групи. На їх базі отримують абсолютні величини, з яких, у свою чергу, можна виділити показники чисельності сукупності і

показники обсягу ознак сукупності. При вивченні стану і розвитку потового зв'язку району, області і таке інше число відділень зв'язку можна віднести до першого виду з названих величин, а число працівників, обсяг наданих послуг – до другого. При завданнях дослідження, що змінилися, один і той самий показник може виступати в ролі показника чисельності сукупності, а в іншому – показником обсягу ознаки. Наприклад, при вивченні рівня продуктивності праці робітників їх кількість буде показником вже не обсягу ознаки, а чисельністю одиниць об'єкта, оскільки в даному випадку вони виступають тією сукупністю явищ, яка досліджується.

Абсолютні величини характеризують сукупності економічно порівняно прості (кількість відділень зв'язку, чисельність працівників) і складні (обсяг доходу, розмір основних фондів). Тому кількісному їхньому виразу в абсолютних величинах передують ретельний теоретичний аналіз даної економічної категорії.

Статистика виділяє три види абсолютних величин: індивідуальні, групові і загальні.

Індивідуальними називаються такі абсолютні величини, які виражають розміри кількісних ознак окремих одиниць досліджуваної сукупності.

Групові і загальні абсолютні статистичні величини виражають величину ознаки в усіх одиницях даної сукупності, або окремих її груп.

Абсолютні статистичні величини виражають розміри явищ у таких одиницях міри, як: вага, обсяг, площа, довжина, вартість та ін.

Абсолютні статистичні величини завжди числа іменовані.

У статистиці використовується велике число різноманітних одиниць вимірювання, які можна об'єднати в три групи: натуральні, вартісні і трудові.

Натуральними називаються одиниці вимірювання, які виражають розміри конкретних явищ у фізичних вимірниках (тоннах, кілограмах, метрах, гектарах, літрах, кубометрах тощо).

Натуральні одиниці вимірювання можуть бути простими, складними й умовно-натуральними.

Складні натуральні одиниці вимірювання отримують шляхом множення двох величин різних розмірів. Наприклад, потужність електродвигунів вимірюється в кіловатах, а спожита ними енергія в складних одиницях – кіловат-годинах, обсяг перевезених вантажів вимірюється в тоннах, а вантажообіг – в тонно-кілометрах, верстатний парк цеху обчислюється в штуках, а робота верстатів у верстато-днях, верстато-змінах і т.д.

У низці випадків статистика використовує умовно-натуральні одиниці вимірювання. Такі одиниці вимірювання використовуються для зведення до купи декількох різновидностей однакової споживної вартості. Одну з них приймають за еталон, а всі інші перераховують за допомогою спеціальних перевідних коефіцієнтів в одиниці вимірювання взятого еталону. Перерахунок в умовно-натуральні одиниці здійснюють за формулою:

$$y = e + \sum_{i=1}^n k_i h_i,$$

де y – кількість умовно-натуральних одиниць;
 e – кількість еталонних одиниць;
 h_i – одиниця сукупності, яка відрізняється від еталонної;
 k_i – коефіцієнт перерахунку не еталонних одиниць сукупності в еталонні;
 n – кількість не еталонних одиниць.

Розглянемо приклад. Нехай маємо 150 т мила із 40 % вмістом жирних кислот, 100 т – із 50 %, 50 т – із 60 % вмістом жирних кислот. Потрібно перерахувати все мило на 40%-ве.

Спочатку визначимо коефіцієнти перерахунку: для 40 % мила $k_1 = 40/40 = 1$, для 50 % $k_2 = 50/40 = 1,25$ і для 60% – $k_3 = 60/40 = 1,5$.

Перерахуємо все мило в умовно-натуральне (на 40 % – взяте за еталон).

$$y = 150 \times 1 + 100 \times 1,25 + 50 \times 1,5 = 350 \text{ т.}$$

Отже, ми маємо 350 умовно-натуральних тонн мила.

Вартісними називаються одиниці вимірювання, які використовуються для характеристики в грошовому вираженні багатьох різноманітних статистичних показників. Наприклад, собівартість і ціна одиниці продукції обліковується в гривнях і копійках, обсяг доходу оператора зв'язку – в тисячах гривень, а валовий внутрішній продукт держави в мільйонах або мільярдах гривень.

Трудовими називаються одиниці вимірювання, які використовуються для обліку витрат робочого часу, для визначення рівня продуктивності праці, величини трудових ресурсів і раціонального їх використання та ін. Трудові вимірники виражаються в людино-годинах, людино-роках, машино-днях, верстато-днях.

Абсолютні величини є основою для обчислення різних видів відносних і середніх величин, індексів та інших узагальнюючих показників.

4.3. Види відносних величин, способи їх обчислення та форми вираження

Відносними величинами називають статистичні показники, які виражають кількісні співвідношення між соціально-економічними явищами і процесами. Їх отримують шляхом порівняння (ділення) двох однойменних, або різнойменних величин.

Величина, з якою проводять порівняння, називається основою відносної величини, базою порівняння або базисною величиною. Величина, яку порівнюють, називається поточною, порівнюваною або звітною величиною.

Відносні величини показують, у скільки разів порівнювана величина більша (менша) за базисну або яку частку перша займає в другій, або скільки одиниць однієї величини припадає на одиницю іншої.

При розрахунку відносних величин слід мати на увазі, що в чисельнику завжди знаходиться показник, що відображає те явище, яке вивчається, тобто порівнюваний показник, а в знаменнику – показник, з яким проводиться

порівняння, приймається за підставу або базу порівняння. База порівняння виступає як своєрідний вимірник.

У залежності від бази порівняння відносні величини можуть виражатись у формі:

- а) коефіцієнтів – якщо база порівняння приймається за одиницю;
- б) відсотків (%) – якщо база порівняння береться за 100;
- в) проміле (‰) – якщо за базу порівняння взято 1000;
- г) продециміле (‱) – якщо база порівняння становить 10 000;
- д) просантиміле (‱) – якщо база порівняння прийнята за 100 000.

Якщо значення бази порівняння береться за одиницю (прирівнюється до одиниці), то відносна величина (результат порівняння) є коефіцієнтом і показує, у скільки разів величина, що вивчається, більша бази порівняння. Розрахунок відносних величин у вигляді коефіцієнта застосовується в тому випадку, якщо порівнювана величина суттєво більше тієї, з якою вона порівнюється. Якщо значення бази порівняння прийняти за 100 %, то результат обчислення відносної величини буде виражатися також у відсотках.

У тих випадках, коли базу порівняння приймають за 1000 (наприклад, при нарахуванні демографічних коефіцієнтів), результат порівняння виражається в проміле (‰). Відносні величини можуть бути виражені і в децимілі, якщо база порівняння співвідношення дорівнює 10 000.

Форма вираження відносних величин залежить від кількісного співвідношення порівнюваних величин, а також від смислового змісту отриманого результату порівняння. У тих випадках, коли порівнюваний показник більше бази порівняння, відносна величина може бути виражена або коефіцієнтом, або у відсотках. Коли порівнюваний показник менше бази порівняння, відносну величину краще виразити у відсотках; якщо ж порівняно малі за числовим значенням величини зіставляються з великими, відносні величини виражаються в промілі. Так, у промілі розраховуються коефіцієнти народжуваності, смертності, природного і механічного приросту населення.

У кожному окремому випадку слід вибирати ту форму вираження відносних величин, яка краще і легше сприймається. Наприклад, краще сказати, що обсяг послуг за аналізований період зріс майже у 2 рази, ніж сказати, що обсяг послуг склав 199,5 %.

Існують також іменовані відносні величини. Наприклад, показник фондівіддачі отримують діленням обсягу доходів на середньорічну вартість основних фондів. Цей коефіцієнт показує, скільки гривень доходу припадає на кожен гривню основних фондів.

Абсолютна величина, взята сама по собі, не завжди дає правильну оцінку явища. У багатьох випадках тільки порівняно з іншою абсолютною величиною дана величина проявляє свою суттєву значущість.

У залежності від змісту і пізнавального значення відносні величини, що використовуються в статистиці, поділяються на наступні основні види: відносні величини динаміки, відносні величини планового завдання, виконання плану, структури, координації, порівняння та інтенсивності (рис. 4.1).

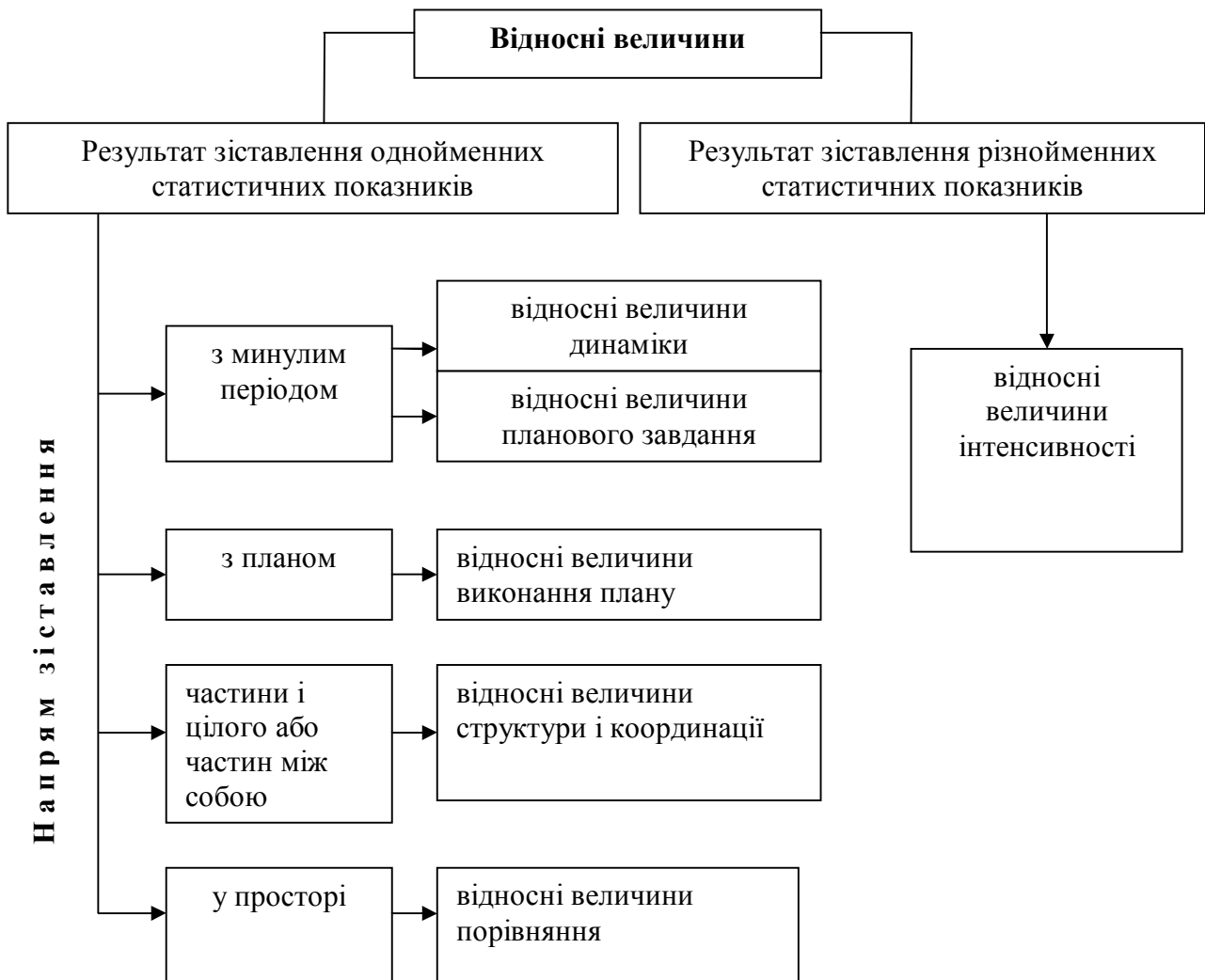


Рисунок 4.1 – Класифікація відносних величин

Відносні величини динаміки (ВВД) характеризують зміну рівня того або іншого явища в часі. В залежності від характеру бази порівняння, розрізняють відносні величини динаміки зі змінною базою порівняння або ланцюгові, і відносні величини з постійною базою порівняння або базисні.

$$\text{ВВД} = y_1 / y_0.$$

Приклад. Реалізація послуг поштового зв'язку склала у січні 3956 тис. грн., лютому – 4200 тис. грн., березні – 4700 тис. грн.

Темпи зростання:

базисні (база порівняння – рівень реалізації послуг у січні):

$$T_{л/с} = 4200 : 3950 \times 100 = 106,3 \%;$$

$$T_{б/с} = 4700 : 3950 \times 100 = 118,9 \%;$$

ланцюгові:

$$T_{л/с} = 4200 : 3950 \times 100 = 106,3 \%;$$

$$T_{б/л} = 4700 : 4200 \times 100 = 111,9 \%.$$

Відносні величини планового завдання (ВВПЗ) характеризують відношення запланованого рівня показника до його фактично досягнутого рівня в

минулому періоді. Показує на скільки відсотків у поточному періоді планом передбачається змінити (збільшити або зменшити) рівень показника, що вивчається порівняно з базисним. Розраховується у формі коефіцієнта або відсотка.

$$\text{ВВПЗ} = y_{\text{пл}} / y_0.$$

Відносною величиною виконання плану (ВВВП) називається статистичний показник, який характеризує ступінь виконання планового завдання, установленого на даний період. Тобто це відсоткове відношення фактично досягнутого рівня до запланованого за відповідний період часу (місяць, квартал і т.д.).

$$\text{ВВВП} = y_1 / y_{\text{пл}}.$$

Між відносними величинами планового завдання, виконання плану та динаміки існує взаємозв'язок:

$$\text{ВВД} = \text{ВВПЗ} \times \text{ВВВП};$$

$$\frac{y_1}{y_0} = \frac{y_{\text{пл}}}{y_0} \times \frac{y_1}{y_{\text{пл}}}.$$

Відносні величини структури (ВВС) характеризують склад сукупностей, що вивчаються. Обчислюються вони як відношення абсолютної величини кожного з елементів сукупності до абсолютної величини всієї сукупності, тобто як відношення частини до цілого, і є питомою вагою частини в цілому. Як правило, відносні величини структури виражаються у відсотках (база порівняння приймається за 100).

Показники структури можуть бути виражені також у частках (база порівняння приймається за 1).

Порівнюючи структуру однієї і тієї ж сукупності за різні періоди часу, можна прослідкувати структурні зміни, що відбулися в часі.

Приклад. Із загальної чисельності населення України, що дорівнювала на кінець 2009 р. 45,9 млн. чол., 31,3 млн. склали міські жителі, 14,6 млн. – сільські. Розрахувавши відносні величини структури, можна визначити питомі ваги (або частки міських і сільських жителів) у загальній чисельності населення країни, тобто структуру населення за місцем проживання:

$$\text{міське} - (31,3 : 45,9) \times 100 = 68,19 \%;$$

$$\text{сільське} - (14,6 : 45,9) \times 100 = 31,81 \%.$$

Відносні величини координації (ВБК) є одним із різновидів показників порівняння, що характеризують співвідношення частин цілого між собою.

За допомогою відносних величин координації визначають, скільки одиниць даної частини цілого припадає на 1, на 100, на 1000, на 10 000 одиниць іншої частини, взятої за базу порівняння.

Вони застосовуються для характеристики співвідношення між окремими частинами статистичної сукупності і показують, у скільки разів порівнювана частина сукупності більше або менше частини, яка береться за базу порівняння, тобто по суті вони характеризують структуру сукупності, що вивчається, причому іноді виразніше, ніж відносні величини структури.

Приклад. На початок року чисельність фахівців з вищою освітою, зайнятих на підприємстві, склала 53 чол., а чисельність фахівців з середньою спеціальною освітою – 106 чол. Приймаючи за базу порівняння чисельність фахівців з вищою освітою, розрахуємо відносну величину координації: $106:53 = 2,0:1,0$, тобто на двох фахівців з середньою спеціальною освітою припадає один фахівець із вищою освітою.

Відносні величини порівняння (ВВП) характеризують кількісне співвідношення однойменних показників одного й того ж періоду або певний проміжок часу, але що відносяться до різних об'єктів статистичного спостереження.

Приклад. За даними Держкомстату України в 2009 р. чисельність населення Одеської області склала 2,38 млн. чол., а чисельність населення Миколаївської області – 1,19 млн. чол.

Розрахуємо відносну величину порівняння, прийнявши за базу порівняння чисельність жителів Миколаївської області: $2,38 : 1,19 = 2$. Отже, чисельність населення Одеської області в 2 рази більша, ніж Миколаївської.

Можна використовувати відносні величини порівняння для зіставлення рівня цін на один і той самий товар, що реалізовується через різні торгові точки та ін.

Відносні величини інтенсивності (ВВІ) показують, наскільки поширене явище, що вивчається, в тому або іншому середовищі. Вони характеризують співвідношення різнойменних, але пов'язаних між собою абсолютних величин.

На відміну від інших видів відносних величин відносні величини інтенсивності завжди виражаються іменованими величинами.

Розраховуються відносні величини інтенсивності діленням абсолютної величини явища, що вивчається, на абсолютну величину, що характеризує обсяг середовища, в якому відбувається розвиток або розповсюдження явища. Відносна величина показує, скільки одиниць однієї сукупності припадає на одиницю іншої сукупності.

Прикладом відносних величин інтенсивності може слугувати показник, що характеризує число квартирних телефонних апаратів на 1000 чоловік населення. Його отримуємо діленням числа квартирних телефонів у регіоні на чисельність населення регіону.

Приклад. Число домашніх телефонних апаратів у сільській місцевості України на кінець 2009 р. склало 1502,7 тис. Чисельність сільського населення даного на ту ж саму дату склала 14602,6 тис. чоловік. Отже, на кожних 1000 чоловік у сільській місцевості України припадає 102,9 домашніх телефонних апаратів:

$$[(1502,7 : 14602,6) \times 1000] = 102,9 \text{ тел. апаратів.}$$

Ефективність використання статистичних показників багато в чому залежить від дотримання низки вимог і, перш за все, необхідності урахування специфіки й умов розвитку суспільних явищ і процесів, а також комплексного

застосування абсолютних і відносних величин в статистичному дослідженні. Це забезпечує якнайповніше віддзеркалення дійсності, що вивчається.

Однією з умов правильного використання статистичних показників є вивчення абсолютних і відносних величин у їхній єдності. Якщо ця умова не дотримана, можна отримати неправильний висновок. Тільки комплексне застосування абсолютних і відносних величин дає всебічну характеристику явища або процесу, що вивчаються.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Питання і завдання для самоконтролю

- 4.1. Поняття статистичного показника.
- 4.2. Визначення абсолютної величини.
- 4.3. Одиниці вимірювання абсолютних величин.
- 4.4. Визначення відносної величини.
- 4.5. Види відносних величин.
- 4.6. Одиниці виміру відносних величин.
- 4.7. Як розрахувати відносні величини планового завдання, виконання плану, динаміки. Взаємозв'язок між ними.
- 4.8. Відносні величини структури.
- 4.9. Яке значення мають розрахунки відносних величин координації, порівняння, інтенсивності.

Задачі для самостійного розв'язання

4.1. За звітний період підприємство на виробничі потреби використало таку кількість тонн умовного палива:

Види палива	Кількість використаного палива	Середні калорійні еквіваленти переведення в умовне паливо
Моторне та дизельне паливо, т	550	1,43
Мазут, т	300	1,37
Вугілля донецьке, т	415	0,90
Газ природний, м ³	750	1,20

Визначити, скільки в цілому було використано умовного палива підприємством за звітний рік.

4.2. Прокладання ліній зв'язку оператором зв'язку у звітному періоді характеризується даними:

Вид кабелю	Коефіцієнт перерахунку	Прокладені лінії зв'язку, км	
		план	факт
Кабель 10 пар	1,0	130	136
Кабель 4 пари	2,5	180	159

Визначити виконання плану прокладання ліній зв'язку.

4.3. Проаналізувати зміну обсягу послуг оператора зв'язку і визначити відносні показники:

- динаміки;
- виконання плану;
- планового завдання;
- структури.

Результати оформити у вигляді таблиці і зробити висновки.

№ з/п	Види послуг	Базовий період	Звітний період, тис. грн.	
			план	факт
1	Грошові перекази	186,5	190	196,1
2	Періодичні видання	85,3	89,0	87,1
3	Письмова кореспонденція	33,2	34,5	31,6
4	Посилки	26,1	26,3	27,8
Всього				

4.4. Фактичний обсяг валового доходу оператора зв'язку склав 210 тис. грн. за рік. Прогнозне завдання валового доходу виконане на 107,0 %. Визначити прогноз валового доходу (тис. грн.).

4.5. Планове завдання продажу послуг у звітному періоді перевиконане на 6 %. Фактичний обсяг порівняно з базисним періодом зріс на 10 %. Визначити відносну величину планового завдання.

4.6. Планом на 2009 р. підприємство передбачало збільшити обсяг продукції на 6 % порівняно з 2008 р.; фактично воно збільшило свій випуск за 2009 р. на 6,9 %. На скільки відсотків перевиконано або не довиконано планове завдання у 2009 р.?

4.7. Продуктивність праці у звітному році на підприємстві порівняно з попереднім роком збільшилась на 2 %, а порівняно з запланованим рівнем на цей рік – на 1,8 %. На скільки відсотків підприємство передбачало підвищити рівень продуктивності праці порівняно з попереднім роком?

4.8. Чисельність населення Одеської обл. на 01.01.09 р. склала 2392,2 тис. чол., а територія 33,3 тис. км². Визначити відносну величину інтенсивності.

4.9. Чисельність населення Одеської обл. на 01.01.09 р. склала 2392,2 тис. чол., у т.ч. в обласному центрі м. Одеса 1008,6 тис. чол. Визначити відносну величину координації.

4.10. За наведеними даними для кожної країни визначити відносні величини наочності, які характеризують рівень економічного розвитку. Зробити висновки.

Країна	Чисельність населення, млн. чол.	Валовий внутрішній продукт, млрд. дол. США
А	23200	129,9
В	15400	73,1
С	7800	30,6
Д	10300	65,3

Розділ 5

СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

План

- 5.1. Сутність і значення середніх величин.
- 5.2. Середня арифметична та її властивості.
- 5.3. Середня гармонічна, геометрична і квадратична.
- 5.4. Структурні середні.

5.1. Сутність і значення середніх величин

Для зведеної кількісної характеристики багатьох явищ і процесів суспільного життя статистика широко використовує такий розповсюджений узагальнюючий показник, як середня величина (середня заробітна плата, середній відсоток виконання плану, середня частка і т.п.). Вона дає узагальнюючу характеристику однорідних елементів масових явищ, які мають різне кількісне значення (варіацію) в залежності від конкретних умов.

У середній величині погашаються випадкові відхилення індивідуальних значень і відображаються ті загальні умови, під впливом яких формувалась сукупність.

Середня в статистиці – це абстрактна, узагальнююча величина, що характеризує рівень ознаки, що варіює в якісно однорідній сукупності. Варіація індивідуальних значень ознаки, викликана впливом сукупності факторів, урівноважується в середній величині. Середня – типова величина для однорідної сукупності. Обчислена для якісно неоднорідної сукупності, вона спотворює дійсний стан речей.

Якісна однорідна сукупність відносно усередненої ознаки – одна із основних вимог наукового застосування середніх у статистиці.

Тому дуже важливе правило – обчислювати середні величини лише за однорідною сукупністю одиниць. Тільки при виконанні цієї умови середня як узагальнююча характеристика відображає загальне, типове, закономірне, властиве всім одиницям досліджуваної сукупності. Перш ніж обчислювати середні величини, необхідно провести групування одиниць досліджуваної сукупності, виділивши якісно однорідні групи.

Звідси випливає органічний зв'язок методу середніх з методом групувань. Типовий рівень явища, що вивчається, виявляється тільки у разі узагальнення масових фактів. Середня дозволяє порівнювати рівень ознаки, що варіює у різних сукупностей. Вона характеризує однорідні сукупності незалежно від форми розподілу одиниць сукупності, тобто і в симетричному, і в асиметричному розподілах.

Середня, розрахована за сукупністю в цілому, називається *загальною середньою*. Середні, розраховані для кожної групи – *груповими середніми*.

Загальна середня відображає загальні риси явища, що вивчається, групова середня дає характеристику розміру явища, що складається в конкретних умовах даної групи.

Одним із основних питань при використанні середніх величин в соціально-економічному аналізі є вибір форми середніх, тобто способу розрахунку середньої величини. При виборі конкретної форми розрахунку середньої слід виходити з економічної сутності усередненої ознаки. За цим використовується поняття визначальної властивості середньої, яке полягає в тому, що при заміні всіх індивідуальних значень ознаки їх середнім значенням зберігається незмінним підсумковий показник, пов'язаний з усередненням. За підсумковий показник може виступати обсяг ознаки, виражений абсолютною величиною, або кратне відношення будь-яких рівнів залежно від характеру усередненої ознаки.

Наприклад, якщо заробітну плату кожного з десяти працівників замінити середньою заробітною платою, обчисленою для даної групи працівників, то добуток цієї середньої на число робітників повинно дорівнювати фонду заробітної плати. Саме фонд заробітної плати і є в даному прикладі визначальним показником.

Найчастіше в статистичній практиці зустрічаються наступні види середніх: *арифметична, гармонічна, геометрична і квадратична*. Для всіх цих середніх характерне поняття визначальної властивості. Величина кожної із названих середніх визначається всією сукупністю індивідуальних значень ознаки.

Середні величини використовують для порівняння показників двох і більше об'єктів (порівняння середньої заробітної плати робітників окремих відділів по підприємству, порівняння цін на деякі товари на ринках певного регіону і т.п.).

Середніми величинами користуються для характеристики зміни рівнів явищ у часі.

До середніх звертаються при вивченні взаємозв'язків між явищами та їх ознаками.

Середні величини застосовують для проведення факторного аналізу явищ, з метою виявлення невикористаних резервів.

Велике значення мають середні величини в плануванні і прогнозуванні завдань для економіки у цілому і окремих його галузей.

Багатогранність суспільних явищ обумовлює виняткову важливість застосування середніх величин в економіко-статистичних дослідженнях. Вони є активним засобом управління, планування і прогнозування економіки держави.

5.2. Середня арифметична та її властивості

Найбільш поширеним видом середніх величин у статистці є середня арифметична. Середня арифметична застосовується у тому випадку, коли обсяг ознаки, що варіює, є сумою індивідуальних її значень. Вона буває *простою і зваженою*.

Середня арифметична проста застосовується тоді, коли середнє значення ознаки розраховується за незгрупованими одиницями сукупності. Для цього суму індивідуальних значень (обсягу) ознаки, що варіює, слід розділити на число цих значень. Якщо індивідуальні значення ознаки позначити через x_1, x_2, \dots, x_n , а середню арифметичну величину через \bar{x} , то розрахунок її можна представити наступною формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

де \bar{x} – середня величина ознак;

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – індивідуальні значення ознаки;

\sum (велика грецька літера «сігма») – знак суми;

n – кількість варіантів.

Розглянемо *приклад*. Необхідно визначити середній стаж роботи 12 працівників відділення поштового зв'язку.

Таблиця 5.1 – Розподіл працівників за стажем

Порядковий номер працівника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Стаж працівника (роки)	6	4	5	3	3	5	5	6	3	7	4	5

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{6+4+5+3+3+5+5+6+3+4+5}{12} = \frac{56}{12} = 4,7 \text{ роки.}$$

Як видно, середня арифметична може бути дробним числом, якщо навіть індивідуальні значення ознаки задані тільки цілими числами.

Це впливає із сутності середньої арифметичної, яка є величиною абстрактною (теоретичною), тобто вона може приймати таке числове значення, яке не зустрічається у представленій сукупності індивідуальних значень ознаки.

Якщо в сукупності варіанти зустрічаються неоднакову кількість разів, то їх об'єднують у групи і, таким чином, переходять від середньої арифметичної простої до зваженої.

Середня арифметична зважена обчислюється як частка від ділення суми добутків варіантів і їх частот на суму частот. Вона визначається за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i},$$

де f_i – частоти (ваги), які показують скільки разів зустрічаються значення ознаки в сукупності.

Отже, для обчислення середньої арифметичної зваженої потрібно:

- а) кожний варіант перемножити на його частоту;
- б) знайти суму їх добутків;
- в) суму добутку поділити на суму ваг.

Наведемо *приклад*. Маємо дані про заробітну плату працівників і чисельність працівників, які отримують дану заробітну плату.

Таблиця 5.2 – Розподіл працівників за заробітною платою

Табельний номер працівника	Заробітна плата одного працівника, грн. (x)	Число працівників, чол. (f)
1	1500	10
2	1800	17
3	2000	40
4	2100	18
5	2500	15
Разом:	×	100

Середня заробітна плата за такими даними становитиме:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{1500 \times 10 + 1800 \times 17 + 2000 \times 40 + 2100 \times 18 + 2500 \times 15}{100} = \frac{200900}{100} = 2009 \text{ грн.}$$

Іноді середні величини потрібно обчислити не з конкретних значень варіантів досліджуваної ознаки, а із значень величин, виражених у вигляді інтервалів. У таких випадках потрібно для кожного інтервалу знайти його середину за простою середньою між верхньою і нижньою межами кожного інтервалу і після цього проводити обчислення за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k x'_j f_j}{\sum_{j=1}^k f_j},$$

де x'_j – середина j -го інтервалу;

k – кількість інтервалів.

У низці випадків замість частот при знаходженні середньої використовують будь-які інші величини. Частоти окремих варіантів можуть бути виражені не тільки абсолютними величинами, але, і відносними величинами – частотями (w_i). Замінивши в даному випадку абсолютні значення частот відповідними відносними величинами, отримуємо той самий результат:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}.$$

Покажемо обчислення середньої на основі інтервального ряду.

Приклад. Розрахувати середню тривалість заняття телефонної лінії ММТС на добу:

Таблиця 5.3 – Тривалість заняття лінії ММТС

Тривалість телефонних з'єднань, □в.. (x_j)	Частка населення, % (w_j)	x'_j	$x'_j w_j$
До 10	45,0	5	225,0
10 – 20	14,8	15	222,0
20 – 30	13,2	25	330,0
30 – 40	10,5	35	367,5
40 – 50	8,5	45	382,5
50 – 60	4,5	55	247,5
Понад 60	3,5	65	227,5
Разом:	100,0	–	2002,0

Для обчислення середньої величини треба в кожному інтервалі визначити середнє значення x' , після чого провести зважування звичайним порядком $x'w$. У закритому інтервалі середнє значення визначається як напівсума значень нижньої і верхньої меж. Іноді завдання визначення середньої за величинами інтервального ряду ускладнюється тим, що невідомі крайні межі початкового і кінцевого інтервалів. У цьому випадку передбачається, що відстань між межами даного інтервалу така ж сама, як і в сусідньому інтервалі.

Середня тривалість заняття телефонної лінії ММТС на добу складе:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k x'_j w_j}{\sum_{j=1}^k w_j} = \frac{2002}{100} = 20,02 \text{ хв.}$$

На практиці часто виникає необхідність визначення загальної середньої з групових або приватних середніх. Варіантами у такому разі виступають середні значення ознаки за групою (\bar{x}_j), а вагами – чисельність одиниць кожної групи (f_j). Розрахунок такої середньої здійснюється за формулою середньої арифметичної зваженої, яка за вказаних умов має наступний вигляд:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{x}_j f_j}{\sum_{j=1}^k f_j}.$$

Основні властивості середньої арифметичної. Середня арифметична має деякі математичні властивості, що мають практичне значення для спрощеного обчислення середньої за даними варіаційного ряду:

1. Від зменшення або збільшення частот кожного значення ознаки x в A разів величина середньої арифметичної не зміниться. Якщо всі частоти поділити або помножити на будь-яке число, то величина середньої не зміниться

$$\frac{\sum x \frac{f}{A}}{\sum \frac{f}{A}} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \bar{x}; \quad \frac{\sum xfA}{\sum fA} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \bar{x}.$$

Ця властивість дає можливість частоти замінити питомими вагами, названими *частотями*, а також, коли частоти всіх варіантів однакові, обчислювати середні за формулою середньої арифметичної простої. Зазначена властивість важлива тоді, коли абсолютні числа – частоти не відомі, а відомі лише питомі ваги, тобто відносні величини структури сукупності. Тоді середня обчислюється так:

$$\bar{x} = \frac{\sum xd}{100}, \text{ якщо } d - \text{ у } \%,$$

або

$$\bar{x} = \sum xd, \text{ якщо } d - \text{ у частках одиниці.}$$

2. Якщо всі індивідуальні значення ознаки збільшити або зменшити на одне і те ж постійне число A , то і середня зміниться відповідним чином, тобто

$$\frac{\sum (x \pm A)f}{\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f} \pm A.$$

3. Якщо всі індивідуальні значення ознаки збільшити або зменшити в A число разів, то і середня зміниться відповідним чином, тобто

$$\frac{\sum \frac{x}{A}f}{\sum f} = \frac{\bar{x}}{A}; \quad \frac{\sum xAf}{\sum f} = \bar{x}A.$$

4. Сума відхилень окремих значень ознаки (x) від їх середнього значення (\bar{x}) дорівнює 0, тобто

$$\sum (x - \bar{x}) = 0 \text{ (для середньої арифметичної простої);}$$

$$\sum (x - \bar{x})f = 0 \text{ (для середньої арифметичної зваженої).}$$

Логічно ця властивість означає, що оскільки середня арифметична є рівнодіючою, то відхилення варіант в один бік від неї компенсується відхиленнями в інший.

Викладені вище властивості середньої арифметичної дозволяють у багатьох випадках спростити її розрахунки: можна з усіх значень ознаки відняти довільну постійну величину, різницю скоротити на загальний множник, а потім обчислену середню помножити на загальний множник і додати довільну постійну величину.

5.3. Середня гармонічна, геометрична і квадратична

У статистичній практиці часто зустрічаються випадки, коли середню потрібно обчислювати за формулою *середньої гармонічної*. Це відбувається тоді, коли підсумовуванню підлягають не самі варіанти, а обернені їм числа. В цьому випадку, для знаходження середнього значення варіаційної ознаки, застосовують формулу *середньої гармонічної простої*, яка має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}},$$

де n – число індивідуальних значень ознак;

$\sum \frac{1}{x}$ – сума обернених значень ознак.

Середню гармонічну зважену застосовують у тих випадках, коли є дані про індивідуальні значення ознаки в загальній сукупності і загальний обсяг сукупності, але в готовому виді немає частот.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{x_i}},$$

де $\sum \frac{M}{x}$ – сума добутку обернених ознак і частот, тобто $x \times f = M$, звідси $f = \frac{M}{x}$.

Розглянемо *приклад*. Маємо дані про заробітну плату працівників підприємства в розрізі цехів і фонд заробітної плати.

Таблиця 5.4 – Заробітна плата працівників

Номер цеху	Середня заробітна плата одного працівника, грн. (x)	Фонд заробітної плати, грн. (M)
1	2900	174 000
2	3200	160 000
3	3500	140 000

Підставивши у формулу середньої гармонічної зваженої дані з нашого прикладу, отримаємо середню заробітну плату одного працівника по підприємству в цілому.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{x_i}} = \frac{174000 + 160000 + 140000}{\frac{174000}{2900} + \frac{160000}{3200} + \frac{140000}{3500}} = \frac{474000}{150} = 3160 \text{ грн.}$$

У тому випадку, коли усереднюються величини, представлені у вигляді відносних змін, застосовується *середня геометрична*. Загальний обсяг ознаки за цих умов визначається як добуток усереднених значень.

Формула середньої геометричної наступна:

$$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} - \text{проста}; \quad \bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{\sum f_i \prod_{i=1}^n x_i^{f_i}} - \text{зважена},$$

де n – число значень ознаки, а підкореневим виразом – добуток цих значень.

Якщо усереднена ознака представлена у виді квадратних функцій, то для знаходження середнього значення ознаки застосовується *середня квадратична*. Вона має наступний вигляд:

$$\bar{x}_{\text{квадр}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} - \text{проста}; \quad \bar{x}_{\text{квадр}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}} - \text{зважена}.$$

За нею розраховується, наприклад, середній метраж кімнат, середній діаметр труб, стовбурів дерев і т.д.

5.4. Структурні середні

Для статистичної характеристики варіаційних рядів обчислюють структурні (порядкові) середні, до яких відносять моду і медіану.

Для розглянутих вище середніх необхідно використовувати всі наявні значення ознаки. Мода і медіана визначаються лише структурою розподілу. Тому їх іменують структурними позиційними середніми.

Модой називається величина ознаки (варіанта), яка найчастіше зустрічається в даній сукупності.

Знаходження моди в дискретному варіаційному ряду не є складною. Розглянемо *приклад*.

Таблиця 5.5 – Розподіл студентів за їх ростом

Зріст студентів, см	165	167	170	173	176	178	180	182	185	187	189	191	195
Число студентів, чол.	8	13	24	30	38	47	55	31	16	9	7	3	2

Очевидно, в цьому прикладі модою буде студент, який має зріст 180 см, тому що цьому значенню ознаки (варіанті) відповідає найбільше число студентів (55 чол.).

Медіана – це варіанта, яка займає середнє положення в упорядкованому варіаційному ряду і поділяє його на дві рівні частини.

Щоб знайти медіану в дискретному варіаційному ряду, потрібно спочатку розташувати всі варіанти в зростаючому або спадаючому порядку. Потім визначити номер медіани, який вкаже на її розташування в упорядкованому ряду за формулою:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2},$$

де M_e – медіана; n – число варіант.

Розглянемо *приклад*.

Таблиця 5.6 – Розподіл дев'яти деталей за їх масою

Номер деталі	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Маса, г	2,6	3,4	3,3	2,7	3,0	2,9	2,8	3,1	3,2

Перегрупуємо деталі за їх масою в зростаючому порядку.

Таблиця 5.7 – Упорядкований розподіл дев'яти деталей за їх масою

Номер деталі	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Маса, г	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4

Визначаємо номер медіани:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5.$$

Тобто під п'ятим номером від початку або від кінця ряду маса деталі буде медіаною. $M_e = 3,0$ г.

Коли варіаційний ряд має парну кількість членів, тоді медіана буде розраховуватись як півсума двох варіантів, які займають середнє положення в упорядкованому ряду. Припустимо, що є ще десята деталь з масою 3,5 г. Номер медіани буде дорівнювати $5,5 \left(\frac{10+1}{2} \right)$. У даному випадку медіана буде розташована між п'ятим і шостим порядковим номером деталей.

$$M_e = \frac{3,0+3,1}{2} = 3,05.$$

Моду і медіану із інтервальних рядів визначають розрахунковим шляхом за наступними формулами:

$$M_o = x_{M_o} + h \frac{f_{M_o} - f_{(-1)}}{(f_{M_o} - f_{(+1)}) + (f_{M_o} - f_{(-1)})},$$

де M_o – мода;

x_{M_o} – нижня межа модального інтервалу;

h – розмір модального інтервалу;

f_{M_o} – модальна частота;

$f_{(-1)}$ – передмодальна частота;

$f_{(+1)}$ – післямодальна частота.

$$M_e = x_{M_e} + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{(-1)}}{f_{M_e}},$$

де M_e – медіана;

x_{Me} – нижня межа медіанного інтервалу;

h – розмір медіанного інтервалу;

$\sum f$ – сума частот;

$S_{(-)}$ – сума нагромаджених частот до медіанного інтервалу;

f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Покажемо обчислення моди і медіани для інтервального варіаційного ряду на *прикладі*.

Таблиця 5.8 – Розподіл 500 працівників за заробітною платою

Заробітна плата, грн.	Число працівників, чол.	Накопичені частоти
1500–1600	5	5
1600–1700	10	15
1700–1800	61	76
1800–1900	105	181
1900–2000	130	311
2000–2100	109	420
2100–2200	62	482
2200–2300	11	493
2300–2400	7	500
Разом:	500	×

У даному прикладі мода знаходиться в інтервалі від 1900 до 2000 грн., тому що йому відповідає найбільша частота (130 чол.). Цей інтервал називається модальним

$$M_o = 1900 + 100 \frac{130 - 105}{(130 - 109) + (130 - 105)} = 1954,3 \text{ грн.}$$

Цей показник означає, що найбільше працівників було із заробітною платою 1954,3 грн.

Щоб визначити медіану інтервального варіаційного ряду спочатку, за допомогою нагромаджених частот, потрібно знайти інтервал, що містить медіану. Медіанному інтервалу відповідає перша з нагромаджених частот, яка перевищує півсуму частот усього обсягу сукупності $\left(\frac{\sum f}{2} = \frac{500}{2} = 250 \right)$. Отже, медіана знаходиться в інтервалі від 1900 до 2000 грн.

$$M_e = 1900 + 100 \frac{250 - 181}{130} = 1953,1 \text{ грн.}$$

Це означає, що половинна працівників отримує заробітну плату меншу 1953,1 грн., а друга половина – більшу.

Мода, медіана відносяться до так званих порядкових статистик, під якими розуміють варіанти, які займають певне порядкове місце в упорядкованому варіаційному ряду.

Їх використання в статистичному аналізі варіаційних рядів дозволяє більш глибоко дослідити і детальніше охарактеризувати сукупність, яка вивчається.

Питання і завдання для самоконтролю

- 5.1. Сутність і призначення середніх величин в економічному аналізі.
- 5.2. Види середніх величин.
- 5.3. Середня арифметична проста, зважена та техніка їх обчислення.
- 5.4. Математичні властивості середніх арифметичних.
- 5.5. Середня гармонічна. Умови застосування.
- 5.6. Середня геометрична. Умови застосування.
- 5.7. Середня квадратична. Умови застосування.
- 5.8. Структурні середні. Розрахунок моди і медіани для дискретного та інтервального рядів розподілу.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.1. Розрахувати середню заробітну плату персоналу в лінійному цеху МТС у базовому і звітному періодах. Якщо середня заробітна плата персоналу відрізняється, пояснити чому.

Таблиця 5.9 – Динаміка заробітної плати і персоналу в лінійному цеху МТС

Посада	Чисельність робітників, чол.	Зарплата в місяць, грн.	Чисельність робітників, чол.	Зарплата в місяць, грн.
Інженер	1	1200	2	1200
Старший технік	2	1000	4	1000
Технік	7	1400	7	1400
Монтер	20	1100	20	1100
Разом	30	–	33	–

- 5.2. Виконання плану виробництва продукції характеризується даними на п'яти підприємствах галузі (табл. 5.10). Визначити середній відсоток виконання плану в цілому по підприємствах. Зробити висновки.

Таблиця 5.10 – Виробництво продукції на п'яти підприємствах галузі

№ підприємства	Вироблено продукції, тис. грн.	Вироблено продукції, % до плану
1	19,1	94,7
2	11,5	101,4
3	25,7	100,2
4	8,3	93,5
5	9,7	102,0

5.3. Розрахувати середньодобове надходження повідомлень електронної пошти за наступними даними (табл. 5.11).

Таблиця 5.11 – Добове надходження електронних повідомлень організації зв'язку

Кількість повідомлень на добу, шт.	Кількість діб
1000 – 1100	8
1100 – 1200	50
1200 – 1300	66
1300 – 1400	40
1400 – 1500	30
1500 – 1600	6
Разом:	200

5.4. Розрахувати середню тривалість заняття телефонної лінії ММТС на добу.

Таблиця 5.12 – Тривалість заняття телефонної лінії ММТС

Тривалість телефонних з'єднань, хв.	Частка населення, %
До 10	2,1
10 – 20	5,6
20 – 30	11,8
30 – 40	19,1
40 – 50	17,4
50 – 60	12,5
60 – 70	3,6
70 – 80	2,7
80 – 90	3,3
90 – 100	3,0
100 – 110	3,7
110 – 120	2,1
120 – 130	1,8
130 – 140	2,2
140 – 150	3,8
Більше 150	5,3
Разом:	100,0

5.5. Потрібно розрахувати середній курс продажу акцій телекомунікаційної компанії за даними про середній курс продажу акцій за трьома операціями на фондовій біржі і вартістю проданих у результаті цих операцій акцій.

Таблиця 5.13 – Середній курс продажу акцій та вартість проданих акцій

Номери операцій	Середній курс продажу акцій, тис. грн.	Вартість проданих акцій, тис. грн.
I	1,36	27,2
II	1,48	44,4
III	1,57	31,4
Разом:	×	103,0

5.6. Потрібно установити, чи виконується контрольний термін установлення пошкоджень групового обладнання АТС (контрольний термін складає 45 хв.) бригадою монтерів. Один монтер на установлення пошкодження витрачає 40 хв., другий – 45 хв., а третій – 50 хв. Знайти середній час усунення пошкодження в бригаді, якщо відомо, що перший монтер працював 6,0 год.; другий, – 1,5 год.; третій, – 2,5 год.

5.7. За даними табл. 5.14 визначити середньорічний темп зростання споживчих цін 2005 – 2008 рр.

Таблиця 5.14 – Індекси споживчих цін у % до попереднього року

Рік	2005	2006	2007	2008
Темп зростання	101,7	121,0	97,2	105,0

Розділ 6

РЯДИ РОЗПОДІЛУ. АНАЛІЗ ВАРІАЦІЇ ТА ФОРМИ РОЗПОДІЛУ

План

- 6.1. Поняття про ряди розподілу, їх види.
- 6.2. Поняття про показники варіації і способи їх обчислення.
- 6.3. Види дисперсій і правило їх додавання.
- 6.4. Форми рядів розподілу та їх характеристика.
- 6.5. Графічне зображення рядів розподілу.

6.1. Поняття про ряди розподілу, їх види

У результаті статистичного групування отримують ряди цифрових показників, які характеризують розподіл одиниць досліджуваної сукупності за варіаційною ознакою. Такі ряди називаються *рядами розподілу*.

Ряд розподілу складається з двох елементів – варіантів та частот.

Варіанти (x) – це окремі значення груповальної ознаки, які розташовані в певній послідовності.

Частоти (f) – це числа, які показують, скільки разів певне значення ознаки зустрічається у сукупності, або скільки одиниць сукупності припадає на кожну групу.

Ряди розподілу відіграють важливу роль при вивченні складу сукупності за досліджуваною ознакою, закономірностей розподілу, використовуються при визначенні середніх величин, показників варіації, взаємозв'язку та ін.

У залежності від характеру груповальної ознаки ряди розподілу поділяються на *атрибутивні* та *варіаційні* (кількісні).

В атрибутивних рядах розподілу варіанти не мають числового виразу.

Варіаційні ряди, в яких варіанти мають числовий вираз, поділяються на *дискретні* та *інтервальні*. В дискретних рядах варіанти являють собою дискретні числа, в інтервальних – це інтервали групування.

У тому випадку, коли виконуються групування за двома і більше ознаками отримують *комбінаційний* ряд розподілу.

При побудові атрибутивних рядів розподілу варіанти потрібно розташувати в логічній послідовності. При використанні дискретних та інтервальних варіаційних рядів варіанти записують в порядку зростання. Для інтервальних рядів важливим є чітке розмежування варіант.

Розрізняють ряди розподілу з абсолютними, відносними та нагромадженими частотами. Нагромаджені частоти ще називають кумулятивними. В першому випадку частоти являють собою абсолютні числа, в другому – питому вагу або частку кожної групи.

Ряди розподілу з абсолютними частотами характеризують склад сукупності, а з відносними – структуру сукупності.

Ряди розподілу з нагромадженими (кумулятивними) частотами показують, яка чисельність або питома вага одиниць має значення ознаки менше за дане. Кумулятивні частоти знаходять шляхом їх сумування за групами.

Щільність розподілу – це кількість одиниць сукупності, що припадає на одиницю величини інтервалу групувальної ознаки. Розрізняють *абсолютну щільність* і *відносну*:

$$f_d^a = \frac{f}{h}; \quad f_d^b = \frac{p}{h},$$

де f – частота;

p – частка (доля); h – величина (розмір) інтервалу.

Приклад. Маємо наступні дані про розподіл сімей за місячним доходом:

Таблиця 6.1 – Розподіл сімей за місячним доходом

Місячний доход на одного члена сім'ї, грн.	Число сімей		Щільність розподілу	
	одиниць	%	число сімей	%
До 200,0	34	13,2	0,17	0,066
200,0 – 400,0	52	20,2	0,26	0,101
400,0 – 600,0	72	27,9	0,36	0,140
600,0 – 1000,0	70	27,1	0,18	0,068
1000,0 – 1500,0	30	11,6	0,06	0,023
Разом:	258	100,0	×	×

Отже, найбільшу щільність розподілу має третя група сімей з доходом 400,0 – 600,0 грн. на одного члена сім'ї.

Інтерполяція в рядах розподілу визначає, скільки одиниць сукупності (або відсотків) мають значення ознаки менше за задане. Для інтерполяції використовують як абсолютні, так і відносні нагромаджені частоти.

Приклад. Маємо наступні дані про розподіл сімей за місячним доходом:

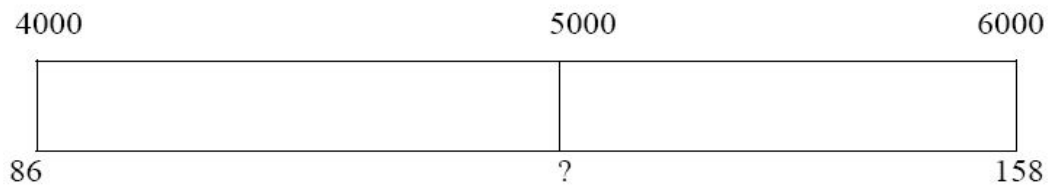
Таблиця 6.2 – Розподіл сімей за місячним доходом

Місячний доход на одного члена сім'ї, грн.	Нагромаджені частоти	
	Число сімей	%
До 200,0	34	13,0
200,0 – 400,0	86	33,4
400,0 – 600,0	158	61,3
600,0 – 1000,0	228	88,4
1000,0 – 1500,0	258	100,0

Визначити:

а) скільки сімей мають доход менше 5000 грн. на одного члена сім'ї.

Розрахунок:



$$f_x < 5000 = 86 + 0,5(158 - 86) = 122 \text{ сім'ї,}$$

або

$$f_x < 5000 = 33,4 + 0,5(61,3 - 33,4) = 47,4 \%$$

Таким чином, 122 (47,4 %) сімей мають дохід менше 5000 грн. на одного члена сім'ї.

б) скільки сімей мають дохід менше 7300 грн. на одного члена сім'ї.

Розрахунок:

$$f_x < 7300 = 158 + \frac{7300 - 6000}{4000} \cdot (228 - 158) = 181 \text{ сімей.}$$

$$f_x < 7300 = 61,3 + 0,325(88,4 - 61,3) = 70,1\%$$

Таким чином, 181 (70,1 %) сімей мають дохід менше 7300 грн. на одного члена сім'ї.

6.2. Поняття про показники варіації і способи їх обчислення

Середні величини мають велике теоретичне і практичне значення, вони дають узагальнюючу характеристику сукупності за варіаційними ознаками, виражають типовий, для даних умов, рівень цих ознак. Проте для характеристики досліджуваних явищ одних тільки середніх величин недостатньо, оскільки, за однакових значень середньої величини, різні сукупності можуть суттєво відрізнятись одна від одної за характером варіації величини досліджуваної ознаки.

Середні величини не виражають індивідуальних особливостей досліджуваної сукупності, які породжують варіацією ознаки її окремих елементів, тому їх потрібно доповнювати показниками, що характеризують коливання значень ознаки в сукупності.

Варіацією в статистиці називаються коливання ознаки в одиницях сукупності, а показники, що характеризують ці коливання, називаються показниками варіації. Вони показують як розміщуються навколо середньої окремі значення осереднюваної ознаки.

Розглянемо *приклад*. Маємо дані про продуктивність праці працівників у двох бригадах:

Таблиця 6.3 – Продуктивність праці працівників

Табельний номер працівника	Вироблено деталей за зміну, шт.	
	I бригада	II бригада
1	10	120
2	20	110
3	100	100
4	180	90
5	190	80
Разом:	500	500

Середня продуктивність праці у двох бригадах однакова.

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1i}}{n} = \frac{500}{5} = 100 \text{ шт.}, \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x_{2i}}{n} = \frac{500}{5} = 100 \text{ шт.}$$

Проте коливання продуктивності праці працівників у першій бригаді значно більше, ніж у другій. Отже, друга бригада працює ритмічніше, ніж перша.

Для вимірювання варіації у статистиці використовують такі показники, як: розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середній квадрат відхилення (дисперсія), середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.

Розмах варіації (R) являє собою різницю між найбільшим і найменшим значенням ознаки.

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

де R – розмах варіації;

x_{\max} – максимальне значення ознаки;

x_{\min} – мінімальне значення ознаки.

У даному прикладі розмах варіації:

– для першої бригади $R_1 = 190 - 10 = 180$ шт.;

– для другої бригади $R_2 = 120 - 80 = 40$ шт.

Розмах варіації простий для обчислення, але він відображає лише крайні значення ознаки і не дає уяви про ступінь варіації усередині сукупності.

Середнє лінійне відхилення (\bar{l}) являє собою середню арифметичну з абсолютних значень відхилень окремих варіантів від середньої арифметичної.

Середнє лінійне відхилення – величина іменована (має одиницю вимірювання) визначається за формулами:

а) середнє лінійне відхилення просте

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n};$$

б) середнє лінійне відхилення зважене

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

Обчислимо середнє лінійне відхилення для даного прикладу:

Таблиця 6.4 – Обчислення середнього лінійного відхилення

Табельний номер працівника (n)	I бригада		II бригада	
	Виготовлено деталей за зміну, шт. (x _{1i})	x _{1i} - x̄ ₁	Виготовлено деталей за зміну, шт. (x _{2i})	x _{2i} - x̄ ₂
1	10	90	120	20
2	20	80	110	10
3	100	0	100	0
4	180	80	90	10
5	190	90	80	20
Разом:	500	340	500	60

$$\bar{l}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n |x_{1i} - \bar{x}_1|}{n} = \frac{340}{5} = 68 \text{ шт.}, \quad \bar{l}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n |x_{2i} - \bar{x}_2|}{n} = \frac{60}{5} = 12 \text{ шт.}$$

Отже, кількість вироблених деталей за зміну окремими працівниками відрізняється від середньої в першій бригаді в середньому на 86 шт., а в другій – в середньому на 12 шт. Таким чином, середнє лінійне відхилення за виробництва деталей за зміну в першій бригаді у 5,7 разів більше, ніж у другій.

Середній квадрат відхилення або дисперсія (σ²) визначається як середня арифметична з квадратів відхилень окремих варіантів від їх середньої.

У залежності від вихідних даних, дисперсію обчислюють за формулами:

а) дисперсія проста:

$$y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n},$$

б) дисперсія зважена:

$$y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

Середнє квадратичне відхилення (σ) являє собою корінь квадратичний з дисперсії.

Воно визначається за формулами:

а) середнє квадратичне відхилення просте:

$$y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}};$$

б) середнє квадратичне відхилення зважене:

$$y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

Середнє квадратичне відхилення називають стандартним відхиленням. Воно, як і середнє лінійне відхилення, є іменованою величиною. Середнє квадратичне відхилення використовують при оцінці тісноти зв'язку між явищами, при обчисленні помилок вибіркового спостереження, дослідженні рядів розподілу та ін.

Для нормального або близького до нормального розподілу між середнім квадратичним і лінійним відхиленнями встановлено таке співвідношення:

$$\sigma = 1,25 \bar{l}$$

Середнє квадратичне відхилення не завжди зручне для використання, тому що воно не дозволяє порівнювати між собою середні квадратичні відхилення у варіаційних рядах, варіанти яких виражені у різних одиницях вимірювання.

Щоб мати можливість порівнювати середні квадратичні відхилення різних варіаційних рядів, потрібно перейти від абсолютних до відносних показників варіації.

До числа відносних показників відносять коефіцієнти варіації:

а) лінійний $V_l = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \times 100$;

б) квадратичний $V_y = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$;

в) осциляції $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \times 100$.

Відносні показники вимірюють *інтенсивність коливання ознаки*. Найчастіше використовується квадратичний коефіцієнт варіації.

Прийнята наступна оцінна шкала для оцінки коливання ознаки:

– $V_y \leq 33\%$ сукупність однорідна;

– $0\% < V_y \leq 40\%$ ознака коливається незначно;

– $40\% < V_y \leq 60\%$ ознака коливається помірно;

– $V_y > 60\%$ ознака коливається значно;

– для нормальних і близьких до них значення коефіцієнта варіації слугує *індикатором однорідності сукупності*.

Якщо коефіцієнт варіації менше або дорівнює 33 %, то сукупність є однорідною і середня величина є надійною, типовою характеристикою в даній сукупності.

Розглянемо обчислення вищенаведених показників варіації на прикладі. Фірма оголосила конкурс і розподілила претендентів з досвіду роботи. Розрахувати показники варіації. Маємо наступні дані.

Таблиця 6.5 – Розрахунок показників варіації

Група кандидатів з досвідом роботи, років (x_i)	Число кандидатів, чол. (f_i)	Середина інтервалу, (x'_i)	Розрахункові графі				
			$x'_i f_i$	$ x'_i - \bar{x} $	$ x'_i - \bar{x} f_i$	$(x'_i - \bar{x})^2$	$(x'_i - \bar{x})^2 f_i$
до 4-х	10	3	30	4,2	42	17,64	176,40
4-6	10	5	50	2,2	22	4,84	48,40
6-8	50	7	350	0,2	10	0,04	2,00
8-10	20	9	180	1,8	36	3,24	64,80
10 – і більше	10	11	110	3,8	38	14,44	144,40
Разом:	100	×	720	×	148	×	436,00

Розмах варіації дорівнює:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 12 - 2 = 10 \text{ років.}$$

Для визначення середнього досвіду роботи кандидатів, використовуємо формулу середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{720}{100} = 7,2 \text{ роки.}$$

Обчислимо середньо лінійне відхилення за формулою для зважених:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{148}{100} = 1,48 \text{ роки.}$$

Абсолютне відхилення кожного досвіду роботи кандидата від середнього досвіду роботи складає 7,24 роки.

Обчислимо дисперсію. Зазначимо, що дисперсія завжди величина безрозмірна:

$$y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{436,00}{100} = 4,36.$$

Обчислимо середньо квадратичне відхилення:

$$y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}} = y^2 = \sqrt{4,36} \approx 2,1 \text{ роки.}$$

Середнє відхилення від середньої величини групи кандидатів з досвіду роботи відхиляється в той або інший бік на 2,1 роки.

Обчислимо відносні показники варіації:

а) лінійний $V_{\bar{l}} = \frac{\bar{l}}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1,48}{7,2} \times 100 = 20,55 \%$;

б) квадратичний $V_y = \frac{y}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2,1}{7,2} \times 100 = 29,2 \%$;

в) осциляції $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \times 100 = \frac{10}{7,2} \times 100 = 138,9 \%$.

Як бачимо $\sigma < \bar{l}$ ($2,1 < 1,48$); $V_y < V_{\bar{l}}$ ($29,2 < 20,55$).

Обчисливши коефіцієнти варіації, розуміємо, що сукупність є однорідною і середня величина є надійною типовою характеристикою в даній сукупності.

6.3. Види дисперсій і правило їх додавання

Для більш детального вивчення тієї або іншої ознаки, статистика за допомогою правила додавання дисперсій виявляє і досліджує вплив окремих факторів і умов, які зумовили дану варіацію у цілому. Виявити частку варіації, зумовлену певними факторами, можна поділивши всю сукупність на групи за ознакою, вплив якої досліджується.

Якщо сукупність поділена на групи за одним фактором, то для неї можна обчислити такі види дисперсій: загальну, групову (часткову), середню з групових і міжгрупову.

Загальна дисперсія вивчається як середня арифметична з квадратів відхилень кожного значення ознаки від їх загальної середньої величини. Дана дисперсія характеризує варіацію досліджуваної ознаки за рахунок впливу всіх факторів. Її розраховують за формулами:

$$y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_s)^2}{n} \text{ – проста; } y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_s)^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \text{ – зважена.}$$

Групова (часткова) дисперсія визначається як середня арифметична з квадратів відхилень кожного значення ознаки в групі від групової середньої. Групові дисперсії визначаються за формулами:

$$y_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n_i} - \text{проста}; \quad y_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i} - \text{зважена},$$

де y_i^2 – групова (часткова) дисперсія;

x_i – індивідуальні значення групових ознак;

\bar{x}_i – середнє значення ознак i -ї групи;

n – число одиниць сукупності в групі;

f_i – частоти в групі.

Групова (часткова) дисперсія вимірює варіацію ознаки тільки за рахунок факторів, які діють усередині групи, тобто всіх факторів, крім покладеного в основу групування.

Середню з групових (залишкову) дисперсію визначають за формулами середньої арифметичної із групових дисперсій:

$$\bar{y}^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \text{проста}; \quad \bar{y}^2 = \frac{\sum y_i^2 f_i}{\sum f_i} - \text{зважена}.$$

Міжгрупова дисперсія визначається як середня арифметична з квадратів відхилень групових середніх від загальної середньої за формулами:

$$d^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{n} - \text{проста}; \quad d^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} - \text{зважена},$$

де d^2 – міжгрупова дисперсія;

\bar{x}_i – групові середні;

\bar{x} – загальна середня;

n – число одиниць сукупності;

f_i – ваги або частоти.

Міжгрупова дисперсія відображає варіацію досліджуваної ознаки під впливом фактора, покладеного в основу групування.

Математичною статистикою доведено, що між загальною дисперсією, середньою з групових дисперсій і міжгруповою дисперсіями існує зв'язок:

$$y^2 = \bar{y}^2 + d^2.$$

Ця рівність у статистиці називається *правилом додавання дисперсій*. За допомогою даного правила, знаючи два види дисперсій, завжди можна визначити невідомий третій вид:

$$\bar{y}^2 = y^2 - d^2; \quad d^2 = y^2 - \bar{y}^2.$$

Правило додавання дисперсій використовують при проведенні вибіркового спостереження, для спрощеного обчислення дисперсій громіздкого варіаційного ряду, вимірювання тісноти зв'язку між явищами та ін.

Проілюструємо застосування правила додавання дисперсій на прикладі.

Приклад. Нехай маємо відомості про годинну заробітну плату десяти працівників, поділених на дві групи за рівнем фахової підготовки.

Таблиця 6.6 – Розрахункова таблиця

Перша група				Друга група			
Табельний номер працівника, (n_1)	Годинна заробітна плата працівників-практиків, грн. (x_1)	$x_1 - \bar{x}_1$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	Табельний номер працівника, (n_2)	Годинна заробітна плата працівників з ПТУ, грн. (x_2)	$x_2 - \bar{x}_2$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$
1	6,0	-0,52	0,2704	6	8,2	-0,42	0,1764
2	6,3	-0,22	0,0484	7	8,5	-0,12	0,0144
3	6,5	-0,02	0,0004	8	8,6	-0,02	0,0004
4	6,8	0,28	0,0784	9	8,8	0,18	0,0324
5	7,0	0,48	0,2304	10	9,0	0,38	0,1444
Разом:	32,6	×	0,6280	Разом:	43,1	×	0,3680

Обчислимо середньогодинну заробітну плату працівників для кожної групи:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{32,6}{5} = 6,52 \text{ грн.}; \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} = \frac{43,1}{5} = 8,62 \text{ грн.}$$

За даними розрахункової таблиці визначимо групові дисперсії:

$$y_1^2 = \frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{0,6280}{5} = 0,1256; \quad y_2^2 = \frac{\sum (x_2 - \bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{0,3680}{5} = 0,0736.$$

Середня з групових дисперсій дорівнює:

$$\bar{y}^2 = \frac{\sum y_i^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{0,1256 \cdot 5 + 0,0736 \cdot 5}{10} = \frac{0,996}{10} = 0,0996.$$

Для знаходження міжгрупової дисперсії потрібно обчислити загальну середню годинну заробітну плату всіх працівників за формулою середньої арифметично зваженої з групових середніх:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i} = \frac{6,52 \cdot 5 + 8,62 \cdot 5}{10} = \frac{75,7}{10} = 7,57 \text{ грн.},$$

або за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n_i} = \frac{32,6 + 43,1}{10} = \frac{75,7}{10} = 7,57 \text{ грн.}$$

Обчислимо міжгрупову дисперсію:

$$d^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(6,52 - 7,57)^2 \cdot 5 + (8,62 - 7,57)^2 \cdot 5}{10} = \frac{11,025}{10} = 1,1025.$$

Використавши правило додавання дисперсій, визначимо загальну дисперсію:

$$y^2 = \bar{y}^2 + d^2 = 0,0996 + 1,1025 = 1,2021.$$

Правильність наших розрахунків можна перевірити, обчисливши загальну дисперсію звичайним способом:

$$y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{12,021}{10} = 1,2021.$$

Як показала перевірка, результати обчислення загальної дисперсії за обома способами такі ж самі, що свідчить про правильність проведених розрахунків.

Середнє квадратичне відхилення із загальної дисперсії дорівнює:

$$y = \sqrt{y^2} = \sqrt{1,2021} = 1,096 \text{ грн.}$$

Таким чином, ми визначили, що середня годинна заробітна плата групи працівників у кількості десяти чоловік склала 7,57 грн., за середнього квадратичного відхилення 1,096 грн.

При цьому можемо стверджувати, що якщо загальна дисперсія склала 1,2021, то міжгрупова дисперсія в розмірі 1,1025 викликана різницями кваліфікації в групах працівників, а середня з групових дисперсій в розмірі 0,0996 показує частку впливу усіх, крім покладеного в основу групування, факторів. Правило додавання дисперсій дозволяє визначити частку складових частин у загальній дисперсії.

Поділивши міжгрупову дисперсію на загальну дисперсію, отримаємо показник, який називається *коефіцієнтом детермінації* (z^2) і показує, яка частка всієї варіації ознаки, зумовлена ознакою, покладеною в основу групування. В даному прикладі:

$$z^2 = \frac{d^2}{y^2} = \frac{1,1025}{1,2021} = 0,917 \text{ або } 91,7 \%,$$

де z^2 – (грецька буква «ета» в квадраті) – коефіцієнт детермінації.

Отже, фактор кваліфікації робітників на 91,7 % зумовлює варіацію їхньої середньогодинної заробітної плати.

Корінь квадратний з коефіцієнта детермінації називають *емпіричним кореляційним відношенням*, яке показує тісноту (силу) зв'язку між групувальною та результативною ознаками.

$$z = \sqrt{\frac{d^2}{y^2}} = \sqrt{0,917} = 0,958.$$

Це говорить про те, що зв'язок між кваліфікацією працівників та їхньою середньогодинною заробітною платою надто сильний (тісний).

Спрощені способи розрахунку дисперсії. Обчислення дисперсії і середнього квадратичного відхилення пов'язане з великими і складними розрахунками, які потребують значних затрат часу і праці. Проте їх можна значно спростити, якщо використати деякі математичні властивості дисперсії:

1. Якщо всі варіанти ознаки (x) зменшити на довільну величину (A), то дисперсія від цього не зміниться.

2. Якщо всі значення варіантів (x) зменшити в (A) разів, то дисперсія зменшиться в (A^2) разів, а середнє квадратичне відхилення – в (A) разів.

3. Якщо обчислити середній квадрат відхилень від будь-якої величини A , яка тою або іншою мірою відрізняється від середньої арифметичної (\bar{x}), то він завжди буде більший за середній квадрат відхилень, обчислений від середньої арифметичної, на квадрат різниці між середньою і цією умовно взятою величиною, тобто на $(\bar{x}-A)^2$.

$$y_A^2 = y^2 + (\bar{x} - A)^2 \quad \text{або} \quad y = y_A^2 - (\bar{x} - A)^2,$$

де y^2 – середній квадрат відхилень від середньої арифметичної (\bar{x});
 y_A^2 – середній квадрат відхилень від довільної величини (A).

6.4. Форми рядів розподілу та їх характеристика

Різноманітність статистичних сукупностей – передумова різних форм співвідношення частот і значень ознаки, що варіює. За своєю формою ряди розподілу поділяють на такі види: одно-, дво- і багатoverшинні. Наявність двох і більше вершин свідчить про неоднорідність сукупності, про поєднання в ній груп з різними рівнями ознаки. Ряди розподілу якісно однорідних сукупностей, як правило, одновершинні. Серед одновершинних рядів розподілу є симетричні (скошені), гостро- і плосковершинні (рис. 6.1).

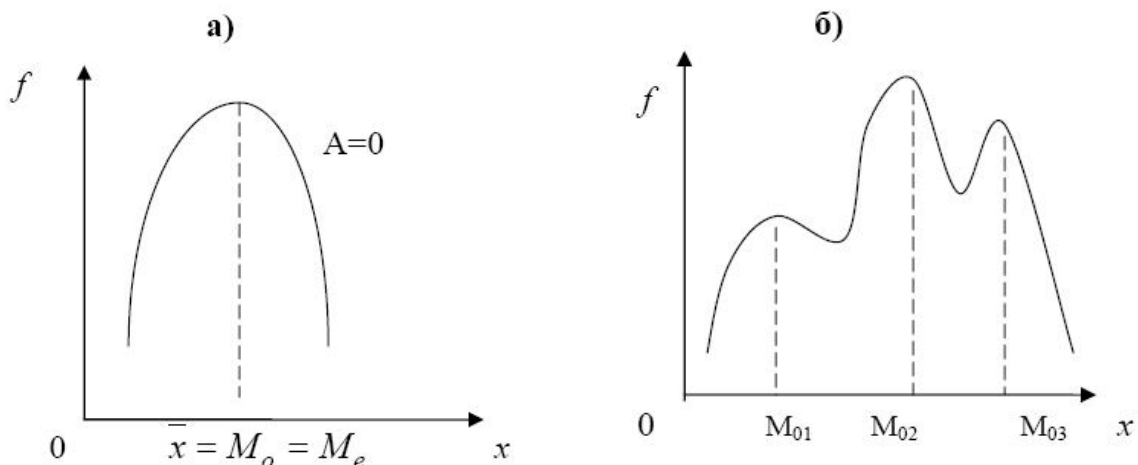
У *симетричному* розподілі рівновіддалені від центру значення ознаки мають однакові частоти, в *асиметричному* – вершина розподілу зміщена. Напрямок асиметрії протилежний напрямку зміщення вершини. Якщо вершина зміщена вліво, то це правостороння асиметрія і, навпаки. Асиметрія виникає внаслідок обмеженої варіації в одному напрямку або під впливом домінуючої причини розвитку, яка веде до зміщення центру розподілу.

Найпростішою мірою асиметрії є відхилення між середньою арифметичною і медіаною або модою.

У симетричному розподілі характеристики центру мають однакові значення $\bar{x} = M_e = M_o$.

В асиметричному між ними існують певні розбіжності. За правосторонньої асиметрії $\bar{x} > M_e > M_o$, за лівосторонньої асиметрії, навпаки, $\bar{x} < M_e < M_o$.

Стандартизовані відхилення $A = \frac{\bar{x} - M_e}{y}$ або $A = \frac{\bar{x} - M_o}{y}$ характеризують напрям і ступінь скошеності розподілу. В симетричному розподілі $A = 0$, за правосторонньої асиметрії $A > 0$; за лівосторонньої $A < 0$.



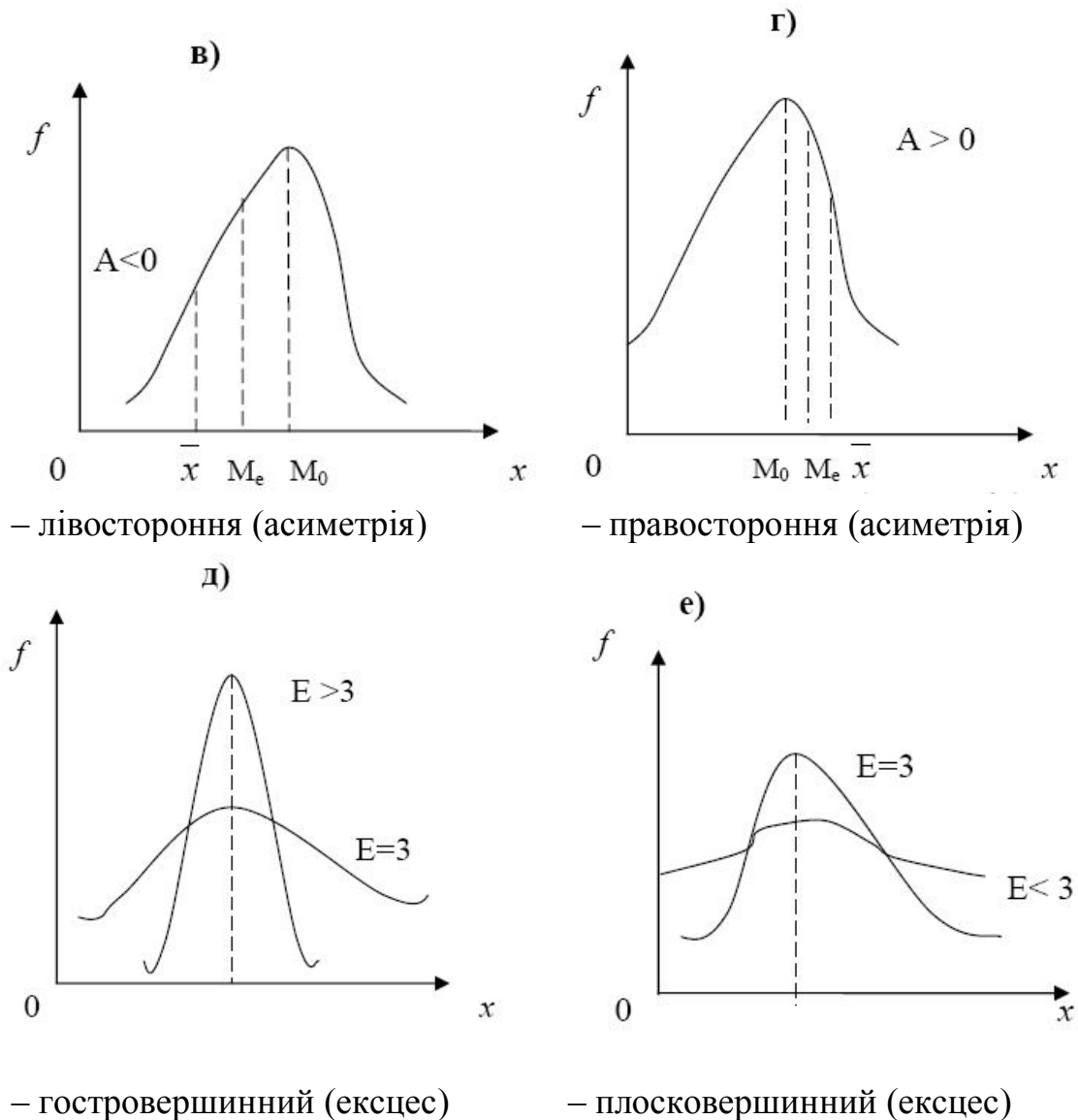


Рисунок 6.1 – Різновиди форм розподілу

Приклад. Маємо такі дані про розподіл працівників за заробітною платою.

Таблиця 6.7 – Визначення форми розподілу працівників за заробітною платою

Групи працівників за заробітною платою, грн. (x_i)	Частка працівників у загальній чисельності, % (w_i)	x_i	$x_i w_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 w_i$
50—100	5	75	375	-159	25 281	126 405
100—150	13	125	1 625	-109	11 881	154 453
150—200-	32	175	5 600	-59	3 481	111 392
200—250	25	225	5 625	-9	81	2 025
250—300	15	275	6 875	41	1 681	25 215
300—350	10	325	3 250	91	8 281	82 810
Разом:	100,0	—	23 350	—	—	502 330

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{23350}{100} = 233,5 \approx 234 \text{ грн.};$$

$$y^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 w_i}{\sum w_i} = \frac{502330}{100} = 5023,3;$$

$$y = \sqrt{y^2} = \sqrt{5023,3} = 71,0 \text{ грн.};$$

$$M_o = x_{M_o} + h \frac{f_{M_o} - f_{(-1)}}{(f_{M_o} - f_{(+1)}) + (f_{M_o} - f_{(-1)})} = 150 + 50 \frac{32 - 13}{(32 - 25) + (32 - 13)} = 186,54 \text{ грн.};$$

$$A = \frac{\bar{x} - M_o}{y} = \frac{234 - 186,54}{71} = 0,668..$$

Стандартизоване відхилення свідчить про незначну правосторонню асиметрію, а тому розподіл можна вважати симетричним.

Гостровершинність розподілу відображає скупченість значень ознаки навколо середньої величини і називається *ексцесом*. На практиці часто в одному розподілі поєднуються всі названі особливості: одновершинний розподіл може бути симетричним і гостровершинним, або скошеним і плосковершинним.

Як узагальнюючі характеристики розподілу використовують *моменти*. За допомогою невеликого їх числа можна описати будь-який розподіл. *Момент розподілу* – це середня арифметична k -го ступеня відхилень $x - A$.

Залежно від величини A моменти поділяють на первинні $A = 0$, центральні $A = \bar{x}$ й умовні $A = \text{const}$. Ступінь k визначає порядок моменту. На практиці використовуються:

Початкові моменти:

- нульового порядку ($k = 0$) $M_0 = \frac{\sum x^0 f}{\sum f} = 1;$
- першого порядку ($k = 1$) $M_1 = \frac{\sum x^1 f}{\sum f} = \bar{x};$
- другого порядку ($k = 2$) $M_2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} = \bar{x}^2;$
- третього порядку ($k = 3$) $M_3 = \frac{\sum x^3 f}{\sum f} = \bar{x}^3;$
- четвертого порядку ($k = 4$) $M_4 = \frac{\sum x^4 f}{\sum f} = \bar{x}^4.$

Початкові моменти відносно x_0 (умовні):

- нульового порядку $M'_0 = \frac{\sum (x - x_0)^0 f}{\sum f} = 1;$

– першого порядку $M'_1 = \frac{\sum (x - x_0)^1 f}{\sum f} = \bar{x} - x_0;$

– другого порядку $M'_2 = \frac{\sum (x - x_0)^2 f}{\sum f};$

– третього порядку $M'_3 = \frac{\sum (x - x_0)^3 f}{\sum f};$

– четвертого порядку $M'_4 = \frac{\sum (x - x_0)^4 f}{\sum f}.$

Центральні моменти:

– нульового порядку $m_0 = \frac{\sum (x - \bar{x})^0 f}{\sum f} = 1;$

– першого порядку $m_1 = \frac{\sum (x - \bar{x})^1 f}{\sum f} = 0; \quad m_1 = \frac{\sum xf - \bar{x} \sum f}{\sum f} = 0;$

– другого порядку $m_2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = y^2;$

– третього порядку $m_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 f}{\sum f};$

– четвертого порядку $m_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 f}{\sum f}.$

Первинний момент першого порядку – це середня арифметична \bar{x} , другого – середній квадрат значень ознаки \bar{x}^2 . Центральний момент другого порядку характеризує варіацію $m_2 = y^2$, третього – асиметрію, четвертого – ексцес.

Для порівняння ступеня асиметрії різних розподілів, використовують стандартизований момент: $A = \frac{m_3}{y^3}.$

Вважають, що при $A < 0,25$ асиметрія низька, якщо A не перевищує $0,5$ – середня і при $A > 0,5$ – висока.

Для вимірювання ексцесу використовують аналогічно побудований коефіцієнт, тобто стандартизований момент четвертого порядку: $E = \frac{m_4}{y^4}.$

У симетричному розподілі $E = 3$, при гостровершинному – $E > 3$, плосковершинному $E < 3$.

Оцінка нерівномірності розподілу значень ознаки між окремими складовими сукупностей ґрунтується на порівнянні часток двох розподілів — за кількістю елементів сукупності d_j та за обсягом значень ознаки D_j . Якщо розподіл значень ознаки рівномірний, то $d_j = D_j$. Відхилення часток свідчить про певну нерівномірність розподілу, яка вимірюється коефіцієнтами: *концентрації* та *локалізації*.

Коефіцієнт концентрації (K) є узагальнюючою характеристикою відхилення розподілу від рівномірного.

Коефіцієнт концентрації – це напівсума модулів відхилень:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m |D_j - d_j|.$$

Межа коливання $0 \leq K \leq 1$:

– при $K = 0 \Rightarrow$ рівномірний розподіл;

– при $K = 1 \Rightarrow$ повна концентрація;

– чим більший ступінь концентрації, тим більше значення K .

Коефіцієнти концентрації використовуються в регіональному аналізі для оцінювання рівномірності територіального розподілу виробничих потужностей, фінансових ресурсів тощо.

Коефіцієнт локалізації (L_j) розраховується для кожної j -ї складової сукупності.

$$L_j = \frac{D_j}{d_j} 100.$$

За рівномірного розподілу всі значення $L_j = 1$. У випадку концентрації значень ознаки в j -й складовій $L_j > 1$ і, навпаки.

Розрахунок коефіцієнтів K та L_j показано у табл. 6.8 на прикладі розподілу підприємств за вартістю реалізованої продукції.

Таблиця 6.8 – Розрахунок коефіцієнтів концентрації та локалізації

Вартість реалізованої продукції, тис.гр.од.	% до підсумку		$L_j = \frac{D_j}{d_j}$	$ D_j - d_j $
	кількість підприємств, d_j	вартість реалізованої продукції, D_j .		
До 2	12	2	0,17	10
2 – 5	28	8	0,28	20
5 – 10	31	16	0,52	15
10 – 20	17	19	1,12	2
20 – 40	8	23	2,87	15
40 і більше	4	32	8,00	28
Разом:	100	100	×	90

Коефіцієнт концентрації становить

$$K = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45\% \text{ або } 0,45,$$

що свідчить про відносно високий рівень концентрації у підприємствах. Обсяги товарної продукції концентруються у великих підприємствах – в останній групі $L_j = 8,00$.

Коефіцієнти концентрації та локалізації є ефективним засобом вимірювання диференціації сукупності за даними інтервальних рядів з нерівними інтервалами та за даними атрибутивних рядів. За аналогією з

коефіцієнтом концентрації розраховують коефіцієнт подібності (схожості) структур двох об'єктів або одного об'єкта за двома ознаками:

$$P = 1 - \frac{1}{2} \sum |d_j - d_k|.$$

Якщо структури однакові, то $P = 1$. Чим більші відхилення структур, тим менше значення коефіцієнта P .

Для оцінки інтенсивності структурних зрушень у часі використовують абсолютні ступені варіації – середнє лінійне або середнє квадратичне відхилення часток, які називають коефіцієнтами структурних зрушень:

$$\bar{l}_d = \frac{\sum_{j=1}^m |d_{j1} - d_{j0}|}{m} - \text{лінійний};$$

$$y_d = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (d_{j1} - d_{j0})^2}{m}} - \text{квадратичний},$$

де d_{j0} та d_{j1} – частки розподілу за два періоди;

m – число складових сукупності.

Розрахунок лінійного коефіцієнта структурних зрушень доходів від телекомунікаційних послуг зв'язку наведено в табл. 6.9.

Таблиця 6.9 – Структура доходів від надання телекомунікаційних послуг

Вид зв'язку	% до підсумку		Структурні зрушення, відсоткові пункти	$ d_{j1} - d_{j0} $
	2007 р.	2008 р.		
Мобільний зв'язок	64,86	68,30	3,44	3,44
Телефонний фіксований зв'язок	25,06	21,91	-3,15	3,15
Широкосмуговий доступ	4,13	5,59	1,46	1,46
Передавання й приймання телевізійних та радіопрограм	2,84	3,26	0,42	0,42
Супутниковий зв'язок	0,18	0,23	0,05	0,05
Проводове мовлення	0,26	0,47	0,21	0,21
Телеграфний зв'язок	0,16	0,12	-0,04	0,04
Всього:	100,00	100,00	0,00	8,77

За даними таблиці $\bar{l}_d = \frac{\sum_{j=1}^m |d_{j1} - d_{j0}|}{m} = \frac{8,77}{7} = 1,25$ в.п., тобто структура доходів

від телекомунікаційних послуг змінилася в середньому на 1,25 відсоткових пунктів.

6.5. Графічне зображення рядів розподілу

Простим методом аналізу рядів розподілу є їх графічне зображення, що дозволяє розкрити характер розподілу одиниць сукупності при зміні ознаки, що варіює зіставити декілька рядів і порівняти з теоретичним розподілом.

Для графічного зображення рядів розподілу використовують такі графіки, як полігон, гістограма, кумулянта, огіва, крива концентрації (Лоренца), показникова крива, крива Паретто, антимода.

Полігон – графічне зображення варіаційного ряду в прямокутній системі координат, за якого величина ознаки відкладається на осі абсцис, частоти або частки (щільність розподілу) – на осі ординат.

Частіше полігон застосовується для зображення дискретного варіаційного ряду, однак може використовуватись і для інтервального ряду. Графік полігона має вигляд, що зображений на рис. 6.2 розподілу робочих зв'язку за тарифним розрядом (дискретний ряд) (табл. 6.10).

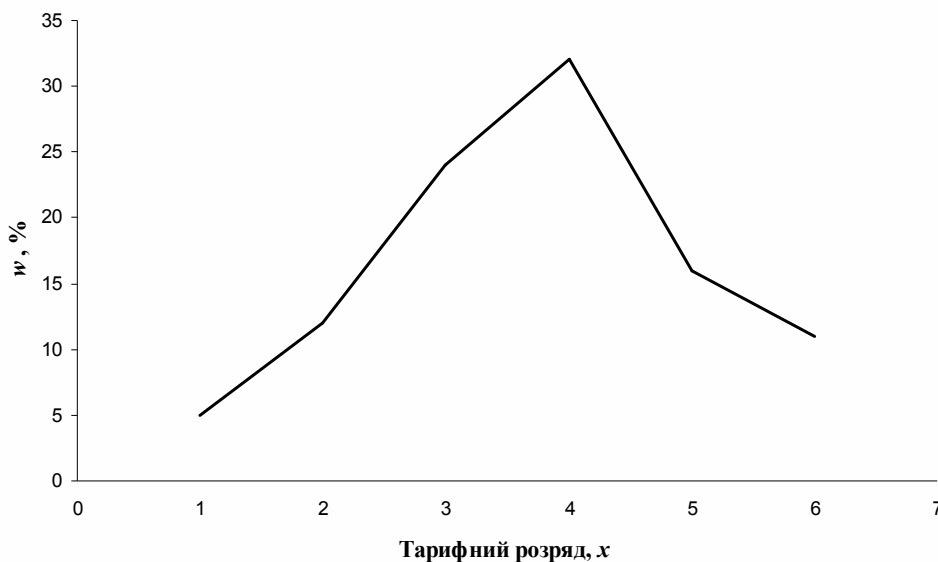


Рисунок 6.2 – Полігон розподілу робочих зв'язку за тарифним розрядом

Таблиця 6.10 – Розподіл робочих зв'язку за тарифним розрядом

Тарифний розряд (x)	Чисельність, чол. (f)	Питома вага, % (w)
1	25	5
2	60	12
3	120	24
4	160	32
5	80	16
6	55	11
Разом:	500	100

Гістограма – графічне зображення інтервального варіаційного ряду у вигляді прямокутників різної висоти, основа яких – відрізки осі абсцис, які відповідають інтервалам зміни ознаки. Висоти прямокутників пропорційні при рівності інтервалів частотам або часткам інтервалів, а при нерівності – щільностям (абсолютним або відносним), ширина прямокутників дорівнює величині інтервалу.

Якщо середини верхніх сторін прямокутників, що відповідають серединам інтервалів, з'єднати відрізками прямої лінії, то гістограма перетвориться в *полігон розподілів*.

За графічного зображення безперервної варіації у виді полігона значення варіант відносяться до середини інтервалу.

Зобразимо безперервний ряд розподілу працівників за розміром заробітної плати (інтервальний ряд) (табл. 6.11).

Таблиця 6.11 – Розподіл працівників за розміром заробітної плати

Заробітна плата, грн.	Чисельність, чол.	Питома вага, %	Накопичені частоти, чол.
До 1000	28	7	28
1000 - 1500	56	14	84
1500 - 2000	60	15	144
2000 - 2500	102	25,5	246
2500 - 3000	80	20	326
3000 - 3500	48	12	374
3500 - 4000	20	5	394
Понад 4000	6	1,5	400
Разом:	400	100,0	–

Графік полігона і гістограми розподілу працівників зв'язку за розміром заробітної плати має вигляд:

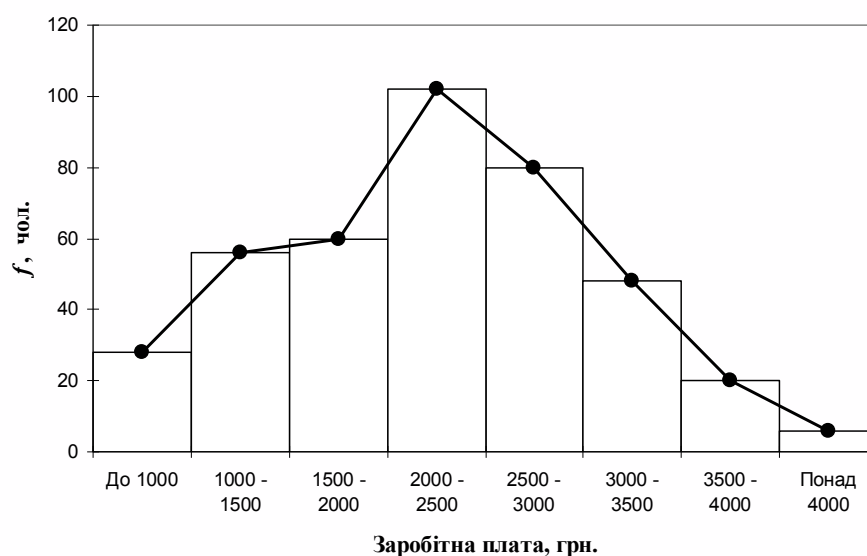


Рисунок 6.3 – Полігон і гістограма розподілу працівників зв'язку за розміром заробітної плати

Графічне зображення рядів розподілу з нерівними інтервалами повинне ґрунтуватися тільки на щільності розподілу.

На рис. 6.4 представлені гістограми розподілу робочих за стажом роботи, побудовані за частотою (а) і щільністю розподілу (б) за даними табл. 6.12.

Таблиця 6.12 – Розподіл робочих за стажом роботи

Стаж, років	Інтервал, років	Чисельність, чол.	Питома вага, %	Щільність розподілу
До 2	2	20	10	10
2-4	3	30	15	15
4-8	4	28	14	7
8-12	4	32	16	8
12-20	8	40	20	5
20-30	10	50	25	5
Разом:	–	200	100	–

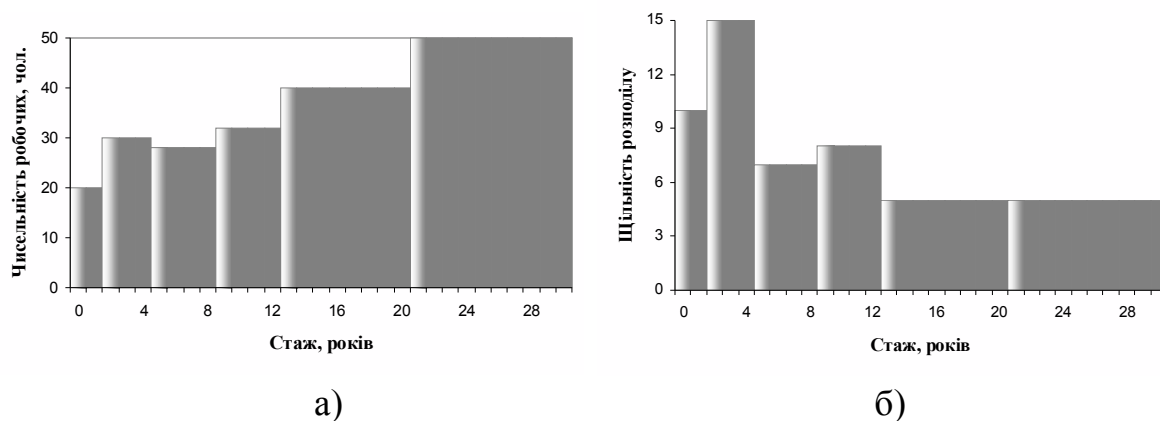
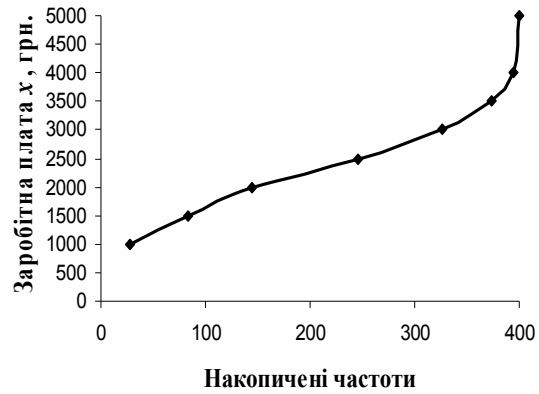
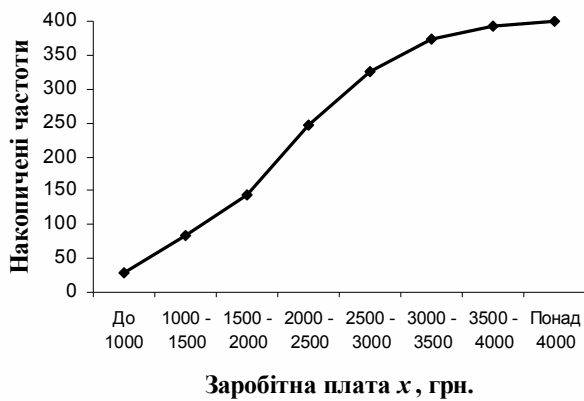


Рисунок 6.4 – Гістограми розподілу робочих за стажом роботи, побудовані за частотою (а) і щільністю розподілу (б)

Графіки наочно свідчать про спотворення характеру розподілу сукупності з нерівними інтервалами групування, зображеного на основі частот.

За допомогою графічного зображення рядів у вигляді полігона і гістограми можна порівнювати розподіл одиниць сукупності за різними ознаками. Таке порівняння полегшується побудовою кумулянти або огіви розподілу.

Кумулянта, або крива сум, будується за накопиченими частотами, тобто на осі ординат відкладаються накопиченні підсумки частот (рис. 6.5, а). Для розподілу працівників за розміром місячної заробітної плати (табл. 6.11) накопичені частоти наведені в останній графі. Якщо на осі ординат відкласти дані варіантів, а на осі абсцис накопичені частоти, то отримуємо *огіву* графік, зворотний кумулянті (рис. 6.5, б).



а)

б)

Рисунок 6.5 – Кумулянта (а) й огіва (б) розподілу працівників зв'язку за рівнем заробітної плати

Кумулянта характеризується монотонним зростанням, причому зміна накопичених частот має певну закономірність: спочатку вони зростають повільно, потім пришвидшено, в кінці знову різко уповільнюють темп зміни до досягнення кінцевої точки, що дорівнює кількості одиниць сукупності, яка вивчається. Така закономірність типова для нормального закону розподілу, який характеризується переважанням частот з середнім рівнем ознаки і їх незначною кількістю з крайніми значеннями (мінімальним і максимальним) ознак.

Крива накопичених сум зручна для аналізу характеру і зіставлення різних рядів розподілу, що особливо важливе за багатофакторного аналізу соціально-економічних явищ.

Питання і завдання для самоконтролю

- 6.1. Поняття варіації ознаки.
- 6.2. Необхідність вивчення варіації ознаки.
- 6.3. У чому полягають відмінності в побудові рядів розподілу з дискретним і безперервним характером варіації ознаки?
- 6.4. Які системи показників використовують для характеристики особливостей рядів розподілу?
- 6.5. В яких випадках використовується щільність розподілу при розрахунку середньої арифметичної?
- 6.6. Що є варіацією ознаки і в чому полягає значення її вивчення?
- 6.7. Яку варіацію характеризують: загальна дисперсія, групова дисперсія та міжгрупова дисперсія?
- 6.8. Характеристика форм розподілу.
- 6.9. Одно- і багатoverшинні криві.
- 6.10. Симетричні та асиметричні криві.
- 6.11. Властивості форми розподілу.
- 6.12. Асиметрія та її оцінювання.

- 6.13. Центральні моменти розподілу.
 6.14. Екセス та його вимірювання.
 6.15. Як графічно можна зобразити дискретні та інтервальні варіаційні ряди розподілу.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

6.1. За даними опитування 300 користувачів послуг поштового зв'язку індивідуальні оцінки якості послуг розподілились таким чином: дуже погана – 9; погана – 66; посередньо – 135; добра – 72; відмінна – 18. Замінити групові частоти частками, для кожної групи визначити кумулятивні частки; провести частотний аналіз розподілу, зробити висновки.

6.2. Стаж роботи працівників підприємства розподіляється таким чином:

Таблиця 6.13 – Розподіл робітників за стажем роботи на підприємстві

Групи працівників за стажем роботи на підприємстві, роки	Чисельність працівників
До 1	15
1 – 3	58
3 – 5	64
5 – 10	59
10 – 20	19
20 і більше	3
Разом:	218

Визначити середню величину, моду, медіану і показники варіації. Зробити висновки.

6.3. Заробітна плата працівників за березень базового і звітного років підприємства характеризується таким даними:

Таблиця 6.14 – Розподіл робітників за заробітною платою

Групи працівників за заробітною платою, грн.	Чисельність працівників у березні	
	базового року	звітного року
до 100	8	5
100 – 150	10	12
150 – 250	25	30
250 і більше	7	13

Визначити середню величину заробітної плати на підприємстві, моду, медіану і показники варіації. Зобразити графічно ряди розподілу (полігон та гістограму). Зробити висновки.

6.4. За даними вибіркового обстеження заробітної плати працівників бюджетної сфери одержано такі показники:

Таблиця 6.15 – Заробітна плата працівників бюджетної сфери

Галузь	Середня заробітна плата, грн.	Чисельність працівників	Дисперсія заробітної плати
Зв'язок	600	80	4 900
Освіта	800	120	16 900

Визначити:

- 1) середню заробітну плату працівників за галузями;
 - 2) дисперсії заробітної плати:
 - а) середню з групових дисперсій (галузевих);
 - б) міжгрупову (міжгалузеву);
 - в) загальну;
 - 3) коефіцієнт детермінації та емпіричне кореляційне відношення.
- Зробити висновки.

6.5. Є такі вибіркові дані про заощадження населення району (табл. 6.16).

Таблиця 6.16 – Дані щодо заощадження населення району

Групи населення	Кількість вкладів, тис. од.	Середній розмір вкладу, тис. грн.	Коефіцієнт варіації вкладу, %
1. Населення міста	7	4	20
2. Населення села	3	6	30

Визначити тісноту зв'язку між середнім розміром вкладу та типом населення за допомогою емпіричного кореляційного відношення. Зробити висновки.

6.6. Є такі дані про розподіл устаткування на підприємстві за терміном експлуатації (табл. 6.17).

Таблиця 6.17 – Розподіл устаткування на підприємстві за терміном експлуатації

Термін перебування устаткування в експлуатації, роки	Кількість устаткування
до 3	5
3 – 5	10
5 – 7	45
7 – 9	70
9 – 11	30
11 – 13	12
13 – 15	17
15 і більше	11
Разом:	200

Визначити:

- 1) середній термін експлуатації устаткування на підприємстві;
 - 2) дисперсію терміну експлуатації устаткування;
 - 3) середнє квадратичне відхилення;
 - 4) квадратичний коефіцієнт варіації;
 - 5) описати закономірність розподілу устаткування за терміном експлуатації. Для цього визначити характеристики форми розподілу:
 - а) асиметрії та ексцесу;
 - б) теоретичні частоти нормального розподілу. Перевірити відповідність емпіричного розподілу теоретичному.
- Зробити висновки.

6.7. За даними табл. 6.18 визначити коефіцієнт концентрації виробництва та робочої сили на спільних підприємствах. Зробити висновки.

Таблиця 6.18 – Групи підприємств за чисельністю працівників

Групи підприємств за чисельністю працівників	% до підсумку		
	кількість підприємств	чисельність працівників	обсяг виробництва
До 50	43,7	7,2	10,4
50 – 100	16,8	14,9	17,4
100 – 200	18,4	15,8	19,1
200 – 300	8,9	16,2	11,4
300 – 400	10,7	30,1	23,2
400 – 500	0,7	6,5	7,3
500 і більше	0,8	9,3	11,2
Разом:	100,00	100,00	100,00

Розділ 7

ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

План

- 7.1. Поняття про вибіркоче спостереження та його основні завдання.
- 7.2. Основні умови наукової організації вибіркового спостереження.
- 7.3. Методи і способи відбору одиниць у вибіркочу сукупність.
- 7.4. Знаходження середньої і граничної помилок та необхідної чисельності для різних видів вибірок.

7.1. Поняття про вибіркоче спостереження та його основні завдання

З усіх видів несучільного спостереження в практиці статистичних досліджень найбільше визначення і застосування отримало вибіркоче спостереження

Вибірковим спостереженням називається такий вид несучільного спостереження, за якого статистичному дослідженню підлягають одиниці сукупності, що вивчаються і вибираються випадковим способом.

У галузі зв'язку вибіркоче спостереження застосовується для отримання кількісних і якісних характеристик трафіка організацій зв'язку: обсягу послуг поштового зв'язку (не реєстрований обсяг письмової кореспонденції), якості передавання поштових, телефонних і телеграфних повідомлень (виконання нормативів швидкості передавання, відмов устаткування, облік пошкоджень абонентських пристроїв), вивчення структури трафіка, коливання навантаження за часом.

Розрізняють генеральну і вибіркочу сукупності.

Генеральною сукупністю називається така маса одиниць, з якої проводиться відбір для дослідження.

Вибірковою сукупністю називається частина генеральної сукупності, що відібрана для обстеження.

Обсяг генеральної сукупності позначають через N , а вибіркової – через n .

Узагальнюючими показниками генеральної сукупності є: середній розмір ознаки \bar{x} , частка p , генеральна дисперсія y^2 .

Узагальнюючими показниками вибіркової сукупності є: середня вибіркоча \tilde{x} , вибіркоча частка w , дисперсія y_b^2 .

Вибіркове спостереження має низку безперечних переваг перед суцільним спостереженням: дозволяє зібрати необхідну інформацію в більш стислі терміни за менших трудових і грошових витрат, за ширшою програмою і ретельніше. Крім того, при вивченні деяких явищ не можна проводити суцільне спостереження. Так, вивчення якості мікросхем, радіоламп, ізоляції пов'язане з їх руйнуванням і знищенням, тобто вибіркоче спостереження є єдино можливим.

Вибіркове спостереження застосовують також у поєднанні із суцільним для поглиблення дослідження або уточнення і контролю результатів суцільного спостереження.

Вибіркове спостереження складається з таких етапів:

- постановка мети спостереження;
- складання програми спостереження і розробка відповідних даних;
- вирішення організаційних питань проведення спостереження;
- визначення відсотка і способу відбору одиниць;
- проведення відбору;
- реєстрація відповідних ознак у відібраних для дослідження одиниць;
- узагальнення даних спостереження та розрахунок їх вибірових характеристик;
- знаходження помилок вибірки;
- поширення характеристик вибіркового спостереження на генеральну сукупність.

Вибіркове спостереження проводиться для розв'язання наступних основних завдань:

- визначення середнього розміру досліджуваної ознаки;
- визначення питомої ваги (частки);
- визначення середньої і граничної помилки вибірки;
- знаходження меж для середньої і частки за повторного і без повторного відбору;
- визначення необхідної чисельності вибірки;
- поширення даних вибіркового спостереження на всю сукупність.

7.2. Основні умови наукової організації вибіркового спостереження

Науковим обґрунтуванням можливості застосування вибіркового спостереження виступає діалектична єдність одиничного, особливого і загального, згідно з якою в кожному одиничному є риси особливого і загального, а загальне володіє рисами одиничного й особливого. Ця єдність дозволяє за одиничним і особливим судити про загальне, за частиною – про ціле, якщо правильно установлений зв'язок між ними.

Особливістю вибіркового спостереження порівняно з іншими видами несцільного спостереження є те, що при відборі одиниць у вибірову сукупність забезпечується рівна можливість попадання кожної одиниці у вибірку. Це досягається шляхом неупередженого суворого випадкового відбору за схемою, розробленою математичною статистикою.

Відповідь на питання про те, яка за розміром різниця між генеральними і вибіровими узагальнюючими показниками, з якою ймовірністю можна судити про цю різницю, дає теорія вибіркового методу на основі закону великих чисел.

За допомогою цього закону вирішують два взаємопов'язаних завдання:

- розраховують, із заданою ймовірністю, межі можливих відхилень вибіркового від відповідного показника в генеральній сукупності;

– визначають ймовірність того, що розмір можливих відхилень вибіркового показника від генерального не перевищить установлені межі.

За масового спостереження, розподіл емпіричних частот більшості явищ підпорядковується закону нормального розподілу.

Доведено, що за нормальним розподілом більша частина величин зосереджена навколо генеральної середньої. Близько 68,3 % чисельність вибіркової середньої буде знаходитись в межах $\pm \sigma$ генеральної середньої; 95,4 % цієї чисельності знаходиться в межах $\pm 2\sigma$ і 99,7 % – не вийде за межі $\pm 3\sigma$. Нормальний розподіл показує частоту виникнення помилок даного розміру середньої.

Принцип суворі випадковості, який покладений в основу вибірки, забезпечує його об'єктивність, дозволяє установити межі можливих помилок та отримати практично достовірні дані для характеристики всієї сукупності явищ. Така вибірка сукупність називається *представницькою* або *репрезентативною*. До її складу входять представники всіх груп, з яких складається генеральна сукупність.

Точність результатів вибіркового спостереження, в кінцевому підсумку, буде залежати від способу відбору одиниць, ступеня коливання ознаки в сукупності та від числа одиниць, які досліджують.

7.3. Методи і способи відбору одиниць у вибірку сукупність

Способом відбору називається система організації відбору одиниць з генеральної сукупності.

Розрізняють два методи відбору одиниць у вибірку сукупність: повторний і безповторний.

Повторним називається такий метод відбору, за якого кожна раніше відібрана одиниця повертається в генеральну сукупність і може знову брати участь у вибірці.

Безповторним називається такий метод відбору, за якого кожна раніше відібрана одиниця не повертається в генеральну сукупність і в подальшій вибірці участі не бере.

Оскільки безповторний відбір охоплює постійно нові одиниці сукупності, а повторний – одну і ту ж сукупність, тому безповторний відбір дає більш точні результати.

Повторний і безповторний методи відбору, в залежності від характеру одиниці відбору, застосовується в поєднанні з іншими видами відбору. В практиці статистичного дослідження використовуються три види відбору:

- 1) індивідуальний – відбір окремих одиниць сукупності;
- 2) груповий (серійний) – відбір груп (серій) одиниць;
- 3) комбінований – комбінація індивідуального і групового.

За способом відбору одиниць для обстеження розрізняють такі види вибіркового спостереження:

- 1) проста випадкова вибірка;
- 2) механічна вибірка;
- 3) типова (районована) вибірка;
- 4) серійна (гніздова) вибірка;
- 5) комбінована вибірка;
- 6) одноступенева і багатоступенева вибірки;
- 7) однофазна і багатофазна вибірки;
- 8) інші види вибірок.

Простою випадковою називається така вибірка, за якої відбір одиниць з генеральної сукупності є випадковим. Часто для цього застосовують жеребкування або таблицю випадкових чисел.

Механічна вибірка – це послідовний відбір одиниць через рівні проміжки в порядку визначеного розташування їх в генеральній сукупності або в будь-якому переліку. Інтервали відбору визначаються у відповідності з часткою відбору одиниць (кожна п'ята, десята, сота і т.д.).

За *типової вибірки* генеральну сукупність поділяють на однорідні групи за певною ознакою, райони, зони. Потім з кожної групи випадковим або механічним способом відбирають певну кількість одиниць, пропорційно частці групи в загальній сукупності.

За *серійної (гніздової) вибірки* відбір одиниць проводять цілими групами (серіями, гніздами) сукупності в межах яких обстежують всі одиниці без винятку. Серії для спостереження відбирають випадково, частіше неповторним способом механічної вибірки.

Комбінованою називається така вибірка, коли комбінують два або кілька видів вибірок. Перш за все, комбінують суцільне і вибіркоче спостереження. В даному випадку, за основною програмою обстежується генеральна сукупність, а за додатковою – вибіркова.

Одноступеневою називається вибірка, коли із досліджуваної сукупності відразу відбираються одиниці або серії одиниць для безпосереднього обстеження.

Багатоступенева вибірка передбачає поступове вилучення із генеральної сукупності спочатку збільшені групи одиниць, потім – дрібні, і так доти, доки не будуть відібрані ті одиниці, які підлягають спостереженню. Вибірка може бути дво-, три і більше ступеневою.

Якщо необхідні дані можна отримати на основі вивчення всіх первинно відібраних одиниць, застосовують *однофазну вибірку*, а якщо тільки на основі деякої її частини, відібраної так, що вона складає підвибірку із початково проведеної вибірки – *багатофазну*.

Багатофазною називається така вибірка, коли одні відомості збираються від всіх одиниць відбору, потім відбираються ще деякі одиниці і обстежуються за більш широкою програмою. За багатофазної вибірки на кожній фазі зберігається одна і та ж одиниця відбору.

Розрахунок помилок репрезентативності багатоступеневої і багатофазної вибірок проводиться для кожного ступеня і фази окремо.

Бувають випадки, коли необхідно застосувати інші види відбору, такі як взаємопроникаючі і квантильні вибірки, спрямований відбір, моментні спостереження або скористатись малою вибіркою.

Взаємопроникаючою називається така вибірка, коли із однієї генеральної сукупності проводять одним і тим самим способом декілька незалежних вибірок.

Взаємопроникаючі вибірки завжди проводять різні, незалежні один від одного дослідники, що дозволяє порівнювати підсумки за усіх частин і забезпечити взаємну перевірку їхньої роботи. Взаємопроникаючі вибірки дають незалежні одна від одної оцінки значень досліджуваної сукупності і, якщо результати різних вибірок близькі між собою, то такі оцінки дуже переконливі.

Помилки взаємопроникаючих вибірок визначаються за формулами типової пропорційної вибірки.

Квантильні вибірки застосовують тоді, коли виникає потреба у дослідженнях за даними суцільного спостереження за додатковою програмою.

Для проведення квантильної вибірки упорядковують потрібну варіаційну ознаку і за її нагромадженими частотами будують огіву. За огіву механічним способом відбирають потрібну частину одиниць для дослідження цієї ж ознаки. Якщо огіва вибіркової сукупності добре відтворює огіву генеральної сукупності, то помилка репрезентативності буде мінімальною.

Спрямований відбір використовують тоді, коли за відомим середнім значенням ознаки в генеральній сукупності вибіркова сукупність повинна характеризувати її структуру за іншими ознаками.

Спрямований відбір передбачає проведення відбору таким чином, щоб середній розмір відібраних одиниць дорівнював середньому розміру одиниць усієї сукупності. В тому випадку, коли заміна однієї одиниці іншою призводить до наближеної рівності середніх генеральної і вибіркової сукупностей, вибірку вважають урівноваженою і репрезентативною за всіма іншими ознаками сукупності. Таким чином, *спрямованим відбором* називається урівноваження за однією ознакою для вибіркового дослідження інших ознак.

Помилку вибірки спрямованого відбору визначають у залежності від способу проведення відбору одиниць до урівноваження.

Моментне спостереження використовуються для вивчення використання робочого часу працівниками або часу роботи устаткування. В кожний момент спостереження фіксують, чи знаходився працівник або верстат в роботі, а якщо ні, то з яких причин. Вибірковим моментним спостереженням вважають такий, що охоплює не весь час роботи цеху, а лише визначені моменти часу.

Малою вибіркою називається вибіркова сукупність, яка складається з порівняно незначної кількості одиниць (20...30). На практиці іноді доводиться обмежуватись малою кількістю спостережень (при перевірці якості продукції, пов'язаної зі знищенням продукції, яку перевіряють). Математичною статистикою доведено, що і за малих вибірок характеристики вибіркової сукупності можна поширити на генеральну.

За малих вибірок дисперсію обчислюють з урахуванням кількості ступенів вільності варіації.

Англійський вчений Стьюдент винайшов закон розподілу відхилень вибірових середніх від генеральної середньої для малих вибірок. Опираючись на цей закон, він склав спеціальні таблиці, в яких наводяться значення критерію t для малих вибірок.

7.4. Знаходження середньої і граничної помилок та необхідної чисельності для різних видів вибірок

Для вибіркового спостереження властиві помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

Розбіжність між характеристиками вибіркової та генеральної сукупностей, що називаються *помилками репрезентативності*, виникає внаслідок різниці у структурі вибіркової і генеральної сукупності.

Помилки репрезентативності становлять різницю між середніми і відносними показниками вибіркової сукупності та відповідними показниками генеральної сукупності. Вони поділяються на систематичні та випадкові.

Систематичні помилки репрезентативності зумовлені внаслідок порушення принципів проведення вибіркового спостереження.

Випадкові помилки репрезентативності зумовлені тим, що вибіркова сукупність не відображає точно середні і відносні показники генеральної сукупності.

Визначення величини випадкових помилок репрезентативності є одним із головних завдань теорій вибіркового методу.

Структура генеральної сукупності цілком однозначна, і їй відповідає цілком певне значення середнього розміру (або частки) ознаки, що вивчається. Вибіркова ж сукупність формується на основі випадкового відбору, через це її склад відрізняється від складу генеральної сукупності, відрізняється, природно, і значення середнього розміру (або частки) ознаки, що вивчається.

Якщо з однієї і тієї ж генеральної сукупності проводиться декілька вибірок, то в кожному з них потраплять різні одиниці і, отже, кожній вибірковій сукупності буде відповідати своя середня. Звідси випливає важливий висновок: вибіркова середня, на відміну від генеральної, – величина змінна. Змінною або випадковою величиною буде і помилка репрезентативності.

У практичних статистичних дослідженнях вибіркоче спостереження проводиться один раз, тому фактично доводиться мати справу з однією із безлічі вибірових середніх, але з якою саме – сказати неможливо. Щоб отримати свідчення про точність результатів вибіркового спостереження, математична статистика дає апарат характеристики складу генеральної сукупності і *формулу середньої помилки*, тобто середньої величини з усіх можливих помилок при безлічі випадкових вибірок.

Для узагальнюючої характеристики помилки вибірки вираховують середню помилку репрезентативності, яку позначають через грецьку літеру μ (мю) і називають ще стандартом.

Для визначення середньої помилки репрезентативності простої випадкової і механічної вибірок застосовують чотири формули для повторного і безповторного відбору (табл. 7.1).

Таблиця 7.1 – Формули для визначення середньої помилки репрезентативності

Спосіб відбору	При визначенні середньої	При визначенні частки
Повторний	$m_x = \sqrt{\frac{y^2}{n}}$	$m_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
Безповторний	$m_x = \sqrt{\frac{y^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$m_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

де μ – середня помилка репрезентативності;

y^2 – середній квадрат відхилень у вибірці;

n – чисельність вибіркової сукупності;

N – чисельність генеральної сукупності;

$\left(1 - \frac{n}{N}\right)$ – необстежена частка генеральної сукупності;

$\frac{n}{N}$ – частка обстеженої частини вибіркової сукупності;

w – частка даної ознаки у вибірці;

$(1 - w)$ – частка протилежної ознаки у вибірці.

На практиці частіше використовують безповторний відбір, який гарантує більш точні результати.

Для узагальнюючої характеристики помилки вибірки поряд із середньою розраховують ще і граничну помилку вибірки.

При вибіркового спостереженні розмір граничної помилки репрезентативності Δ може бути більший, дорівнювати або менший від середньої помилки репрезентативності m . Тому величину граничної помилки репрезентативності обчислюють з певною ймовірністю p , якій відповідає t -разове значення μ . З уведенням показника кратності помилки t , формула граничної помилки репрезентативності матиме вигляд:

$$\Delta = t m; \quad t = \frac{\Delta}{m},$$

де μ – середня помилка вибірки;

t – коефіцієнт довіри, який залежить від ймовірності визначення граничної помилки.

Ймовірність відхилень вибіркової середньої від генеральної середньої за достатньо великого обсягу вибірки і обмеженій дисперсії генеральної сукупності підпорядковується закону нормального розподілу. Ймовірність цих відхилень за різних значеннях t визначається за формулою:

$$F(t) = \frac{2}{\sqrt{2p}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Значення цього інтеграла за різних значень t табульовані і наводяться в спеціальних таблицях, наприклад:

$$\text{для } t = 1 \quad p(\Delta \leq \mu) = 0,683;$$

$$\text{для } t = 2 \quad p(\Delta \leq \mu) = 0,954;$$

$$\text{для } t = 3 \quad p(\Delta \leq \mu) = 0,997;$$

$$\text{для } t = 4 \quad p(\Delta \leq \mu) = 0,999.$$

Гранична помилка вибірки дає можливість установити, в яких межах знаходиться величина генеральної середньої або частки. Із теореми Чебишева знаходять, що:

$$\bar{x} - \tilde{x} = \pm \Delta_x \quad \text{і} \quad \tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x.$$

Додаючи граничну помилку вибірки до вибіркової частки і віднімаючи її від неї, знаходять межі генеральної частки:

$$p - w = \pm \Delta_p \quad \text{і} \quad w - \Delta_p \leq p \leq w + \Delta_p.$$

На основі формул граничної помилки вибірки розв'язують наступні завдання:

1) визначають довірчі межі генеральної середньої і частки з прийнятою ймовірністю;

2) визначають ймовірність того, що відхилення між вибірковими і генеральними характеристиками не перевищать визначену величину;

3) визначають необхідну чисельність вибірки, яка із заданою ймовірністю забезпечить прийняту точність вибіркових показників.

Разом з абсолютною величиною граничної помилки вибірки визначається і *відносна помилка* вибірки, як відношення граничної помилки середньої або частки до відповідної характеристики вибіркової сукупності:

$$v_x = \frac{\Delta_x}{\tilde{x}} \cdot 100; \quad v_p = \frac{\Delta_p}{w} \cdot 100.$$

При проведенні вибіркового спостереження в економічних дослідженнях переважно прагнуть до того, щоб відносна помилка репрезентативності вибірки не перевищувала 5...10 %.

Розглянемо застосування формул помилок репрезентативності вибірки на конкретних прикладах.

Приклад. Поставлено завдання вивчити рівень кваліфікації робочих електрозв'язку вибірковим методом. Для цього необхідно визначити середній тарифний розряд і частку робочих, що мають 5 і 6-й розряди, й установити межі помилок цих показників з вірогідністю 0,95 ($t = 1,96$). Методом випадкового відбору за часткою із 1200 робочих було вибрано 80 чоловік, і на основі вивчення рівня їх кваліфікації складена таблиця (табл. 7.2).

Середній розряд обстежених робочих складає:

$$\tilde{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{282}{80} = 3,5.$$

Дисперсія:

$$y^2 = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2 f}{\sum f} = \frac{152}{80} = 1,9.$$

Таблиця 7.2 – Розподіл у вибірці робочих електрозв'язку за тарифними розрядами і розрахунок величин для визначення середнього розряду і дисперсії

Розряд (x)	Число відібраних робочих (f)	xf	$x - \tilde{x}$	$(x - \tilde{x})^2 f$
1	8	8	-2,5	50
2	10	20	-1,5	22,5
3	20	60	-0,5	5
4	22	88	0,5	5,5
5	14	70	1,5	31,5
6	6	36	2,5	37,5
Всього:	80	282	—	152

Середнє квадратичне відхилення:

$$y = \sqrt{y^2} = \sqrt{1,9} = 1,38.$$

Середня помилка вибіркового середнього розряду:

$$m_x = \sqrt{\frac{y^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1,9}{80} \left(1 - \frac{80}{1200}\right)} = 0,15.$$

З вірогідністю 0,95 отриманих результатів вибіркового обстеження гарантують можливу помилку середнього тарифного розряду в абсолютному вираженні в межах $\Delta_x = t m_x = 1,96 \cdot 0,15 = \pm 0,3$, а у відносному вираженні $v_x = \frac{\Delta_x}{\tilde{x}} \cdot 100 = \frac{0,3}{3,5} \cdot 100 = 8,6\%$.

Таким чином, середній тарифний розряд усіх робочих організації електрозв'язку є типовою характеристикою і знаходиться в межах

$$\begin{aligned} \tilde{x} - \Delta_x &\leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x; \\ 3,5 - 0,3 &\leq \bar{x} \leq 3,5 + 0,3; \\ 3,2 &\leq \bar{x} \leq 3,8. \end{aligned}$$

Частка робочих, що мають 5 і 6-й розряди, у вибірковій сукупності склала

$$w = \frac{20}{80} = 0,25.$$

Середня помилка частки робочих, що мають 5 і 6-й розряди

$$m_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{80} \left(1 - \frac{80}{1200}\right)} = 0,047.$$

Гранична помилки вибіркової частки робочих, що мають 5 і 6-й розряди, складає

$$\Delta_p = t m_p = 1,96 \cdot 0,047 = \pm 0,092.$$

З вірогідністю 0,95 можна стверджувати, що частка всіх робочих організації електрозв'язку, що мають 5 і 6-й розряди, знаходиться в межах

$$\begin{aligned} w - \Delta_p &\leq p \leq w + \Delta_p; \\ 0,25 - 0,092 &\leq p \leq 0,25 + 0,092; \end{aligned}$$

$$0,158 \leq p \leq 0,342,$$

тобто від 15,8 до 34,2 % розкид частки, отриманий у вибірці, значний.

Відносна помилка складає:

$$v_p = \frac{\Delta_p}{w} \cdot 100 = \frac{0,092}{0,25} \cdot 100 = 36,8\%,$$

що свідчить про недостатню достовірність вибіркового спостереження 80 чоловік для оцінки частки робочих з високими розрядами.

При організації проведення вибіркового спостереження важливе значення має правильне визначення необхідної чисельності вибірки, яка з відповідною ймовірністю забезпечить установлену точність результатів спостереження.

Чисельність вибірки залежить від наступних факторів:

1) від варіації досліджуваної ознаки. Чим більша варіація, тим більшою повинна бути чисельність вибірки і, навпаки;

2) від розміру можливої граничної помилки вибірки. Чим менший розмір можливої помилки, тим більша повинна бути чисельність вибірки. Існує правило, якщо помилку потрібно зменшити в три рази, то чисельність вибірки збільшують у дев'ять разів;

3) від розміру ймовірності, з якою будуть гарантувати результати вибірки. Чим більша ймовірність, тим більша повинна бути чисельність вибірки;

4) від способу відбору одиниць у вибірку сукупність для обстеження. Основні формули для знаходження необхідної чисельності вибірки для простої випадкової і механічної вибірок.

Таблиця 7.3 – Формули для знаходження необхідної чисельності вибірки

Способи відбору	Чисельність вибірки	
	при визначенні середньої	при визначенні частки
Повторний	$n = \frac{t^2 y^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_p^2}$
Безповторний	$n = \frac{t^2 y^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 y^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w) N}{\Delta_x^2 N + t^2 w(1-w)}$

За випадкового повторного відбору обсяг (необхідна чисельність) вибірки прямо пропорційний квадрату коефіцієнта довіри t^2 і дисперсії варіаційної ознаки σ^2 й обернено пропорційний квадрату можливої помилки вибірки Δ^2 . Для зменшення граничної помилки, наприклад, у 2 рази чисельність вибірки повинна бути збільшена в 4 рази. З трьох параметрів два (t і Δ) задаються дослідником, і трудність полягає в установленні розміру вибіркової дисперсії. Для цього використовується вся інформація, що є у розпорядженні дослідника: дані подібних і пробних досліджень, результати попередніх досліджень.

Покажемо застосування цих формул на прикладі.

Приклад. З метою удосконалення тарифів визначити, скільки телефонних з'єднань повинно бути обстежене, щоб гранична помилка середньої тривалості

місцевих телефонних з'єднань, отриманої за наслідками обстеження 200 з'єднань, збільшилася (зменшилася) в 2 рази при довірчій вірогідності 0,997 ($t = 3$).

За наслідками обстеження 200 телефонних з'єднань встановлено:

$\bar{x} = 7,6$ хв.; $\sigma^2 = 13,04$; $\mu_x = 0,26$ хв.; гранична помилка $\Delta_x = 3 \cdot 0,26 = 0,78$ хв.

Якщо допустиме збільшення граничної помилки в 2 рази:

$$\Delta_1 = 2\Delta = 2 \cdot 0,78 = 1,56 \text{ хв.},$$

то чисельність вибірки повинна скласти

$$n_1 = \frac{3^2 13,04}{1,56^2} = 50 \text{ телефонних з'єднань.}$$

Щоб зменшити граничну помилку вдвічі:

$$\Delta_2 = \frac{\Delta}{2} = \frac{0,78}{2} = 0,39,$$

потрібно збільшити чисельність вибірки до 800 з'єднань.

Приклад. Розрахувати необхідну чисельність вибірки для забезпечення репрезентативності вибірових спостережень кваліфікації робочих організації електрозв'язку (див. приклад 1).

Нехай відносна помилка вибіркової частки робочих електрозв'язку, що мають 5 і 6-й розряди, не перевищує 15 %, тоді гранична помилка вибірки

$$\Delta_p = \frac{v_p w}{100} = \frac{15 \cdot 0,25}{100} = 0,0375.$$

Для отримання прийнятних результатів вибіркового обліку частки робочих, що мають вищі розряди, в аналізованому масиві обсяг вибіркової сукупності повинен скласти $n = 360$ чол.

Розрахунок граничної помилки вибірки за *типового відбору* проводиться за допомогою формул (табл. 7.4).

Таблиця 7.4 – Формули для розрахунку граничної помилки вибірки за типового відбору

Спосіб відбору	Гранична помилка вибірки	
	для середньої	для частки
Повторний	$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\bar{y}^2}{n}}$	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
Безповторний	$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\bar{y}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

$\bar{\sigma}^2$ – середня групова дисперсія;

$w(1-w)$ – середня дисперсія альтернативної ознаки для частки.

Необхідна чисельність типової вибірки визначається за формулою:

$$n = \frac{t^2 \bar{y}^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \bar{y}^2}.$$

Гранична помилка *серійної вибірки* визначається за формулами:

Таблиця 7.5 – Формули для розрахунку граничної помилки серійної вибірки

Спосіб відбору	Гранична помилка вибірки	
	для середньої	для частки
Повторний	$\Delta_x = t \sqrt{\frac{D_x^2}{s}}$	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{D_p^2}{s}}$
Безповторний	$\Delta_x = t \sqrt{\frac{D_x^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$	$\Delta_p = t \sqrt{\frac{D_p^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$

де d^2 – міжсерійна (міжгрупова) дисперсія середніх;

S – число серій в генеральній сукупності;

s – число відібраних серій.

Необхідна чисельність вибірки за серійного відбору визначається за формулами:

а) для повторного відбору: $s = \frac{t^2 d^2}{\Delta_x^2}$;

б) для безповторного відбору: $s = \frac{t^2 d^2 S}{\Delta_x^2 S + t^2 d^2}$.

У статистичній практиці вибіркове спостереження із великих масивів генеральної сукупності часто проводиться у вигляді *комбінованої, ступеневої або багатofазної* вибірок.

Загальна помилка за комбінованої вибірки складається із помилок, які можливі на кожному ступені, і визначається як корінь квадратний із квадратів помилок відповідних вибірок. Якщо серійну вибірку скомбінувати з простою випадковою або механічною, то гранична помилка вибірки визначається за формулою:

$$\Delta_s = t \sqrt{\frac{D^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right) + \frac{y^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

За **моментного методу спостереження** гранична помилка частки визначається як за звичайної повторної простої випадкової вибірки.

Для визначення необхідної чисельності моментів спостереження застосовується формула:

$$n = \frac{0,25t^2}{\Delta^2}.$$

За **малих вибірок** розподіл вибіркових середніх і помилок вибірки відрізняється від нормального. Тому для оцінки результатів малої вибірки використовують дещо видозмінені формули. Середня помилка малої вибірки розраховується за формулою:

$$M_{\text{м.в.}} = \sqrt{\frac{S_{\text{м.в.}}^2}{n-1}} = \frac{S_{\text{м.в.}}}{\sqrt{n-1}},$$

$$\text{де } S_{\text{м.в.}}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1};$$

$n - 1$ – число ступенів вільності варіацій, які вказують на кількість різних можливих значень варіантів і їх середньою арифметичною.

Питання і завдання для самоконтролю

- 7.1. Дайте визначення поняття вибіркового спостереження.
- 7.2. Що є генеральною сукупністю?
- 7.3. Що ви розумієте під вибірковою сукупністю?
- 7.4. Назвіть способи відбору одиниць з генеральної сукупності та дайте їм характеристику.
- 7.5. Назвіть етапи вибіркового дослідження та дайте їм характеристику.
- 7.6. Чим відрізняється індивідуальний відбір від групового?
- 7.7. Чим відрізняється повторний відбір від неповторного?
- 7.8. Що ви розумієте під вибірковою часткою? Як вона розраховується?
- 7.9. Яке число не повинне перевищувати чисельність одиниць вибіркового спостереження за малої вибірки?
- 7.10. В якому відборі елементи вибираються через рівні інтервали?
- 7.11. Як називається відхилення вибірових характеристик від відповідних характеристик генеральної сукупності, яке виникає внаслідок порушень принципу випадковості відбору?
- 7.12. Як розраховується розмір граничної похибки середньої величини?
- 7.13. Запишіть межі, в яких знаходиться середня величина показника, що вивчається.
- 7.14. Наведіть методику розрахунку межі, в якій знаходиться частка показника, що вивчається і має певну ознаку.
- 7.15. Що є коефіцієнтом довіри?
- 7.16. За якою формулою розраховується достатній обсяг вибірки на основі:
 - а) відносної похибки вибірки для частки;
 - б) граничної похибки вибірки?

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

7.1. Вибірковий 10-відсотковий розподіл працівників підприємства за місячним заробітком характеризується даними:

Таблиця 7.6 – Розподіл працівників підприємства за місячним заробітком

Місячний заробіток, грн.	Кількість працівників
До 100	10
100 – 120	15
120 – 140	23
140 – 160	21
160 і вище	9

На основі цих даних визначити:

- а) середній місячний заробіток працівників;
- б) середнє квадратичне відхилення і дисперсію заробітку;
- в) з імовірністю 0,954 граничну похибку вибірки та інтервал, в якому знаходиться середній заробіток.

7.2. Вибірковий 10-відсотковий розподіл підприємств за середньорічною вартістю основних промислово-виробничих засобів характеризується такими даними:

Таблиця 7.7 – Розподіл підприємств за середньорічною вартістю основних виробничих засобів

Групи підприємств за середньорічною вартістю основних виробничих засобів, □рн.. □рн..	Кількість підприємств
До 2	3
2 – 4	4
4 – 6	13
6 і вище	3
У цілому	23

На основі цих даних визначити:

- 1) з імовірністю 0,997 граничну похибку вибірки й інтервал, в якому знаходиться середньорічна вартість основних виробничих засобів усіх підприємств у генеральній сукупності;
- 2) з ймовірністю 0,954 граничну похибку вибірки для визначення частки й інтервалу, в яких буде знаходитись частка підприємств за вартістю основних виробничих засобів 4 млн. грн. і вище;
- 3) яким має бути обсяг вибіркової сукупності за умов, що:
 - а) гранична похибка вибірки при визначенні середньорічної вартості основних виробничих засобів (з імовірністю 0,997) була б не більше 0,5 млн. грн.;
 - б) теж за ймовірності 0,954;
 - в) гранична похибка частки (з імовірністю 0,954) була б не більше 15 %.

7.3. Середній стаж роботи працівників підприємства становить 11,3 роки за середнього квадратичного відхилення 2,4 роки. Визначити з імовірністю 99,7 % граничну похибку вибірки та інтервал, в якому знаходиться середній розмір стажу роботи.

7.4. На склад готової продукції надійшло 1000 комплектів деталей по 100 штук у кожному. Для визначення частки нестандартних деталей методом середньої вибірки було перевірено 10 комплектів.

Результати спостереження показали, що частка нестандартної продукції в комплектах була (%): 4, 7, 6, 2, 1, 6, 2, 4, 3, 5.

Визначити:

1) з ймовірністю 0,954 інтервал, в якому знаходиться середній відсоток нестандартної продукції в генеральній сукупності;

2) з якою ймовірністю можливо стверджувати, що частка нестандартної продукції в генеральній сукупності не перевищить 7 % ?

7.5. За вихідними даними (табл. 7.8) вивчити рівень дотримання контрольних термінів проходження письмової кореспонденції структурного підрозділу поштового зв'язку. Для цього необхідно:

1) розрахувати середній термін проходження письмової кореспонденції;

2) частку листів, що пройшли з дотриманням контрольних термінів (за три дні або менше);

3) стандартну і граничну помилки розрахованих показників ($P = 0,99$);

4) за заданою помилкою частки листів, що пройшли з дотриманням контрольних термінів розрахувати необхідний обсяг вибірки. Зробити відповідні висновки.

Таблиця 7.8 – Обсяги письмової кореспонденції, листів та задана помилка

Терміни проходження, днів	Кількість листів, од.
1	730
2	640
3	850
4	2250
5	2525
6	1580
7	550
Обсяг генеральної сукупності, N	300000
Помилка частки листів, що пройшли за три дні, %	12

7.6. З метою контролю за дотриманням заявлених Інтернет-провайдером параметрів мережі, проведено 10 вибірових вимірів швидкості передавання даних. Швидкість склала, Кб/с: 125, 100, 136, 150, 105, 115, 125, 120, 136, 105.

Визначити середню швидкість передавання даних, граничну помилку і довірчі рамки для середньої з вірогідністю 0,954. Чи збігається фактична швидкість передавання даних заявленою Інтернет-провайдером швидкістю 128 Кб/с.

Розділ 8

СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

План

- 8.1. Зв'язки суспільних явищ і завдання їх статистичного вивчення.
- 8.2. Загальні методи вивчення зв'язків.
- 8.3. Кореляційний і регресійний методи аналізу зв'язку.
- 8.4. Нелінійні залежності.
- 8.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз.
- 8.6. Непараметричні показники тісноти зв'язку.

8.1. Зв'язки суспільних явищ і завдання їх статистичного вивчення

Одним із найбільш загальних законів об'єктивного світу є закон зв'язку і залежності між явищами суспільного життя. Ці явища найбільш складні, оскільки вони формуються під дією численних, різноманітних і взаємопов'язаних факторів.

Усі явища суспільного життя існують не ізольовано, вони органічно пов'язані між собою, залежать один від одного і знаходяться в постійному русі і розвитку. Розкриваючи взаємозв'язки і взаємозалежності між явищами можна пізнати їх суть і закони розвитку. Тому вивчення взаємозв'язків є основним завданням усякого статистичного аналізу.

Суспільні явища або окремі їх ознаки, які впливають на інші й обумовлюють їх зміну, називаються *факторними* (x), а суспільні явища або окремі їх ознаки, які змінюються під впливом факторних, називаються *результативними* (y).

За характером залежності явищ розрізняють *функціональні* і *кореляційні* зв'язки.

Функціональним називається зв'язок, за якого певному значенню факторної ознаки завжди відповідає чітко визначене значення результативної ознаки. Функціональні зв'язки характеризуються певною відповідністю між причиною і наслідком. *Кореляційним* називається зв'язок, за якого кожному значенню факторної ознаки, відповідає декілька значень результативної ознаки. В кореляційних зв'язках між причиною і наслідком немає повної відповідності, а спостерігається лише певне співвідношення.

За напрямом розрізняють зв'язки *прямі* й *обернені*.

Прямий зв'язок – це такий зв'язок, коли зі зростанням факторної ознаки, результативна також зростає.

За *оберненого зв'язку* зі збільшенням факторної ознаки результативна зменшується або, навпаки, зі зменшенням факторної ознаки, результативна зростає.

За формою зв'язок ділиться на *прямолінійний* і *криволінійний*.

За *прямолінійної* кореляційної залежності рівним змінним середніх

значень факторної ознаки відповідають приблизно рівні зміни середніх значень результативної ознаки.

За *криволінійної* кореляційної залежності рівним змінним середніх значень факторної ознаки відповідають нерівні зміни середніх значень результативної ознаки.

За кількістю факторних ознак зв'язок розрізняють *однофакторний* і *багатофакторний*.

За *однофакторного зв'язку* досліджується залежність результативної ознаки тільки від однієї факторної ознаки.

За *багатофакторного зв'язку* досліджується кореляційна залежність результативної ознаки одночасно від декількох факторних ознак.

Статистичне вивчення взаємозв'язків вирішує наступні завдання:

- а) визначаються форми зв'язку;
- б) вимірюється тіснота (сила) зв'язку;
- в) виявляється вплив окремих факторів на результативну ознаку.

8.2. Загальні методи вивчення зв'язків

Зв'язки і залежності суспільних явищ вивчаються різними методами, які дають уявлення про їх наявність і характер.

Функціональні зв'язки і залежності досліджуються у статистиці на основі індексного і балансового методів. Кореляційні зв'язки і залежності – методами графічного зображення, порівняння паралельних рядів, аналітичних групувань, кореляційно-регресійного аналізу.

Одним із розповсюджених методів статистичного вивчення зв'язків суспільних явищ є балансовий метод як прийом аналізу зв'язків і пропорцій в економіці.

Статистичний баланс являє собою систему показників, яка складається із двох сум абсолютних величин, пов'язаних між собою знаком рівності.

$$a + б = в + г.$$

Цю балансову ув'язку можна зобразити через балансове рівняння:

$$\text{залишок на початок} + \text{надходження} = \text{видатки} + \text{залишок на кінець}.$$

Наведена балансова рівність характеризує єдиний процес руху матеріальних ресурсів і показує взаємозв'язок і пропорції окремих елементів цього процесу.

Графічний метод виявлення кореляційної залежності полягає в зображенні статистичних характеристик, отриманих в результаті зведення і оброблення вихідної інформації на графіку, яке наочно покаже форму зв'язку між досліджуваними ознаками та його напрямом.

Для цього на координатному полі наносять точки, що відповідають значенням ознак, які вивчаються. На осі абсцис відкладаються значення факторної ознаки (x), на осі ординат – результативної ознаки (y). Сукупність точок утворює кореляційне поле. За характером розташування точок на

кореляційному полі можна говорити про напрямок та силу зв'язку.

Якщо точки розташовані хаотично по всьому полю, це говорить про відсутність залежності між двома ознаками; якщо вони сконцентровані навколо осі, яка йде від нижнього лівого кута до верхнього правого – це пряма залежність між досліджуваними ознаками; якщо точки будуть сконцентровані навколо осі, яка проляже від верхнього лівого кута до нижнього правого – маємо обернену залежність.

Зв'язок між вартістю основних виробничих фондів і випуском продукції можна наочно уявити, якщо побудувати графік. Наносячи на графіку точки, які відповідають значенням x і y , отримуємо кореляційне поле, де за характером розміщення точок можна судити про напрямок і силу зв'язку (рис. 8.1).

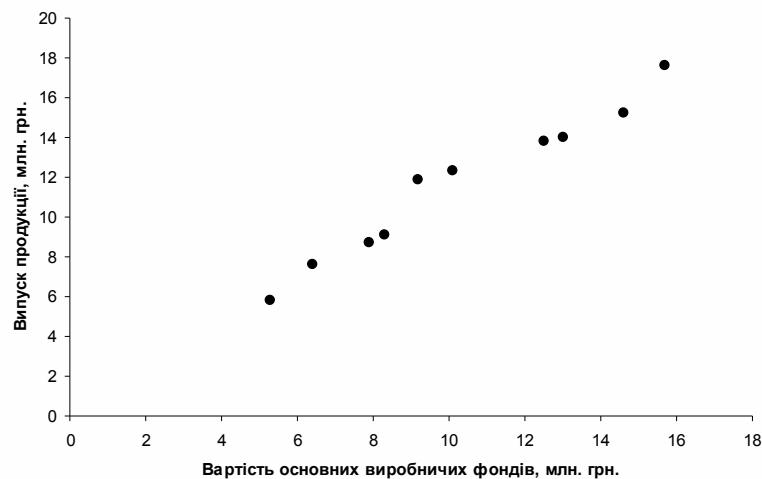


Рисунок 8.1 – Кореляційне поле зв'язку між вартістю основних виробничих фондів і випуском продукції

Метод порівняння паралельних рядів полягає в тому, що порівнюються упорядковані за факторною ознакою ряди. Для цього всі одиниці досліджуваної сукупності розташовуються у зростаючому або спадаючому порядку за рівнем факторної ознаки, паралельно розташовують значення результативної ознаки. Це дає можливість, порівнюючи їх, простежити співвідношення, виявити існування зв'язку і його напрямок.

Покажемо застосування цього методу на прикладі. Нехай маємо такі дані про роботу десяти однотипних підприємств.

Таблиця 8.1 – Показники роботи десяти підприємств

Номер підприємства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вартість основних виробничих фондів, млн. грн. (x)	5,3	6,4	7,9	8,3	9,2	10,1	12,5	13,0	14,6	15,7
Випуск продукції, млн. грн. (y)	5,8	7,6	8,7	9,1	11,9	12,3	13,8	14,0	15,2	17,6

З табл. 8.1 бачимо, що зі збільшенням вартості основних виробничих фондів випуск продукції зростає.

На основі порівняння паралельних рядів визначають напрямок зв'язку за допомогою коефіцієнтів кореляції знаків Фехнера (табл. 8.2) і кореляції рангів Спірмена (табл. 8.3).

Таблиця 8.2 – Взаємозв'язок між вартістю основних виробничих фондів і випуском однорідної продукції за десятима підприємствами

Номер підприємства	Вартість основних виробничих фондів, млн. грн. (x)	Випуск продукції, млн. грн. (y)	Знак відхилення індивідуального значення від його середньої		З або Н
			$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	
1	5,3	5,8	–	–	З
2	6,4	7,6	–	–	З
3	7,9	8,7	–	–	З
4	8,3	9,1	–	–	З
5	9,2	11,9	–	+	Н
6	10,1	12,3	–	+	Н
7	12,5	13,8	+	+	З
8	13,0	14,0	+	+	З
9	14,6	15,2	+	+	З
10	15,7	17,6	+	+	З
Разом:	103,0	116,0	×	×	×

Коефіцієнт Фехнера оцінює силу зв'язку на основі порівняння знаків відхилень значень варіантів від їх середньої за кожною ознакою. Визначимо середні:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{103,0}{10} = 10,3 \text{ млн.грн.}; \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{116,0}{10} = 11,6 \text{ млн.грн.}$$

Знак мінус означає, що значення ознаки менше середньої, а знак плюс – більше середньої. Збіг знаків за обома ознаками означає узгоджену варіацію, незбіг – порушення такої узгодженості. За цим принципом побудований коефіцієнт Фехнера:

$$K_{\Phi} = \frac{n_3 - n_H}{n_3 + n_H},$$

де n_3 – кількість знаків, які збіглися в обох рядах;

n_H – кількість знаків, які не збіглися.

Коефіцієнт Фехнера коливається в межах від -1 до +1. При наближенні цього коефіцієнта до +1 спостерігається пряма і сильна залежність, при -1 будемо мати сильну але обернену залежність. При нулю, залежність між досліджуваними ознаками відсутня. Цей коефіцієнт приблизно визначає спрямованість зв'язку та оцінку тісноти зв'язку, але не враховує її величину.

У нашому прикладі K_{Φ} дорівнює:

$$K_{\Phi} = \frac{n_3 - n_H}{n_3 + n_H} = \frac{8 - 2}{8 + 2} = 0,6,$$

який показує, що між вартістю основних виробничих фондів і випуском продукції існує прямий і досить тісний зв'язок.

Більш точно оцінює силу зв'язку *коефіцієнт кореляції рангів* (*коефіцієнт Спірмена*). Цей коефіцієнт враховує узгодженість рангів, які займають окремі одиниці сукупності за кожною із двох досліджуваних ознак.

Сукупність упорядковується за факторною ознакою в порядку зростання і проставляються відповідні ранги. Паралельно проставляються ранги тих самих одиниць сукупності, які вони б зайняли в упорядкованому ряду за результативною ознакою.

Коефіцієнт кореляції рангів запропонований американським вченим К.Спірменом має вид:

$$r_{x/y} = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

де r (грецька літера «ро») – коефіцієнт кореляції рангів;

d^2 – квадрат різниці між величинами рангів у порівняльних рядах;

n – число рангів.

Існує правило, що для варіантів, які повторюються, ранг визначається як середня арифметична відповідних рангів, наприклад, ранг однакових величин, які займають 4 і 5 місця, дорівнює 4,5.

Коефіцієнт рангової кореляції може набувати значення в межах: $-1 \leq r \leq +1$.

Коли ранги факторної ознаки R_x повністю збігаються з рангами результативної ознаки R_y , тоді кожне значення $R_x = R_y$ і $\sum d^2 = 0$. В цьому випадку можна говорити про майже повний прямий зв'язок, $r = 1$.

Якщо ранги розташовані строго в протилежному напрямку, тоді спостерігається повна обернена залежність кореляції рангів, $r = -1$.

Коли $\frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 0$, кореляція рангів відсутня і $r = 0$.

Приклад. Потрібно визначити силу зв'язку між вартістю основних виробничих фондів і продуктивністю одного робітника за такими даними (табл. 8.3).

Таблиця 8.3 – Показники роботи десяти підприємств і розрахунок зв'язку між ними

Номер підприємства (n)	Вартість основних виробничих фондів, тис. грн. (x)	Продуктивність одного робітника, тис.грн. (y)	Ранги		Різниця рангів	
			R_x	R_y	$d = R_x - R_y$	d^2
1	2348	20	1	2	-1	1
2	2654	32	2	4	-2	4
3	2780	41	3	7	-4	16
4	2891	43	4	8	-4	16
5	3125	18	5	1	+4	16
6	3240	24	6	3	+3	9
7	3915	37	7	5	+2	4
8	4000	39	8	6	+2	4
9	4137	43	9	9	0	0
10	5199	45	10	10	0	0
Разом:	×	×	×	×	×	70

$$c_{x/y} = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 70}{10(100 - 1)} = 1 - 0,424 = 0,576.$$

Коефіцієнт кореляції рангів вказує на помітний прямий зв'язок між вартістю основних виробничих фондів і продуктивністю одного робітника.

Для визначення тісноти зв'язку між довільним числом ознак застосовують *множинний коефіцієнт рангової кореляції (коефіцієнт конкордації)*:

$$w = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)},$$

де m – кількість факторів;

n – число одиниць спостереження;

S – відхилення суми квадратів сумарних рангів за усіма факторами від середнього квадрата суми рангів, яке визначається за формулою:

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m R_{ij} \right)^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij} \right)^2}{n},$$

де R_{ij} – ранг за кожним i -м фактором у j -ї одиниці сукупності.

Як приклад проведемо оцінку взаємозв'язку між статутним капіталом, кількістю і ціною акцій операторів зв'язку, що виставляються на аукціон (табл. 8.4).

Таблиця 8.4 – Розрахункові величини для оцінки тісноти зв'язку за допомогою коефіцієнта конкордації

Номер організації	Статутний капітал (x), ум.гр.од.	Число акцій (y), од.	Ціна акції (z), ум.гр.од.	Ранг за показниками (R_{ij})			$\sum_{j=1}^m R_{ij}$	$\left(\sum_{j=1}^m R_{ij} \right)^2$
				R_x	R_y	R_z		
1	310,6	180	2,3	7	5	7	19	361
2	245,0	196	2,1	5	6	5	16	256
3	147,6	120	1,9	3	1	3	7	49
4	185,3	160	1,8	4	4	2	10	100
5	420,2	280	2,5	9	10	9	28	784
6	570,1	260	2,6	10	8	10	28	784
7	263,2	200	2,4	6	7	8	21	441
8	80,8	126	2,2	1	2	6	9	81
9	127,3	140	1,6	2	3	1	6	36
10	346,2	270	2,0	8	9	4	21	441
Разом:	–	–	–	–	–	–	165	3333

$$S = 3333 - \frac{165^2}{10} = 3333 - 2722,5 = 610,5;$$

$$w = \frac{12 \cdot 610,5}{9(1000 - 10)} = 0,82.$$

Величина коефіцієнта конкордації w свідчить про надто тісний зв'язок між розміром організації, числом акцій, що виставляються на аукціон та їх ціною.

Серед непараметричних методів оцінки тісноти зв'язку найбільше значення мають рангові коефіцієнти Спірмена ρ і конкордації w . Вони можуть вимірювати й оцінювати зв'язки як між кількісними, так і якісними ознаками,

які можна упорядкувати або ранжирувати за ступенем зменшення або зростання ознаки.

Метод статистичних групувань, як прийом виявлення кореляційної залежності, відноситься до числа найважливіших прийомів дослідження взаємозв'язків. Для виявлення залежності між ознаками за допомогою цього методу матеріал статистичного спостереження групується за факторною ознакою, і для кожної групи розраховуються середні значення, як факторної, так і результативної ознаки. Порівнюючи зміни середніх значень результативної ознаки в міру зміни середніх значень факторної ознаки, виявляють характер зв'язку між ними.

Статистичні групування, проведені з метою виявлення й аналізу взаємозв'язків між ознаками, називаються *аналітичними*.

Приклад. Нехай ми провели аналітичне групування 20 працівників за стажем роботи з метою виявлення його впливу на місячну заробітну плату, утворивши за факторною ознакою п'ять груп з рівними інтервалами (табл. 8.5).

Таблиця 8.5 – Залежність місячної заробітної плати від стажу роботи

Групи працівників за стажем роботи, років	Число працівників, чол.	Середні рівні	
		стажу роботи працівників, чол.	місячної заробітної плати, грн.
I 1–4	3	2,07	1546,70
II 4–7	6	5,40	1718,30
III 7–10	5	8,44	1910,00
IV 10–13	4	10,92	1935,00
V 13–16	2	15,00	2140,00
Разом:	20	7,72	1826,00

Як випливає із таблиці, середній місячний заробіток працівників збільшується разом зі зростанням стажу їхньої роботи. Це свідчить про пряму залежність заробітної плати працівників від стажу їхньої роботи.

Групування дозволяє також виявити одночасний вплив декількох факторів на результативну ознаку. Для цього проводять комбіновані групування, дані яких представляють у виді комбінованих таблиць.

Аналітичні групування характеризують лише загальні риси зв'язку, його тенденцію, але не дають кількісної оцінки його сили.

На основі аналітичних групувань це завдання розв'язується за допомогою розрахунку *коефіцієнта детермінації* та *емпіричного кореляційного відношення*.

Для кількісної оцінки зв'язку між явищами на базі матеріалів аналітичного групування вираховують коефіцієнт детермінації та емпіричне кореляційне відношення.

Коефіцієнт детермінації показує ступінь варіації ознаки під впливом фактора покладеного в основу групування.

Він визначається як відношення міжгрупової дисперсії до загальної:

$$z^2 = \frac{d^2}{y^2},$$

де z^2 – коефіцієнт детермінації;
 d^2 – міжгрупова дисперсія;
 y^2 – загальна дисперсія.

Критерієм суттєвості і сили зв'язку між факторною і результативною ознаками виступає емпіричне кореляційне відношення

$$z = \sqrt{\frac{d^2}{y^2}}.$$

Для якісної оцінки сили зв'язку між досліджуваними ознаками на основі емпіричного кореляційного відношення використовують наступну шкалу (табл. 8.6).

Таблиця 8.6 – Шкала щодо визначення тісноти зв'язку

Величина (η)	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Сила зв'язку	слабкий	помірний	помітний	сильний	дуже сильний

Для даного прикладу визначимо тісноту зв'язку за допомогою емпіричного кореляційного відношення (табл. 8.7).

Таблиця 8.7 – Розрахунок міжгрупової дисперсії

Групи працівників за стажем роботи, років	Число працівників, чол. (f_i)	Середня місячна заробітна плата, грн. (\bar{y}_i)	$\bar{y}_i - \bar{y}$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i$
I 1–4	3	1546,70	-279,3	78008,49	234025,47
II 4–7	6	1718,30	-107,7	11599,29	69595,74
III 7–10	5	1910,00	84,0	7056,00	35280,00
IV 10–13	4	1935,00	109,0	11881,00	47524,00
V 13–16	2	2140,00	314,0	98596,00	197192,00
Разом:	20	$\bar{y} = 1826,00$	×	×	583617,21

Міжгрупова дисперсія дорівнює:

$$d^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{583617,21}{20} = 29180,86.$$

Розрахуємо загальну дисперсію:

$$y^2 = \bar{y}^2 - (\bar{y})^2 = 3366640 - 3334276 = 32364.$$

Обчислимо коефіцієнт детермінації та емпіричне кореляційне відношення:

$$z^2 = \frac{d^2}{y^2} = \frac{29180,86}{3236,00} = 0,9016 \text{ або } 90,16\%;$$

$$z = \sqrt{\frac{d^2}{y^2}} = \sqrt{0,9016} = 0,9495.$$

Коефіцієнт детермінації показує, що заробітна плата працівників на 90,16 % залежить від стажу їх роботи і на 9,84 % від інших факторів.

Емпіричне кореляційне відношення свідчить про те, що зв'язок між стажем роботи і середньою місячною заробітною платою робітників дуже сильний.

Емпіричне кореляційне відношення повинно мати високий рівень надійності. Для оцінки надійності кореляційних характеристик використовують критерій Фішера (F-критерій) або Стьюдента (t-критерій) [20].

8.3. Кореляційний і регресійний методи аналізу зв'язку

Основне завдання кореляційного і регресійного аналізу статистичних даних є виявлення залежності між досліджуваними ознаками у вигляді певної математичної формули й установлення за допомогою коефіцієнта кореляції тісноти взаємозв'язку.

Кореляційний і регресійний методи аналізу вирішують два основних завдання:

1) визначають за допомогою рівняння регресії аналітичну форму зв'язку між варіацією ознак x і y ;

2) установлюють ступінь тісноти зв'язку між ознаками.

На практиці економіко-статистичних досліджень часто доводиться мати справу з прямолінійною формою зв'язку, яка виражається за допомогою рівняння регресії.

Рівняння регресії характеризує зміну середнього рівняння результативної ознаки y в залежності від зміни факторної ознаки x .

У випадку лінійної форми зв'язку рівняння регресії має вигляд:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x,$$

де \hat{y} – вирівняне середнє значення результативної ознаки;

x – значення факторної ознаки;

a_0, a_1 – параметри рівняння регресії;

a_0 – значення y при $x = 0$;

a_1 – коефіцієнт регресії.

Коефіцієнт регресії a_1 показує наскільки зміниться результативна ознака y при зміні факторної ознаки x на одиницю.

Якщо a_1 має позитивний знак, то зв'язок прямий, якщо від'ємний – зв'язок обернений.

Параметри рівняння зв'язку визначаються методом найменших квадратів складеної і розв'язаної системи двох рівнянь з двома невідомими.

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum x \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 \end{cases},$$

де n – число одиниць спостереження у кожному з двох порівнюваних рядів;

$\sum x$ – сума значень факторної ознаки;

$\sum y$ – сума значень результативної ознаки;

$\sum xy$ – сума добутків значень факторної ознаки на значення результативної ознаки.

Розв'язавши дану систему рівнянь, отримаємо такі значення параметрів рівняння регресії:

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}; \quad a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

Вирахувавши за фактичними даними всі записані вище суми і підставивши їх у наведені формули, знайдемо параметри шуканої прямої (табл. 8.8).

Таблиця 8.8 – Розрахунок параметрів лінійного рівняння зв'язку і лінійного коефіцієнта кореляції між вартістю основних виробничих фондів і випуском продукції

Номер підприємства	Вартість основних виробничих фондів, млн. грн. (x)	Випуск продукції, млн. грн. (y)	Розрахункові графи			
			x^2	xy	y^2	$\hat{y} = a_0 + a_1x$
1	12	5,6	144	67,2	31,36	5,2
2	8	4,0	64	32,0	16,0	3,5
3	10	4,0	100	40,0	16,0	4,4
4	6	2,4	36	14,4	5,76	2,7
5	9	3,6	81	32,4	12,96	4,0
6	15	5,0	225	75,0	25,0	6,5
7	11	4,6	121	50,6	21,16	4,8
8	13	6,5	169	84,5	42,25	5,6
9	14	7,0	196	98,0	49,0	6,1
10	10	4,5	100	45,0	20,25	4,4
Разом:	108	47,2	1236	539,1	239,74	47,2
В середньому на одне підприємство	10,8	4,72	123,6	53,91	23,974	4,72

За методом найменших квадратів визначаємо параметри лінійного рівняння регресії:

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{1236 \cdot 47,2 - 108 \cdot 596,1}{10 \cdot 1236 - 108^2} = \frac{116,4}{696,0} = 0,167;$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10 \cdot 539,1 - 108 \cdot 47,2}{10 \cdot 1236 - 108^2} = \frac{293,4}{696,0} = 0,421.$$

Лінійне рівняння регресії між вартістю основних виробничих фондів та випуском продукції має вигляд: $\hat{y} = 0,167 + 0,421x$.

Таким чином, при збільшенні вартості основних виробничих фондів на 1 млн.грн. випуск продукції зростає на 0,421 млн.грн.

Підставляючи в дане рівняння послідовно значення факторної ознаки x , отримаємо вирівняні значення результативної ознаки y . Якщо параметри рівняння визначені правильно, то $\sum y = \sum \hat{y} = 47,2$.

Побудуємо графік, який покаже вирівнювання емпіричних даних рівнянням прямої (рис. 8.2).

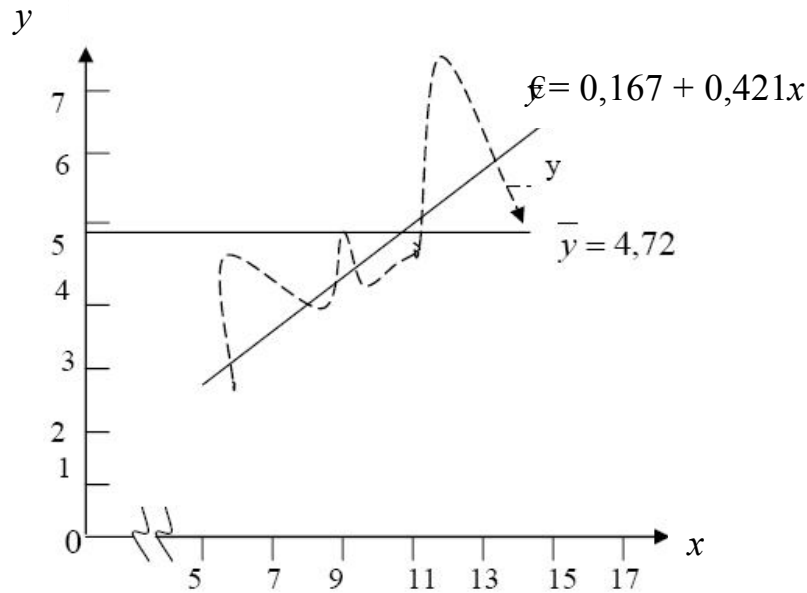


Рисунок 8.2 – Емпіричні і вирівняні рівні ряду

Для економічної інтерпретації лінійних і нелінійних зв'язків між двома досліджуваними явищами часто використовують розраховані на основі рівнянь регресії *коефіцієнти еластичності*.

Коефіцієнт еластичності (ϵ) показує, на скільки відсотків змінюється в середньому результативна ознака y при зміні факторної ознаки x на 1 %.

Для лінійної залежності коефіцієнт еластичності визначається за формулами:

$$\epsilon = a_1 \frac{x}{y}, \quad e = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}},$$

де ϵ – коефіцієнт еластичності.

У даному прикладі коефіцієнт еластичності на першому підприємстві при ($x=12$) буде дорівнювати:

$$\epsilon_1 = a_1 \frac{x}{y} = 0,421 \frac{12}{5,2} = 0,97 .$$

Отже, на 1 % приросту вартості основних виробничих фондів, випуск продукції зросте на 0,97 %.

На п'ятому підприємстві при ($x=9$) $e_5 = 0,421 \frac{9}{4} = 0,95$,

на десятому – при ($x=10$) $e_{10} = 0,421 \frac{10}{4,4} = 0,96$.

Для всіх підприємств сумарний коефіцієнт еластичності становить:

$$e = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 0,421 \frac{10,8}{4,72} = 0,963 .$$

Це означає, що при збільшенні середньої вартості основних виробничих

фондів на 1 % випуск продукції зростає в середньому на 0,963 %.

Якщо залежність між ознаками параболічна, то коефіцієнт еластичності визначається за формулою:

$$e = (a_1 + a_2 x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}}.$$

Визначення тісноти зв'язку в кореляційно-регресійному аналізі ґрунтується на правилі складання дисперсій, але для оцінки лінії регресії використовують теоретичні значення результативної ознаки.

Різниця між загальною і залишковою дисперсіями дає нам теоретичну (факторну) дисперсію, яка вимірює варіацію, зумовлену фактором x . На порівнянні цієї різниці із загальною дисперсією побудований *індекс кореляції*, або *теоретичне кореляційне відношення* (R), які обчислюються за формулами:

$$R = \sqrt{\frac{y_y^2 - y_e^2}{y_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{y_e^2}{y_y^2}} \text{ або } R = \sqrt{\frac{D_y^2}{y_y^2}},$$

де R – індекс кореляції (теоретичне кореляційне відношення);

y_y^2 – загальна дисперсія;

σ_e^2 – залишкова дисперсія;

δ_y^2 – факторна (теоретична) дисперсія.

Факторну дисперсію з теоретичних значень обчислюють за формулою:

$$D_y^2 = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{n}.$$

Залишкову дисперсію визначають за формулою:

$$y_e^2 = \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n}$$

або за правилом складання дисперсій: $y_e^2 = y_y^2 - D_y^2$.

Індекс кореляції набуває значення від 0 до 1.

Коли $R = 0$, то між варіацією ознак y і x зв'язку немає. Залишкова дисперсія дорівнює загальній – $y_e^2 = y_y^2$, а теоретична дисперсія дорівнює нулю $D_y^2 = 0$.

При $R = 1$ теоретична дисперсія дорівнює загальній – $D_y^2 = y_y^2$, а залишкова – $y_e^2 = 0$.

У даному прикладі факторна дисперсія дорівнює:

$$D_y^2 = \frac{(0,167 \cdot 47,2 + 0,421 \cdot 539,1) - 4,72^2}{10} = 1,206.$$

Загальна дисперсія становить:

$$y_y^2 = \bar{y}^2 - (\bar{y})^2 = 23,974 - 22,278 = 1,696.$$

Залишкову дисперсію визначаємо як різницю між загальною і факторною дисперсіями:

$$y_e^2 = y_y^2 - d_y^2 = 1,696 - 1,206 = 0,490.$$

Таким чином, індекс кореляції за вищенаведеними формулами буде дорівнювати:

$$R = \sqrt{\frac{y_y^2 - y_e^2}{y_y^2}} = \sqrt{\frac{1,696 - 0,490}{1,696}} = 0,843,$$

або

$$R = \sqrt{1 - \frac{y_e^2}{y_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,490}{1,696}} = 0,843,$$

або

$$R = \sqrt{\frac{\delta_y^2}{y_y^2}} = \sqrt{\frac{1,206}{1,696}} = \sqrt{0,711} = 0,843.$$

Індекс кореляції показує тісну залежність випуску продукції від вартості основних фондів.

Коефіцієнт детермінації (R^2) характеризує ту частину варіації результативної ознаки y , яка відповідає лінійному рівнянню регресії:

$$R^2 = \frac{\delta_y^2}{y_y^2} = \frac{1,206}{1,696} = 0,711.$$

Отже, у досліджуваній сукупності підприємств 71,1 % варіації випуску продукції пояснюється різними рівнями оснащеності заводів основними виробничими фондами.

Для вимірювання тісноти зв'язку і визначення його напрямку за лінійної залежності використовують *лінійний коефіцієнт кореляції* (r), який визначається за формулою:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{y_x y_y}.$$

Для спрощення розрахунків лінійного коефіцієнта кореляції використовують перетворену формулу:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}.$$

Значення r коливається в межах від -1 до +1. Додатне значення r означає прямий зв'язок між ознаками, а від'ємне – зворотній. Оцінка тісноти зв'язку відбувається за схемою (табл. 8.9).

Таблиця 8.9 – Шкала щодо оцінки тісноти та напрямку зв'язку між ознаками

Тіснота зв'язку	Величина лінійного коефіцієнта кореляції за наявності:	
	прямого зв'язку	оберненого зв'язку
Слабка	0,1 – 0,30	(-0,1) – (-0,30)
Середня	0,3 – 0,70	(-0,3) – (-0,70)
Тісна	0,7 – 0,99	(-0,7) – (-0,99)

За даними нашого прикладу обчислимо лінійний коефіцієнт кореляції:

$$y_x = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{123,6 - 10,8^2} = \sqrt{6,96} = 2,638 ;$$

$$y_y = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2} = \sqrt{23,974 - 4,72^2} = 1,302 ;$$

$$r = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{y_x y_y} = \frac{53,91 - 10,8 \cdot 4,72}{2,638 \cdot 1,302} = 0,854 .$$

Це означає, що зв'язок між вартістю основних виробничих фондів і випуском продукції сильний (тісний) і прямий.

Суттєвість зв'язку коефіцієнта детермінації R^2 перевіряють за допомогою таблиці критерію F для 5-відсоткового рівня значимості. Так, при $k_2 = n - m = 10 - 2 = 8$. Фактичне значення F -критерію для нашого прикладу визначають за формулою [20]:

$$F_\Phi = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{k_2}{k_1} = \frac{0,711}{1 - 0,711} \cdot \frac{8}{1} = 19,68 .$$

Критичне значення $F_{T(0,95)}$ значно менше від фактичного $F_{T(0,95)} < F_\Phi$ ($5,32 < 19,68$), що підтверджує суттєвість кореляційного зв'язку між досліджуваними ознаками.

Для установлення достовірності обчисленого лінійного коефіцієнта кореляції використовують критерій Стьюдента (t -критерій): $t_r = \frac{|r|}{m_r}$,

де m_r – середня помилка коефіцієнта кореляції, яку визначають за формулою:

$$m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}} .$$

За достатньо великого числа спостережень ($n > 50$) коефіцієнт кореляції можна вважати достовірним, якщо він перевищує свою помилку в 3 і більше разів, а якщо він менше 3, то зв'язок між досліджуваними ознаками у і x не доведений.

У нашому прикладі середня помилка коефіцієнта кореляції дорівнює:

$$m_r = \frac{1 - 0,853^2}{\sqrt{9}} = \frac{0,277}{3} = 0,092 .$$

Відношення коефіцієнта кореляції до його середньої помилки становить:

$$t_r = \frac{0,853}{0,092} = 9,27 .$$

Це дає нам право вважати, що обчислений лінійний коефіцієнт кореляції достатньо точно характеризує силу зв'язку між досліджуваними ознаками.

8.4. Нелінійні залежності

На практиці економічного аналізу найбільш часто використовують наступні нелінійні функції залежності: гіперболічну, параболічну другого порядку, напівлогарифмічну та деякі інші.

Якщо результативна ознака зі збільшенням факторної ознаки зростає або спадає не безкінечно, а прямує до кінцевої мети, то для її аналізу застосовують *рівняння гіперболи*:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \frac{1}{x}.$$

Для знаходження параметрів цього рівняння методом найменших квадратів використовується система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} \\ \sum y \frac{1}{x} = a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} \end{cases}.$$

За методом найменших квадратів параметри гіперболи визначають за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum \frac{1}{x^2} \cdot \sum y - \sum \frac{1}{x} \cdot \sum \frac{y}{x}}{n \sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x}\right)^2}; \quad a_1 = \frac{n \sum \frac{x}{y} - \sum \frac{1}{x} \cdot \sum y}{n \sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x}\right)^2}.$$

Графік гіперболи має вигляд (рис. 8.3).

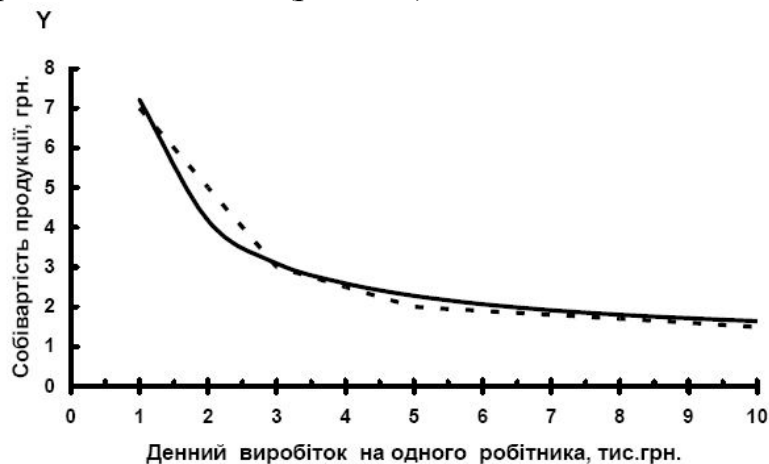


Рисунок 8.3 – Графік кореляційної залежності собівартості одиниці продукції від денного виробітку на одного робітника

Для визначення тісноти зв'язку між результативною і факторною ознаками обчислюємо кореляційне відношення за формулою:

$$r_{\frac{y}{x}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Парабола другого порядку застосовується в тих випадках, коли зі зростанням факторної ознаки відбувається нерівномірне зростання або спадання результативної ознаки. Рівняння параболи другого порядку визначається за формулою:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

Параметри цього рівняння знаходять методом найменших квадратів шляхом складання і розв'язання системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 \\ \sum yx = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 \\ \sum yx^2 = a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 \end{cases}.$$

З метою оцінки тісноти зв'язку визначають кореляційне відношення:

$$r_{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Графік параболи другого порядку має вигляд (рис. 8.4).

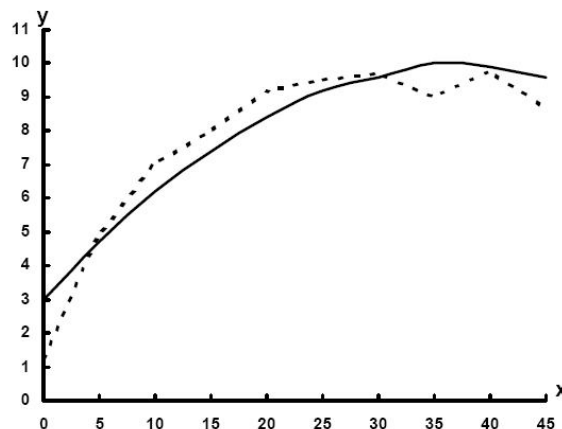


Рисунок 8.4 – Графік параболічної залежності між факторною та результативною ознаками

Вирівнювання за *напівлогарифмічною* кривою проводять у тих випадках, коли зі зростанням факторної ознаки, середня результативна ознака спочатку до певних меж зростає досить швидко, але пізніше темпи її зростання поступово сповільнюються. Напівлогарифмічна функція має вигляд:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \log x.$$

Для знаходження параметрів напівлогарифмічної функції методом найменших квадратів, розв'язують систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum \log x \\ \sum y \log x = a_0 \sum \log x + a_1 \sum (\log x)^2 \end{cases}.$$

Графік напівлогарифмічної кривої має вигляд:

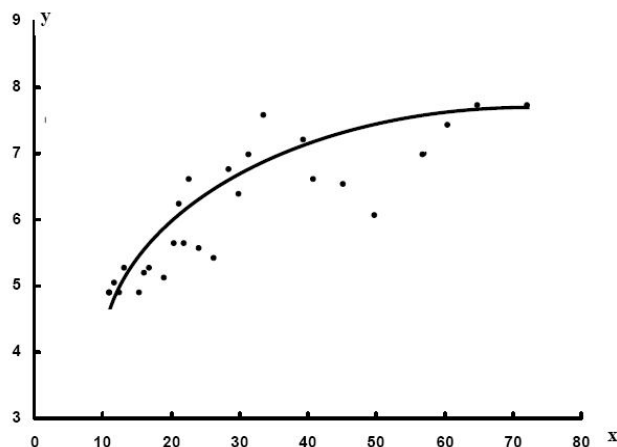


Рисунок 8.5 – Графік напівлогарифмічної залежності між факторною та результативною ознаками

8.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз

У багатьох випадках на результативну ознаку впливає не один, а декілька факторів. Між ними існують складні взаємозв'язки, тому їх вплив на результативну ознаку комплексний і його не можна розглядати як просту суму ізольованих впливів.

Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз дозволяє оцінити ступінь впливу на досліджуваній результативний показник кожного із уведених в модель факторів при зафіксованому на середньому рівні інших факторів.

Форму зв'язку можна визначити шляхом перебору функцій різних типів, але це пов'язане зі значною кількістю зайвих розрахунків. Однак, беручи до уваги, що будь-яку функцію багатьох змінних шляхом логарифмування або заміни змінних можна звести до лінійного вигляду:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n.$$

Параметри рівняння знаходять за методом найменших квадратів.

Так, для розрахунку параметрів рівняння лінійної двофакторної регресії:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2,$$

де \hat{y} – розраховані значення результативної ознаки;

x_1, x_2 – факторні ознаки;

a_0, a_1, a_2 – параметри рівняння.

Система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2, \\ \sum yx_1 = a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1x_2, \\ \sum yx_2 = a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1x_2 + a_2 \sum x_2^2. \end{cases}$$

Кожний коефіцієнт рівняння показує міру впливу відповідного фактора на результативний показник за фіксованого положення решти факторів, тобто, як зі зміною окремого фактора на одиницю змінюється результативний показник.

На основі коефіцієнтів регресії не можна робити висновок, яка із факторних ознак найбільше впливає на результативну ознаку, тому що коефіцієнти регресії між собою не порівняльні, оскільки вони володіють різними одиницями вимірювання.

З метою виявлення порівняльної сили впливу окремих факторів і резервів, які закладені в них, статистика вираховує часткові коефіцієнти еластичності e_i , а також бета-коефіцієнти b_i за формулами:

$$e_i = a_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}; \quad b_i = a_i \frac{y_{xi}}{y_y},$$

де a_i – коефіцієнт регресії при i -му факторі;

\bar{x}_i – середнє значення i -го фактора;

\bar{y} – середнє значення результативної ознаки;

y_{xi} – середнє квадратичне відхилення i -го фактора;

y_y – середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Часткові коефіцієнти еластичності показують, на скільки відсотків у середньому зміниться результативна ознака зі зміною на 1 % кожного фактора за фіксованого положення інших факторів.

Для визначення факторів, у розвитку яких закладені найбільші резерви покращення досліджуваної ознаки, з урахуванням ступеня варіації факторів рівняння множинної регресії, вираховують *часткові b-коефіцієнти*, які показують на яку частину середнього квадратичного відхилення змінюється результативна ознака зі зміною відповідної факторної ознаки на величину її середнього квадратичного відхилення.

Для характеристики ступеня тісноти зв'язку в множинній прямолиній кореляції використовують *множинний коефіцієнт кореляції*.

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

де $R_{yx_1x_2}$ – множинний коефіцієнт кореляції;

$r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{x_1x_2}$ – парні коефіцієнти лінійної регресії, які визначаються за формулами:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{y_y \cdot y_{x_1}}; \quad r_{yx_2} = \frac{\overline{yx_2} - \bar{y} \cdot \bar{x}_2}{y_y \cdot y_{x_2}}; \quad r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{y_x \cdot y_{x_2}}.$$

Множинний коефіцієнт кореляції показує, яку частину загальної кореляції складають коливання, під впливом факторів x_1, x_2, \dots, x_n , закладених у багатфакторну модель для дослідження.

Множинний коефіцієнт кореляції коливається в межах від 0 до ± 1 . При $R = 0$ зв'язок між досліджуваними ознаками відсутній, при $R = \pm 1$ – функціональний.

8.6. Непараметричні показники тісноти зв'язку

Поряд із вивченням кореляційної залежності між кількісними показниками статистика установлює також зв'язок і між якісними ознаками.

Для кількісної оцінки багатомірних (багатофакторних) зв'язків соціальних явищ використовують інформаційні коефіцієнти кореляції, коефіцієнти асоціації, контингенції, спряженості тощо. Обчислення інформаційних коефіцієнтів кореляції і побудови їх матриць (дерева плеяд) слугує основою для застосування факторного аналізу або методу головних компонент до характеристики соціальних явищ.

Для визначення тісноти зв'язку двох якісних ознак, кожен із яких складається із двох груп, розраховують коефіцієнти асоціації Q і контингенції K на основі побудови таблиці спряженості.

Для вимірювання тісноти зв'язку між двома ознаками, які мають альтернативний вираз, застосовується коефіцієнт асоціації, запропонований статистом Юлом.

З метою розрахунку коефіцієнта асоціації використовують таблицю, яка має вигляд (табл. 8.10).

Таблиця 8.10 – Розрахунок коефіцієнта асоціації

Ознака	А	не А	ΣB
В	a	b	$a + b$
не В	c	d	$c + d$
ΣA	$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d$

Таблиця показує зв'язок між двома явищами, кожне із яких повинне бути альтернативним, тобто що складається із двох якісно відмінних один від одного значень ознаки.

Коефіцієнт асоціації визначається за формулою:

$$Q = \frac{ad - cb}{ad + cb}$$

Розглянемо як приклад залежність типу абонентських терміналів користувачів телефонного зв'язку поза будинком від рівня освіти (табл. 8.11).

Таблиця 8.11 – Число користувачів таксофонами і мобільними телефонами для здійснення телефонного зв'язку поза будинком залежно від рівня освіти

Групи користувачів	Число користувачів, чол.	Із них користуються телефонним зв'язком	
		стаціонарним (таксофони)	рухомим (мобільний телефон)
Не мають вищої освіти	200	158	42
Мають вищу освіту, студенти	200	60	140
Разом:	400	218	182

Коефіцієнт асоціації дорівнює:

$$Q = \frac{ad - cb}{ad + cb} = \frac{158 \cdot 140 - 60 \cdot 42}{158 \cdot 140 + 60 \cdot 42} = \frac{19600}{24640} = 0,795.$$

Таким чином, між рівнем освіти користувачів і типом абонентського терміналу для здійснення телефонних з'єднань поза будинком є суттєвий зв'язок.

Для дослідження кореляції альтернативних ознак Юл запропонував коефіцієнт колігації:

$$W = \frac{\sqrt{ad} - \sqrt{cb}}{\sqrt{ad} + \sqrt{cb}} = \frac{\sqrt{158 \cdot 140} - \sqrt{60 \cdot 42}}{\sqrt{158 \cdot 140} + \sqrt{60 \cdot 42}} = \frac{98,54}{198,92} = 0,495.$$

Коефіцієнт контингенції К. Пірсона визначається за формулою:

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{19600}{\sqrt{1587040000}} = \frac{19600}{39837} = 0,492.$$

Коефіцієнти колігації і контингенції оцінюють зв'язок між рівнем освіти користувачів і типом абонентського терміналу для здійснення телефонних з'єднань поза домом більш обережно, проте показують достатньо сильний зв'язок між цими ознаками.

Коефіцієнт контингенції завжди менше коефіцієнта асоціації. Зв'язок вважається суттєвим, підтверджений виразами: $Q \geq 0,5$; $K \geq 0,3$.

У тому випадку, коли обидві взаємопов'язані ознаки розбиті більш ніж на дві групи, для вимірювання тісноти зв'язку застосовують показники взаємного спряження, запропоновані К. Пірсоном і А. Чупровим на підставі таблиці взаємної спряженості (табл. 8.12).

Таблиця 8.12 – Таблиці взаємної спряженості

$X \setminus Y$	I	II	III	Всього
I			n_{xy}	n_x
II				n_x
III				n_x
Всього:	n_y	n_y	n_y	n

Коефіцієнт взаємної спряженості К. Пірсона вираховується за формулою:

$$C_{\Pi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\varphi^2 + 1}},$$

де φ^2 – показник взаємної спряженості:

$$\varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x n_y} - 1,$$

n_{xy} – частота кожної клітинки таблиці взаємної спряженості;

n_x, n_y – підсумкові частоти відповідних рядків і стовпців.

Як приклад досліджуємо зв'язок між якістю і собівартістю послуг електрозв'язку (табл. 8.13).

Таблиця 8.13 – Розподіл досліджених організацій електров'язку за якістю і собівартістю послуг

Якість послуг	Собівартість послуг			Всього досліджених організацій
	низька	середня	висока	
Низька	23	13	14	50
Середня	10	25	15	50
Висока	7	12	31	50
Разом:	40	50	60	150

$$\phi^2 = \frac{23^2}{40 \cdot 50} + \frac{13^2}{50 \cdot 50} + \frac{14^2}{60 \cdot 50} + \frac{10^2}{40 \cdot 50} + \frac{25^2}{50 \cdot 50} + \frac{15^2}{60 \cdot 50} + \frac{7^2}{40 \cdot 50} + \frac{12^2}{50 \cdot 50} + \frac{31^2}{60 \cdot 50} - 1 = 0,175$$

Коефіцієнт взаємного спряження К. Пірсона дорівнює:

$$C_{\Pi} = \sqrt{\frac{0,175}{0,175 + 1}} = 0,39$$

і свідчить про наявність помірного зв'язку між рівнями якостей і собівартістю послуг електров'язку.

Коефіцієнт взаємного спряження А. Чупрова визначається за формулою:

$$C_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{\phi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}},$$

де K_1 – кількість рядків;

K_2 – кількість стовпців.

$$C_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{0,175}{\sqrt{(3-1)(3-1)}}} = \sqrt{\frac{0,175}{\sqrt{4}}} = 0,3,$$

що свідчить про наявність помірного зв'язку між рівнями якості і собівартістю послуг електров'язку.

Якщо одна із взаємопов'язаних ознак має кількісний вираз, а друга – альтернативний, то показником тісноти зв'язку є *бісеріальний коефіцієнт кореляції*:

$$r = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sigma_y} \cdot \frac{p \cdot q}{Z},$$

де \bar{y}_1 – середня ознака за першою альтернативною групою;

\bar{y}_2 – середня ознака за другою альтернативною групою;

σ_y – середнє квадратичне відхилення за обома групами;

p – частка першої групи;

q – частка другої групи;

Z – табульованні значення Z -розподілу в залежності від p (значення Z для різних p беруться зі спеціальної таблиці).

Розглянемо як приклад залежність рівня доходів працівників телекомунікаційної компанії від рівня спеціальної освіти (табл. 8.14).

Таблиця 8.14 – Розподіл працівників телекомунікаційної компанії за рівнем доходів залежно від рівня спеціальної освіти

Рівень освіти	Рівень доходів (середній доход), тис. грн.			Всього, чоловік
	6-10 (8)	10-14 (12)	14-18 (16)	
Мають спеціальну вищу освіту	5	10	15	30
Не мають спеціальної освіти	10	6	4	20
Разом:	15	16	19	50

$$\bar{y}_1 = \frac{8 \cdot 5 + 12 \cdot 10 + 16 \cdot 15}{30} = 13,3 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{y}_2 = \frac{8 \cdot 10 + 12 \cdot 6 + 16 \cdot 4}{20} = 10,8 \text{ тис. грн.};$$

$$\bar{y} = \frac{8 \cdot 15 + 12 \cdot 16 + 16 \cdot 19}{50} = 12,3 \text{ тис. грн.};$$

$$y_y = \sqrt{\frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(13,3 - 12,3)^2 + (10,8 - 12,3)^2}{2}} = 1,27;$$

$$p = \frac{30}{50} = 0,6; \quad q = 0,4; \quad Z_{\text{табл}} = 0,4973;$$

$$r = \frac{|13,3 - 10,8|}{1,27} \cdot \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,4973} = 0,95.$$

Величина бісеріального коефіцієнта кореляції переконливо доводить, що рівень доходів працівників телекомунікаційних компаній тісно пов'язаний з наявністю спеціальної освіти.

Оцінка емпіричних ступенів тісноти зв'язку для всіх непараметричних показників здійснюється через t -критерій Стьюдента.

Питання і завдання для самоконтролю

8.1. Що ви розумієте під:

- функціональними зв'язками;
- стохастичними зв'язками;
- кореляційними зв'язками?

8.2. Які зв'язки бувають за:

- характером дії;
- спрямованістю;
- аналітичним виразом;
- кількістю факторних ознак.

8.3. Назвати методи, які використовують для вивчення функціональних зв'язків? У чому полягає їх сутність?

8.4. Які методи використовують для виявлення можливої наявності зв'язку між факторною і результативною ознаками?

8.5. У чому полягає сутність методу порівняння паралельних рядів?

- 8.6. Які показники є ступенем тісноти зв'язку між двома ознаками?
- 8.7. Які показники використовують для виміру ступеня тісноти зв'язку між якісними ознаками?
- 8.8. У чому полягає значення рівняння регресії?
- 8.9. Назвати види зображення лінії регресії та охарактеризуйте їх.
- 8.10. Назвати основні етапи побудови регресійної моделі.
- 8.11. В яких випадках для вимірювання зв'язку між ознаками використовують:
- а) коефіцієнт Фехнера;
 - б) коефіцієнт кореляції рангів;
 - в) лінійний коефіцієнт кореляції;
 - г) теоретичне кореляційне відношення;
 - д) індекс кореляції?
- 8.12. Що характеризує емпіричний коефіцієнт детермінації?
- 8.13. Якщо $\eta^2 = 1$, то чому будуть дорівнювати міжгрупова і загальна дисперсії?
- 8.14. За яких умов зв'язок між результативною і факторною ознаками вважається:
- а) суттєвим;
 - б) несуттєвим?
- 8.15. Який показник застосовується для оцінки адекватності регресійної моделі і як він розраховується? Про що свідчить цей показник?

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

8.1. У результаті одноразового спостереження тривалості телефонних розмов на різних рівнях зв'язку одержані дані:

Таблиця 8.15 – Розподіл телефонних розмов за тривалістю на різних рівнях зв'язку

Рівень зв'язку	Кількість розмов	Середня тривалість телефонної розмови, хв.	Групова дисперсія тривалості розмов
Внутрішньообласний	500	12	1,8
Міжміський	320	7	1,5
Міжнародний	180	5	0,5
Разом:	1000	9,1	×

Визначити міжгрупову, середню з групових та загальну дисперсії, поясніть їх зміст. Обґрунтувати необхідність перевірки зв'язку та суттєвості.

8.2. Використовуючи дані табл. 8.16, виконати наступні завдання:

- 1) виявити наявність зв'язку між двома ознаками;

- 2) визначити тісноту зв'язку;
 - 3) визначити параметри однофакторних рівнянь залежностей, установивши при цьому найменшу суму лінійних відхилень емпіричних значень результативної ознаки від її теоретичних значень;
 - 4) визначити коефіцієнт та індекс кореляції;
 - 5) визначити коефіцієнт стійкості зв'язку;
 - 6) перевірити модель на адекватність;
 - 7) побудувати графік залежності.
- Зробити висновки.

Таблиця 8.16 – Дані щодо основних фондів та випуску продукції підприємств

№ підприємства	Основні фонди, тис. грн.	Випуск продукції, тис. грн.
1	550	12,3
2	600	12,2
3	700	12,9
4	760	13,1
5	850	13,5
6	870	13,6
7	950	13,8
8	1025	14,0
9	1030	14,1
10	1100	14,0

8.3. Експерти оцінили технічний та фінансовий стан 10 підприємств. Сумарні бали оцінок становили (табл. 8.17).

Таблиця 8.17 – Експертні оцінки щодо технічного та фінансового стану 10 підприємств

№ з/п	Технічний стан	Фінансовий стан
1	27	25
2	31	26
3	35	30
4	38	33
5	33	29
6	40	35
7	35	36
8	40	34
9	42	31
10	45	40

За допомогою коефіцієнта рангової кореляції оцініть тісноту зв'язку між технічним та фінансовим станом підприємства.

8.4. Молоді спеціалісти за ступенем задоволеності умовами праці та професійною мобільністю розподілилися таким чином (табл. 8.18).

Таблиця 8.18 – Розподіл молодих спеціалістів за ступенем задоволеності умовами праці

Ступінь задоволеності умовами праці	Чи маєте намір змінити професію?			Разом
	так, найближчим часом	так, у перспективі	ні	
Задоволений	–	20	26	46
Ставлюсь байдуже	7	18	9	34
Не задоволений	15	5	–	20
Разом:	22	43	35	100

Проаналізувати комбінаційний розподіл спеціалістів, оцінити тісноту зв'язку між задоволеністю умовами праці та професійною мобільністю за допомогою коефіцієнта взаємної спряженості. Зробити висновки.

Розділ 9

ІНДЕКСИ

План

- 9.1. Поняття про індекси, їх види.
- 9.2. Агрегатні індекси як вихідна форма індексів.
- 9.3. Середньозважені індекси.
- 9.4. Взаємозв'язок індексів. Індекси змінного, постійного складу і структурних зрушень.

9.1. Поняття про індекси, їх види

Для характеристики соціально-економічних явищ і процесів статистика широко використовує узагальнюючі показники у вигляді середніх, відносних величин та коефіцієнтів. Одним із таких узагальнюючих показників є індекси. В широкому розумінні слово "index" у перекладі з латинської означає "показник".

Статистичний індекс – це відносна величина порівняння складних сукупностей і окремих їх одиниць. При цьому під складною розуміється така статистична сукупність, окремі елементи якої безпосередньо не підлягають підсумовуванню.

Наприклад, номенклатура послуг зв'язку складається з безлічі різновидів, первинний облік яких ведеться в різних натуральних одиницях виміру. Для визначення загального обсягу наданих послуг зв'язку підсумовувати дані обліку різнорідних послуг у натуральних вимірах не можна. Було б, наприклад, недоцільно для отримання загального обсягу реалізації послуг підсумовувати дані про кількість письмової кореспонденції, що пересилається, посилок, грошових переказів тощо.

У цих складних статистичних сукупностях одиницями спостереження є послуги з різними споживчими властивостями і безпосередньому підсумовуванню не підлягають. Для отримання в складних статистичних сукупностях узагальнюючих (сумарних) величин удаються до індексного методу.

Основою індексного методу при визначенні змін у виробництві й обсягами наданих послуг є перехід від натуральної форми вираження до вартісних (грошових) вимірів. Саме за допомогою грошового вираження вартості окремих послуг усувається їх непорівнянність за споживчими вартостями, і досягається єдність.

У статистичних дослідженнях складних соціально-економічних явищ і процесів виділяють три великі сфери застосування економічних індексів.

До першої сфери застосування індексів відносять порівняльну характеристику несумірних сукупностей в часі. Сюди входять синтетичні індекси динаміки, виконання плану і територіальні індекси.

Індекси динаміки показують зміну будь-якого складного явища у звітному періоді порівняно з базисним.

Індекс виконання плану використовують для порівняння досягнутого рівня з плановими завданнями.

Територіальні індекси застосовують для просторового порівняння рівнів цін, продуктивності праці і т.п. у різних регіонах.

Друга сфера застосування індексів полягає в їх використанні для факторного аналізу складного явища через систему взаємопов'язаних індексів. До таких складних явищ можуть бути віднесені вартість надаваних або реалізованих послуг, фонд заробітної плати та ін.

Так, вартість реалізованих послуг дорівнює добутку тарифів на обсяг послуг; фонд заробітної плати – добутку заробітної плати одного працівника на їх чисельність і т.д.

За допомогою *третьої сфери застосування індексів* проводять аналіз динаміки середніх величин, зміна яких піддається впливу структурних зрушень у середині досліджуваної сукупності. В зв'язку з цим, велике значення має вивчення впливу структурних зрушень на динаміку середніх показників через застосування системи взаємопов'язаних індексів змінного складу, постійного (фіксованого) складу і структурних зрушень.

Всі економічні індекси статистика класифікує за трьома основними ознаками:

- а) за характером досліджуваних об'єктів;
- б) за ступенем охоплення елементів сукупності;
- в) за методикою розрахунку загальних індексів.

За характером досліджуваних об'єктів індекси поділяють на індекси об'ємних (кількісних) і якісних показників.

До першої групи відносяться індекси фізичного обсягу продукції (послуг) зв'язку, промисловості, сільського господарства, будівництва та ін.

До другої групи якісних показників відносять індекси цін, собівартості, продуктивності та ін.

За ступенем охоплення елементів сукупності індекси поділяють на:

- а) індивідуальні;
- б) загальні;
- в) групові.

Індивідуальні індекси характеризують зміну окремих елементів складного явища. В теорії індексів показник, зміну якого характеризує індекс, називається *індексованою величиною*.

Індивідуальні індекси позначають малою латинською літерою i , продукцію (послуги) в натуральному вираженні – через q , ціну (тариф) одиниці продукції (послуги) – через p , собівартість одиниці продукції (послуги) – через c і т.д. Індивідуальні індекси цих ознак визначаються за формулами:

а) фізичного обсягу: $i_q = \frac{q^1}{q^0}$;

б) ціни (тарифу) одиниці продукції (послуги): $i_p = \frac{p^1}{p^0}$;

в) собівартості одиниці продукції(послуги) $i_c = \frac{c^1}{c^0}$,

де i_q, i_p, i_c – індивідуальні індекси фізичного обсягу, ціни (тарифу) і собівартості одиниці продукції (послуги);

$q^1, q^0; p^1, p^0; c^1, c^0$ – фізичний обсяг, ціна (тариф), собівартість відповідно у звітному і базисному періодах.

Загальні індекси характеризують зміну сукупності у цілому і являють собою відносні величини, що визначають зміни в часі порівняно з плановим, базисним періодами або в просторі складного явища, яке складається з несумірних елементів.

Груповими або *субіндексами* називаються такі індекси, які охоплюють не всі елементи сукупності, а тільки будь-яку частину або їх групу.

У залежності від методології обчислення, загальні і групові індекси поділяють на агрегатні й середні з індивідуальних індексів.

Агрегатний індекс – є складним відносним показником, який характеризує середню зміну соціально-економічного явища, яке досліджується з декількох видів одиниць (однорідних або неоднорідних). Агрегатні індекси є основною формою економічних індексів, а *середні із індивідуальних індексів* – похідні, одержані в результаті перетворення агрегатних індексів.

Базисні і ланцюгові індекси обчислюють у тих випадках, коли доводиться вивчати будь-яке явище суспільного життя за низку послідовних років.

9.2. Агрегатні індекси як вихідна форма індексів

Основною формою загальних індексів є *агрегатні індекси*. Свою назву вони отримали від латинського слова «*aggrega*», що означає «приєдную». У чисельнику і знаменнику загальних індексів в агрегатній формі містяться поєднані набори (агрегати) елементів статистичних сукупностей, що вивчаються.

Досягнення в складних статистичних сукупностях сумірності різнорідних одиниць здійснюється уведенням в індексні співвідношення спеціальних співмножників індексованих величин. У літературі такі співмножники називаються *сумірниками*. Вони необхідні для переходу від натуральних вимірювачів різнорідних одиниць статистичної сукупності до однорідних показників. При цьому в чисельнику і знаменнику загального індексу змінюється лише значення індексованої величини, а їх сумірники є постійні величини, що фіксуються на одному рівні (поточного або базисного періоду). Це необхідно для того, щоб на величині індексу позначався лише вплив фактора, який визначає зміну індексованої величини.

Як сумірники індексованих величин виступають тісно пов'язані з ними економічні показники: ціни, кількості тощо. Добуток кожної індексованої величини на сумірник утворює в індексному співвідношенні певні економічні категорії.

Основною умовою застосування в статистиці агрегатних індексів є наявність інформації про виробництво або реалізацію товарів і послуг у натуральних вимірниках і цінах одиниці товару (послуги).

Прикладом розгляду індексного методу вивчення динаміки складних статистичних сукупностей є дані табл. 9.1.

Таблиця 9.1 – Ціни і обсяг реалізованих послуг за два періоди

Послуги	I період		II період		Індивідуальні індекси	
	ціна за одиницю вимірювання, грн. (p_0)	кількість, (q_0)	ціна за одиницю вимірювання, грн. (p_1)	кількість, (q_1)	ціни $i_p = p_1 : p_0$	фізичного обсягу $i_q = q_1 : q_0$
1	3	4	5	6	7	8
А	20	7 500	25	9 500	1,25	1,27
Б	30	2 000	30	2 500	1,00	1,25
В	15	1 000	10	1 500	0,67	1,50

При визначенні статистичних індексів за даними табл. 9.1 перший період береться за базисний, в якому ціна одиниці послуги позначається p_0 , а кількість – q_0 . Другий період береться за поточний (або звітний), в якому ціна одиниці послуги позначається p_1 , а кількість – q_1 .

Індивідуальні індекси показують, що в поточному періоді порівняно з базисним ціна на послугу А підвищилася на 25 %, на послугу Б залишилася без зміни, а на послугу В знизилася на 33 %. Обсяг реалізованих послуг А зріс на 27 %, послуги Б – на 25 %, а послуги В – на 50 %.

Різновеликі за напрямом і інтенсивністю зміни індивідуальних індексів обумовлюють необхідність при їх узагальненні визначення для даної номенклатури загальної зміни цін і обсягу реалізованих послуг. Для цього обчислюються відповідні загальні індекси.

При визначенні загального індексу цін в агрегатній формі I_p як сумірниками індексованих величин p_1 і p_0 можуть застосовуватися дані про обсяг реалізованих послуг у поточному періоді q_1 . При множенні q_1 на індексовані величини в чисельнику індексного співвідношення утворюється значення $\sum p_1 q_1$, тобто сума вартості реалізованих послуг у поточному періоді за цінами того ж поточного періоду. У знаменнику індексного відношення утворюється значення $\sum p_0 q_1$, тобто сума вартості реалізованих послуг у поточному періоді за цінами базисного періоду.

Агрегатна формула такого загального індексу має наступний вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad (9.1)$$

Розрахунок агрегатного індексу цін за формулою запропонований німецьким економістом Р. Пааше. Тому індекс прийнято називати *індексом Пааше*.

Застосуємо формулу для розрахунку агрегатного індексу цін за даними табл. 9.1:

– чисельник індексного відношення
 $\sum p_1 q_1 = 25\ 9500 + 30\ 2500 + 10\ 1500 = 327\ 500$ грн.;

– знаменник індексного відношення
 $\sum p_0 q_1 = 20\ 9500 + 30\ 2500 + 15\ 1500 = 287\ 500$ грн.

Набуті значення підставляються у формулу (9.1):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = 327500/287500 = 1,139 \text{ або } 113,9 \%$$

Застосування формули (9.1) показує, що за даною номенклатурою послуг у цілому ціни підвищилися в середньому на 13,9 %.

При порівнянні чисельника і знаменника формули (9.1) (у різниці) визначається показник абсолютного приросту доходів за рахунок фактора зміни цін у поточному періоді порівняно з базисним періодом:

$$\sum \Delta_{qp}(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1. \quad (9.2)$$

Застосовуючи формулу (9.2) за даними табл. 9.1, визначається приріст доходу:

$$\sum \Delta_{qp}(p) = 327\ 500 - 287\ 500 = 40\ 000 \text{ грн.}$$

Отримана величина приросту свідчить про те, що підвищення цін на даний асортимент послуг у середньому на 13,9 % зумовило збільшення обсягу доходу в поточному періоді на 40 тис.грн. Величина цього показника (з протилежним знаком, тобто -40 тис.грн.) характеризує перевитрати грошових коштів населенням при користуванні даною номенклатурою послуг за цінами, підвищеними на 13,9 %.

За іншого способу визначення агрегатного індексу цін як сумірниками індексованих величин p_1 і p_0 можуть застосовуватися дані про обсяг наданих послуг у базисному періоді q_0 . При цьому множення q_0 на індексовані величини в чисельнику індексного відношення утворює значення $\sum p_1 q_0$, тобто суму вартості наданих послуг у базисному періоді за цінами поточного періоду. У знаменнику індексного відношення утворюється значення $\sum p_0 q_0$, тобто сума вартості наданих послуг у базисному періоді за цінами того ж самого базисного періоду.

Агрегатна форма такого загального індексу має вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}. \quad (9.3)$$

Розрахунок загального індексу цін за формулою (9.3) запропонований німецьким економістом Е. Ласпересом. Тому індекс цін, розрахований за цією формулою, прийнято називати *індексом Ласпереса*.

Застосуємо формулу (9.3) для розрахунку агрегатного індексу цін за даними табл. 9.1:

– чисельник індексного відношення
 $\sum p_1 q_0 = 25\ 7500 + 30\ 2000 + 10\ 1000 = 257\ 500$ грн.;

– знаменник індексного відношення
 $\sum p_0 q_0 = 20\ 7500 + 30\ 2000 + 15\ 1000 = 225\ 000$ грн.;

Отримані величини підставимо у формулу (9.3):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = 257\,500 / 225\,000 = 1,144 \text{ або } 114,4\%.$$

Застосування формули (9.3) показує, що за номенклатурою послуг підвищення ціни склало в середньому на 14,4 %.

При порівнянні чисельника і знаменника формули (9.3) визначається показник приросту доходу при надаванні послуг у базисному періоді за цінами поточного періоду:

$$\sum \Delta_{qp}(p) = \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0. \quad (9.4)$$

Застосовуючи формулу (9.4), визначимо величину приросту доходу за даними табл. 9.1:

$$\sum \Delta_{qp}(p) = 257\,500 - 225\,000 = 32\,500 \text{ грн.}$$

Отримана сума приросту доходу показує, що підвищення цін у поточному періоді в середньому на 14,4 % обумовлює збільшення обсягу доходу на 32,5 тис. грн.

Таким чином, виконані за формулами (9.1) і (9.3) розрахунки мають різні дані індексів цін. Це пояснюється тим, що індекси Пааше і Ласпереса характеризують різні якісні особливості зміни цін.

Індекс Пааше характеризує вплив зміни цін на вартість товарів і послуг, реалізованих у звітному періоді. Індекс Ласпереса показує вплив зміни цін на вартість кількості товарів і послуг, реалізованих у базисному періоді.

Застосування індексів Пааше і Ласпереса залежить від мети дослідження. Якщо аналіз проводиться для визначення економічного ефекту від зміни цін у звітному періоді порівняно з базисним, то застосовується індекс Пааше, який відображає різницю між фактичною вартістю продажу товарів і послуг у звітному періоді ($\sum p_1 q_1$) і розрахунковою вартістю продажу цих самих товарів і послуг за базисними цінами ($\sum p_0 q_1$).

Якщо метою аналізу є визначення обсягу доходу при продажу в майбутньому періоді такої ж самої кількості товарів і послуг, що і в базисному періоді, але за новими цінами, то застосовується індекс Ласпереса. Цей індекс дозволяє обчислювати різницю між сумою фактичного доходу базисного періоду ($\sum p_0 q_0$) і можливого обсягу доходу при продажу тих самих товарів і послуг за новими цінами ($\sum p_1 q_0$). Ці особливості індексу Ласпереса обумовлюють його застосування при прогнозуванні обсягу доходів у зв'язку з відповідними змінами цін на товари і послуги в майбутньому періоді.

Разом з тим при вивченні звітних даних, коли метою аналізу є кількісна оцінка зміни обсягу доходів внаслідок зміни цін у звітному періоді, для визначення загального індексу цін і отриманого при цьому економічного ефекту застосовується формула Пааше (див. (9.1)).

При синтезуванні загального індексу цін замість фактичної кількості товарів (у звітний або базисний періоди) як сумірниками індексованих величин (p_1 і p_0) можуть застосовуватися середні величини реалізації товарів і послуг за два або більше число періодів. За такого способу розрахунку формула

загального індексу синтезується у наступний вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \bar{q}}{\sum p_0 \bar{q}}, \quad (9.5)$$

де \bar{q} – середня кількість товарів і послуг, реалізованих за аналізований період.

У літературі цей індекс прийнято називати *індексом Лоу*.

Розглянута методика визначення загальних індексів цін в агрегатній формі може бути застосована до інших індексів якісних показників: собівартості I_c , продуктивності праці I_t тощо. Це можна бачити зі схематичного їх подання в табл. 9.2.

Таблиця 9.2 – Загальні індекси якісних показників

Індекс	Індексована величина	Індивідуальний індекс, i	Сумірники	Агрегатна форма загального індексу, I
Ціни	p_1 і p_0	$i_p = p_1 : p_0$	q_1	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
			q_0	$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$
Собівартості	c_1 і c_0	$i_c = c_1 : c_0$	q_1	$I_c = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1}$
			q_0	$I_c = \frac{\sum c_1 q_0}{\sum c_0 q_0}$
Продуктивності праці	t_1 і t_0	$i_t = t_0 : t_1$	q_1	$I_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$
			q_0	$I_t = \frac{\sum t_0 q_0}{\sum t_1 q_0}$

У табл. 9.2 на додаток до вже розглянутих вище категорій прийнята наступна символіка:

c_1 і c_0 – собівартість одиниці продукції або послуги в поточному і базисному періодах;

$\sum c_1 q_1$ і $\sum c_0 q_0$ – фактичні витрати на виробництво продукції або послуги в поточному і базисному періодах;

$\sum c_0 q_1$ – розрахункові витрати на виробництво продукції (послуги) в поточному періоді за собівартістю базисною і $\sum c_1 q_0$ – розрахункові витрати на виробництво продукції (послуги) базисного періоду за собівартістю поточного періоду;

t_1 і t_0 – витрати робочого часу (праці) на виробництво одиниці продукції (послуги) даного виду (трудомісткість);

$\sum t_1 q_1$ і $\sum t_0 q_0$ – фактичні витрати робочого часу (праці) на виробництво продукції (послуги) в поточному і базисному періодах;

$\sum t_0 q_1$ – розрахункові витрати праці на виробництво продукції (послуг) поточного періоду за нормативами витрат базисного періоду і $\sum t_1 q_0$ – розрахункові витрати праці на виробництво продукції (послуги) базисного періоду за нормативами витрат поточного періоду.

Іншим важливим видом загальних індексів, які широко застосовуються в статистиці, є *агрегатні індекси фізичного обсягу послуг*.

При визначенні агрегатного індексу фізичного обсягу послуг I_q як сумірники індексованих величин q_1 і q_0 можуть застосовуватися незмінні ціни базисного періоду p_0 . При множенні p_0 на індексовані величини в чисельнику індексного відношення утворюється значення $\sum q_1 p_0$, тобто сума вартості послуг поточного періоду у базисних цінах. У знаменнику – $\sum q_0 p_0$, тобто сума вартості послуг базисного періоду у цінах того ж самого базисного періоду.

Агрегатна форма загального індексу фізичного обсягу має наступний вигляд:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (9.6)$$

Оскільки в чисельнику формули (9.6) міститься сума вартості реалізації послуг у поточному періоді за незмінними (базисними) цінами, а в знаменнику – сума фактичної вартості послуг, реалізованих у базисному періоді в тих самих незмінних (базисних) цінах, то даний індекс є *агрегатним індексом доходу у порівняних (базисних) цінах*.

Використовуємо формулу (9.6) для розрахунку агрегатного індексу фізичного обсягу реалізації послуг за даними табл. 9.1:

– чисельник індексного відношення

$$\sum q_1 p_0 = 9500 \cdot 20 + 2500 \cdot 30 + 1500 \cdot 15 = 287\,500 \text{ грн.};$$

– знаменник індексного відношення

$$\sum q_0 p_0 = 7500 \cdot 20 + 2000 \cdot 30 + 1000 \cdot 15 = 225\,000 \text{ грн.}$$

Підставляючи отримані суми у формулу (9.6), отримують:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = 287\,500 / 225\,000 = 1,278 \text{ або } 127,8 \%,$$

тобто за даною номенклатурою послуг приріст фізичного обсягу надаваних послуг у поточному періоді склав в середньому 27,8 %.

При порівнянні в різниці чисельника і знаменника індексного відношення (9.6) отримуємо показник, що характеризує приріст суми доходу в поточному періоді порівняно з базисним періодом у порівняних (базисних) цінах:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0. \quad (9.7)$$

Застосовуючи формулу (9.7) за даними табл. 9.1, обчислимо суму приросту доходу:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = 287\,500 - 225\,000 = 62\,500 \text{ грн.},$$

тобто в результаті зміни фізичного обсягу реалізації послуг у поточному періоді отриманий приріст обсягу доходу у порівняних цінах на 62,5 тис. грн.

Агрегатний індекс фізичного обсягу може визначатися за допомогою використання як сумірника індексованих величин q_1 і q_0 цін поточного періоду

p_1 .

При множенні p_1 на індексовані величини в чисельнику індексного відношення утворюється значення $\sum q_1 p_1$, тобто сума фактичного доходу поточного періоду. У знаменнику – $\sum q_0 p_1$, тобто розрахункова сума доходу базисного періоду за цінами поточного періоду.

Агрегатна формула загального індексу має наступний вигляд:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}. \quad (9.8)$$

Застосуємо формулу (9.8) для обчислення загального індексу фізичного обсягу послуг за даними табл. 9.1:

чисельник індексного відношення

$$-\sum q_1 p_1 = 9500 \cdot 25 + 2500 \cdot 30 + 1500 \cdot 10 = 327\,500 \text{ грн.};$$

– знаменник індексного відношення

$$\sum q_0 p_1 = 7500 \cdot 25 + 2000 \cdot 30 + 1000 \cdot 10 = 257\,500 \text{ грн.};$$

Підставимо одержані значення у формулу (9.8):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = 327\,500 / 257\,500 = 1,272 \text{ або } 127,2 \%,$$

тобто застосування формули (9.8) показує, що за даною номенклатурою реалізованих в поточному періоді послуг приріст фізичного обсягу послуг склав 27,2 %.

При зіставленні чисельника і знаменника індексу (9.8) (у різниці) визначається показник, що характеризує приріст суми фактичного доходу у поточному періоді порівняно з розрахунковою при продажу послуг базисного періоду за цінами поточного періоду:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1. \quad (9.9)$$

Застосовуючи формулу (9.9) до даних табл. 9.1, визначимо:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = 327\,500 - 257\,500 = 70\,000 \text{ грн.},$$

тобто в поточному періоді в результаті зміни фізичного обсягу продажу послуг загальний приріст суми доходу склав 70 тис. грн.

Таким чином, при визначенні агрегатних індексів фізичного обсягу товарів і послуг за формулами (9.6) і (9.8) набуті різновеликі їх значення. Це обумовлено відмінностями використовуваних при їх розрахунках сумірників індексованих величин.

В індексі (9.6) як сумірник використовуються базисні ціни або ціни, які прийняті за незмінні. Цей спосіб розрахунку індексів фізичного обсягу використовувався при розробках рядів динаміки у порівняних цінах.

Але вже при оцінці підсумків соціально-економічного розвитку розрахунок узагальнюючих показників проводять у поточних цінах, тобто на основі індексу (9.8). Це дозволяє виключати вплив фактичного зростання цін, оскільки ціни завжди тісно пов'язані з натуральною формою товарів і послуг.

За індексного методу аналізу слід враховувати, що фактори, які впливають на обсяг доходу, – обсяг реалізації товарів і послуг q і їхні ціни p діють одночасно. При цьому як напрям, так і інтенсивність прояву окремих факторів можуть бути різними.

Формула для визначення приросту обсягу доходу за рахунок сукупної дії факторів q і p :

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0. \quad (9.10)$$

Підставляючи у формулу відповідні дані, визначимо:

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = 327\,500 - 225\,000 = 102\,500 \text{ грн.},$$

тобто приріст фактичного обсягу доходу у поточному періоді склав 102,5 тис.грн. При цьому за рахунок зростання фізичного обсягу надаваних послуг на 27,8 % (9.6) цей приріст склав 62,5 тис. грн. (9.7), а підвищення цін у середньому на 13,9 % (9.1) збільшило обсяг доходу на 40,0 тис. грн. (9.2).

Відносне порівняння значень $\sum q_1 p_1$ и $\sum q_0 p_0$ дає загальний індекс доходу у поточних цінах I_{qp} :

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}, \quad (9.11)$$

де $\sum q_1 p_1$ – сума фактичного доходу поточного періоду;

$\sum q_0 p_0$ – сума фактичного доходу базисного періоду.

Проводиться порівняння двох якісно однорідних величин (вартостей).

Стосовно даних табл. 9.1 загальний індекс доходу у поточних цінах складе:

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = 327500 / 225000 = 1,455 \text{ або } 145,5 \%,$$

тобто в поточному періоді дохід у фактичних цінах зріс за даною номенклатурою послуг порівняно з базисним періодом у середньому на 45,5 %.

Загальні принципи визначення агрегатних індексів застосовуються і для індексів, використовуваних при контролі за виконанням планових завдань.

Так, для визначення рівня виконання плану реалізації товарів і послуг порівнюються сума фактичного продажу послуг у звітному періоді $\sum q_1 p_1$ і величина планового завдання продажу послуг у тих самих цінах звітного періоду $\sum q_{пл} p_1$:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_{пл} p_1}. \quad (9.12)$$

9.3. Середньозважені індекси

У попередньому пункті наголошувалося, що для визначення загальних індексів цін і фізичного обсягу товарів і послуг в агрегатній формі необхідні дані про кількість окремих товарів і послуг в натуральних вимірювачах. Але кількісний облік продажу в сучасних умовах здійснюється не завжди.

У деяких організаціях реалізація товарів і послуг, як правило, враховується у вартісному (грошовому) вираженні. Облік продажу численних товарних різновидів у натуральних вимірниках без застосування спеціальної електронно-обчислювальної техніки практично неможливий. Тому агрегатна форма загальних індексів тут не застосовується.

Для визначення звідних узагальнюючих показників зміни цін використовується *середня гармонічна форма* загального індексу цін, в якій на відміну від індексу Пааше (9.1) знаменник перетворений:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} \quad (9.13)$$

Суть цього перетворення полягає в тому, що на основі формули (9.1) у значення $\sum p_0 q_1$, замість p_0 підставляється p_1 : $i_p = p_0$:

$$\sum p_0 q_1 = \sum \left(\frac{p_1}{i_p} \right) q_1 = \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} \quad (9.14)$$

З тотожності (9.14) випливає, що оскільки (9.14)

$$\sum \frac{p_1 q_1}{i_p} = \sum p_0 q_1,$$

то загальний індекс цін у середньогармонічній формі тотожний загальному індексу цін в агрегатній формі, тобто:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \quad (9.15)$$

Приклад. Визначимо загальний індекс цін за даними табл. 9.3 про реалізацію послуг за формулою (9.15):

Таблиця 9.3 – Визначення середньогармонічного індексу цін

Послуги	Реалізація послуг за цінами відповідного періоду, тис. грн.		Зміна цін у поточному періоді порівняно з базисним, %	Розрахункові графі	
	базисний, $q_0 p_0$	поточний, $q_1 p_1$		$i_p = p_1 / p_0$	$q_1 p_1 / i_p$
1	2	3	4	5	6
А	153,5	185,0	- 4	0,96	192,71
Б	245,0	260,6	+ 10	1,1	236,91
В	21,5	29,4	без зміни	1,0	29,4
Разом:	420,0	475,0	–	–	459,02

У гр. 5 визначені індивідуальні індекси цін:

$$i_p^A = \frac{100 - 4}{100} = 0,96; \quad i_p^B = \frac{100 + 10}{100} = 1,1.$$

У гр. 6 за кожною послугою обчислені відношення вартості продажу послуг у поточному періоді до індивідуального індексу цін.

Наприклад, $185 : 0,96 = 192,71$ тис.грн. і таке інше.

Підсумкові дані гр. 3 і гр. 6 підставляються у формулу (9.15):

$$I_p = \frac{475,0}{459,02} = 1,035 \text{ або } 103,5 \%,$$

тобто за даною номенклатурою у поточному періоді ціни підвищені в середньому на 3,5 %.

Якщо у формулі (9.15) від чисельника відняти значення знаменника, то отримують показник приросту доходу в поточному періоді внаслідок зміни цін:

$$\sum \Delta_{qp}(p) = \sum q_1 p_1 - \sum \frac{q_1 p_1}{i_p}. \quad (9.16)$$

За даними табл. 9.3 приріст доходу у поточному періоді внаслідок зміни цін складе: $475,0 - 459,02 = 15,98$ тис.грн., тобто обсяг доходу зріс на 15,98 тис.грн.

Отримане внаслідок гр. 6 (табл. 9.3) значення

$$\sum \frac{q_1 p_1}{i_p} = \sum q_1 p_0$$

може використовуватися для визначення загального індексу фізичного обсягу послуг в порівняних (базисних) цінах. Для цього на основі тотожності (9.14) застосовується перетворена формула агрегатного індексу фізичного обсягу:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}}{\sum q_0 p_0}. \quad (9.17)$$

Підставляючи у формулу (9.17) підсумкові дані гр. 2 і гр. 6 (табл. 9.3), обчислюється:

$$I_q = \frac{459,02}{420,0} = 1,093 \text{ або } 109,3 \%,$$

тобто фізичний обсяг продажу послуг збільшився у поточному періоді в середньому на 9,3 %.

На основі формули (9.17) обчислюється приріст суми доходу в поточному періоді внаслідок зміни фізичного обсягу продажу послуг:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = \sum \frac{q_1 p_1}{i_p} - \sum q_0 p_0. \quad (9.18)$$

Підставляючи у формулу (9.18) відповідні дані, отримуємо:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = 459,02 - 420 = 39,02 \text{ тис. грн.}$$

Таким чином, індексний аналіз даних табл. 9.3 показує, що зниження цін за номенклатурою у середньому на 3,5 % викликало збільшення доходу на 15,98 тис.грн. Збільшення фізичного обсягу продажу послуг у середньому на 9,3 % зумовило зростання доходу на 39,02 тис.грн. Внаслідок сукупної дії цих факторів приріст обсягу доходу у поточних цінах склав 55 тис.грн. (39,02 + 15,98). Це відповідає розрахунку за формулою (9.10):

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 475 - 420 = 55,0 \text{ тис. грн.,}$$

тобто в поточному періоді приріст доходу (в цінах відповідних періодів) склав 55 тис. грн.

Стосовно практики ведення вартісного обліку реалізації послуг неможливо безпосередньо застосувати в аналізі агрегатної форми індексу Ласпереса (9.3). Але за наявності інформації про індивідуальні індекси цін формула (9.3) може бути перетворена в середню арифметичну зважену. Це здійснюється заміною $\sum p_1 q_0$ на $\sum i_p p_0 q_0$, оскільки $p_1 = i_p p_0$:

$$I_p = \frac{\sum i_p \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}. \quad (9.19)$$

Формула (9.19), що має вагу усереднених індексів i_p . Обсяг доходу від реалізації послуг у базисному періоді $q_0 p_0$, застосовується при визначенні середньої зміни цін і загальної суми приросту доходу в майбутньому періоді порівняно з базисним періодом.

Відсутність даних про кількість товарів і послуг (у натуральних вимірниках) не дозволяє безпосередньо застосовувати агрегатні індекси фізичного обсягу (9.6) і (9.8).

За наявності інформації про індивідуальні індекси фізичного обсягу і вартості реалізованих у базисному періоді товарів або послуг $q_0 p_0$ загальний індекс фізичного обсягу може визначатися за формулою середньоарифметично зваженого індексу:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (9.20)$$

Чисельник формули (9.20) отриманий заміною в агрегатному індексі фізичного обсягу (9.6) значення $\sum q_1 p_0$ на $\sum i_p q_0 p_0$, оскільки $q_1 = i_q q_0$.

У формулі (9.20) індивідуальні індекси фізичного обсягу i_q виступають як усереднені величини, а $q_0 p_0$ – як вага.

Приклад. За даними про виробництво продукції (табл. 9.4) розглянемо застосування формули (9.20).

Таблиця 9.4 – Виробництво продукції за видами продукції

Вид продукції	Продукція поточного періоду, тис. грн. $q_0 p_0$	Зростання обсягу продукції в майбутньому періоді, %	Розрахункові графі	
			$i_q = q_1 / q_0$	$i_q q_0 p_0$
1	2	3	4	5
А	165,2	+ 20	1,2	198,24
Б	123,4	+ 12	1,12	138,21
В	320,0	– 5	0,95	304,00
Г	276,4	без зміни	1,0	276,40
Разом:	885,0			916,85

Для визначення загального індексу фізичного обсягу виробництва в гр. 4 визначені (за кожним видом продукції) індивідуальні індекси фізичного обсягу. У гр. 5 обчислені добутки індивідуальних індексів фізичного обсягу на вартість продукції поточного періоду, яка по відношенню до плану на майбутній період виступає як базисний рівень $q_0 p_0$.

Підсумкові дані гр. 2 і гр. 5 підставимо у формулу (9.20):

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{916,85}{885,0} = 1,035 \quad \text{або } 103,5 \%,$$

тобто в майбутньому періоді приріст обсягу продукції за даним асортиментом у цілому складе в середньому 3,5 %.

На основі формули (9.20) можна визначити загальну суму приросту обсягу виробництва продукції в майбутньому періоді. Для цього з чисельника індексу треба відняти значення знаменника:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = \sum i_q q_0 p_0 - \sum q_0 p_0 \quad (9.21)$$

Для даних табл. 9.4:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = 916,85 - 385 = 31,85 \text{ тис. грн.},$$

тобто загальний приріст виробництва продукції в планованому періоді у порівняних цінах складе 31,85 тис.грн.

За наявності інформації про індивідуальні індекси фізичного обсягу і фактичної вартості продукції (послуг) в поточному періоді $q_1 p_1$ загальний індекс фізичного обсягу визначається за формулою середньої гармонічної зваженої:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1}. \quad (9.22)$$

Формула (9.22) отримана заміною у формулі (9.8) знаменника $\sum q_0 p_1$ на $\sum q_1 p_1 / i_q$ оскільки $q_0 = q_1 / i_q$.

У формулі (9.22) значення i_q є усередненими величинами, а $q_1 p_1$ (фактична вартість продукції періоду, що вивчається) – вагами.

Порівняння чисельника і знаменника індексного відношення (9.22) дає показник приросту вартості продукції внаслідок зміни фізичного обсягу:

$$\sum \Delta_{qp}(q) = \sum q_1 p_1 - \sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1 \quad (9.23)$$

Такі ж принципи покладені в перетворення агрегатних форм індексів якісних показників і показників обсягу. Це впливає з табл. 9.5.

Значущість перетворених індексів полягає в тому, вагами усереднених індексів виступають реальні економічні категорії:

$q_1 p_1$ і $q_0 p_0$ – фактичний дохід поточного і базисного періодів;

$c_1 q_1$ і $c_0 q_0$ – фактичні витрати на виробництво продукції в поточному і базисному періодах;

$t_1 q_1$ і $t_0 q_0$ – фактичні витрати робочого часу на виробництво продукції в поточному і базисному періодах.

Таблиця 9.5 – Перетворені агрегатні форми індексів якісних показників і показників обсягу

Індекс	Індивідуальний індекс, i	Агрегатний індекс, I	Похідні індивідуальних індексів	Середній індекс
1	2	3	4	5
Цін	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	$p_0 = \frac{p_1}{i_p}$	$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1}$
		$\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$	$p_1 = i_p p_0$	$\frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$
Фізичного обсягу	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	$q_1 = i_q q_0$	$\frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$
		$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$	$q_0 = \frac{q_1}{i_q}$	$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1}$
Собівартості	$i_c = \frac{c_1}{c_0}$	$\frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1}$	$c_0 = \frac{c_1}{i_c}$	$\frac{\sum c_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_c} c_1 q_1}$
		$\frac{\sum c_1 q_0}{\sum c_0 q_0}$	$c_1 = i_c c_0$	$\frac{\sum i_c c_0 q_0}{\sum c_0 q_0}$
Продуктивності праці	$i_t = \frac{t_0}{t_1}$	$\frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$	$t_0 = i_t t_1$	$\frac{\sum t_1 q_1}{\sum i_t t_1 q_1}$
		$\frac{\sum t_0 q_0}{\sum t_1 q_0}$	$t_1 = \frac{t_0}{i_t}$	$\frac{\sum \frac{1}{i_t} t_0 q_0}{\sum t_0 q_0}$

9.4. Взаємозв'язок індексів. Індекси змінного, постійного складу і структурних зрушень

Показники, що вивчаються в статистиці, перебувають між собою в певному зв'язку. Так, для кожного періоду обсяг реалізованих товарів і послуг залежить від кількості реалізованих товарів (послуг) і від рівня цін на ці товари (послуги). Зрозуміло, чим більше продано товарів за даного рівня цін, тим більше обсяг доходу. Зміни цін також викликають відповідні зміни обсягу доходу. Зв'язок між змінами обсягу реалізованих товарів і послуг і рівнем їх цін виражається в системі взаємопов'язаних індексів.

Оскільки величина обсягу доходу дорівнює добутку кількості реалізованих товарів (послуг) на ціни, то індекс фізичного обсягу I_q

помножений на індекс цін I_p , дає індекс доходу у фактичних цінах I_{qp} :

$$I_q \times I_p = I_{qp} \quad (9.24)$$

Значення формули (9.24) полягає в тому, що на її основі виявляється вплив окремих факторів на зміну доходу.

Приклад. Якщо у звітному періоді доход у фактичних цінах зріс порівняно з базисним періодом на 12 %, а ціни на реалізовані товари і послуги знижені у середньому на 3 %, то на основі формули (9.24) можна визначити зміну доходу у незмінних цінах:

$$I_q = I_{qp} : I_p \quad (9.25)$$

За даними прикладу маємо: $I_{qp} = 1,12$; $I_p = 0,97$. Підставляючи ці дані у формулу (9.25), визначимо індекс фізичного обсягу реалізації товарів:

$$I_q = 1,12 : 0,97 = 1,154 \text{ або } 115,4 \%,$$

тобто доход у незмінних цінах збільшиться в поточному періоді на 15,4 %.

На основі формули (9.24) можна за відомими індексами доходу у фактичних цінах I_{qp} і доходу у незмінних цінах I_q визначити індекс цін I_p :

$$I_p = I_{qp} : I_q \quad (9.26)$$

Так, якщо у звітному періоді доход у фактичних цінах зріс на 7 %, а фізичний обсяг реалізованої продукції збільшений на 10%, то для визначення за цими даними зміни цін використовується формула (9.26):

$$I_p = 1,07 : 1,1 = 0,97 \text{ або } 97 \%,$$

тобто ціни у звітному періоді знизилися на 3 %.

При використанні формул взаємопов'язаних індексів (9.24)...(9.26) треба мати на увазі, що взаємозв'язок утворюється лише за умови, коли сумірники в індексах фізичного обсягу і цін беруться на різних рівнях.

У попередніх пунктах показано, що при аналізі звітних даних зміна кількості реалізованої продукції (q_1 і q_0 – в індексі фізичного обсягу) часто фіксується за цінами базисного періоду p_0 , а зміни цін p_1 і p_0 в індексі цін можуть фіксуватися за обсягами звітного періоду q_1 . Така система фіксації змін індексованих величин дозволяє їх застосовувати в аналізі компонентної залежності:

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} \quad (9.27)$$

Взаємопов'язані індекси застосовуються для вивчення впливу структурних зрушень на зміну соціально-економічних явищ. У такому аналізі індекси знаходяться у взаємозв'язку з середніми величинами.

З формули середньої

$$\bar{x} = \sum x_i f_i : \sum f_i \quad (9.28)$$

впливає, що на середню величину впливає як значення усередненої ознаки x_i , так і чисельність окремих варіантів сукупності f_i , що вивчається.

Наприклад, на середню ціну мобільних телефонів впливають як відмінності індивідуальних цін, так і зміни обсягу реалізації. Тому при аналізі зміни цін важливо визначити, якою мірою це викликано змінами індексованих величин і в якій – структурними зрушеннями кількості реалізованої продукції.

Це виконується за допомогою системи взаємопов'язаних індексів, в якій

індекс зміни середньої величини $I_{\bar{x}}$ виступає як добуток індексу у незмінній структурі I_x на індекс, що відбиває вплив зміни структури явища на динаміку середньої величини $I_{\text{стр}}$.

У загальному вигляді ця залежність записується так:

$$I_{\bar{x}} = I_x \times I_{\text{стр}}. \quad (9.29)$$

При цьому

$$1) I_{\bar{x}} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (9.30)$$

Індекс (9.30) називається *індексом змінного складу*, оскільки як сумірник в ньому виступає склад продукції (послуг) поточного f_1 і базисного f_0 періодів.

$$2) I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \quad (9.31)$$

Індекс (9.31) називається *індексом постійного (фіксованого) складу*, оскільки як сумірник виступає склад продукції (послуг) поточного періоду f_1 .

$$3) I_{\text{стр}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (9.32)$$

У індексі (9.32) змінюються лише сумірники f_1 і f_0 . Тому даний індекс відбиває вплив структурних зрушень на показник, що вивчається.

Приклад. Застосування формул (9.30)...(9.32) розглянемо за даними табл. 9.6 про продаж товару M у магазинах торгової асоціації за звітний період.

Таблиця 9.6 – Продаж товару M у магазинах торгової асоціації

Магазин	Базисний період		Поточний період		i_p	Розрахункові графі	
	ціна, грн. p_0	кількість, q_0	ціна, грн. p_1	кількість, q_1		Питома вага реалізації, %	
						базисний період	поточний період
1	2	3	4	5	6	7	8
1	50	200	48	800	0,96	20,0	40,0
2	35	400	34	600	0,97	40,0	30,0
3	40	400	38	600	0,95	40,0	30,0
Разом:	×	1 000	×	2 000	×	100,0	100,0

При аналізі змін лише рівнів цін (гр. 2 і 4) обчислені в гр. 6 індивідуальні індекси показують, що в поточному періоді було зниження цін на 4 % в магазині 1; на 3 % – в магазині 2 і на 5 % – в магазині 3.

Проте ці індекси безвідносно до обсягів реалізації. Для визначення зміни цін з урахуванням кількості реалізованої продукції на основі формули (9.30) обчислюється індекс цін змінного складу.

Стосовно даних табл. 9.6:

$$\bar{p}_1 = \frac{48 \times 800 + 34 \times 600 + 38 \times 600}{800 + 600 + 600} = \frac{81600}{2000} = 40,8 \text{ грн.};$$

$$\bar{p}_0 = \frac{50 \times 200 + 35 \times 400 + 40 \times 400}{200 + 400 + 400} = \frac{40000}{1000} = 40,0 \text{ грн.}$$

Отже $I_{\bar{p}} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = 40,8 : 40 = 1,02$, тобто середня ціна реалізації даного продукту у трьох магазинах в цілому зросла в поточному періоді на 2 %. Населення при покупці кожної одиниці даного продукту переплачувало по 0,8 грн. (40,8 – 40,0).

За рахунок дії яких факторів відбулося це підвищення середньої ціни? Для відповіді на поставлене питання розглянемо дані про структуру реалізації товару за окремими магазинами.

Обчислені в гр. 7 і 8 питомі ваги реалізації показують, що в поточному періоді відбулися значні структурні зрушення: з 20 до 40 % зросла питома вага продажу даного товару в (дорожчому) магазині 1, а питомі ваги продажу цього продукту в магазинах 2 і 3 знизилися.

Як же це вплинуло на середню ціну? Для оцінки цього фактора на основі формули (9.32) визначається індекс впливу структурних зрушень в реалізованій продукції на зміну середньої ціни:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}. \quad (9.33)$$

У формулі (9.33) $\frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \bar{p}_0$, тобто середня ціна у базисному періоді, а

$\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \bar{p}'_0$ – розрахункова середня ціна продажу в поточному періоді за ціною базисного періоду.

За даними табл. 9.6.

$$\bar{p}'_0 = \frac{50 \times 800 + 35 \times 600 + 40 \times 600}{800 + 600 + 600} = \frac{85000}{2000} = 42,5 \text{ грн.}$$

Отже, $I_{\text{стр}} = 42,5 : 40 = 1,0625$, тобто структурні зрушення в реалізації обсягу даної продукції по окремих ринках міста викликали підвищення середньої ціни в поточному періоді на 6,25 %. В абсолютному виразі це викликало переплату населенням на кожній одиниці придбаної продукції 2,5 грн. (42,5 – 40,0).

Але у зв'язку з тим, що в поточному періоді в кожному магазині відбулося зниження цін, це також спричинило свій вплив на рівень середньої ціни. Для оцінки дії цього фактора на основі формули (9.31) визначається індекс цін постійного (фіксованого) складу:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{81600}{85000} = 0,962,$$

тобто у звітному періоді ціни в магазинах знизилися в середньому на 3,8 %. В абсолютному вираженні це дало економію населенню при покупці кожної одиниці даного продукту 1,7 грн.: [(81600 – 85 000) : 2000].

Таким чином, проведений аналіз показує, що зростання в поточному періоді середньої ціни продажу даного товару на 2 % обумовлене, з одного боку, зростанням на 6,25% внаслідок структурних зрушень в обсязі реалізації і,

з іншого боку, зниженням в середньому на 3,8 % цін в окремих магазинах.

В абсолютному вираженні зростання в поточному періоді середньої ціни на 0,8 грн. викликане збільшенням на 2,5 грн. за рахунок фактора структурних зрушень і зниженням у середньому на 1,7 грн. цін за окремими магазинами ($0,8 = 2,5 - 1,7$).

Обчислені за формулами (9.30)...(9.32) індекси знаходяться у взаємозв'язку:

$$I_{\bar{p}} = I_p \times I_{стр} \quad (9.34)$$

У розглянутому прикладі $I_{\bar{p}} = 1,0625 \times 0,96 = 1,02$.

На практиці система (9.34) зручна тим, що на її основі за будь-якими двома відомими індексами можна визначити третій невідомий індекс.

Наприклад, якщо в поточному періоді порівняно з базисним індекс цін змінного складу дорівнює 1,05, а індекс цін фіксованого складу – 0,98, то це означає, що в асортименті реалізованих товарів відбулися помітні структурні зрушення: $I_{стр} = 1,05 : 0,96 = 1,071$.

Питання і завдання для самоконтролю

- 9.1. Що ви розумієте під індексом?
- 9.2. Які бувають індекси за ступенем охоплення явища, процесу?
- 9.3. Які бувають індекси за видом сумірника?
- 9.4. Які бувають індекси за формою побудови?
- 9.5. Коли в розрахунках використовують індивідуальні індекси, а коли зведені?
- 9.6. Навести правила побудови зведених індексів показників обсягу в агрегатній формі. Записати формулу зведеного індексу фізичного обсягу.
- 9.7. Правила побудови зведених індексів якісних показників в агрегатній формі. Записати формулу зведеного індексу собівартості одиниці продукції.
- 9.8. Перетворити агрегатну формулу зведеного індексу ціни в середню.
- 9.9. Перетворити агрегатну формулу зведеного індексу фізичного обсягу в середню.
- 9.10. Навести формулу розрахунку середньозваженого індексу ціни; що він показує?
- 9.11. Навести формулу розрахунку середньозваженого індексу фізичного обсягу продукції; що він показує?
- 9.12. Якому індексу тотожний індекс середнього рівня ціни фіксованого складу?
- 9.13. Вплив якого або яких факторів на динаміку середнього рівня якісного показника відображає індекс:
 - а) середнього рівня собівартості;
 - б) середнього рівня продуктивності праці?
- 9.14. Записати формулу індексу середнього рівня ціни змінного складу та пояснити, що він характеризує.

9.15. Записати формулу індексу середньої собівартості фіксованого складу та пояснити, що він характеризує.

9.16. Записати формулу індексу середнього рівня продуктивності праці структурних зрушень та пояснити, що він характеризує.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

9.1. Собівартість і обсяг продукції підприємства характеризується такими даними (табл. 9.7).

Таблиця 9.7 – Собівартість і обсяг продукції підприємства

Продукція	Собівартість одиниці продукції, грн.		Обсяг продукції, тис. шт.	
	базовий рік	звітний рік	базовий рік	звітний рік
А	20	31	70	65
Б	15	10	150	200

Визначити:

- 1) індивідуальні та зведений індекси загальних витрат на виробництво;
- 2) індивідуальні та зведений індекси собівартості одиниці продукції; економію витрат на виробництво від зміни собівартості одиниці продукції;
- 3) індивідуальні та зведений індекси фізичного обсягу продукції (показати взаємозв'язок між визначеними індексами);
- 4) приріст або зменшення коштів на виробництво в абсолютних сумах і відсотках від зміни собівартості одиниці продукції, від зміни фізичного обсягу продукції, щодо окремих видів продукції і в цілому.

Зробити висновки.

9.2. Доходи оператора поштового зв'язку та індивідуальні індекси тарифів характеризуються даними:

Таблиця 9.8 – Доходи та індивідуальні індекси тарифів

Види послуг	Доходи від надання послуг, тис. грн.		Індекси тарифів
	базовий рік	звітний рік	
Грошові перекази	72,3	70,1	1,09
Посилки	32,2	35,2	0,90
Письмова кореспонденція	87,5	90,0	1,00

Визначити:

- 1) зведений індекс доходу;
- 2) зведений індекс тарифів;
- 3) зведений індекс фізичного обсягу послуг.

Зробити висновки.

9.3. Є такі дані про доходи і зміну обсягу наданих послуг оператором зв'язку:

Таблиця 9.9 – Доходи та обсяг послуг

Види послуг	Доходи, тис. грн.		Зміна обсягу наданих послуг, %
	базовий рік	звітний рік	
А	340	359	- 6
Б	320	375	+ 7
В	170	160	без змін

Визначити:

- 1) індивідуальні та зведений індекси фізичного обсягу послуг;
- 2) зведений індекс доходу у фактичних тарифах;
- 3) зведений індекс тарифів.

Зробити висновки

9.4. За даними табл. 9.10 розрахувати:

- 1) абсолютні зміни обсягів послуг за кожним підрозділом;
- 2) абсолютні зміни витрат за кожним підрозділом;
- 3) індекси обсягів послуг та витрат за кожним підрозділом;
- 4) собівартість послуг у грошовому вираженні;
- 5) індекси собівартості послуг у цілому за групою структурних підрозділів:
 - а) перемінного складу;
 - б) постійного складу;
 - в) впливу структурних зрушень.

Охарактеризувати динаміку собівартості послуг, показати взаємозв'язок обчислених індексів. Зробити відповідні висновки.

Таблиця 9.10 – Динаміка обсягу наданих послуг і витрат, тис. грн.

Номер структурного підрозділу	Обсяг послуг		Витрати	
	базовий рік	звітний рік	базовий рік	звітний рік
1	7075	7211	4045	3987
2	2395	2527	1800	1725
3	953	997	564	591
4	782	875	397	412
5	2250	2320	1720	1650
6	900	1020	568	620

9.5. У базовому році обсяг виробництва продукції становив 610 тис. грн., а у звітному збільшився на 3%. Середньооблікова чисельність штатних працівників за цей рік зменшилась на 2%.

Визначити:

1) на скільки відсотків змінилася продуктивність праці;

2) на скільки тис. грн. і на скільки відсотків змінився обсяг і виробництво продукції на підприємстві під впливом:

а) продуктивності праці;

б) середньооблікової чисельності працівників.

Зробити висновки.

9.6. У звітному році порівняно з базовим доход оператора зв'язку зріс на 13 %, а обсяг наданих послуг – у 1,09 разів. Визначити як змінились у цілому тарифи на послуги. Зробити висновки.

Розділ 10

РЯДИ ДИНАМІКИ

План

- 10.1. Поняття про ряди динаміки, їх види та правила побудови.
- 10.2. Основні характеристики рядів динаміки.
- 10.3. Середні показники динаміки.
- 10.4. Виявлення тенденцій розвитку явищ.
- 10.5. Вимірювання сезонних коливань.

10.1. Поняття про ряди динаміки, їх види та правила побудови

У статистичній практиці доводиться мати справу зі значною кількістю даних, що характеризують розвиток явищ у часі. Для кращого розуміння й аналізу досліджуваних статистичних даних їх потрібно систематизувати, побудувавши хронологічні ряди, які називаються *рядами динаміки*. Отже, *рядами динаміки* в статистиці називаються розміщені в часі значення явища, тобто послідовність чисел, які характеризують зміни розмірів суспільних явищ і процесів у часі.

Кожний ряд динаміки складається з двох елементів:

- 1) періодів або моментів часу, до яких відносяться рівні ряду (t);
- 2) статистичних показників, які характеризують рівні ряду (y).

У залежності *від характеру рівнів* ряду розрізняють два види рядів динаміки: моментні та інтервальні (періодичні).

Моментним називається ряд динаміки, величини якого характеризують стан явищ на певний момент часу. Рівні моментного ряду сумувати не має сенсу.

Інтервальним називається такий ряд динаміки, величини якого характеризують розміри суспільних явищ за певні періоди часу (день, місяць, квартал тощо). Сума рівнів інтервального ряду динаміки характеризує рівень даних явища за більш тривалий проміжок часу.

Ряди динаміки бувають одномірні і багатомірні.

Одномірні ряди динаміки характеризують зміну одного показника (обсяг послуг).

Багатомірні ряди динаміки характеризують зміну двох, трьох і більше показників.

У свою чергу, багатомірні динамічні ряди поділяються на паралельні і ряди взаємопов'язаних показників.

Паралельні ряди динаміки відображають зміну одного і того ж самого показника щодо різних об'єктів (чисельність населення по країнах), або різних показників щодо одного і того самого об'єкта (обсяг поштової кореспонденції, посилок і періодичних видань у відділенні зв'язку).

Ряди взаємопов'язаних показників характеризують залежність одного явища від іншого (залежність заробітної плати робітників від їхнього тарифного розряду).

За повнотою часу динамічні ряди поділяються на повні і неповні.

У *повних* динамічних рядах дати або періоди йдуть один за одним з рівними інтервалами.

У *неповних* динамічних рядах у послідовності часу спостерігаються нерівні інтервали.

За способом вираження рівнів динамічного ряду вони поділяються на ряди *абсолютних, середніх і відносних* величин.

При формуванні динамічних рядів для наукового дослідження розвитку суспільних явищ у часі потрібно дотримуватись правил їхньої побудови. Важливим правилом побудови динамічних рядів є вимога порівняння всіх рівнів ряду між собою. Показники ряду динаміки повинні бути порівняні за територією, колом охоплених об'єктів, способами розрахунків, періодами часу, одиницями виміру.

Важливою вимогою будь-яких динамічних порівнянь є вимога **порівнянності території**, до якої відносяться рівні динамічного ряду. Межі територіальних одиниць держав, областей, районів протягом досліджуваного періоду змінюються внаслідок приєднання до них нових територій, або відокремлення певних частин їх територій. В кожному окремому випадку питання порівнянності вирішується в залежності від мети дослідження. Для приведення даних динамічного ряду до порівняного виду проводиться перерахунок попередніх даних з урахуванням нових меж (кордонів).

Статистичні дані, які необхідні для побудови ряду динаміки повинні бути порівняні за *колом охоплених об'єктів*. Непорівнянність може виникнути внаслідок переходу деяких об'єктів із одного підпорядкування в інше.

Порівнянність за колом охоплених об'єктів забезпечується *зімкненням динамічних рядів* шляхом заміни абсолютних рівнів відносними.

У моментних рядах динаміки виникає непорівнянність *за критичним моментом реєстрації* рівнів явищ, які піддаються сезонним коливанням (обсяг послуг зв'язку зимою і влітку).

Рівні динамічного ряду повинні бути порівняні за *методикою їхнього розрахунку*. Наприклад, за попередні роки чисельність працівників оператора зв'язку була визначена на початок кожного місяця, тобто на певну дату, а в наступні роки – як середньомісячна чисельність.

Статистичні дані динамічного ряду можуть бути непорівнянні за *різними періодами або тривалістю часу*. Наприклад, обсяг виробництва за різні роки потрібно порівнювати тільки таким чином: січень з січнем, квітень з квітнем і т.д. Інтервали часу, за які наведені дані динамічного ряду, повинні бути рівні (місяць, квартал, півріччя і т.д.).

Непорівнянність *через різні одиниці виміру* виникає внаслідок того, що низка явищ обліковується паралельно в двох одиницях виміру. Порівнянність за одиницями виміру вимагає, щоб рівні динамічного ряду завжди були виражені в одних і тих самих одиницях виміру.

Непорівнянність рядів динаміки через одиниці виміру виникає і внаслідок непорівнянності грошової оцінки (змінюється грошова одиниця, інфляція, змінюється курс валюти та ін.). Для приведення до порівняльного виду таких

рядів динаміки всі попередні рівні досліджуваних ознак перераховуються за діючою грошовою оцінкою.

Непорівнянність статистичних показників динаміки може бути зумовлена також *різною структурою сукупності* за низку років. Для приведення даних таких рядів до порівнянного виду використовують так звану стандартизацію структури (стандартизовані коефіцієнти народжуваності, смертності, природного приросту і т.д.).

10.2. Основні характеристики рядів динаміки

Завдання статистики полягає в тому, щоб шляхом аналізу рядів динаміки розкрити й охарактеризувати закономірності, що проявляються на різних етапах розвитку того чи іншого явища, виявити тенденції розвитку та їх особливості.

У процесі аналізу динаміки розраховують і використовують наступні аналітичні показники динаміки: абсолютний приріст, коефіцієнт зростання, темп зростання, темп приросту й абсолютне значення одного відсотка приросту.

Розрахунок цих показників ґрунтується на абсолютному або відносному порівнянні між собою рівнів ряду динаміки. При цьому порівнюваний рівень називається *поточним*, а рівень, з яким проводять порівняння – *базисним*. За базу порівняння часто приймають або попередній рівень, або початковий (перший) рівень ряду динаміки.

Якщо кожний рівень порівнюється з попереднім, то отримують *ланцюгові показники динаміки*, а якщо кожний рівень порівнюють з одним і тим самим рівнем, взятим за базу порівняння, то такі показники називаються *базисними*.

Абсолютний приріст (Δ_y) обчислюється як різниця між поточним та базисним рівнями і показує, на скільки одиниць підвищився або зменшився рівень порівняно з базисним за певний період часу

$$\Delta_y^6 = y_i - y_0 \quad \text{або} \quad \Delta_y^n = y_i - y_{i-1},$$

де Δ_y – абсолютний приріст;

y_i – поточний рівень ряду динаміки;

y_0 – початковий (перший) рівень ряду динаміки;

y_{i-1} – попередній рівень ряду динаміки.

Абсолютний приріст зі змінною базою інакше називають швидкістю зростання.

Коефіцієнт зростання (K_3) вираховується як відношення порівнюваного рівня до базисного і показує, у скільки разів порівнюваний рівень більший або менший за базисний

$$K_3^6 = \frac{y_i}{y_0} \quad \text{або} \quad K_3^n = \frac{y_i}{y_{i-1}}.$$

Між ланцюговими і базисними коефіцієнтами зростання існує певний взаємозв'язок. Добуток кількох послідовних ланцюгових темпів зростання дорівнює базисному темпу зростання за відповідний період і, навпаки,

поділивши наступний базисний темп зростання на попередній, отримаємо відповідний ланцюговий темп зростання.

Темп зростання (T_3) – це відсоткове вираження коефіцієнта зростання

$$T_3^6 = \frac{y_i}{y_0} \times 100 = K_3^6 \times 100 \quad \text{або} \quad T_3^n = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100 = K_3^n \times 100.$$

Темп приросту (T_n) визначається як відношення абсолютного приросту до абсолютного попереднього або початкового рівня і показує на скільки відсотків порівнюваний рівень більший або менший рівня, прийнятого за базу порівняння.

$$T_n^6 = \frac{\Delta_y^6}{y_0} \times 100 \quad \text{або} \quad T_n^n = \frac{\Delta_y^n}{y_{i-1}} \times 100;$$

$$T_n^6 = T_3^6 - 100 \quad \text{або} \quad T_n^n = T_3^n - 100.$$

Абсолютне значення одного відсотка приросту (A) визначається шляхом ділення абсолютного приросту на темп приросту за один і той самий період. Абсолютне значення одного відсотка приросту можна вирахувати технічно більш легким шляхом, діленням початкового рівня на 100.

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_3^n} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01y_{i-1}.$$

Подамо приклад розрахунку усіх вищенаведених показників в табл. 10.1.

Таблиця 10.1 – Розрахунок показників динаміки обсягу продукції за 2005-2010 рр.

Роки	Обсяг продукції, тис. грн. (y)	Абсолютний приріст, тис. грн.		Темп зростання, %		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1% приросту, тис.грн. (A)
		базисний	ланцюговий	базисний	ланцюговий	базисний	ланцюговий	
2005	20	–	–	–	–	–	–	–
2006	23	3	3	1,150	1,150	0,150	0,150	0,20
2007	27	7	4	1,350	1,174	0,350	0,174	0,23
2008	28	8	1	1,400	1,037	0,400	0,037	0,27
2009	30	10	2	1,500	1,074	0,500	0,074	0,28
2010	33	13	3	1,650	1,100	0,650	0,100	0,30

Ряди динаміки, як правило, подаються не тільки в таблицях, але й показуються на графіках. За графічного зображення динамічного ряду на осі абсцис відкладається шкала часу, а на осі ординат – шкала рівнів ряду (рис. 10.1).

Якщо абсолютна або відносна швидкість динаміки у межах періоду, що вивчається, неоднакова, порівняння однойменних характеристик за різні інтервали часу вимірюється *прискоренням* (*уповільненням*) *динаміки*. Різниця абсолютних ланцюгових приростів $\Delta' = \Delta_i^n - \Delta_{i-1}^n$ характеризує *абсолютне прискорення* (+) чи *уповільнення* (–) динаміки. Для додатних абсолютних приростів можна визначити *відносне прискорення* ($\Delta_i^n / \Delta_{i-1}^n$). Якщо інтервали часу неоднакові, використовують середні абсолютні прирости відповідних інтервалів (див. п. 10.3).

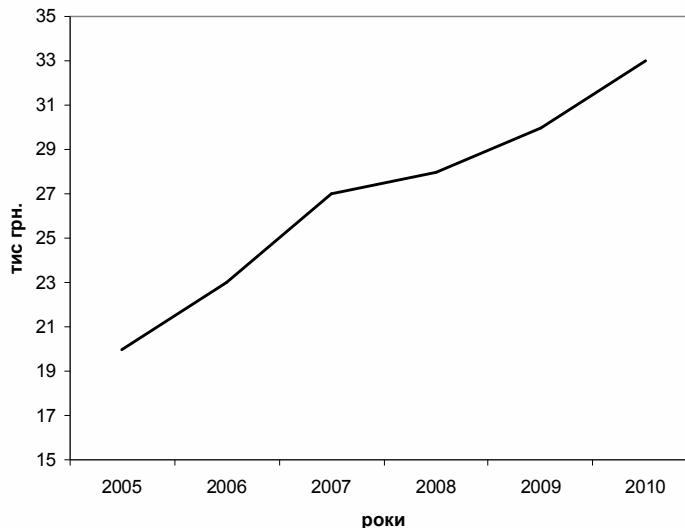


Рисунок 10.1 – Динаміка обсягу продукції за 2005–2010 рр.

На основі темпів зростання або темпів приросту (базисних або середніх) проводять порівняльний аналіз інтенсивності динаміки паралельних рядів, наприклад доходи міського телефонного та мобільного зв'язку.

Таке співвідношення називають *коефіцієнтом випередження*

$$K_b = \frac{T'_3}{T''_3} \quad \text{або} \quad K_b = \frac{T'_n}{T''_n},$$

де T'_3, T''_3 і T'_n, T''_n - відповідно темпи зростання і темпи приросту порівнювальних рядів динаміки.

За допомогою цих коефіцієнтів можна порівнювати динамічні ряди однакового змісту, але вони відносяться до різних територій (країни, регіони, райони і т.п.) або до різних організацій, або ряди різного змісту, що характеризують один і той же об'єкт.

10.3. Середні показники динаміки

Динамічні ряди складаються з багатьох варіаційних рівнів, а тому, як будь-яка статистична сукупність, вони потребують деяких узагальнюючих характеристик.

Для узагальнюючої характеристики динаміки досліджуваного явища за ряд періодів визначають різного роду середні показники. Розглянемо дві категорії цих показників:

- 1) середні рівні ряду;
- 2) середні показники зміни рівнів ряду.

Для цього вираховують середні показники: середні рівні ряду, середні абсолютні прирости, середні темпи зростання і приросту.

Метод розрахунку *середнього рівня ряду* динаміки залежить від виду ряду динаміки.

В інтервальному ряду з рівними інтервалами середній рівень ряду динаміки вираховується за формулою *середньої арифметичної простої*:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

де y – середній рівень ряду динаміки;

$\sum y$ – сума рівнів ряду динаміки;

n – число рівнів ряду динаміки.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{20+23+27+28+30+33}{6} = 26,8 \text{ тис. грн.}$$

Якщо окремі періоди інтервального ряду динаміки мають різну довжину, то для визначення середнього рівня використовують *середню арифметичну зважену*:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

де y – рівні ряду динаміки;

t – проміжки часу.

Приклад. Визначити середньоспискову чисельність працівників підприємства за даними табл. 10.2.

Таблиця 10.2 – Чисельність працівників підприємства в січні 2010 р., чол.

на 01.01	на 06.01	на 15.01	на 21.01	на 29.01	на 1.02
1210	1243	1236	1248	1238	1238

Середньоспискова чисельність працівників підприємства в січні місяці становитиме:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{1210 \cdot 5 + 1243 \cdot 9 + 1236 \cdot 6 + 1248 \cdot 8 + 1238 \cdot 3}{31} = \frac{38351}{31} = 1237 \text{ чол.}$$

Для визначення середнього рівня в моментному динамічному ряду з рівними інтервалами між сусідніми датами застосовують формулу *середньої хронологічної*

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n-1}.$$

Приклад. Визначити середній місячний залишок матеріалів на складі підприємства протягом першого кварталу поточного року, якщо відомо, що залишок матеріалів на складі на 01 січня склав 242 грн., 1 лютого – 251 грн., 1 березня – 213 грн., 1 квітня – 186 грн.

Середні залишки на складі будуть дорівнювати:

$$\bar{y} = \frac{\frac{242}{2} + 251 + 213 + \frac{186}{2}}{4-1} = 226 \text{ грн.}$$

При визначенні середніх рівнів ряду динаміки потрібно мати на увазі, що середня буде достатньо надійною його характеристикою, якщо вона характеризує період з більш менш стабільними умовами розвитку. Якщо ж за досліджуваний період можна виділити етапи, в перебігу яких умови розвитку суттєво змінювалися, то користуватися загальною середньою не завжди доцільно, а перевагу потрібно віддати середнім, розрахованими за окремими етапами.

Середній абсолютний приріст (середня швидкість зростання) визначається як середня арифметична проста з ланцюгових абсолютних приростів за певні періоди і показує на скільки одиниць у середньому змінився рівень порівняно з попереднім

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_y^i}{n-1},$$

де $\bar{\Delta}_y$ – середній абсолютний приріст;

n – кількість рівнів у ряді динаміки.

Середній абсолютний приріст визначається і за іншою формулою:

$$\bar{\Delta}_y = \frac{y_n - y_0}{n-1}.$$

З попереднього нашого прикладу середньорічний абсолютний приріст обсягу продукції складе:

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_y^i}{n-1} = \frac{3+4+1+2+3}{5} = \frac{13}{5} = 2,6 \text{ тис. грн.}$$

або

$$\bar{\Delta}_y = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{33-20}{6-1} = \frac{13}{5} = 2,6 \text{ тис. грн.}$$

Середній коефіцієнт зростання вираховується за формулою середньої геометричної

$$\bar{K}_3 = \sqrt[n-1]{K_{31}^i \cdot K_{32}^i \cdot \dots \cdot K_{3n-1}^i},$$

де \bar{K}_3 – середній темп зростання;

$K_{31}^i \cdot K_{32}^i \cdot \dots \cdot K_{3n-1}^i$ – ланцюгові коефіцієнти зростання;

n – кількість рівнів у ряді динаміки.

Для обчислення середнього темпу зростання використовують також іншу формулу:

$$\bar{K}_3 = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

де y_n – кінцевий рівень ряду;
 y_0 – початковий рівень ряду;
 n – кількість рівнів динамічного ряду.

$$\bar{K}_3 = \sqrt[5]{1,150 \cdot 1,174 \cdot 1,037 \cdot 1,071 \cdot 1,100} = \sqrt[5]{1,650} = 1,105$$

або

$$\bar{K}_3 = \sqrt[6]{\frac{33}{30}} = \sqrt[5]{1,650} = 1,105.$$

Середній темп зростання представляє собою середній коефіцієнт зростання, що виражений у відсотках:

$$\begin{aligned} \bar{T}_3 &= \bar{K}_3 \times 100, \\ \bar{T}_3 &= 1,105 \times 100 = 110,5\%. \end{aligned}$$

Середній темп приросту визначається як різниця між середнім темпом зростання і 100:

$$\begin{aligned} \bar{T}_\pi &= \bar{T}_3 - 100, \\ \bar{T}_\pi &= 110,5 - 100 = 10,5\%. \end{aligned}$$

Подальший аналіз рядів динаміки соціально-економічних показників пов'язаний з більш складними узагальненнями, з визначенням основної тенденції, вивченням сезонних коливань рівнів і дослідженням зв'язку між рядами.

10.4. Виявлення тенденцій розвитку явищ

Виявлення основної тенденції (тренда) ряду, є одним із головних методів аналізу й узагальнення динамічних рядів. Зображена на графіку лінія тренда динамічного ряду покаже плавну зміну досліджуваного явища в часі, яке звільнене від короточасних відхилень, викликаних різними причинами. В статистичній практиці виявлення основної тенденції розвитку явищ у часі проводиться методами укрупнення інтервалів, ковзної середньої та аналітичним вирівнюванням.

Одним із найпростіших способів оброблення ряду з метою виявлення закономірності зміни його рівнів є *укрупнення інтервалів* (періодів) часу. Сутність цього методу полягає в тому, що дані динамічного ряду об'єднуються в групи за періодами і розраховується середній показник на період – триріччя, п'ятиріччя і т.д.

Укрупнення інтервалів проілюструємо за даними наступного прикладу (табл. 10.3).

Унаслідок проведених укрупнених інтервалів, отримали нові ряди динаміки, сумарного і середньорічного випуску продукції за три роки, які показують тенденцію його зростання.

Важливим способом виявлення загальної тенденції ряду динаміки є

згладжування за допомогою *ковзної середньої*. Тут також вдаються до укрупнення періодів, але воно проводиться шляхом послідовних зміщень на одну дату при збереженні постійного інтервалу періоду.

Таблиця 10.3 – Метод укрупнення інтервалів

Роки	Випуск продукції, тис. грн.	Сумарний випуск продукції, тис. грн. (за триріччя)	Середній випуск продукції, тис. грн. (за триріччя)
1996	15,6		
1997	16,0	50,5	16,8
1998	18,9		
1999	15,7		
2000	20,0	55,3	18,4
2001	19,6		
2002	19,8		
2003	21,5	61,3	20,4
2004	20,0		
2005	27,3		
2006	24,4	79,9	26,6
2007	28,2		
2008	27,9		
2009	33,1	93,7	31,2
2010	32,7		

Порядок розрахунку ковзної середньої покажемо за даними попереднього прикладу (табл. 10.4).

Таблиця 10.4 – Розрахунок трирічної ковзної середньої

Роки	Випуск продукції, тис. грн.	Сумарний випуск продукції, тис. грн. (за триріччя)	Середній випуск продукції, тис. грн. (за триріччя)
1996	15,6	-	-
1997	16,0	50,5	16,8
1998	18,9		
1999	15,7	54,6	18,2
2000	20,0		
2001	19,6	59,4	19,8
2002	19,8	60,9	20,3
2003	21,5	61,3	20,4
2004	20,0	68,8	22,9
2005	27,3	71,7	23,9
2006	24,4	79,9	26,6
2007	28,2	80,5	26,8
2008	27,9	89,2	29,7
2009	33,1	93,7	31,2
2010	32,7	-	-

Як впливає із таблиці, вирівняний ряд, який складається з ковзних середніх показує більш плавне підвищення випуску продукції.

Найбільш ефективним способом виявлення основної тенденції є *аналітичне вирівнювання*.

На практиці найбільш поширеними формулами, які виражають тенденцію розвитку (тренд) явищ, є: пряма, гіпербола, парабола другого порядку, показникова функція, ряди Фур'є, логістична функція, експонента та ін.

Вирівнювання за прямою використовується в тих випадках, коли абсолютні прирости більш-менш постійні, тобто коли рівні динамічного ряду змінюються в арифметичній прогресії, або близькі до неї.

Рівняння прямої має вигляд:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t,$$

де \hat{y}_t – вирівняні значення динамічного ряду;

a_0, a_1 – параметри шуканої прямої (початковий рівень і щорічний приріст);

t – умовне позначення часу.

Для знаходження параметрів a_0 і a_1 потрібно розв'язати за методом найменших квадратів систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases},$$

де y – фактичні рівні динамічного ряду;

n – число рівнів ряду динаміки.

При відліку часу від середини ряду, коли $\sum t = 0$, тоді система рівнянь для знаходження параметрів a_0 і a_1 матиме вигляд:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 \\ \sum yt = a_0 \sum t^2 \end{cases},$$

звідки:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Методику вирівнювання випуску продукції за рівнянням прямої покажемо на прикладі (табл. 10.5).

Таблиця 10.5 – Розрахункова таблиця для вирівнювання ряду динаміки за прямою

Роки	Випуск продукції, тис.грн. (y)	Умовне позначення часу, (t)	t^2	yt	Вирівняний випуск продукції, тис. грн.. ($\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$)
1	2	3	4	5	6
1996	15,6	-7	49	-109,2	14,1
1997	16,0	-6	36	-96,0	15,3
1998	18,9	-5	25	-94,5	16,5
1999	15,7	-4	16	-62,8	17,8
2000	20,0	-3	9	-60,0	19,0
2001	19,6	-2	4	-39,2	20,2

Таблиця 10.5 (закінчення)

1	2	3	4	5	6
2002	19,8	-1	1	-19,8	21,5
2003	21,5	0	0	0	22,7
2004	20,0	1	1	20,0	23,9
2005	27,3	2	4	54,6	25,2
2006	24,4	3	9	73,2	26,4
2007	28,2	4	16	112,8	27,7
2008	27,9	5	25	139,5	28,9
2009	33,1	6	36	198,6	30,1
2010	32,7	7	49	228,9	31,4
n=15	340,7	0	280	346,1	340,7

Використовуючи розрахункові підсумки, отримуємо:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{340,7}{15} = 22,713; \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{346,1}{280,0} = 1,236.$$

Звідси рівняння прямої буде мати наступний вигляд: $\hat{y}_t = 22,713 + 1,236t$. Коефіцієнт регресії ($a_1 = 1,236$) характеризує середній приріст випуску продукції за рік. Величина 22,713 буде показувати теоретичний випуск продукції 2003 р., для якого ми взяли 0 – номер року. Підставляючи у рівняння $\hat{y}_t = 22,713 + 1,236t$ послідовно значення t (-7, -6, -5 і т.д.), отримаємо вирівняний (теоретичний) ряд динаміки випуску продукції.

Результати проведеного аналітичного вирівнювання ряду динаміки випуску продукції за 1996-2010 рр. і фактичні дані покажемо на графіку (рис. 10.2).

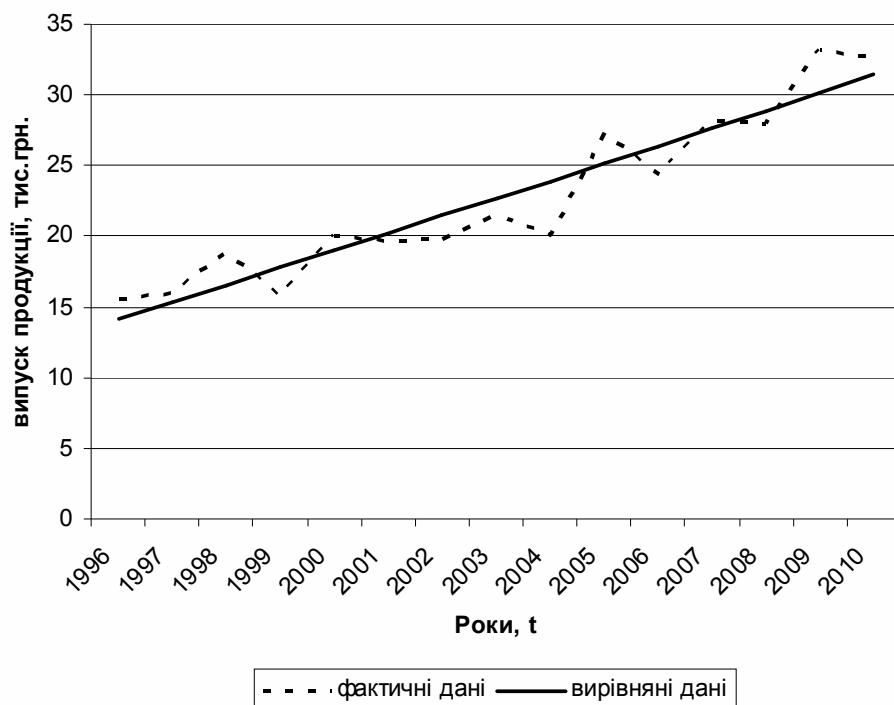


Рисунок 10.2 – Випуск продукції за 1996–2010 рр.

Вирівнювання за гіперболою проводиться тоді, коли з плином часу ряд динаміки зростає або спадає до певної межі.

Рівняння гіперболи визначається за формулою:

$$\hat{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}.$$

Для знаходження параметрів a_0 і a_1 у даному рівнянні методом найменших квадратів застосовують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum \frac{1}{t}, \\ \sum \frac{y}{t} = a_0 \sum \frac{1}{t} + a_1 \sum \frac{1}{t^2}. \end{cases}$$

Якщо домогтися, щоб $\sum t = 0$, тоді параметри a_0 і a_1 знаходять за новою системою рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0, \\ \sum \frac{y}{t} = a_1 \sum \frac{1}{t^2}. \end{cases}$$

Перетворивши цю систему рівнянь у логарифмічну, будемо мати:

$$\begin{cases} \sum \lg y = n \lg a_0, \\ \sum t \lg y = \lg a_1 \sum t^2. \end{cases}$$

Звідси:

$$\lg a_0 = \frac{\sum \lg y}{n}, \quad \lg a_1 = \frac{\sum t \lg y}{\sum t^2}.$$

При вирівнюванні за параболою другого порядку $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ параметри a_0 , a_1 і a_2 визначаються методом найменших квадратів, для чого складають і розв'язують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2, \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3, \\ \sum yt^2 = a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4. \end{cases}$$

Якщо домогтися, щоб $\sum t = 0$, тоді і $\sum t^3 = 0$, а отже, система рівнянь спроститься:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_2 \sum t^2, \\ \sum yt = a_1 \sum t^2, \\ \sum yt^2 = a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4. \end{cases}$$

Із цієї системи $a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$, а параметри a_0 і a_2 визначаються розв'язанням системи двох рівнянь з двома невідомими.

Параметри рівняння параболи другого порядку потрібно інтерпретувати наступним чином: a_0 – це величина, яка виражає середні умови утворення рівнів ряду; a_1 – швидкість розвитку даних динамічного ряду; a_2 – характеризує прискорення цього розвитку.

Вирівнювання за *показниковою функцією* проводиться в тих випадках, коли динамічний ряд розвивається в геометричній прогресії, тобто тоді, коли ланцюгові темпи зростання більш-менш постійні.

Показникова функція описується рівнянням:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1^t.$$

Для визначення параметрів a_0 і a_1 цього рівняння методом найменших квадратів попередньо логарифмують рівні, тоді логарифми показникової функції описують лінійною функцією: $\lg \hat{y}_t = \lg a_0 + t \lg a_1$. Система нормальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} \sum \lg y = n \lg a_0 + \lg a_1 \sum t, \\ \sum (\lg y)t = \lg a_0 \sum t + \lg a_1 \sum t^2, \end{cases}$$

коли домогтися, що $\sum t = 0$, тоді $\begin{cases} \sum \lg y = n \lg a_0, \\ \sum (\lg y)t = \lg a_1 \sum t^2, \end{cases}$

звідки $\lg a_0 = \frac{\sum \lg y}{n}$; $\lg a_1 = \frac{\sum (\lg y)t}{\sum t^2}$.

Коефіцієнт a_1 , у показниковій функції характеризує середній темп зростання досліджуваної ознаки.

Вирівнювання радів динаміки використовують також для знаходження відсутніх членів ряду за допомогою інтерполяції і екстраполяції.

Інтерполяцією називається в статистиці знаходження відсутнього показника всередині ряду. Наприклад, на початок 2010 року в оператора мобільного зв'язку нараховувалось 10 тис. абонентів. Потрібно визначити ймовірну чисельність абонентів на 01.04.2010 р.

Визначимо річний абсолютний приріст абонентів:

$$\Delta_y = y_i - y_1 = 12,4 - 10,0 = 2,4 \text{ тис. абонентів.}$$

Знаходимо середньомісячний абсолютний приріст:

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum \Delta_y}{n} = \frac{2,4}{12} = 0,2 \text{ тис. абонентів.}$$

Якщо припустити, що кожного місяця абсолютний приріст абонентів був приблизно однаковий, тоді на 01.04.2010 р. в оператора нараховувалось 10,6 тис. абонентів:

$$\hat{y}_{(01.04.2010 \text{ р.})} = y_1 + \bar{\Delta}_y \cdot t = 10 + 0,2 \cdot 3 = 10,6 \text{ тис. абонентів.}$$

Екстраполяцією в статистиці називається знаходження невідомих рівнів в кінці або на початку динамічного ряду. Звернемось до прикладу. Нехай в місті на 01.01.2010 р. проживало 200 тис. чол. Середньорічний темп приросту за попередні п'ять років склав 2 %. Потрібно визначити ймовірну чисельність населення міста на 01.01.2015 р.

Для знаходження перспективної чисельності населення станом на 01.01.2015 р. використовуємо формули:

$$\hat{y}_{tt} = y_1 \bar{T}^t, \text{ або } \hat{y}_t = y_1 + \bar{\Delta}_y \cdot t;$$

$$\hat{y}_{(01.01.2015 \text{ р.})} = 200 \cdot 1,02^5 = 220 \text{ тис. чол., або}$$

$$\hat{y}_{(01.01.2015 \text{ р.})} = 200 + 4 \cdot 5 = 220 \text{ тис. чол.}$$

Як інтерполяція, так і екстраполяція ґрунтуються на припущенні, що наявні величини цілком достатньо визначають темп розвитку досліджуваного явища і, отже, його можна розповсюджувати на відсутні рівні динамічного ряду.

10.5. Вимірювання сезонних коливань

Сезонними коливаннями називаються більш-менш стійкі внутрішньорічні коливання в рядах динаміки, обумовлені специфічними умовами виробництва або споживання певного виду продукції.

Для дослідження внутрішньорічних коливань можна використати цілу низку методів (простої середньої, Персона, ковзної середньої, аналітичного вирівнювання, рядів Фур'є), які забезпечують їх оцінку з різною точністю, надійністю і трудоемкістю.

Сезонні коливання характеризуються спеціальним показником, який називається індексом сезонності (I_s). У сукупності ці індекси утворюють сезонну хвилю.

Індекс сезонності – це відсоткове відношення однойменних місячних (квартальних) фактичних рівнів динамічних рядів до їх середньорічних або вирівняних рівнів.

Індекс сезонності (сезонну хвилю) реалізації послуг зв'язку за 2006-2009 рр. розраховуємо методом простих середніх (табл. 10.6).

Індекс сезонності за методом простої середньої визначається за формулою:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100,$$

де I_s – індекс сезонності;

\bar{y}_i – середні місячні або квартальні рівні;

\bar{y} – загальна середня (місячна або квартальна).

Таблиця 10.6 – Розрахунок сезонної хвилі доходів від надання послуг міського телефонного зв'язку за 2006-2009 рр., (млн. грн.) [3]

Квартал	Роки				Разом	В середньому, (\bar{y}_i)	Сезонна хвиля, % $I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100$
	2006	2007	2008	2009			
I	669,4	907,2	934,1	942,8	3453,5	863,4	97,65
II	661,4	881,9	885,1	946	3374,4	843,6	95,41
III	756	878,1	878,2	980,8	3493,1	873,3	98,77
IV	866,4	940	995,8	1023,9	3826,1	956,5	108,18
Разом:	2953,2	3607,2	3693,2	3893,5	14147,1	884,2	400,00

Наочну уяву про зміну доходів від надання послуг міського телефонного зв'язку в окремі періоди року дають графіки (рис. 10.3).

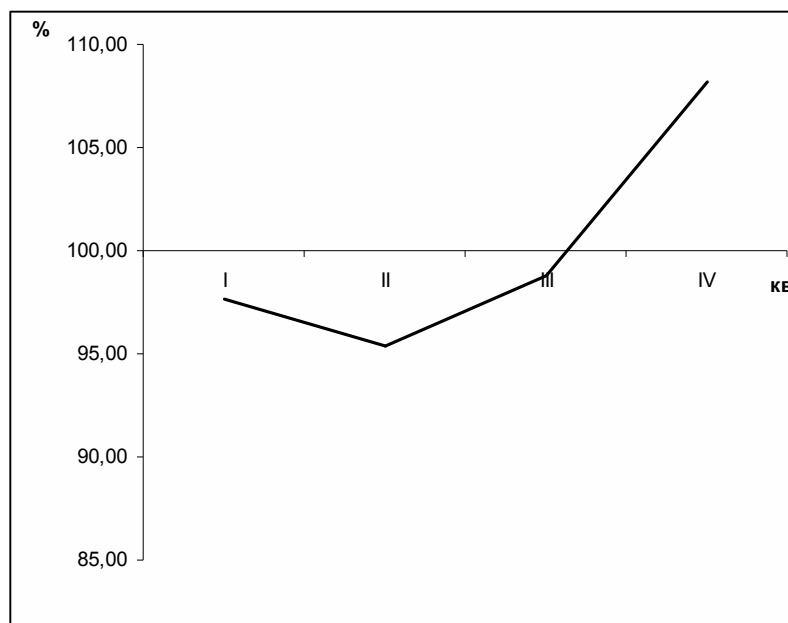


Рисунок 10.3 – Сезонна хвиля доходів від надання послуг міського телефонного зв'язку за 2006–2009 рр.

Виходячи із таблиці і графіка, доход від надання послуг міського телефонного зв'язку суттєво падає в другому кварталі і різко зростає в четвертому кварталі.

Більшість динамічних рядів досліджуваних явищ мають тенденцію зростання, тому для більш точного визначення сезонної хвилі в таких рядах необхідна нейтралізація еволюції тренда. З цією метою використовують *метод ланцюгових індексів* (метод Персонса).

Для вивчення сезонності часто доводиться вираховувати *ковзну середню з парним числом членів ряду*, тому що характер динамічного ряду визначає тривалість періоду ковзної середньої, який повинен збігатися з періодом коливання, або бути кратним йому.

Згладжування за парним числом членів ряду незручне тим, що середня повинна бути віднесена тільки до середини між двома датами, тобто проходить зсув періоду, до якого відноситься рівень. Усунення зсуву періоду проводять способами перетворення рівнів і центруванням.

Для розрахунку сезонних коливань використовують також метод аналітичного вирівнювання за рівнянням прямої.

Питання і завдання для самоконтролю

- 10.1. Поняття і складові елементи ряду динаміки.
- 10.2. Види рядів динаміки.
- 10.3. Порівнянність рівнів у рядах динаміки.
- 10.4. Абсолютні та відносні характеристики інтенсивності динаміки, способи обчислення та взаємозв'язок.
- 10.5. Оцінка прискорення (уповільнення) розвитку.
- 10.6. Порівняльний аналіз динамічних рядів.
- 10.7. Коефіцієнт випередження.
- 10.8. Середні рівні і показники рядів динаміки, способи їх обчислення.
- 10.9. Тенденції розвитку в рядах динаміки соціально-економічних явищ.
- 10.10. Методи виявлення основної тенденції розвитку .
- 10.11. Сезонні коливання, методи їх вимірювання.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

10.1. Є такі дані про доходи від надання послуг пошти та зв'язку за 2002–2009 рр., млн. грн. [3].

Таблиця 10.7 – Доходи від надання послуг зв'язку за 2002–2009 рр.

Вид зв'язку	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Всього	10689,3	13225,6	21126,3	27447,4	33491,5	39869,8	46106,1	46284,5
У тому числі:								
поштового	696,4	732,7	948,5	1340,3	1307,3	1496,5	2104,4	2637,7
стільникового	2674,2	3834,6	9458,2	14489,4	20035,0	25028,4	29605,9	28456,4

Визначити вид ряду динаміки, показники ряду динаміки (абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту, абсолютне значення 1 % приросту, середньорічні показники ряду динаміки за період, що вивчається; середній рівень показника; коефіцієнт прискорення (уповільнення); зробити прогноз на майбутнє; висновки і графік ряду динаміки, що вивчається.

10.2. Використовуючи взаємозв'язок показників динаміки, потрібно визначити недостатні показники рівня і показники, що характеризують ряди динаміки в табл. 10.8...10.9, а також розрахувати середньорічний абсолютний приріст і середньорічний темп приросту за період, що аналізується. Зробити висновки.

Таблиця 10.8 – Обсяг відправлених посилок, (млн. од.) [3]

Рік	Відправлено посилок, млн. од.	Ланцюгові показники динаміки			
		абсолютний приріст, млн. од.	темп зростання, %	темп приросту, %	абсолютне значення 1 % приросту, млн. од.
2004	7,5
2005	- 14,67	...
2006	89,06	...	0,064
2007	...	- 1,7
2008	3,2
2009	62,5

Таблиця 10.9 – Надано міжміських телефонних розмов (включаючи міжнародні), млн. [3]

Рік	Надано міжміських телефонних розмов (включаючи міжнародні), млн.	Базисні показники динаміки		
		абсолютний приріст, млн.	темп зростання, %	темп приросту, %
2005	4503,0
2006	88,17	...
2007	5138,6
2008	...	4033,4
2009	41,68

10.3. Є такі дані про чисельність користувачів послугами поштового зв'язку у жовтні місяці: 01.10 – 200 осіб; 05.10 – 180; 16.10 – 250; 17.10 – 200; 31.10 – 170 осіб.

Визначити середню чисельність користувачів за місяць. Зробити висновки.

10.4. Загальна заборгованість за короткостроковими кредитами становила, тис. грн.: на 01.01 – 650; 01.02 – 690; 01.03 – 710; 01.04 – 740; 01.05 – 700; 01.06 – 780; 01.07 – 730; 01.08 – 702.

Визначити середній залишок заборгованості за короткостроковими кредитами за I і II квартали, а також за перше півріччя. Зробити висновки.

10.5. Використовуючи дані табл. 10.10, визначити:

- 1) середнє значення моментного ряду вартості основних фондів;
- 2) базисні абсолютні зміни вартості основних фондів;
- 3) трендові рівняння наочним способом.

Таблиця 10.10 – Вихідні дані вартості основних фондів на кінець року у грошовому вираженні, (тис. грн.)

Показники	Роки							
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Вартість основних фондів	110	112	132	141	152	153	160	169

10.6. Використовуючи дані табл. 10.11, визначити:

- 1) середнє значення інтервального ряду доходів структурного підрозділу;
- 2) ланцюгові темпи зростання доходів структурного підрозділу;
- 3) середній абсолютний приріст.

Провести аналіз характеристики основної тенденції розвитку шляхом укрупнення інтервалів (за 4 квартали) та шляхом ковзної середньої (для трьох членів ряду). Зробити відповідні висновки.

Таблиця 10.11 – Вихідні дані доходів структурного підрозділу за місяцями у грошовому вираженні, (тис. грн.)

Місяці	Доходи структурного підрозділу
січень	18
лютий	19
березень	22
квітень	24
травень	26
червень	24
липень	25
серпень	28
вересень	30
жовтень	33
листопад	45
грудень	40

Розділ 11

ПОДАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

План

- 11.1. Статистичні таблиці.
- 11.2. Поняття про статистичні графіки і правила їх побудови.
- 11.3. Класифікація графіків та умови їх використання.

11.1. Статистичні таблиці

Результати статистичного зведення і групування викладаються, як правило, у формі таблиць.

У науковій діяльності і практичній роботі досить широко застосовують таблиці. Важливу роль вони відіграють в економічній роботі, а тому кожний економіст повинен уміти правильно скласти статистичну таблицю і робити правильні висновки.

Важливою вимогою, що пред'являється до статистичної таблиці, є подання досліджуваного матеріалу в наглядній для читача формі.

Основною особливістю табличного викладу матеріалу є те, що показники, які характеризуються в статистичній таблиці, можна об'єднати під одним загальним заголовком.

Проте не всяка таблиця є статистичною. На відміну від допоміжних розрахункових таблиць (логарифмів, коефіцієнтів, множення та ін.) статистичними таблицями можуть вважатися тільки ті, що містять інформацію статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

Отже, *статистична таблиця* – це форма раціонального, наочного та систематизованого викладання числових характеристик досліджуваних суспільних явищ і процесів.

У статистичній таблиці за аналогією з граматичним реченням є підмет і присудок.

Підметом таблиці є статистична сукупність, тобто ті об'єкти або їх частини, які характеризуються рядом числових показників.

Присудком статистичної таблиці називаються показники, що характеризують досліджувану сукупність та її частини.

Підмет таблиці переважно розташовується зліва і складає зміст рядків. Присудок таблиці, як правило, розміщується зверху і складає зміст колонок. Підмет і присудок інколи можуть мінятись місцями.

Кожна таблиця має ряд горизонтальних рядків і вертикальних граф (стовпчиків, колонок), які при перетинанні утворюють клітки, які заповнюються статистичними даними.

Розграфлена сітка (без слів і цифр) складає скелет таблиці. Якщо записати назви підмета і присудка, то матимемо макет таблиці. Для отримання повної таблиці потрібно заповнити всі клітинки відповідними статистичними даними.

Обов'язковою складовою частиною статистичної таблиці є загальний і внутрішні заголовки. Загальний заголовок розташовується над таблицею, в якому коротко зазначається, про що йде мова в таблиці, до якого місця і часу вона відноситься і в яких одиницях наведені дані.

Внутрішні заголовки розміщуються всередині таблиці (збоку і зверху).

Пристаючи до складання статистичної таблиці, потрібно, перш за все, розробити її макет.

МАКЕТ СТАТИСТИЧНОЇ ТАБЛИЦІ Назва таблиці (загальний заголовок)

Присудок	Назва граф (верхні заголовки)										
Підмет											
А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	← Нумерація граф	
Назва рядків (бокові заголовки)										}	Рядки таблиці
Підсумок										← Підсумковий рядок	
} Графи таблиці											

Рисунок 11.1 – Макет статистичної таблиці

До деяких таблиць подаються примітки, де роз'яснюється зміст окремих заголовків або показників.

У залежності від побудови підмета розрізняють три види статистичних таблиць: прості, групові, комбінаційні.

У простих таблицях у підметі перераховуються лише одиниці сукупності, в групах – цифрові дані об'єднуються в групи, а в комбінаційних – групи ще розбиваються на підгрупи.

Простими називаються статистичні таблиці в підметі яких немає груп. Їх ще називають *інформаційними*.

Вся різноманітність простих статистичних таблиць може бути зведена до перелікових, територіальних і хронологічних, або до деяких їх поєднань.

Простими *переліковими* таблицями називаються такі, в підметі яких наводиться перелік одиниць або показників, що вивчаються.

Простими *територіальними* називаються таблиці, в підметі яких дається перелік територій (країн, областей, районів), кожна з яких характеризується відповідними показниками.

Простими *хронологічними* називаються таблиці, в підметі яких наводяться певні відрізки часу, а в присудку – один або декілька статистичних показників.

Груповими називаються такі статистичні таблиці, підмет яких утворений в результаті групування одиниць досліджуваного об'єкта за тією або іншою ознакою.

Комбінаційними називаються статистичні таблиці, у підметі яких групи утворені за однією ознакою, діляться на підгрупи за іншими ознаками.

Крім розглянутих вище таблиць, статистика використовує також типові і балансові таблиці.

Типовими називаються статистичні таблиці, підмет яких утворений в результаті типологічного групування.

Балансовими називаються таблиці, які характеризують зв'язок між надходженням і витрачанням ресурсів.

При складанні статистичних таблиць потрібно дотримуватись таких правил:

1. Таблиця повинна включати тільки ті відмінності, які необхідні для розуміння і вивчення даного явища.

2. Заголовки повинні бути сформульовані точно, коротко і зрозуміло.

3. Рядки в підметі і графи в присудку, як правило, повинні нумеруватися.

4. Суворо дотримуватись таких умовних позначень: якщо явище відсутнє, ставиться тире (–); якщо відсутні відомості про його розмір, ставиться три крапки (...) або пишеться «нема відомостей».

5. Абсолютні дані в межах однієї графи повинні бути округлені з однаковим ступенем точності (до 0,1; 0,01 або 0,001).

6. У випадку великої різноманітності одиниць виміру виділяється спеціальна графа «одиниці виміру».

7. Таблиці, як правило, повинні бути замкнені, тобто мати підсумкові рядки.

11.2. Поняття про статистичні графіки і правила їх побудови

У результаті опрацювання даних різного ряду спостережень отримують значну кількість цифрового матеріалу, який розміщують у таблицях. Застосування табличного методу значно полегшує орієнтацію в зібраному і згрупованому матеріалі. Проте в багатьох випадках статистичних досліджень не можна обмежуватись одними таблицями.

Таблична форма викладу цифрового матеріалу не завжди дозволяє достатньо наглядно і чітко відбити загальну картину стану або розвитку будь-якого явища, розкрити закономірності зв'язку статистичних показників між собою, або їх розподілу. А тому для розв'язання цих та інших завдань поряд зі статистичними таблицями широко застосовується графічний метод зображення статистичних величин.

Статистичний графік – це особливий спосіб наочного зображення й узагальнення статистичних даних про соціально-економічні явища і процеси за допомогою графічних образів, рисунків або схематичних географічних карт і пояснень до них.

Графіки застосовуються, головним чином, для характеристики (порівняння) розвитку показників у часі і просторі, вивчення структури і структурних зрушень, контролю за виконанням планових завдань, характеристики просторового розміщення і просторового розповсюдження явищ. Графіки застосовуються також для аналізу зв'язків і залежностей між різними показниками або між значеннями варіаційної ознаки і частотами, або частками.

Графіки, які застосовуються для зображення статистичних даних, надзвичайно різноманітні. Не дивлячись на різноманіття видів графічних зображень, при їх побудові виконуються загальні правила.

При побудові статистичного графіка потрібно знати, з якою метою складається графік, вивчити вихідний матеріал і володіти методикою графічних зображень.

До побудови статистичних графіків пред'являється низка обов'язкових вимог:

- графік повинен бути точним, зрозумілим і наочне його сприйняття досить легким;
- графік повинен мати всі необхідні складові, які його формують;
- цифрові дані, що зображуються графічно, повинні правильно й об'єктивно відбиває суспільні явища і процеси.

Основними елементами графіка є: *поле графіка*, *графічні образи*, *масштабні орієнтири* й *експлікація* графіка. Кожний елемент має своє призначення і виконує відповідну роль у побудові й інтерпретації графіка.

Поле графіка – це простір, на якому розміщуються геометричні та інші знаки, які створюють графік. Цей простір обмежується або аркушем чистого паперу, або географічною чи контурною картою.

Розмір поля залежить від призначення графіка. В статистичних дослідженнях найбільш часто зустрічаються графіки у вигляді прямокутників з нерівними сторонами по вертикалі і горизонталі, хоча також застосовуються графіки у вигляді квадратів. У практиці співвідношення нерівних сторін полів графіка береться від 1:1,33 до 1:1,50, якщо вертикальну сторону прийняти за 1.

Просторові орієнтири задаються у виді прямокутної системи координат, тобто координатної сітки. В картограмах засобами просторової орієнтації виступають географічні карти.

Графічний образ – це сукупність різноманітних геометричних та графічних знаків, за допомогою яких відбиваються статистичні величини. В статистичних графіках використовуються такі геометричні знаки, як точки, відрізки прямих ліній, квадрати, прямокутники, кола, півкола, сектори, а також графічні знаки – символи у вигляді силуетів або рисунків. Це і є основою графіка, його мовою.

Велика різноманітність графічних знаків, що утворюють графічний образ, вимагає ретельного їх вибору. Вибір графічних символів визначається тим, яка сторона явища, що вивчається, повинна отримати відповідне зображення. Якщо, наприклад, потрібно показати безперервне із року в рік збільшення виробництва продукції (послуг), графічне зображення може бути представлене ламаною неперервною лінією. Якщо існує завдання щодо зображення обсягів

наданих послуг за окремі роки, то можна використати стовпчикову діаграму.

Масштабні орієнтири статистичних графіків – це масштаб, масштабні шкали і масштабні знаки, які використовуються для визначення розмірів геометричних та інших графічних знаків.

Масштаб – це умовна міра переведення числової величини статистичного явища в графічну і, навпаки. Тобто – це довжина відрізка шкали, прийнята за числову одиницю. Наприклад, 1 см на графіку відповідає 1000 одиницям виробленої продукції, або 1 см² дорівнює 100 км² на досліджуваній території.

При побудові графіка масштаб повинен бути таким, щоб зрозуміло і чітко виявлялися відмінності зображення статистичних величин і разом з цим їх легко можна було б порівнювати між собою. Найбільш розповсюдженою при побудові статистичних графіків є система прямокутних координат. При цьому найкраще співвідношення масштабу на осі абсцис і ординат 1,41:1, яке відоме під назвою «золотого перетину». На осі ординат графіка повинна бути нульова точка. У випадках, коли мінімальне значення ознаки значно вище нуля, доцільно робити розрив вертикальної шкали.

Масштабна шкала – це лінія, поділена на відрізки точками відповідно до прийнятого масштабу. Носієм шкали можуть виступати пряма або крива лінії. Залежно від цього масштабні шкали поділяють на прямолінійні і кругові.

Масштабна шкала складається з трьох елементів: носія або опори, шкали (осі координат); рисок або точок, що обмежують відрізки; цифрових значень рисок або точок. Побудова масштабних шкал зводиться до поділу носія масштабної шкали точками або рисками на відрізки і нанесенню навпроти рисок відповідних цифрових даних.

Довжину відрізків між сусідніми поділками шкали називають графічним інтервалом, а різницю між числовими значеннями цих поділок – числовим інтервалом. Обидва інтервали можуть бути рівними і нерівними.

Шкали можуть бути *прямолінійні* і *криволінійні*, *рівномірні* і *нерівномірні*.

Носіями *прямолінійних* масштабних шкал є осі координат, які діляться на відрізки відповідно до вибраного масштабу. Прикладом прямолінійної шкали може слугувати лінійка, поділена на сантиметри і міліметри. *Криволінійні* шкали можуть бути круговими і дуговими. У формі кругової шкали побудований циферблат годинника, у формі дугової шкали – транспортир.

Рівномірною називається шкала, у якої по всій її довжині рівним графічним інтервалам відповідають рівні числові інтервали (шкала лінійки). Відрізки в ній пропорційні числам. Зі збільшенням числа у два рази подвоюється також відрізок шкали. Рівняння рівномірної шкали виражається формулою $y = tz$, де t – масштаб в мм (см); z – номер відмітки; y – довжина шкали від її початку до z -ї відмітки.

Статистичні графіки, побудовані за допомогою рівномірних шкал, дають можливість визначити, на скільки один рівень вищий або нижчий за інший. Можна також визначити, у скільки разів один рівень вищий (нижче) за інший. Таким чином, розміри суспільних явищ можна порівнювати, як арифметично, так і геометрично.

Способи побудови масштабної рівномірної шкали різні. Якщо відомий масштаб і одна точка (початок) на шкалі, то, відклавши від цієї точки відрізок, що дорівнює масштабу, отримують перший графічний інтервал. Потім від кінця першого графічного інтервалу відкладається наступний і т. д.

Якщо дана довжина шкали і числові значення її меж (крайніх точок), то необхідно спочатку визначити масштаб. Припустимо, довжина шкали дорівнює 100 мм ($y = 100$ мм), нижня межа шкали 0, верхня 100. Масштаб визначається за формулою:

$$m = \frac{y}{100 - 0} = \frac{100}{100} = 1 \quad (\text{мм}).$$

Це означає, що 1 мм береться за одиницю, а 1 см – відповідно за 10 одиниць. Знаючи масштаб і довжину шкали, можна знайти кількість рівних відступів, на які ділиться шкала. Якщо масштаб виражений в сантиметрах, то число відступів отримаємо діленням числа, прийнятого за верхню межу шкали, на кількість одиниць, прийнятих для масштабу. Наприклад, $100 : 10$.

Якщо дана довжина шкали і відома кількість відступів, на які потрібно її поділити, то потрібно розрахувати масштаб і послідовно відкладати його на шкалі. Припустимо, довжина шкали дорівнює 80 мм. Її потрібно поділити на 16 відступів. Масштаб буде дорівнювати 5 мм ($80 : 16$). Послідовно, відкладаючи від початку шкали відрізки, що дорівнюють масштабу, отримаємо графічні інтервали. Позначивши їх цифровими показниками, матимемо масштабну шкалу.

Крім рівномірних, широко застосовуються *нерівномірні* – логарифмічні і напівлогарифмічні – шкали. Рівномірні шкали, що дозволяють порівнювати і вимірювати абсолютні зміни показників, не зовсім придатні для вимірювання і порівняння відносних змін. Зображення відносних змін на діаграмі з рівномірною шкалою призводить іноді до спотворення суті змін, подій і явищ за певний період.

Відносні зміни, або темпи динаміки, значень наочно відбиваються кутом нахилу до осі абсцис відступів кривої, що поєднують точки, відповідні на діаграмі цим значенням показника. Відстань між точками втрачає своє значення, тобто геометричним знаком динаміки показника виступає не довжина відступу між сусідніми точками, а кут нахилу відступів кривої до осі абсцис.

Масштабні знаки – це еталони, які зображують на графіку статистичні величини у вигляді квадратів, кругів, силуетів тощо. Ними користуються для визначення розмірів і співвідношень статистичних величин, зображених на графіку, тобто для порівняння графічних знаків зі знаком-еталоном.

Експлікація графіка (від лат. *explicatio* — розгортання, докладний виклад, пояснення) – це словесні пояснення, які розкривають його зміст і основні елементи: заголовок графіка, одиниці виміру, умовні позначення.

Загальний заголовок повинен зрозуміло, чітко і коротко розкрити основний його зміст і відповісти на три питання – що, де, коли ?

На кожній масштабній шкалі графіка зазначаються розміщені на них статистичні величини й одиниці їх вимірювання.

Пояснювальні надписи до окремих елементів графічного образу можуть знаходитись на полі графіка або у формі умовних позначень виноситись за його межі.

11.3. Класифікація графіків та умови їх використання

Велика різноманітність статистичних графіків вимагає їх класифікації. В основі класифікації лежать дві ознаки: за способом побудови і за метою використання.

Класифікація графіків представлена на рис. 11.2. Класифікація графіків дає можливість визначити їх загальні риси, аналітичні можливості та техніку побудови.



Рисунок 11.2 – Класифікація графіків

Розглянемо найбільш прості види графіків і в той самий час досить широко поширені в економіко-статистичному аналізі.

З погляду поставлених завдань графіки поділяються на показові, або діаграми, і статистичні карти. Діаграма (від греч. *diagramma* – зображення, рисунок, креслення) – це графічне зображення, що розкриває співвідношення порівнюваних величин. Діаграми у свою чергу підрозділяються на *графіки порівняння*, *графіки варіаційних рядів*, *графіки залежності ознак, що варіюють*.

Лінійні діаграми застосовуються для характеристики динаміки, тобто оцінки зміни явищ у часі; для характеристики варіації в рядах розподілу; для оцінки виконання планових завдань; для оцінки взаємозв'язку між явищами.

Графічне поле лінійної діаграми визначається системою координат. На осі абсцис відкладаються відрізки, що відповідають датам або періодам часу, по осі ординат – рівні динамічного ряду, або темпи їх зміни. Масштабні шкали будуються на осях координат відповідно до вибраного масштабу. Графічний образ – криву лінію – отримують, поєднуючи точки, відкладені в графічному полі, виходячи з наявних даних. Кожна точка лінійної діаграми відповідає рівню динамічного ряду (або темпу його зміни) на певний момент або за період часу. На одному графіку може бути розміщено декілька діаграм, що дозволяє порівнювати динаміку різних показників, або одного показника за різними регіонами країни.

У лінійній діаграмі динаміки шкала на осі ординат повинна починатися з нуля, інакше діаграма буде невірно відображати характер розвитку явища.

За великих значень рівнів динамічного ряду, діаграма з початковим нульовим рівнем ординати буде невиразною і некомпактною. Тоді, на осі ординат слід зробити розрив шкали. Для базисних характеристик швидкості зміни досліджуваного явища початковий рівень ординати може починатись зі 100.

Лінійні діаграми дають можливість наглядно визначити періоди часу, коли явища зростали (зменшувались) більш або менш інтенсивно, або залишались без змін. Особливістю лінійного графіка наочного зображення даних, які характеризують підсумки розвитку явища за певний період часу, є те, що динаміка показується у вигляді неперервної лінії, яка характеризує неперервність процесу.

Покажемо побудову лінійного графіка на основі даних (табл. 11.1).

Таблиця 11.1 – Динаміка кількості абонентів мобільного зв'язку

Роки	2005	2006	2007	2008
Абоненти мобільного зв'язку, млн. осіб	30,0	49,1	55,2	55,7

Зобразимо ці дані графічно (рис. 11.3):

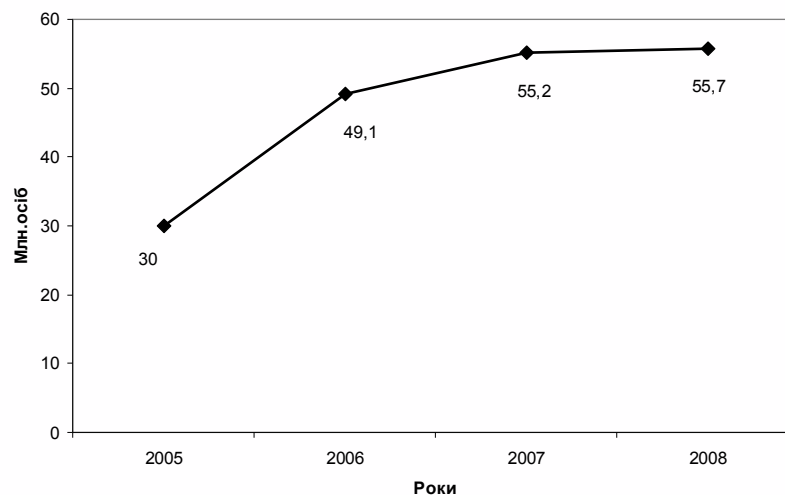


Рисунок 11.3 – Динаміка кількості абонентів мобільного зв'язку в 2005–2008 рр.

При побудові лінійних графіків повинні виконуватися наступні правила:

- по осі абсцис графік повинен мати базову (нульову) лінію для порівняння. Такою лінією частіш за все слугує координатна або масштабна шкала незалежної величини (аргументу);
- масштабна шкала по осі ординат повинна починатися з 0 і закінчуватися числом більшим, ніж максимальне значення ознаки;
- позначення шкал повинне проводитися так, щоб інтервали між поділками були невеликі і відповідали кількісним розмірам суспільних явищ. Якщо використовувані для побудови графіка статистичні дані знаходяться в інтервалі від 15 до 95 одиниць, то інтервал між поділками вертикальної шкали можна взяти рівним 10, а поділки позначити так: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100;
- якщо крива стрімко піднімається у верхній правий кут, то масштаб повинен бути таким, щоб вона не доходила до вершини кута;
- коли на одному графічному полі потрібно розмістити два-три графічні образи, що зображають суспільні явища з різними розмірами, допускається розрив числової сітки шляхом вилучення середньої частини діаграми; масштаби всіх графіків повинні бути однаковими;
- для полегшення читання шкал краще, за можливістью, користуватися числами, кратними 10 або 5;
- графіки, що будуються в системі декартових координат, двомірні. Вони вимагають масштабу як по вертикалі, так і по горизонталі;
- масштаби для обох шкал вибираються незалежно один від одного. Проте, вибираючи їх, потрібно прагнути зробити графічне зображення гармонійним, пропорційним, щоб воно не було дуже витягнутим по горизонталі або по вертикалі.

Для тих самих цілей, а саме аналізу динаміки соціально-економічних явищ, оцінки виконання плану і характеристики варіації в рядах розподілу можуть використовуватися також стовпчикові і смугові діаграми.

Стовпчикові і смугові (стрічкові) діаграми. У стовпчикових діаграмах графічним образом виступають прямокутники, що вертикально стоять, – стовпчики. Стовпчикові діаграми показують розвиток явищ у часі, використовуються при порівнянні розмірів однорідних суспільних явищ, що відносяться до різних об'єктів, для зображення структури і структурних зрушень.

Стовпчики розміщують за рангом: у порядку зростання або зменшення показника. На відміну від лінійних графіків стовпчикові діаграми будуються в одному масштабі і з використанням тільки однієї масштабної шкали (зазвичай по осі ординат). Основними вимогами, що пред'являються до побудови стовпчикових діаграм, є:

- дотримання відповідності стовпчиків по висоті; шкала, по якій визначається висота стовпчиків, повинна мати базову лінію, тобто починатися з 0;
- шкала повинна бути неперервною, а отже, розриви стовпчиків не допускаються;
- всі основи стовпчиків повинні бути однаковими, відстані між

стовпчиками також повинні бути однаковими і менше за основи стовпчиків.

Стовпчикова діаграма розвитку явищ в часі, побудована за даними табл. 11.1, представлена на рис. 11.4.

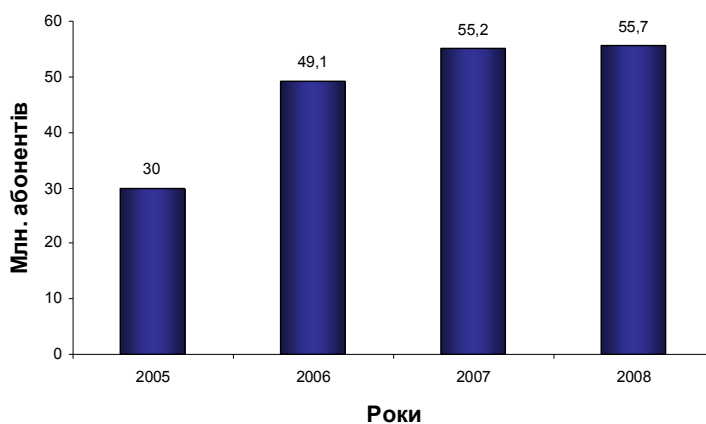


Рисунок 11.4 – Стовпчикова діаграма динаміки кількості абонентів мобільного зв'язку в 2005–2008 рр.

Смугові або стрічкові діаграми – це ті самі стовпчикові діаграми, але стовпчики (смуги, стрічки) в них розташовані не вертикально, а горизонтально. Основи смуг смугових діаграм розташовуються на осі ординат. На осі абсцис будується масштабна шкала. Методика побудови така ж сама, як і у стовпчикових діаграмах. Смугова діаграма, побудована за даними табл. 11.1, наведена на рис. 11.5.

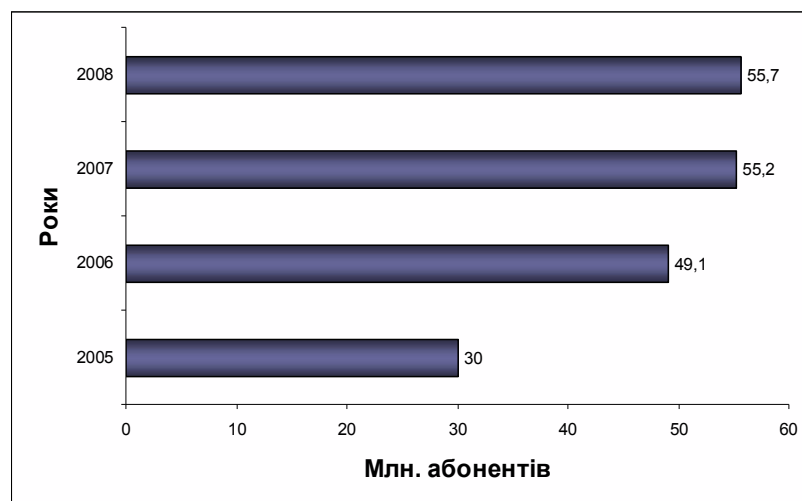


Рисунок 11.5 – Стрічкова діаграма динаміки кількості абонентів мобільного зв'язку в 2005-2008 рр.

Стовпчикові діаграми можуть використовуватися також *для просторових порівнянь*: порівняння за територіями, країнами, підприємствами, за різними видами продукції (послуг). Прикладом використання такої діаграми є забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів.

Таблиця 11.2 – Забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів станом на 31.12.2008 р.

Регіони	Телефонні апарати на 100 жителів
Закарпатська	15,8
Луганська	21,2
Чернігівська	27,1
Одеська	39,9

Для побудови діаграми на осі абсцис на однаковій віддалі один від одного відкладемо чотири відрізки рівної довжини – основи стовпчиків. Регіони розмістимо на графіку упорядковано: в порядку збільшення забезпеченості населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів. Масштаб на осі ординат – 5 од. телефонних апаратів на 1 см (див. рис. 11.6).

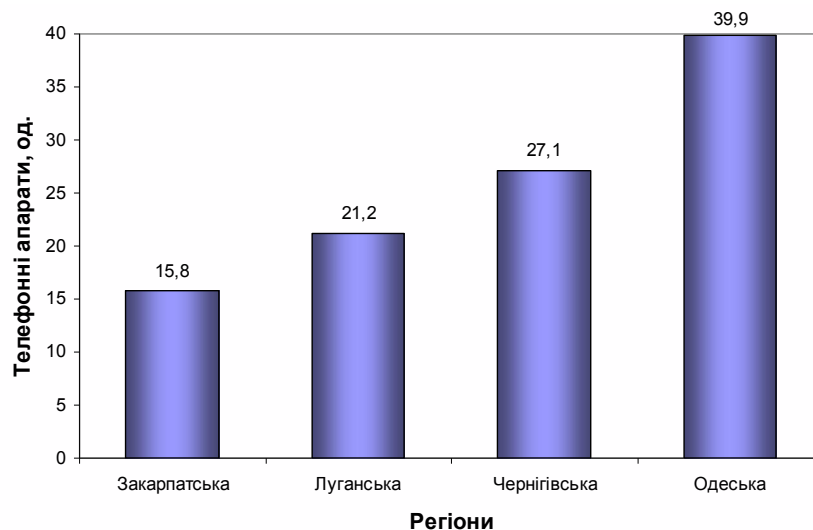


Рисунок 11.6 – Забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів станом на 31.12.2008 р.

Для наочності стовпчики заштриховують або замальовують. Наочність даної діаграми досягається шляхом порівняння висоти стовпчиків, яка відповідає забезпеченості населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів. Внизу під стовпчиками вказують назви об'єктів порівняння, в даному випадку регіони України.

При зображенні структури явищ стовпчикові діаграми поділяються на частини. При побудові можуть бути використані як абсолютні, так і відносні величини (питома вага частин у загальній сукупності). Якщо акцентується увага на структурних зрушеннях, переважно користуються відносними величинами. Діаграма, побудована по відносних величинах, складається зі стовпчиків однакової висоти з однаковими основами. Кожен стовпчик приймається за 100% і розбивається на частини, пропорційні за площею питомій вазі частин сукупності. Як і в стовпчиковій діаграмі порівняння,

будується тільки одна масштабна шкала (по осі ординат у стовпчиковій діаграмі і по осі абсцис у стрічковій). Кожна частина стовпчика діаграми по-різному розфарбовується або штрихується, про що повідомляється в експлікації до діаграми. На рис. 11.7 наведена стовпчикова діаграма структури доходів від надання послуг фіксованому телефонному зв'язку за даними табл. 11.3.

Таблиця 11.3 – Динаміка доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку, млрд. грн.

Роки	Фіксований телефонний зв'язок	В тому числі		
		міський телефонний зв'язок	міжміський телефонний зв'язок	сільський телефонний зв'язок
2006	9,3	6,1	2,9	0,3
2007	9,7	5,9	3,6	0,25
2008	9,4	5,5	3,7	0,26

З метою характеристики та ілюстрації обсягу і структури доходів фіксованого зв'язку побудуємо стовпчикову діаграму. Аналогічно будемо і стрічкову діаграму, тільки в даному випадку масштабна шкала відкладається на осі абсцис, а перпендикулярно до осі ординат відбивають смуги (стрічки), які характеризують статистичне явище. Для кожної частини стовпчика установлюємо відповідне штрихування.

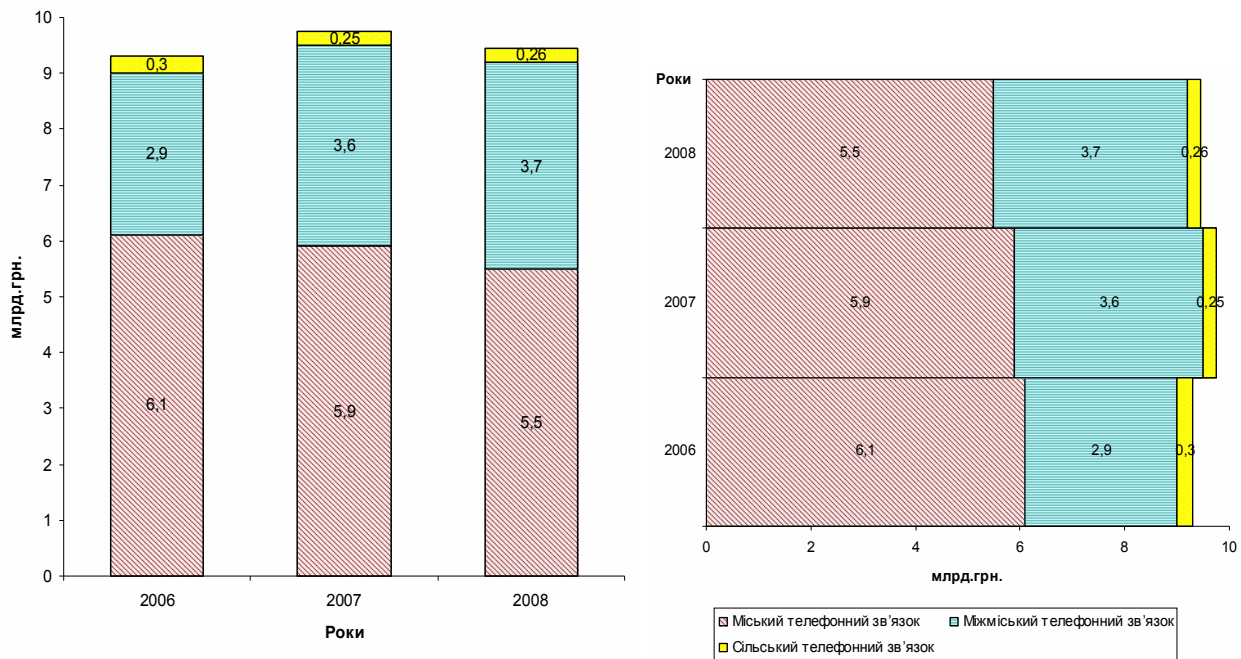


Рисунок 11.7 – Обсяг і структура доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку у 2006–2008 рр.

Для більш наочного зображення структури і структурних зрушень на графіку відкладають не самі абсолютні величини, а їх питомі ваги в загальному підсумку. Стовпчики або стрічки в цьому випадку мають однаковий розмір, який відповідає 100 %. У такій діаграмі стовпчики або стрічки розбивають на

частини відповідно до питомих ваг, які інколи для кращого порівняння структурних зрушень з'єднують пунктирними лініями.

Охарактеризуємо структуру доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку у відсотках (табл. 11.4) і побудуємо графік (рис. 11.8).

Таблиця 11.4 – Структура доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку, %

Роки	Фіксований телефонний зв'язок	В тому числі		
		міський телефонний зв'язок	міжміський телефонний зв'язок	сільський телефонний зв'язок
2006	100,0	65,6	31,2	3,2
2007	100,0	60,8	37,1	2,6
2008	100,0	58,5	39,4	2,8

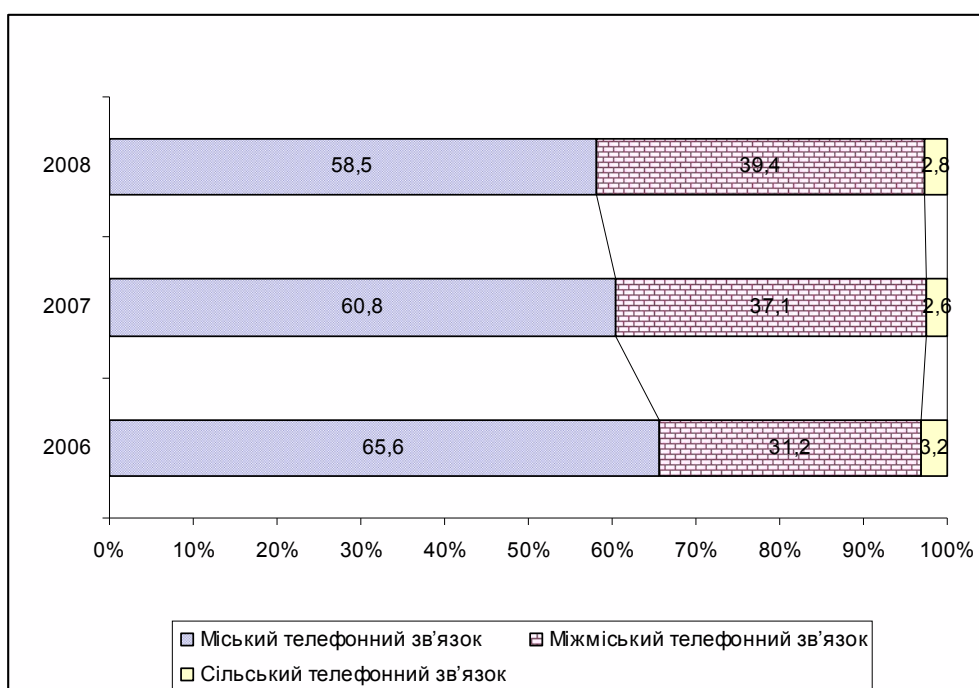


Рисунок 11.8 – Структура доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку у 2006–2008 рр.

Проте частіше для зображення структури і структурних зрушень використовуються секторні діаграми. **Секторна** діаграма – це коло, поділене радіусами на сектори. На секторних діаграмах можуть зображуватись частини абсолютних величин явищ, або їх відсотковий вираз.

Кількість секторів визначається структурою явища, що зображується. Кожен сектор відбиває частину сукупності, і його площа повинна бути пропорційна питомій вазі цієї частини. Відомо, що площа сектору кола пропорційна його центральному куту. Тому для побудови секторної діаграми необхідно визначити центральні кути відповідно до питомої ваги окремих частин у загальній сукупності. З цією метою 360 ділиться на 100 (коло приймається за 100 %) і множиться на питому вагу відповідної частини

сукупності, якщо задана питома вага; 360 ділиться на обсяг сукупності і множиться на розмір відповідної частини сукупності, якщо дані абсолютні величини. Потім за допомогою транспортира знаходяться центральні кути, що приводить до поділу кола на сектори.

На рис. 11.9 зображено секторну діаграму, що характеризує обсяг і структуру доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку в 2006–2008 рр. за даними табл. 11.3, 11.4.

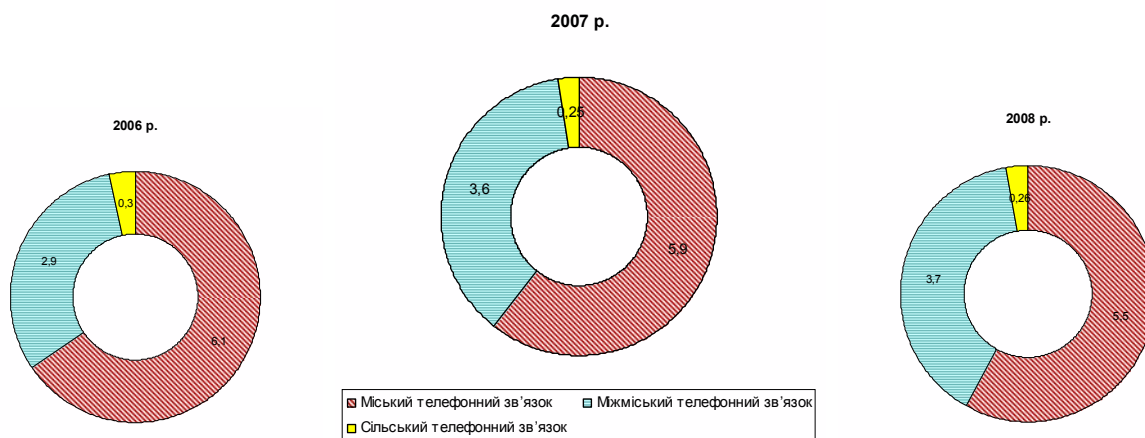


Рисунок 11.9 – Обсяг і структура доходів від надання послуг фіксованого телефонного зв'язку в 2006, 2007 і 2008 рр.

Іноді для цілей порівняльного аналізу за регіонами, країнами використовують *квадратні, колові, фігурні діаграми* (діаграми *фігур-знаків*). Діаграми геометричних фігур відбивають розмір об'єкта, що вивчається, відповідно до розміру своєї площі.

Для побудови *квадратної діаграми*, яка використовується при порівняльному аналізі, слід знайти корінь квадратний з величин, які порівнюються, тобто статистичні показники, а потім побудувати квадрати зі сторонами, пропорційними отриманим результатам.

Розглянемо приклад квадратної діаграми за даними табл. 11.2. Для визначення сторони квадрата потрібно добути корінь квадратний із абсолютної величини явища, в даному випадку забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів. Для Закарпатського регіону корінь квадратний із 15,8 дорівнює приблизно 3,9; Луганського – корінь квадратний із 21,2 дорівнює 4,6; Чернігівського – корінь квадратний із 27,1 дорівнює 5,2; Одеського – корінь квадратний із 39,9 дорівнює 6,3. При виборі масштабу орієнтуються на найбільше число. Приймаючи масштаб $2 = 1$ см, визначаємо сторони квадратів для: Закарпатського регіону – $3,9 : 2 = 1,95$ см; Луганського регіону – $4,6 : 2 = 2,3$ см; Чернігівського регіону – $5,2 : 2 = 2,6$ см; Одеського регіону – $6,3 : 2 = 3,15$ см.

Визначивши сторони квадратів будують діаграму (рис. 11.10):

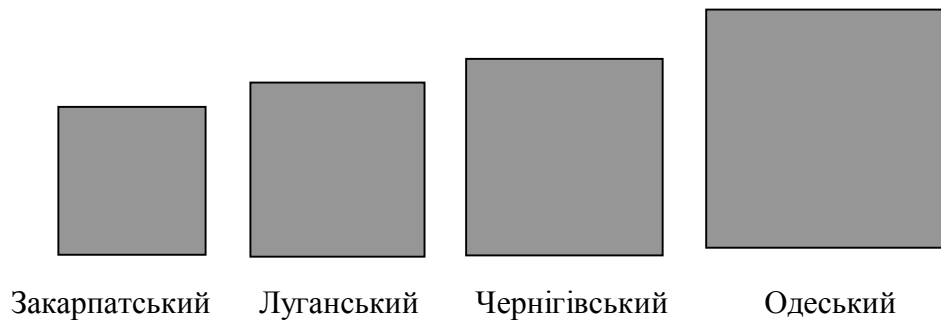


Рисунок 11.10 – Забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів станом на 31.12.2008 р.

Колові діаграми засновані на використанні площ кіл для порівняння однорідних абсолютних величин між собою.

При побудові колової діаграми, потрібно взяти до уваги, що площі кіл співвідносяться між собою як квадрати їх радіусів. Отже, щоб знайти радіус, потрібно добути корінь квадратний із абсолютних величин і на цій основі визначити радіуси. Довжина радіуса кола з масштабом $3 = 1$ см буде становити: для Закарпатського регіону – $3,9 : 3 = 1,3$ см; Луганського регіону – $4,6 : 3 = 1,5$ см; Чернігівського регіону – $5,2 : 3 = 1,7$ см; Одеського регіону – $6,3 : 3 = 2,1$ см.

Після того як визначені довжини радіусів описують кола й отримують наступну діаграму (рис. 11.11):

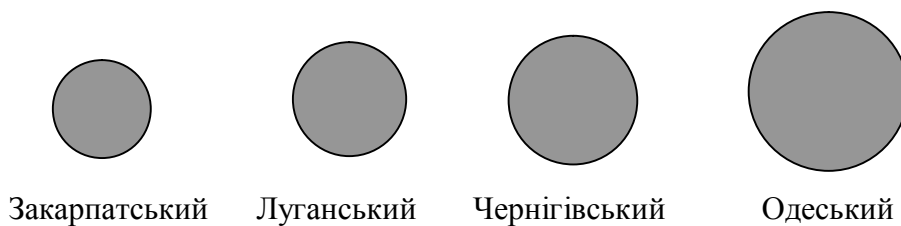


Рисунок 11.11 – Забезпеченість населення основними телефонними апаратами у розрахунку на 100 жителів станом на 31.12.2008 р.

Фігурними діаграмами (діаграми фігур-знаків) є графічні зображення у вигляді рисунків, силуетів, фігур, що відповідають змісту статистичних даних. Рисунки відрізняються один від одного розміром (відповідно до величини показника) або величини статистичних показників, зображуються на рисунках певною кількістю однакових за розміром і типом фігур. Наприклад, обсяг письмової кореспонденції символічно зображується у вигляді рисунків конвертів. Для таких діаграм необхідні супровідні числові підписи, щоб чітко розрізняти фігури.

Статистичні карти – це особливий вид графіків. Завданням статистичних карт є зображення результатів статистичного спостереження за географічними зонами, територіями. Статистичні карти підрозділяються на *картограми* і *картодіаграми*. Картограми і картодіаграми наочно відображають статистичні показники у розподілі за територіями району, країни, континенту.

Картограма показує територіальний розподіл ознаки, що вивчається, за окремими районами і використовується для виявлення закономірностей цього розподілу. Картограми бувають фонові і точкові.

Фонові картограми різною густиною колірного забарвлення характеризують розподіл ознаки, що вивчається, на різних територіях.

На *точковій картограмі* кожній точці відповідає одне і те ж прийняте числове значення, наприклад, що дорівнює 100 т. Наносячи на контур кожного району відповідну кількість точок, отримуємо точкову картограму, що характеризує розподіл ознаки, що вивчається, за районами.

Як правило, фонові картограми використовуються при аналізі статистичних показників у вигляді відносних і середніх величин, тоді як точкові – для характеристики розміщення абсолютних величин.

Картодіаграма – є поєднання діаграми з географічною картою. Вона дозволяє відобразити специфіку кожного району в розподілі явища, що вивчається, та його структурні особливості.

Питання і завдання для самоконтролю

- 11.1. Дати визначення поняття статистичної таблиці?
- 11.2. Які функції статистичних таблиць?
- 11.3. Які елементи притаманні статистичній таблиці?
- 11.4. Що ви розумієте під присудком статистичної таблиці?
- 11.5. Що ви розумієте під підметом статистичної таблиці?
- 11.6. Що таке макет і скелет таблиці?
- 11.7. Перелічіть основні правила технічного оформлення таблиць.
- 11.8. Поняття статистичного графіку.
- 11.9. З якою метою будуються графіки в економіко-статистичних дослідженнях?
- 11.10. Перелічіть основні правила побудови графіків.
- 11.11. Назвіть основні види графіків
- 11.10. З якою метою використовуються секторні і стовпчикові діаграми? Навести приклади.

Література [3; 5; 7; 8; 15–24; 26].

Задачі для самостійного розв'язання

- 11.1. Протягом 2002-2009 рр. індекси тарифів на послуги пошти та зв'язку для підприємств, установ, організацій становили (див. табл. 11.5).

Таблиця 11.5 – Індеси тарифів на послуги пошти та зв'язку для підприємств, установ, організацій

Рік	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Усього:	107,5	102,3	99,9	99,6	97,7	100,0	101,9	103,0
в тому числі за видами послуг:								
поштовий	108,3	100,0	100,0	111,0	100,0	100,0	131,7	123,9
місцевий телефонний	148,9	100,0	100,0	100,0	110,7	100,0	104,6	118,2
міжміський та міжнародний телефонний	96,3	100,0	99,8	96,6	87,5	100,0	100,0	100,0
мобільний	100,0	109,4	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Необхідно відобразити динаміку індесів тарифів на послуги пошти та зв'язку за допомогою лінійної діаграми.

11.2. Протягом двох років обсяг доходів від надання послуг зв'язку становив (див. табл. 11.6).

Таблиця 11.6 – Динаміка обсягів доходів від надання послуг зв'язку (млрд. грн.)

Рік	Всього	В тому числі				
		Телекомунікаційні послуги			Послуги поштового зв'язку	Інші послуги
		всього	мобільний зв'язок	фіксований зв'язок		
2007	40,0	37,8	25,1	9,7	1,6	0,6
2008	45,8	42,9	29,3	9,4	2,1	0,8

Необхідно відобразити обсяг та структуру доходів від надання послуг зв'язку, а також відповідні структурні зрушення за допомогою стовпчикової діаграми (в абсолютних одиницях) і стрічкової діаграми (у відносних одиницях, %).

11.3. За даними табл. 11.7 побудувати діаграму доходів і діаграму структури доходів операторів телекомунікацій.

Таблиця 11.7 – Доходи від надання телекомунікаційних послуг

Вид зв'язку	2007		2008	
	млрд. грн.	у % до підсумку	млрд. грн.	у % до підсумку
Мобільний зв'язок	25,1		29,3	
Телефонний фіксований зв'язок	9,7		9,4	
Ширококутний доступ	1,6		2,4	
Передавання і прийманням телевізійних та радіопрограм	1,1		1,4	
Супутниковий зв'язок	0,07		0,1	
Проводове мовлення	0,1		0,2	
Телеграфний зв'язок	0,06		0,05	
Всього	38,7		42,9	

11.4. Побудувати графік, що характеризує структуру студентів вашої групи з успішності в останній сесії.

ЗАДАЧІ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Тема індивідуального завдання "Статистико-дослідні прийоми обробки і аналізу економічної інформації". В процесі виконання індивідуального завдання необхідно розв'язати наступні задачі.

Задача № 1. Статистичні групування

1. За даними табл. А.1 згрупувати підприємства зв'язку за наступними ознаками:

- а) середньорічною вартістю основних фондів;
- б) середньосписковою чисельністю працівників;
- в) кількістю наданих послуг;
- г) одночасно за двома ознаками (середньорічною вартістю основних фондів і кількістю наданих послуг).

Результати групування представити у вигляді статистичних таблиць, проаналізувати їх, зробити висновки.

Задача № 2. Показники варіації

1. Побудувати інтервальні ряди розподілу за даними 36 підприємств: за вартістю основних фондів і обсягом наданих послуг.

2. По кожному ряду розрахувати: розмах варіації, середню арифметичну, середнє квадратичне відхилення, дисперсію, моду і медіану, коефіцієнт асиметрії.

Результати розрахунків оформити у вигляді таблиць і дати характеристику рядам розподілу.

Задача № 3. Вибіркове спостереження

1. За даними про вартість основних фондів на 36 підприємствах провести відбір 18 підприємств способом механічного відбору.

Коментарі. Упорядковуємо сукупність. Проводимо механічний відбір, оскільки треба вибрати рівно половину (18 підприємств), то беремо кожне друге підприємство (1, 3, 5 і т. д.).

2. За відібраними підприємствами розрахувати:

- середній розмір основних фондів, середню помилку вибірки;
- з вірогідністю 0,954 граничну помилку вибірки;
- визначити довірчий інтервал, в якому буде знаходитися середня величина факторної ознаки для генеральної сукупності;
- визначити відносну помилку вибірки;
- визначити який має бути обсяг вибірки, щоб гранична помилка була на 10 % менше отриманої.

Результати розрахунків оформити у вигляді таблиць і зробити відповідні висновки.

Задача № 4. Вивчення зв'язку явищ

Для вивчення зв'язку між вартістю основних фондів і обсягом наданих послуг виконати наступне:

1. Виписати дані про вартість основних фондів за 36 підприємствами і відповідні їм значення обсягу наданих послуг.
2. Установити факт наявності кореляційної залежності за допомогою групової таблиці та її напрям, дати графічне відображення зв'язку.
3. Визначити ступінь тісноти зв'язку за допомогою лінійного коефіцієнта кореляції, перевірити можливість використання лінійної функції регресії як форми рівняння зв'язку.
4. Розрахувати параметри лінійного рівняння регресії, оцінити його якість і достовірність, використовуючи середню квадратичну помилку. Дати оцінку результатів дослідження взаємозв'язку в цілому.
5. Сформулювати висновки щодо досліджуваного зв'язку.

Задача № 5. Індекси

За даними табл. Б.1 необхідно виконати наступні завдання за даними свого варіанта:

Розрахувати абсолютні зміни обсягів послуг за кожним підрозділом. Розрахувати абсолютні зміни витрат за кожним підрозділом. Розрахувати індекси обсягів послуг і витрат за кожним підрозділом. Розрахувати собівартість послуг у грошовому вираженні. Обчислити індекси собівартості послуг у цілому за групою структурних підрозділів:

- а) змінного складу;
- б) постійного складу;
- в) впливу структурних зрушень.

Охарактеризувати динаміку собівартості послуг, показати взаємозв'язок обчислених індексів. Зробити відповідні висновки.

Додаток А – Вихідні дані до задач № 1 – 4

Таблиця А.1 – Основні техніко-економічні показники за підприємствами зв'язку *

Номер підприємства	Середньорічна вартість основних фондів, ум. гр. од.	Середньоспискова чисельність працівників, чол.	Кількість наданих послуг, ум. гр. од.
1	2	3	4
1	11,1	78	20,2
2	10,5	62	20,9
3	10,4	61	16,7
4	14,3	75	16,9
5	8,3	44	9,8
6	8,7	77	10,7
7	7,4	101	9,5
8	8,6	49	10,6
9	8,4	44	10,8
10	5,2	33	7,5
11	5,4	33	7,3
12	9,3	56	16,1
13	12,1	79	20,3
14	9,0	79	8,5
15	16,3	98	20,7
16	18,4	48	22,8
17	20,0	68	36,9
18	9,8	43	6,8
19	11,1	88	12,6
20	8,0	47	12,0
21	9,6	48	12,8
22	5,6	40	8,7
23	4,8	40	6,2
24	4,4	45	5,7
25	3,7	37	5,2
26	8,8	50	10,3
27	3,9	45	4,8
28	4,9	47	3,4
29	5,6	52	6,7
30	4,5	48	3,6
31	8,9	50	4,5
32	5,4	65	8,8
33	7,8	48	5,7
34	5,6	68	9,6
35	8,5	35	6,4
36	7,7	45	8,5

* – До середньорічної вартості основних фондів додається число $20 \times \text{№}$, де № – номер студента за списком в журналі;
 – до середньоспискової чисельності працівників додається число $2 \times \text{№}$, де № – номер студента за списком в журналі;
 – до наданих послуг додається число $10 \times \text{№}$, де № – номер студента за списком в журналі.

Додаток Б – Вихідні дані до задачі № 5

Таблиця Б.1 – Динаміка витрат і обсягу наданих послуг в грошовому вираженні, тис. грн.**

Номер структурного підрозділу	Витрати		Обсяг послуг	
	базовий рік	звітний рік	базовий рік	звітний рік
1	890	810	1080	1226
2	2930	3010	3590	3980
3	3010	3150	3980	4020
4	356	415	560	555
5	3125	3100	3560	3450

** Дані за витратами потрібно змінювати відповідно до останньої цифри номера за списком у журналі, а обсяги послуг згідно з передостанньою цифрою за формулою:

$$P = I + n \times 100$$

де P – розрахункові дані, I – початкові дані, n – остання або передостання цифри номера списку в журналі відповідно.

Приклад. Для номера в журналі 18 до витрат потрібно додавати $8 \times 100 = 800$, а до обсягів послуг потрібно додавати $1 \times 100 = 100$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бараник З.П. Статистика: навч. посіб. для дистанційного навчання / Бараник З.П.; за наук. ред. Р.М.Моторина. –К.: Університет „Україна”, 2005. – 268 с.
2. Державна програма переходу на міжнародну систему обліку і статистики: <http://zakon.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=326-93-%EF>.
3. Державний комітет статистики України: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
4. Єріна А.М. Економічна статистика: практикум / [А.М. Єріна, З.О. Кальян З.О., Мазуренко О.К.] – К.: ТОВ “УВПК “ЕксОб”, 2002. – 232 с.
5. Єріна А.М. Теорія статистики: практикум / А.М. Єріна, З.О. Пальян. – К.: Знання, 2004. – 255 с.
6. Закон України «Про державну статистику» // Голос України від 21 жовтня 1992 р.
7. Захожай В.Б. Основи статистики / В.Б. Захожай. – К.: МАУП, 1999.
8. Захожай В.Б. Практикум з основ статистики / В.Б. Захожай, І.І. Попов, О.В. Коваленко. – К.: МАУП, 2001. – 176 с.
9. Концепція побудови національної статистики України. – К., 1992.
10. Курс социально-экономической статистики: учебник; под ред. М. Г. Назарова. – М.: Юнити-Дана, 2000. – 771 с.
11. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности: учебник; под ред. О.Э. Башиной, А.А. Спирина – [5-е изд.] – М.: Финансы и статистика, 2005. – 440 с.
12. Парфенцева Н. Міжнародні статистичні класифікації в Україні: впровадження й використання / Н. Парфенцева. – К.: Основи, 2000. – 351 с.
13. Попов І.І. Теорія статистики. Практикум: навч. посібник / І.І.Попов, В.С. Федорченко. – К.: КНЕУ, 2001. – 202 с.
14. Постанова Кабінету Міністрів України «Програма реформування державної статистики на період до 2002 року» від 27.06.1998 р. № 971
15. Разговоров А.В. Статистика связи: учебник для вузов / А.В. Разговоров, Т.А. Кузовкова. – М.: Радио и связь, 1991. – 344 с.
16. Статистика підприємства: навч. посіб. / Вашків П.Г., Пастер П.І., Сторожук В.П., Ткач Є.І. – К.: "Слобожанщина", 1999. – 600 с.
17. Статистика: підручник / [С.С. Герасименко, А.В. Головач, А.М. Єріна та ін.]. – К.: Вид-во КНЕУ, 2000. – 467 с.
18. Статистика: учеб. пособие; под ред. М.Р. Ефимовой. –М.: ИНФРА-М, 2000. – 336 с.
19. Теория статистики: учебник; под ред. Г.Л. Громыко. –М.:ИНФРА-М, 2000. – 414 с.
20. Теория статистики: учебник; под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 560 с.
21. Толбатов Ю.А. Загальна теорія статистики засобами EXCEL: навч. посіб./ Толбатов Ю.А. – К.: Четверта хвиля, 1999. – 224 с.

22. Указ Президента України «Про заходи щодо розвитку державної статистики» від 22 листопада 1997р. № 1299/97 // Статистика України. –1998. – №1.

23. Уманець Т.В. Загальна теорія статистики: навч. посіб./ Т.В. Уманець. – К.: Знання, 2006. – 239 с.

24. Уманець Т.В. Статистика: навч. посіб./ Т.В. Уманець, Ю.Б. Пігарев. – [2-ге вид.] – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

25. Федорченко В.С. Экономическая статистика / Федорченко В.С. – К.: МАУП, 2000.

26. Фещур Р. В. Статистика. Теоретичні засади і прикладні аспекти: навч. посіб. / Фещур Р.В., Барвінський А.Ф., Кічор В.П. – [2-ге вид.] – Львів: «Інтелект–Захід», 2003. – 576 с.

27. Экономическая статистика: учебник; под ред. Ю.Н. Иванова. –М: ИНФРА-М, 1998. – 480 с.