

## Тема 11: Інтерференція електромагнітних хвиль

### Питання лекції:

1. Основні відомості про хвилі оптичного діапазону.  
Інтенсивність хвиль.
2. Методи одержання когерентних хвиль оптичного діапазону.
3. Оптична різниця ходу.
4. Розрахунок ширини інтерференційної смуги від двох лінійних когерентних монохроматичних джерел.
5. Вплив монохроматичності і розмірів джерела на утворення інтерференційної картини.
6. Значення розмірів джерела при утворенні інтерференційної картини.
7. Поняття про часову і просторову когерентність.

### 1. Основні відомості про хвилі оптичного діапазону. Інтенсивність хвиль

Хвилі оптичного діапазону – це світло. Світлова хвиля – поширення в просторі взаємно пов'язаних електричного ( $E$ ) і магнітного ( $H$ ) полів. Довжина світлових хвиль знаходиться в межах  $0,4 - 0,75$  мкм (частота  $-(0,4 - 0,75) \cdot 10^{15}$  Гц). Коротші (ультрафіолетові) і довші (інфрачервоні) хвилі оком не сприймаються.

Хвилі переносять енергію, густина потоку якої характеризується вектором Умова-Пойнтінга. Досвід показує, що фізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична і інші дії світла зумовлюються коливаннями електричного вектора  $\vec{E}$ , тому виразимо інтенсивність світла через цей вектор.

Оскільки частота коливання світлової хвилі дуже висока ( $\sim 10^{15}$  Гц), то інтенсивність характеризується середнім у часі значенням вектора Умова-Пойнтінга:

$$I = \langle \Pi \rangle = \langle EH \rangle \quad (1)$$

Так як

$$\begin{aligned} E &= E_m \cos(\omega t - kr + \psi), \\ H &= H_m \cos(\omega t - kr + \psi), \end{aligned} \quad (2)$$

то

$$I = E_m H_m \langle \cos^2(\omega t - kr + \psi) \rangle. \quad (3)$$

Середнє у часі значення

$$\langle \cos^2(\omega t - kr + \psi) \rangle = \frac{1}{2}, \quad (4)$$

тому

$$I = \frac{1}{2} E_m H_m \quad (5)$$

Раніше було встановлено, що  $\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m$ ,

звідки

$$H_m = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m. \quad (6)$$

Підставивши це значення в (5), матимем:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2. \quad (7)$$

Для прозорих середовищ  $\mu \cong 1$ , тому

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \sqrt{\epsilon\mu} \cdot E_m^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot n E_m^2 \quad (8)$$

де  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  – показник заломлення хвилі.

## 2. Методи одержання когерентних хвиль оптичного діапазону

При розгляді явища інтерференції було показано (с. ), що воно спостерігається при складанні когерентних хвиль. Когерентні – це хвилі однакової частоти, різниця фаз яких не змінюється в часі. Від двох природних джерел світла одержати інтерференційну картину не можна, бо вони не є когерентними – їх фаза хаотично змінюється. Тому практично отримати когерентні хвилі можна, якщо хвилю, випромінювану даним джерелом, якимсь чином розділити на дві частини. У такому випадку різниця фаз буде сталою навіть тоді, коли зміниться фаза джерела, бо вона однаково зміниться в обох частинах хвилі.

Розглянемо деякі способи розділення хвилі на два пучки.

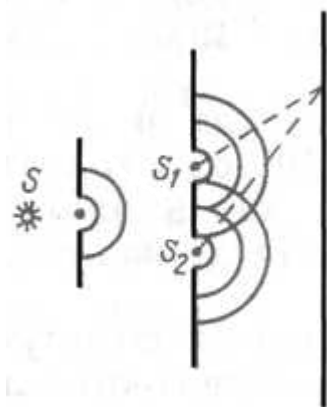


Рис. 11.1

**1) Дослід Юнга.** Світло від джерела  $S$  проходить через два отвори  $S_1$  і  $S_2$ , які, згідно з принципом Гюйгенса, можна розглядати як самостійні джерела когерентних хвиль. Цей метод запропонований в 1802 р. Юнгом, який є одним із творців хвильової теорії світла.

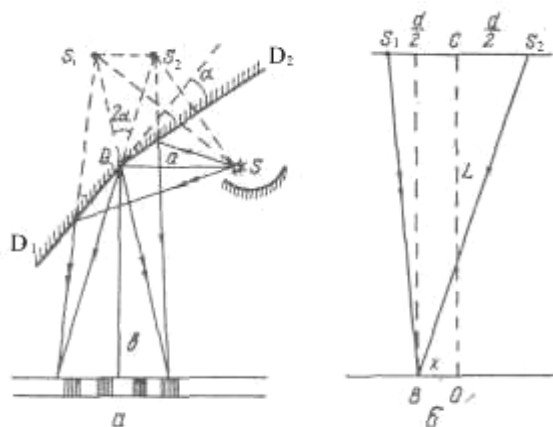


Рис. 11.2

**2) Дзеркала Френеля.** Світло від джерела  $S$  відбивається від двох дзеркал  $D_1$  і  $D_2$ , розміщених під кутом, близьким до  $180^\circ$ . При цьому світло йде ніби від двох уявних джерел  $S_1$  і  $S_2$  (рис. 11.2)



**3) Біпризма Френеля.** Світло від точкового (або лінійного) джерела напрямляється на біпризму. При цьому в результаті заломлення ніби з'являються два джерела  $S_1$  і  $S_2$  (уявні джерела), які дають інтерференційну картину у вигляді смуг, паралельних ребру призми (рис. 11.3).



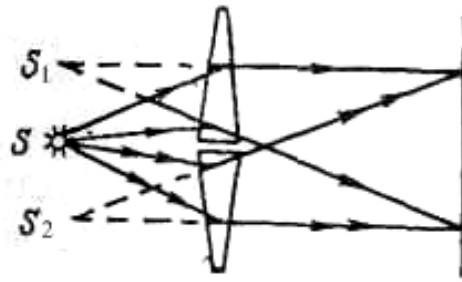


Рис.11.3

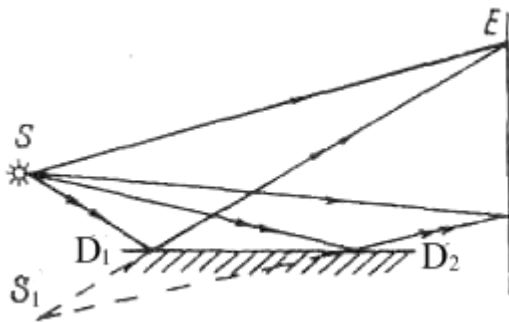
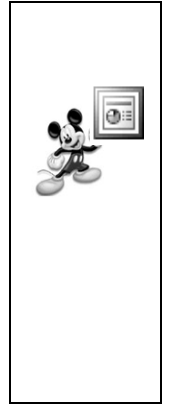
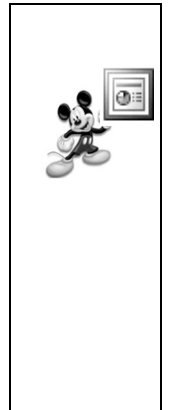


Рис. 11.4

4) **Дзеркало Ллойда.**  
Світло напрямляється під малим кутом до дзеркала. Відбитий промінь є когерентним до падаючого.



### 3. Оптична різниця ходу

Дві когерентні хвилі при проходженні шляху від джерел  $O_1$  і  $O_2$  до даної точки  $P$  мають деяку різницю ходу  $r_1 - r_2$  (рис. 11.5).

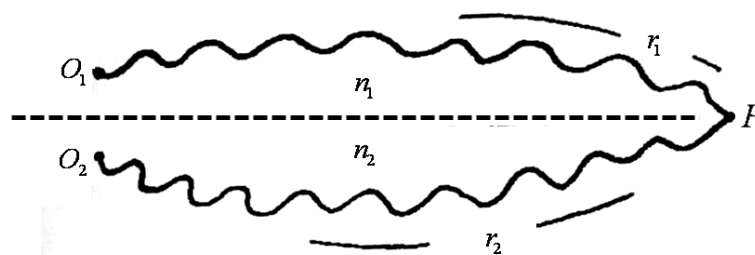
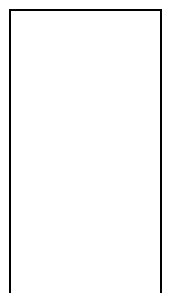
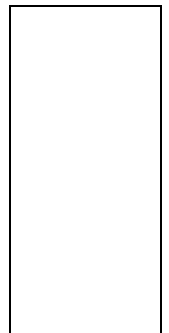
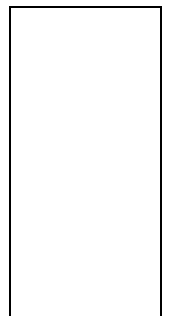


Рис. 11.5

Нехай перша хвиля проходить шлях  $r_1$  в середовищі з показником заломлення  $n_1$ , а друга – шлях  $r_2$  з показником заломлення  $n_2$ .

Якщо в точках  $O_1$  і  $O_2$  фази коливань  $\omega t$ , то перша хвиля в точці  $P$  збудить коливання



$$S_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\omega r_1}{v_1}\right), \quad (9)$$

а друга

$$S_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \frac{\omega r_2}{v_2}\right) \quad (9')$$

(будемо вважати, що початкові фази когерентних джерел  $O_1$  і  $O_2$  рівні нулеві).

Враховуючи, що  $v_1 = \frac{c}{n_1}$  і  $v_2 = \frac{c}{n_2}$ , запишемо різницю

Фаз коливань

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \left(\omega t - \frac{\omega r_1}{v_1}\right) - \left(\omega t - \frac{\omega r_2}{v_2}\right) = \\ &= -\frac{\omega r_1 n_1}{c} + \frac{\omega r_2 n_2}{c} = \frac{\omega}{c} (r_2 n_2 - r_1 n_1) = \frac{\omega}{c} \Delta, \end{aligned}$$

де  $\Delta = r_2 n_2 - r_1 n_1$  — (10)

так звана **оптична різниця ходу**.

Таким чином хвилі, які приходять у точку  $P$  різними шляхами, одержують оптичну різницю ходу. При складанні цих хвиль виникає інтерференційна картина із системою максимумів і мінімумів інтенсивності світла.

**Максимуми** одержуються тоді, коли оптична різниця ходу дорівнює парному числу півхвиль:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (11)$$

— умова максимуму ( $m=0, 1, 2, \dots$ ).

**Мінімуми** виходять при умові, коли оптична різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль:

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

Якщо є відбивання хвилі від оптично більш густого середо -



вища (з більшим показником заломлення), необхідно ще враховувати втрату половини хвилі при відбиванні (рис. 11.6).

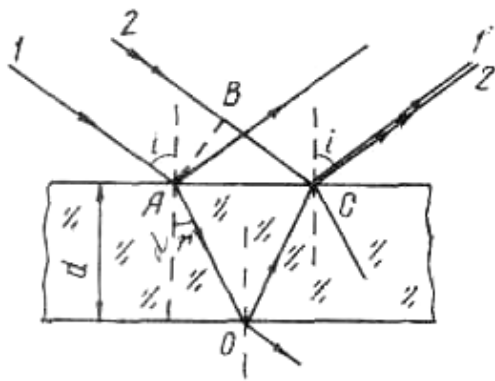


Рис.11.6

У цьому випадку оптична різниця ходу

$$\Delta = r_2 n_2 - r_1 n_1 + \frac{\lambda}{2} \quad (13)$$

#### 4. Розрахунок ширини інтерференційної смуги

Нехай два когерентні джерела  $O_1$  і  $O_2$  знаходяться на відстані  $d$  одне від одного. На відстані  $l$  від них знаходиться екран. В результаті інтерференції на екрані буде спостерігатись ряд світлих і темних ділянок (якщо світло монохроматичне).

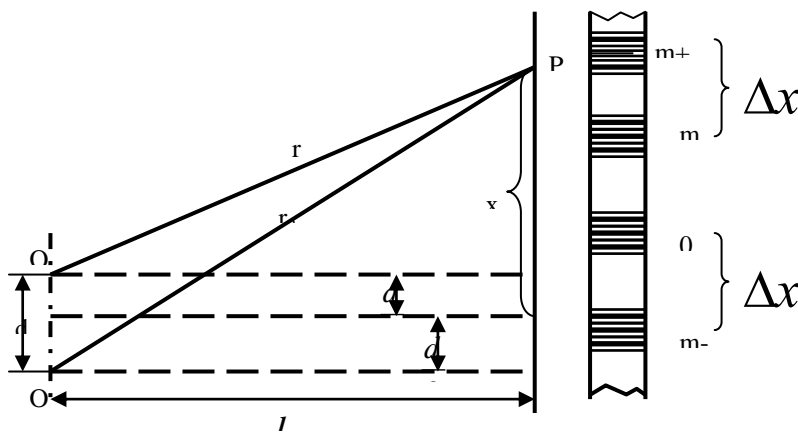


Рис. 11.7

Визначимо положення максимумів. Згідно з рисунком

$$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = l^2 + x^2 - xd + \frac{d^2}{4} \quad , \quad (14)$$

$$r_2^2 = 1^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 = 1^2 + x^2 + xd + \frac{d^2}{4}. \quad (15)$$

Відніmemo ліві і праві частини рівнянь (14) і (15):

$$r_2^2 - r_1^2 = 2xd \quad r_2^2 - r_1^2 = 2xd. \quad (16)$$

Звідси  $(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd$ ,

$$r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1} \approx \frac{2xd}{2l} \quad (17)$$

(при  $l \gg d$ ,  $r_1 + r_2 \approx 2l$ ).

Отже, різниця ходу  $r_2 - r_1 \approx \frac{d}{l} x$ . (18)

Максимум буде тоді, коли різниця ходу (18) дорівнює парному числу півхвиль:

$$r_2 - r_1 \approx \frac{d}{l} x_{\max} = 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (19)$$

Звідси знаходимо

$$\boxed{x_{\max} = m \frac{\lambda l}{d}}, \quad (20)$$

де  $m = \pm 0, 1, 2, \dots$

Тобто, максимум спостерігається при  $x = 0$  і на деяких відстанях в сторони від центра.

Відстань між серединами двох сусідніх максимумів  $\Delta x$  називається **шириною інтерференційної смуги**:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = (m+1) \frac{\lambda l}{d} - m \frac{\lambda l}{d}, \quad (21)$$

звідки

$$\Delta x = \lambda \frac{l}{d}. \quad (22)$$

Знаючи  $\Delta x$ ,  $l$ ,  $d$ , можна знайти довжину хвилі монохроматичного джерела світла:

$$\lambda = \frac{d}{2} \Delta x. \quad (23)$$

### 5. Роль монохроматичності джерела в утворенні інтерференції картини

Положення максимуму інтерференційної картини залежить від довжини хвилі  $\lambda$ :

$$\Delta x_{\max} = m \frac{\lambda l}{d} \quad (24)$$



Тому, якщо світло немонохроматичне, максимуми для різних довжин хвиль будуть розміщуватись поряд, накладаючись один на одного. В результаті інтерференційна картина виходить забарвленою. Коли  $\lambda$  має різноманітні значення, тоді інтерференційна картина виходить дуже складною і важко розрізняється.

Знайдемо умову розрізнюваності інтерференційної картини.

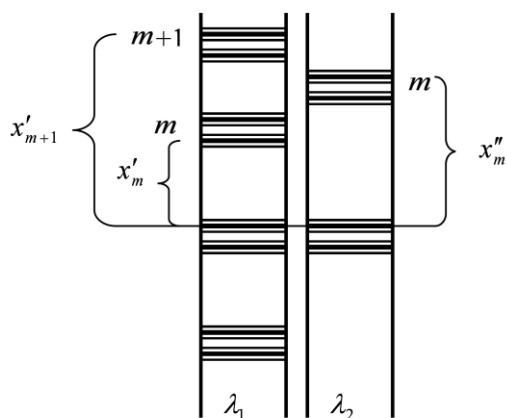


Рис. 11.8

Нехай для довжини хвилі  $\lambda_1$  є максимуми  $m$  і  $m + 1$  (рис. 11.8). Для довжини хвилі  $\lambda_2 > \lambda_1$  відповідні максимуми будуть дещо вище, тобто максимум  $m$  для  $\lambda_2$  буде в проміжку між максимуми  $m$  і  $m + 1$  для  $\lambda_1$ :

$$x'_m < x''_m < x'_{m+1}.$$

Якщо максимум  $m+1$  для  $\lambda_1$ , співпаде з максимумом  $m$  для  $\lambda_2$ , то весь проміжок між цими максимумами буде заповнений максимумами проміжних довжин хвиль.

Так що для розрізнення максимум  $(m + 1)_{\lambda_1}$  повинен бути вище від максимуму  $m_{\lambda_2}$ :  $x'_{m+1} > x''_m$ . Або враховуючи (24),

$$(m + 1) \frac{\lambda_1 l}{d} > m \frac{\lambda_2 l}{d}. \quad (25)$$

Звідси  $m\lambda_1 + \lambda_1 > m\lambda_2$

і 
$$\lambda_2 - \lambda_1 < \frac{\lambda_1}{m} \quad (26)$$

Це і є умова розрізнення інтерференційної картини.

Розрахунок показує, що інтерференційна картина залишається чіткою, якщо

$$2b \sin \varphi \leq \frac{\lambda}{4}, \quad (27)$$

де  $2\varphi$  – так званий кут розходження або апертура інтерференції.

## \6. Поняття про часову і просторову когерентність

Когерентність – це узгоджене протікання в часі і просторі декількох коливальних хвильових процесів. Цю умову задовольняють монохроматичні хвилі. Однак жодне реальне джерело не дає абсолютного монохроматичного світла, а хвилі, які випромінюються будь-якими незалежними джерелами, завжди некогерентні. Фізична причина в тому, що атоми випромінюють кванти світла незалежно один від одного, спонтанно. Сам же процес випромінювання триває дуже короткий час ( $\tau \approx 10^{-8} \text{ c}$ ). Так що амплітуда і фаза випромінюваного світла безладно змінюються. Середній час  $t_{\text{ког}}$ , за який випадкова зміна фази хвилі досягає приблизно  $\pi$ , називається **часом когерентності**. Для звичайних джерел  $t \approx 10^{-9} \text{ c}$ .

Інша важлива фізична величина – довжина когерентності – це відстань  $L_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}}$ , на яку поширюється хвиля за час когерентності  $t_{\text{ког}}$ , на протязі якого амплітуду і фазу можна вважати незмінними. В оптиці довжина когерентності становить  $3 \div 30 \text{ см}$ .

Когерентність коливань, які здійснюються в одній і тій же точці простору і визначаються ступінню монохроматичності хвиль, називається **часовою когерентністю**.

Поряд з часовою когерентністю, яка визначається часом когерентності, для описування когерентних властивостей хвиль у площині, перпендикулярній напрямку їх по-

ширення, вводиться поняття **просторової когерентності**. Два джерела, розміри і взаємне розташування яких дають можливість (при необхідній монохроматичності світла) спостерігати інтерференцію, називаються **просторово-когерентними**.

Часова і просторова когерентність мають велике значення в голографії для одержання об'ємних зображень предметів.

#### Питання для контролю

1. Що являють собою світлові хвилі ?
2. Який діапазон довжин хвиль займають світлові хвилі ?
3. Які хвилі називаються когерентними?
4. В чому полягає явище інтерференції світлових хвиль ?
5. Які способи одержання когерентних хвиль ви знаєте ?
6. Що таке різниця ходу та оптична різниця ходу хвиль ?
7. Записати та пояснити умови максимуму та мінімуму інтенсивності світла при інтерференції.
8. Від яких величин залежить ширина інтерференційної смуги ?
9. Пояснити значення монохроматичності та розмірів джерела світла в утворенні чіткої інтерференційної картини.

#### Допоміжна література

1. Малинко В.Н., Сусь Б.А. Курс фізики, т. 2, ч. 2, КВВИУС, 987. §§52-56.
2. Савельєв И.В. Курс общей фізики, т. 2. - М.: Наука, 1978. §110,119,121.

#### Задачі для самостійного розв'язування

1. Відстань між двома когерентними джерелами світла ( $\lambda=0,5\text{мкм}$ )  $d=0,1\text{ мм}$ . Відстань між світлими смугами на екрані в середній частині інтерференційної картини  $\Delta y=1\text{ см}$ . Визначити відстань  $l$  від джерела до екрана.

(Відповідь :  $l=2\text{ м}$ )

2. Для зменшення втрат світла при відбиванні від скла на

поверхню об'єктива ( $n_1 = 1,7$ ) наноситься тонка прозора плівка ( $n_2=1,3$ ). При якій найменшій товщині цієї плівки відбудеться максимальне послаблення відбитого світла ( $\lambda=0,56$  мкм)? Вважати, що промені падають перпендикулярно до поверхні об'єктива.

(Відповідь:  $d=0,11$  мкм)

3. З метою протилокаційного маскування об'єктів на їхню поверхню наносяться тонкі покриття із магнітодіелектриків, що дає інтерференційне згасання радіохвиль. Визначити товщину покриття із пресованого карбонільного заліза ( $\mu=8$ ,  $\varepsilon=4$ ), якщо об'єкт опромінюється радіохвилею з  $\lambda = 3,2$  см.

(Відповідь: ( $d=1,4$  мм)

4. На тонкий скляний клин падає нормально монохроматичне світло. Кут клина  $\alpha=2$ , показник заломлення  $n=1,55$ . Визначити Довжину світлової хвилі, якщо відстань між суміжними інтерференційними максимумами у відбитому світлі  $\Delta x=0,3$  мм.

(Відповідь:  $d=0,52$  мкм)

5. Відстань між п'ятим і двадцять п'ятим світлими кільцями Ньютона дорівнює 9 мм. Радіус кривизни лінзи 15 м. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла, яке падає нормально на установку. Спостереження робляться у відбитому світлі.

6. На скляну пластинку ( $n_1 = 1,5$ ), покритую тонкою плівкою ( $n_2 = 1,4$ ), падає нормально паралельний пучок світла ( $\lambda=0,6$  мкм). Відбите світло максимально послаблене внаслідок інтерференції. Визначити товщину плівки.

(Відповідь: ( $d_0=0,11$  мкм,  $d_1=0,33$  мкм)