

Тема 7: Інтерференція хвиль

Питання лекції:

1. Когерентні хвилі. Інтерференція хвиль.
2. Відбивання хвиль.
3. Поняття про втрату половини хвилі при відбиванні.
4. “Стоячі” хвилі. Вузли і пучності.

1. Когерентні хвилі. Інтерференція хвиль

У середовищі одночасно можуть розповсюджуватись різні хвилі і вони можуть накладатися одна на одну. Якщо дві хвилі, наприклад, перекриваються в деякій області, а потім знову розходяться, то кожна з них поширюється так, ніби вона не зустрічала на своєму шляху другу (рис. 7.1).

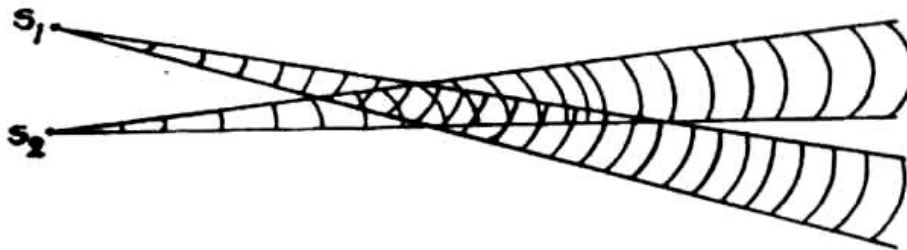


Рис. 7.1.

Цей принцип незалежності розповсюдження хвиль називається **принципом суперпозиції**.

Особливий інтерес являє випадок складання **когерентних** хвиль. **Когерентні хвилі** – це хвилі з **однаковою частотою і сталою різницею фаз**. При складанні двох когерентних хвиль виникає **явище інтерференції**, яке полягає в тому, що коливання в одних точках простору підсилюють, а в інших послаблюють одне одного. В результаті виникає система максимумів і мінімумів амплітуди, які чергуються.

Розглянемо складання коливань від двох когерентних джерел O_1 і O_2 в деякій точці M , яка знаходиться на відстанях r_1 і r_2 від джерел (рис. 7.2).



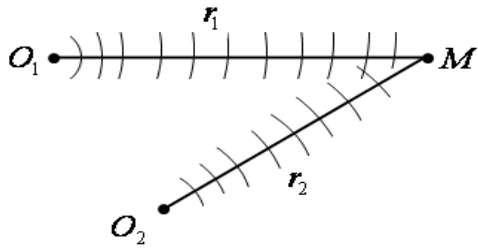


Рис. 7.2

Для наочності будемо вважати, що хвилі поперечні і коливання в точках середовища відбуваються в одному напрямі.

Запишемо рівняння коливань для точок O_1 і O_2 :

$$\begin{aligned} O_1 \quad S_{O_1} &= A_{O_1} \cos(\omega t + \psi_{O_1}), \\ O_2 \quad S_{O_2} &= A_{O_2} \cos(\omega t + \psi_{O_2}). \end{aligned}$$

В точці M коливання відбуватимуться за законом:

$$s_1 = \frac{A_{O_1}}{r_1} \cos(\omega t - kr_1 + \psi_{O_1}) = A_1 \underbrace{\cos(\omega t - kr_1 + \psi_{O_1})}_{\psi_1}, \quad (1)$$

$$s_2 = \frac{A_{O_2}}{r_2} \cos(\omega t - kr_2 + \psi_{O_2}) = A_2 \underbrace{\cos(\omega t - kr_2 + \psi_{O_2})}_{\psi_2}. \quad (2)$$

Вони складаються і результуюче коливання в точці M буде мати амплітуду

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\psi_2 - \psi_1)}, \quad (3)$$

і різницю фаз

$$\psi_2 - \psi_1 = \omega t - kr_2 + \psi_{O_2} - \omega t + kr_1 - \psi_{O_1}$$

або

$$\psi_2 - \psi_1 = k(r_1 - r_2) - (\psi_{O_1} - \psi_{O_2}). \quad (4)$$

Величина $r_1 - r_2$ називається **різницею ходу**.

Будемо вважати, що початкові фази джерел не змінюються. Крім того, будемо розглядати випадок, коли початкові фази $\psi_{O_1} = \psi_{O_2}$.

Тоді вираз для амплітуди набуває вигляду:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[k(r_1 - r_2)]}. \quad (5)$$

Як бачимо, результуюча амплітуда при складанні хвиль залежить від різниці ходу $r_1 - r_2$.

Розглянемо, при яких значеннях різниці ходу буде максимум і мінімум амплітуди A (5).

1) *max*: $\cos k(r_1 - r_2) = 1$,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2},$$

$$\boxed{A = A_1 + A_2}. \quad (6)$$

Таке можливе, коли

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \pm 2\pi n,$$

де $n = 0, 1, 2, \dots$

Отже $r_1 - r_2 = \pm n\lambda$ (7)

або $r_1 - r_2 = \pm 2n \frac{\lambda}{2}$ (8)

– умова максимуму: **максимум спостерігається в тих місцях, де різниця ходу дорівнює парному числу півхвиль.**

2) *min*: $\cos \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = -1$,

$$A = A_1 - A_2. \quad (9)$$

Таке буде при $\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \pm(2n + 1)\pi$ або іншими словами, коли різниця ходу дорівнює непарному числу півхвиль.

Отже, умова мінімуму

$$r_1 - r_2 = \pm(2n + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (10)$$

В інших випадках $A_1 - A_2 < A < A_1 + A_2$ – амплітуда коливання має проміжне значення.

Таким чином, при накладанні двох когерентних хвиль виникають узгоджені коливання, амплітуда яких різна в різних точках середовища і чергування максимумів та мінімумів амплітуди утворює так звану інтерференційну картину, що не змінюється в часі. Це явище називається інтерференцією.

Явище інтерференції знаходить широке застосування у техніці. Воно лежить в основі роботи ряду приладів, так званих інтерферометрів, призначених для точних вимірювань довжин хвиль, розмірів тіл, відстаней. Використовується явище інтерференції також у голографії, радіорелейному зв'язку.

2. Відбивання хвиль

Коли в деякій точці тіла (наприклад у струні) виникають коливання, вони хвилеподібно поширюються до границь тіла. Там енергія коливань розподіляється: частина її проникає у середовище, а частина відбивається і утворює хвилю в зворотному напрямі. Прямі і зворотні хвилі складаються, утворюючи інтерференційну картину, яка одержала назву "стоячих хвиль".

Знайдемо вираз для амплітуди і фази коливань у будь-якій точці, де накладаються пряма і зворотна хвилі.

Нехай коливання виникають у точці O і поширюються до границі тіла (рис. 7.3).

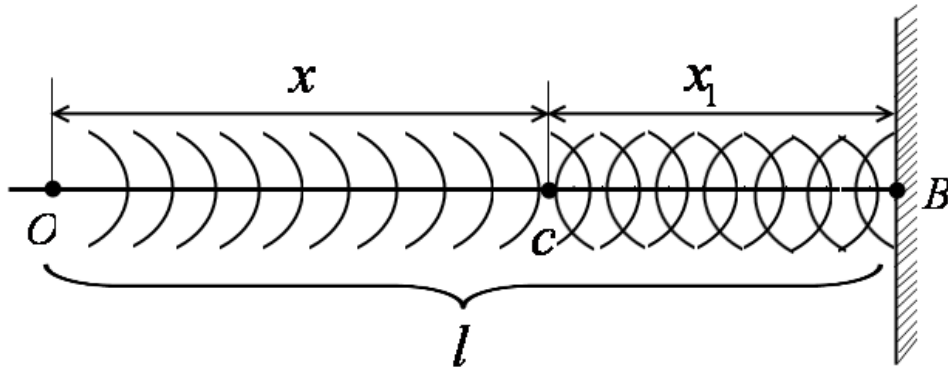


Рис. 7.3.

Запишемо рівняння прямої і зворотної хвиль для деякої точки C на відстані x від точки O і x_1 – від точки B .

Падаюча хвиля:

$$s_1 = A \cos(\omega t - kx). \quad (11)$$

Зворотна хвиля проходить від точки O шлях $OC + CB + BC$. Її рівняння можна записати:

$$s_2 = A \cos(\omega t - kx - kx_1 \cdot 2 + \psi'), \quad (12)$$

де ψ' – можлива зміна фази при відбиванні.

Зміщення в точці C

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 = \\ &= A \left[\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t - kx - 2kx_1 + \psi') \right]. \end{aligned}$$

Перетворимо суму косинусів:

4. “Стоячі хвилі”. Вузли і пучності

“Стоячі хвилі” – це не що інше, як інтерференція прямої і зворотної хвиль. Розглянемо детальніше це явище.

Запишемо ще раз рівняння хвилі (13), отримане при складанні прямої і зворотної хвиль:

$$s = \underbrace{2A \cos\left(kx_1 - \frac{\psi'}{2}\right)}_{A_{CT}} \cdot \cos\left(\omega t - kl + \frac{\psi'}{2}\right). \quad (17)$$

Амплітуда стоячої хвилі:

$$A_{CT} = 2A \cos\left(kx_1 - \frac{\psi'}{2}\right). \quad (18)$$

Як бачимо, вона залежить від відстані x , між точкою C і границею відбивання B . При деяких значеннях x , амплітуда буде дорівнювати нулеві – це **вузли**, а при інших – вона буде максимальною – це **пучності**.

Знайдемо **розміщення вузлів**:

$$A_{CT} = 0, \quad \cos\left(kx_1 - \frac{\psi'}{2}\right) = \cos\left(kx_1 + \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Косинус рівний нулеві тоді, коли

$$kx_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(2n+1), \quad \text{де } n = 0, 1, 2, \dots$$

Знайдемо x_1 :

$$kx_1 = \frac{\pi}{2}(2n+1) - \frac{\pi}{2} = \pi n,$$

$$x_1 = \frac{\pi n}{k},$$

або

$$x_1 = n \frac{\lambda}{2} = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2} \dots \quad (19)$$

розміщення вузлів (від точки відбивання).

Розміщення пучностей знайдемо із умови, що $A_{ст} = max$. Це буде тоді, коли

$$\cos\left(kx_1 - \frac{\Psi'}{2}\right) = \cos\left(kx_1 + \frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

Косинус дорівнює одиниці при $kx_1 + \frac{\pi}{2} = \pm\pi m$, де $m = 1, 2, \dots$ ($m = 0$ не має фізичного змісту, бо пучність в області твердої перешкоди неможлива).

Звідси маємо

$$\frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \frac{\pi}{2} = \pi m,$$

$$x_1 = \frac{m\lambda}{2}$$

або

$$x_1 = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \dots$$

розміщення пучностей.

Пучності і вузли знаходяться на відстані $\frac{\lambda}{4}$ одне від одного, що графічно зображено на рис. 7.5

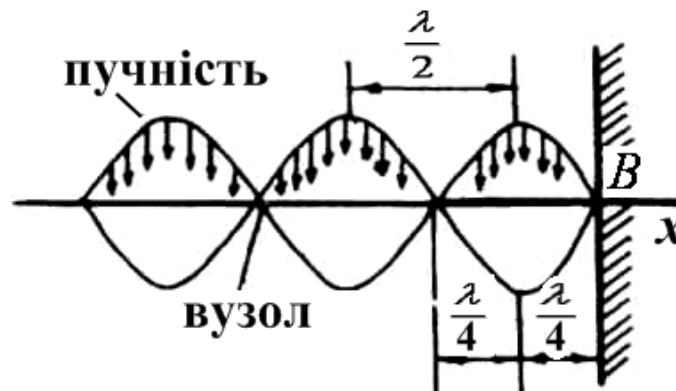


Рис. 7.5

Запишемо вираз для фази (17): $\varphi = \left(\omega t - kl + \frac{\Psi'}{2}\right)$.



Як бачимо, фаза не залежить від x . Це означає, що всі точки "стоячої хвилі" коливаються з однаковою фазою (на рис. 5 це відображено стрілочками).

При відбиванні від менш густого середовища зміна фази і втрата півхвилі не відбувається, тому фази інтерферуючих хвиль однакові; на границі розділу виникає пучність результуючої "стоячої хвилі".

Слід відзначити, що при "стоячих хвилях" енергія не переноситься, а тільки відбувається обмін енергією між вузлами і пучностями.

Питання для контролю

1. В чому полягає принцип суперпозиції хвиль ?
2. Які хвилі називають когерентними ?
3. Що таке інтерференція хвиль ?
4. Що таке різниця ходу хвиль ?
5. Записати і пояснити умови максимуму та мінімуму амплітуди при інтерференції.
6. В чому полягає суть поняття про втрату півхвилі при відбиванні ?
7. Що таке "стоячі хвилі" ?
8. Що таке вузол, пучність "стоячої хвилі" ?
9. За якими формулами визначаються координати вузла, пучності ?
10. Чи переносить енергію "стояча хвиля" ?

Допоміжна література

1. *Йонушас К. К., Малинко В. Н.* Курс фізики, т. 2, ч. 1. – Київ: КВВІУС, 1987. – § 43, 44.
2. *Савельєв І. В.* Курс общей фізики, т. 2. – М.: Наука, 1978. – § 99, 103.
3. *Савельєв І. В.* Курс общей фізики, т. 1. – М.: Наука, 1973. – § 83, 84.

