Міністерство транспорту та зв'язку України Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова

М.В. Захарченко

СИСТЕМИ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ

Том 2. Поелементне та циклове фазування в системах з блоковим кодуванням

Рекомендовано міністерством транспорту та зв'язку України як підручник для студентів, які навчаються за напрямами 6.050903 «Телекомунікації», 6.050904 «Мережі та системи поштового зв'язку».

Лист № 6778/23/14-08 від 22.09.2008

Одеса Фенікс 2010 УДК 61.394; 621.397 3–38

Рецензенти:

д.т.н. проф. Климаш М.М., Львівський національний політехнічний університет;

д.т.н. проф. Семенко А.І., Державний університет інформаційнокомунікаційних технологій

Захарченко М.В. Системи передавання даних. – Т. 2: Поелементне та 3–38 циклове фазування в системах з блоковим кодуванням : підручник

[для студентів вищих технічних навчальних закладів, які навчаються за напрямами: 6.050903 «Телекомунікації»; 6.050904 «Мережі та системи поштового зв'язку»] / М.В. Захарченко. – Одеса : Фенікс, 2010. – 264 с.

ISBN

Із змісту першого тому підручника «Завадостійке кодування» слідує, що для реалізації когерентного або кореляційного аналізу сигналу приймання в «середній точці» або методом інтегрування на інтервалі одиничного елемента необхідна наявність на прийманні несучого коливання із заданою фазою або тактових імпульсів, що відповідають початкам (серединам) одиничних інтервалів. З іншого боку для правильного декодування кодових конструкцій необхідна інформація про початок і кінець кодового слова. Необхідно врахувати тактові імпульси, які використовуються не лише для реалізації приймання окремих елементів, але й для комутації окремих каналів у багатоканальних системах з часовим ущільненням.

Таким чином, приймач повинен мати пристрої, що формують несуче (опорне) коливання, та пристрої, які виділяють сигнали, що відповідають кінцям або початкам посилок кодових слів.

Очевидно, формування опорного сигналу стробувальних імпульсів початку (кінця) елементарних посилок або кодових слів повинно проводитися на основі приймання деякого повідомлення, яке може бути або автономним, з передаванням по окремому частотному каналу, або виділятися із потоку інформаційних сигналів. Сигнал, що забезпечує його передавання, називається синхросигналом. Сукупність пристроїв передавальної та приймальної сторін, які забезпечують формування синхросигналів, називається каналом синхронізації.

В другому томі в систематизованому вигляді розглянуті пристрої поелементної та групової синхронізації в системах передачі даних. Проведено порівняння двох методів одержання інформації відносно фази елементарних сигналів та кодових конструкцій із спеціальних сигналів, які є частиною кожного кодового слова, а також із структурних характеристик корегуючи блокових кодів.

ISBN

3MICT

ВСТУП	5
ЧАСТИНА 1 ПОЕЛЕМЕНТНА СИНХРОНІЗАЦІЯ	
В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАВАННЯ ДИСКРЕТНОЇ	
ІНФОРМАЦІЇ	9
Глава 1.1. Вплив поелементної синхронізації на якість	
Передавання	9
1.1.1. Имовірнісні критерії якості передавання з врахуванням	0
112 Способи забезпецения синуронізації	9
1.1.2. Chocoon saocsne tenny curryponisatii	13
1.1.5. Основні параметри синхронізації	14
1.1.4. Білив синхронізації на имовірність помилкової о	
приимання при прииманні в середині слементарної	22
	22
1.1.5. ПОТУжність міжсимвольних завад	27
при прииманні аналогового сигналу	27
1.1.6. Билив методів приимання рішень на ефективність	26
передавання гоороолення інформації	36
Г.1./. Багатоетанні процедури прииняття рішень	42
1 2.1. Облика сфанктион синхронизаци	58
1.2.1. Оомін ефективності системи передавання інформації	50
	58
1.2.2. Завадостникисть оагатооо ектних систем телекерування	64 72
1.2.5. Завадостникисть систем з ортогональними сигналами	12
1.2.4. Бимоги до пристроїв по елементної синхронізації	15
1.2.5. Системи синхронтзації з віливом на параметри	0.5
	85
1.2.6. Системи поелементног синхронгзаци	07
	8/
1.2.7. Розрахунок параметрів по елементної синхронізації	96
ЧАСТИНА 2 ЦИКЛОВА ТА МЕРЕЖНА СИНАРОНІЗАЦІІ р системах передаці ніформації	100
В СИСТЕМАЛ ПЕРЕДАЧТ ІНФОРМАЦІІ	102
1 лава 2.1. Вплив структури коригуючих олокових кодів	100
на имовірність синфазного стану	102
2.1.1. Методи та параметри циклової синхронізації	102
2.1.2. Порівняння стартостопного та синхронного методів	1.00
циклового фазування	109
2.1.5. Аналіз системи з одноелементним синхросигналом	117
2.1.4. Класифікація пристроїв циклової синхронізації	123
2.1.5. Алгоритм миттєвого відновлення синфазного стану	132
2.1.6. Установлення синфазного стану за заліковим відрізком	
інформаційної послідовності	141

Глава 2.2. Залежність між параметрами коригуючих кодів	
і ймовірністю виявлення синфазного стану	145
2.2.1. Критерії виявлення синфазного стану за параметрами	
коригуючого коду	145
2.2.2. Оптимальні співвідношення в блокових коригуючих	
кодах	149
2.2.3. Швидкість входження у фазу стартстопних термінальних	
пристроїв	159
2.2.4. Вплив дроблень сигналів на ймовірність характеристики	
установлення синфазного стану	167
2.2.5. Збільшення швидкості установлення фази асинхронних	
прикінцевих пристроїв	173
ЧАСТИНА 3. ПОЕЛЕМЕНТНА ТА ЦИКЛОВА СИНХРОНІ-	
ЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ НА БАЗІ ТАЙМЕРНИХ СИГНАЛІВ	182
Глава 3.1. Системи з ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком	182
3.1.1. Синтез стійких ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком	182
3.1.2. Підвищення порядку астатизму системи ФАПЧ	
за допомогою позитивного зворотного зв'язку	188
3.1.3. Мінімізація інтегральної оцінки якості системи ФАПЧ	192
3.1.4. Особливості систем синхронізації для систем	
з багатопозиційними тимчасовими кодами	187
3.1.5. Розрахунок середнього часу до порушення синфазного	
стану	207
3.1.6. Аналіз схеми системи стартстопної синхронізації	
в системах з ТСК	210
Глава 3.2. Оцінка якості каналу за результатами декодування	
та параметрами лінійного сигналу	221
3.2.1 Оцінка дисперсії та математичного очікування	221
3.2.2. Оцінка ймовірностей правильних та помилкових рішень	231
3.2.3. Вплив виявляючої здібності коригувального коду на	
значення оцінок ймовірності правильних та хибних	
«стирань»	235
3.2.4. Управління порогами аналізу лінійного сигналу	246
3.2.5. Визначення втрат надійності оцінок за умовними	
ймовірностями	248
Література	254

ВСТУП

Технічний поступ в області засобів зв'язку реалізується сьогодні на підставі комплексного підходу, котрий містить в собі, як один із складових пунктів, перехід від аналогових систем до цифрових, що має стати підґрунтям для створення цифрових мереж з інтеграцією служб ISDN (Integrated Service Digital Network).

В технічно розвинених країнах по-різному розв'язуються питання стосовно способів та методів переходу від існуючих, здебільшого аналогових, до цифрових мереж зв'язку, в котрих використовуватимуться різноманітні швидкості та способи передавання й комутації сигналів.

На сьогодні в країні розв'язано основні задачі, стосовно перегляду принципів побудови й подальшого розвитку первинних та вторинних мереж, їхнього технічного обслуговування й керування, а також термінової цифровізації мереж, встановлення сучасного обладнання й запровадження нових послуг:

1. Розроблено Комплексну програму розвитку Єдиної національної системи зв'язку (ЄНСЗ), в якій визначено пріоритети, головні завдання, прогнозовані показники.

2. Розроблено Основні положення ЄНСЗ, якими визначено принципи побудови й перспективи розвитку мереж, питання технічної експлуатації й керування мережами, нормування та вимірювань. Цей документ потрібен галузі зв'язку й іншим відомствам для розробляння, проектування й експлуатації мереж різноманітного призначення, а також виробникам засобів зв'язку.

3. Розроблено Концепцію розвитку національних мереж електричного і поштового зв'язку загального користування й формування ринку послуг зв'язку в Україні, котра відбиває основні підходи до розвитку галузі в умовах її реформування.

4. Виконано загальносистемні роботи, які пропонують науковообґрунтовані пропозиції з таких питань:

- побудова нових мереж (мобільних, інтелектуальних, ISDN);

- цифровізація мереж;

- розвиток системи керування;

- створення нової системи оцінювання якості зв'язку;

підвищення живучості мереж зв'язку й захист інформації;

- створення апарату мережної оптимізації.

Не зупиняючись докладно на всіх напрямках, відзначимо, що для таких напрямів, як первинна мережа, телефонія, документальний зв'язок було проведено роботи, котрі визначають принципи їхньої побудови й розвитку на базі нових технологій та послуг, що відбито в розроблених концепціях, правилах, настановних документах, нормах, стандартах. Все це дало змогу виробити системне бачення завдань, котрі стоять перед галуззю, та шляхів їхнього розв'язання. Здобуті результати є надто важливі саме сьогодні, коли існуючі технології й послуги зв'язку стають все більш складними, наукомісткими й інтелектуальними, а проведення незалежної науково-технічної політики в галузі зв'язку можливе лише за наявності власної національної галузевої науки.

Сучасний етап науково-технічного забезпечення пов'язаний з розв'язанням задач, забезпечуючих подальший розвиток мереж зв'язку, які мають стати транспортним середовищем в Україні, розбудовуючись на принципах, прийнятих світовим співтовариством, й, інтегруючись з ним, утворюючи Глобальну інформаційну інфраструктуру. Орієнтація має бути спрямована на підходи, розроблювані в цьому напрямі впродовж останніх декількох років Міжнародним Союзом Електрозв'язку. Для майбутньої інформаційної структури найвищий пріоритет має бути надано B-ISDN, інтелектуальним мережам, керуванню мережами TMN, локальним мережам, мобільним мережам третього покоління, мовленню, кабельному телебаченню. З точки ж зору служб, максимальний пріоритет надається аудіовізуальній мультимедіа, персональному зв'язку та службі FPLMTS.

За провідний пріоритет в найближчому майбутььому слід вважати створення широкосмугових мереж. Широкосмуговість мереж грунтуватиметься на технології АТМ – асинхронному методі перенесення інформації. В основу АТМ покладене статистичне ущільнення 51байтними пакетами мережних трактів та швидка комутація пакетів. Ефективність використання пропускної здатності, прозорість, сумісність, значною мірою визначаються якістю роботи систем синхронізації, як пристроїв, так і мереж в цілому.

Аналіз літератури свідчить, що системи фазової синхронізації (СФС) набувають широкого застосування не лише в сучасній апаратурі зв'язку й керування. Зокрема, СФС використовуються в синтезаторах частот демодуляторів імпульсних сигналів з частотною (ЧМ) та фазовою (ФМ) модуляцією в когерентних системах зв'язку, у пристроях тактової синхронізації, у приймачах амплітудно-модульованих сигналів, у пристроях резервування потужних пристроїв зв'язку та ін.

Розвиток цифрових систем передавання, електронних цифрових станцій комутації потребує створення єдиної цифрової системи зв'язку. При її побудові виникає задача синхронізації генераторів сигналів тактових частот, розташованих в численних вузлах зв'язку. При цьому на провідних вузлах регіонів цифрової мережі планується встановлення атомних стандартів частоти. На ведених вузлах доцільно встановлювати більш прості й надійні кварцові генератори, охоплені петлею фазового автопідстроювання. Від способу синхронізації прийнятого в мережі, а також від точності й швидкодії СФС, у цьому разі залежить як частота проковзувань, так і час роботи вузла в автономному (плезіохронному) режимі. Отже, системи поелементної й групової синхронізації є важливими невід'ємними складовими сучасних пристроїв та систем зв'язку. Від якості їхнього функціонування залежить робота всієї системи зв'язку, зокрема, вірогідність приймання та входження в синхронізм. Основними показниками якості СФС є точність в синхронних режимах та швидкодія.

Розробці систем по елементного та циклового фазування присвячено роботи вітчизняних та зарубіжних вчених: Шахгільдяна В.В., Первачова С.В., Тихонова В.І., Калцкаса А.А., Клеппера Дж., Колтунова М.Н., Стиффлера Дж., Фоміна А.Ф., Зайцева Г.Ф., Стеклова В.К., Гостєва В.І. та ін.

Другий том підручника «Системи передавання даних» присвячено питанням синтезу та аналізу пристроїв поелементного та циклового фазування. Матеріал викладено в 3-х частинах.

В першій частині «Синхронізація в системах з розрядно-цифровими параметри питання: систем поелементної кодами» розглянуті синхронізації синхронізації. Вплив помилок на завалостійкість приймальних пристроїв, особливості приймання при аналізі в середині елементарного сигналу. Послідовності розрахунків впливу параметрів поелементної синхронізації на імовірнісні характеристики якості Особливу увагу приділено багатостайним процедурам приймання. прийняття рішень при розпізнаванні кодових конструкцій.

другій частині підручника розглянуті питання циклової синхронізації при використанні коригуючих блокових кодів: визначені параметри циклових систем, проведено порівняння стартостопного та синхронного методів фазування, аналіз систем з різним числом синхросигналів. Розглянуті спеціальні алгоритми «миттєвого» відновлення синфазного стану, приведено методики розрахунку імовірнісних характеристик систем циклової синхронізації. Основна увага другої частини присвячена залежності імовірнісних характеристик виявлення асинфазного стану, оптимізації питомої ваги додаткових елементів коригуючих блокових кодів, швидкості входження у фазу термінальних пристроїв, впливу лінійних завад на імовірнісні характеристики систем циклового фазування, збільшенню швидкості установлення фази асинхронних систем.

Третя частина присвячена питанням циклової та поелементної синхронізації в системах на базі таймерних сигналів: синтезу стійких ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком, підвищенню порядку статизму, мінімізації інтегральної оцінки якості систем ФАПЧ, особливостям систем синхронізації на базі таймерних сигналів, методам розрахунку середнього часу порушення асинфазного стану, ефективності стартстопного методу синхронізації при ТСК, ефективності оцінки параметрів якості каналу за результатами декодування коригуючих кодів та параметрами лінійного сигналу, визначенню втрат надійності оцінки за умовними ймовірностями.

Вважаю своїм обов'язком висловити подяку кандидатам технічних наук Гаджієву М.М., Мартиновій О.М., які прийняли участь в написанні глав 2.2 та 3.2 підручника, та аспірантам Шинкарчук Т.М., Бєловій Ю.В. за сумісну роботу над главою 3.1. Особлива подяка докторам наук Климашу М.М. і Семенку А.І. за цінні поради в процесі роботи над змістом окремих розділів.

ЧАСТИНА 1

ПОЕЛЕМЕНТНА СИНХРОНІЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАВАННЯ ДИСКРЕТНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Глава 1.1. Вплив поелементної синхронізації на якість передавання

1.1.1. Ймовірнісні критерії якості передавання з врахуванням синхронізації

Повний алгоритм забезпечення заданої вірності зв'язку містить в собі вибір раціонального способу кодування, передавання, оброблення сигналів, здійснення синхронної роботи передавального і приймального кодоперетворювачів, раціональне використання зворотного каналу. Особливе значення синхронізація має в каналах телекодового зв'язку, які характеризуються підвищеними вимогами до швидкості й вірності зв'язку.

Види синхронізації. За способами використання циклу передавання й приймання сигналів дискретні системи зв'язку поділяються на однократні й багатократні. В однократних системах до спеціальних пристроїв – розподілювачів підключено по одному джерелу й отримувачу інформації зі своїми кодоперетворювачами, і за один цикл роботи розподілювачів передається й приймається певна група символів. У багатократних системах до розподілювачів підключено N>1 джерел й отримувачів інформації, і за один цикл по каналу передається N груп символів - по одній від кожного кодоперетворювача. Тому одна із основних умов стійкої роботи системи телекодового зв'язку полягає у забезпеченні синфазності між передавальними й приймальними пристроями формування й оброблення сигналів.

Фазування може здійснюватися за символами, за групами символів і за кодограмами. Відповідно до цього цьому розрізняють тактову, циклову й кодову синхронізацію.

Для забезпечення тактової синхронізації, як і в телеграфних каналах літеродрукування, використовуються автономна і примусова синхронізація імпульсних генераторів. Проте ці заходи не виключають можливості збою посилань. Точність фазування повинна складати декілька відсотків від тривалості елементарного імпульсу T_c . Якщо $\delta T = \frac{\Delta T_c}{T_c}$ – відносна частка елементарного імпульсу, в границях якої припустимо розбіжність за фазою на один період коливань, то час зсуву за фазою на величину ΔT_c

$$\Delta T_{\rm c} = \frac{\delta T}{\delta f \ B},$$

де δf – відносна нестабільність генератора.

становитиме

Приклад. При максимальному значенні виправляльної здатності 50 % припустимий час роботи стабільних генераторів ($\delta f = 10^{-6}$) при B = 50 Бод складає $5 \cdot 10^3$ с, а при B = 1200 бод – лише 210 с; при $\delta f = 10^{-5}$ стійка робота системи зв'язку порушиться відповідно через 500 с і 21 с.

Для тактової синхронізації слугує система корекції, яка здійснює безперервне слідкування за фазою прийманих імпульсів.

Циклова синхронізація забезпечує «зведення» фаз передавального й приймального розподільників при вмиканні системи, а також спочатку кожного циклу роботи. Це спрощує побудову кодоперетворювачів й виділення сигналу запиту в системах зі зворотним каналом. При цьому фаза між розподілювачами на одній станції може установлюватися постійною (*одновісний* режим роботи) або автоматично регулюватися системою корекції в залежності від часу запізнювання сигналів (*двовісний* режим роботи).

Розрізняють стартостопний й синхронний способи циклового фазування. Стартстопний спосіб синхронізації передбачає посилання спочатку і у кінці кожного циклу роботи спеціальних стартового і стопового сигналів, які відрізняються за своєю структурою від інформаційних сигналів. Цей спосіб є простим у реалізації й забезпечує локалізацію помилки у межах циклу.

При синхронному способі циклового фазування коригуючі сигнали безперервно надходять по лінії зв'язку незалежно від передавання повідомлень. Цей спосіб є більш складним, проте відрізняється високою завадостійкістю, через те, що приймальний фазувальний пристрій весь час має відомості про фазу сигналів. Крім цього, спрощується каналоутворювальне обладнання.

Кодова синхронізація забезпечує фазування кодоперетворювачів за кодовими словами (повідомленнями). Більшість методів кодування передбачає використання апріорних відомостей про початковий символ кодограми. У той самий час на вході декодувального пристрою можуть утворюватися послідовності символів, що не є робочими комбінаціями, й, крім цього, флуктуації часу розповсюдження роблять момент початку кодограми точно невідомим. Тому синхронізація є статистичною задачею, для аналізу якої доцільно використовувати апарат статистичної теорії рішень.

Ймовірнісні критерії оцінки процесу передавання й оброблення з урахуванням синхронізації. Часове розузгодження у роботі передавального й приймального кодоперетворювачів і дія завад призводять до того, що у межах заданого часового інтервалу у каналі зв'язку можуть існувати комбінації символів різної структури:

 $- \{A_1\}$ – множина *n*-значних робочих кодограм;

- {A₂} множина послідовностей, в яких перші n 1 символів належать робочій кодограмі, а останній, n-й символ належить проміжку між ними;
- $\{A_3\}$ множина послідовностей, у яких перші n-1 належать кодограмі, а останній *n*-й символ є першим символом кодограми;
- {A_η} множина послідовностей, які цілком належать проміжку між кодограмами.

Множині передаваних сигналів $\{X_i\}$ зіставимо множину рішень $\{K_j\}$, що приймаються декодувальним пристроєм. Потужність простору рішень (число областей рішень, які не перетинаються)

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 = 2^k + 1,$$

де μ_1 – число рішень, які відповідають прийманню одного з 2^k повідомлень; $\mu_2 = 1$ – рішення, що прийнята послідовність символів не є робочою кодограмою.

У загальному випадку послідовність символів, яка збігається з робочою кодограмою X_i , може зустрітися у будь-якій з множин $\{A_j\}$ з імовірністю $p_{A_j}(X_i)$, де $i=1, 2, ..., 2^k$; $j=2, 3, ..., \eta$. Тоді середній ризик прийняття рішення

$$R_{0} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu_{1}} \sum_{\nu=1}^{\eta} W(X_{i}, K_{j}) p_{X_{i}}(K_{j}) p_{A_{\nu}}(X_{i}) p(A_{\nu}), \qquad (1.1)$$

де $W(X_i, K_j) - функція втрат, яка характеризує ціну помилкового рішення <math>K_j$ при передаванні сигналу X_i . Умовна ймовірність $p_{A_v}(X_i)$ відображає спосіб кодування й роботу передавального пристрою; в ідеальному випадку $p_{A_v}(X_i) = 0$ при $i \neq v$. Ймовірність $p_{X_i}(K_j)$ характеризує можливість помилкового декодування (прийняття рішення K_j декодувальним пристроєм при надходженні комбінації символів X_i).

Для описування синхронності роботи передавального й приймального кодоперетворювачів уведемо умовну ймовірність $p_{A_i}(D)$, що характеризує можливість декодування послідовності символів, яка належить множині $\{A_i\}$. Ймовірність $p_{A_i}(D)$ залежить від способу кодування й потоку помилок в каналі зв'язку і виду інформації, що надходить у проміжках між блоками кодограм. В ідеальному випадку ймовірність

$$p_{A_i}(D) = \begin{cases} 0 & \text{sa} \quad i \neq 1, \\ 1 & \text{sa} \quad i = 1. \end{cases}$$
(1.2)

Тоді вираз (1.1) з урахуванням синхронізму кодоперетворювачів можна представити у вигляді

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3, (1.3)$$

де

$$R_{1} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu_{1}} \sum_{\nu=1}^{\eta} W(X_{i}, K_{j}) p_{X_{i}}(K_{j}) p_{A_{\nu}}(X_{i}) p(A_{\nu}); \qquad (1.4)$$

$$R_{2} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{\nu=1}^{\eta} W(X_{i}, K_{j}) p_{X_{i}}(K_{j}) p_{A_{\nu}}(X_{i}) p_{A_{\nu}}(D) p(A_{\nu}); \qquad (1.5)$$

$$R_{3} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{\nu=1}^{\eta} W(X_{i}, K_{j}) p_{A_{\nu}}(X_{i}) p_{A_{\nu}}(\overline{D}) p(A_{\nu}), \qquad (1.6)$$

а умовна ймовірність

$$p_{A_{v}}(\overline{D})=1-p_{A_{v}}(D).$$

Якщо прийняти квадратичну форму втрат, то необхідно надати μ^2 її значення, які можна поділити на чотири групи:

– 1-ша група містить $\mu = 2^k + 1$ вірних рішень, які характеризуються функціями втрат $W(X_i, K_i) = 0$ і $W(X_j, K_j) = 0$;

– 2-га група містить помилки рішення через *подавления* кодограм з імовірністю

$$p_{\Pi \kappa} = \sum_{i=1}^{\mu} p_{X_i}(K_j) p_{A_1}(X_i) p_{A_1}(D) p(A_1) + p_{A_1}(\overline{D}) p(A_1), \quad (1.7)$$

функції втрат у цьому випадку $W(X_i, K_j) = \alpha > 0;$

- 3-тя група містить помилки через трансформацію кодограм з імовірністю

$$p_{\rm TK} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu_{\rm I}} p_{X_i} (K_j) p_{A_{\rm I}} (X_i) p_{A_{\rm I}} (D) p(A_{\rm I}), \qquad (1.8)$$

функція втрат при цьому буде:

$$W(X_i, K_j) = \begin{cases} \beta_1 > 0 & \text{3a} & X_i \subset A_i & i, j = 1, 2, ..., 2^k; \\ \beta_1 > 0 & \text{3a} & X_i \subset A_i & v = 2, 3, ..., \eta. \end{cases}$$

 4-та група містить помилки через утворення хибних кодограм в проміжках між робочими кодограмами; ймовірність цієї події

$$p_{_{\Pi K}} = \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu_{1}} \sum_{\nu=2}^{\eta} p_{X_{i}}(K_{j}) p_{A_{\nu}}(X_{i}) p_{A_{\nu}}(D) p(A_{\nu}), \qquad (1.9)$$

при цьому функція втрат $W(X_i, K_j) = \gamma > 0$.

Тоді середній ризик прийняття рішення

$$R_0 = \alpha p_{\rm nk} + \beta p_{\rm rk} + \gamma p_{\rm nk}. \tag{1.10}$$

Ймовірності $p_{\pi\kappa}$, $p_{\tau\kappa}$ і $p_{\pi\kappa}$ можуть бути критеріями при оцінці технічних показників системи зв'язку. Аналіз виразів (1.7) ... (1.9) показує, що синхронізація роботи приймального й передавального кодоперетворювачів істотно впливає на величину середнього ризику прийняття рішення.

Тактова і циклова синхронізація широко застосовується у телеграфних літеродрукувальних системах. Кодова синхронізація характерна для каналів телекодового зв'язку і досліджена менш докладно.

1.1.2. Способи забезпечення синхронізації

Будемо розрізняти два режими роботи каналу телекодового зв'язку – з нерегулярним і регулярним кодовими тактами. У першому випадку кодограми надходять на вхід приймача у випадкові моменти часу, інформація про попередні сигнали в процесі оброблення не використовується. У другому випадку кодограми надходять з визначеною частотою F_{κ} , інформація про попередні сигнали може використовуватись у процесі оброблення. При виборі схеми приймального пристрою необхідно враховувати спосіб кодування й швидкодію елементів логічних схем.

У каналах з нерегулярним кодовим тактом може застосовуватись маркерна і безмаркерна синхронізація. Блок-схема приймача для каналу з маркерною синхронізацією наведена на рис. 1.1, *а*.



Рисунок 1.1 – Синхронізація приймальних кодоперетворювачів у каналах телекодового зв'язку

Кодограма Z, що містить маркерну й інформаційну частини, через ключовий каскад КК надходить у буферний регістр БР й у селектор маркера СМ. Після виділення маркера інформаційна частина кодограми надходить для оброблення у декодувальний пристрій ДКП. Селекція маркера є статистичною задачею. Тому важливе значення має вибір структури маркера, ознак імпульсної селекції, правила рішення. Подібні пристрої не потребують великої швидкодії логічних елементів, тому що кодограма обробляється не у реальному масштабі часу, а після запам'ятовування її у регістрі БР.

У каналах з безмаркерною синхронізацією використовуються коди, які дозволяють розрізняти кодограми без спеціальних роздільних знаків. Початкова частина кодограм у таких кодів (синхропрефікс) слугує для синхронізації й одночасно використовується для передавання інформації. Ці коди при посимвольному прийманні потребують швидкодіючих логічних елементів.

Приймальні пристрої каналів з регулярним кодовим тактом містять блок синхронізації БС, який володіє пам'яттю для використання інформації про роботу системи у попередні моменти часу і керує роботою приймача. На рис. 1.1, б наведена схема приймача з маркерною синхронізацією. Селектор маркера СМ приєднує ДКП лише на час входу у синхронізм, надалі синхронізація здійснюється за сигналами від СМ і ДКП. Блок БС може бути зроблений у вигляді реверсивного лічильника. Рішення синхронізм приймається про лише при отриманні підтверджувальної команди про виділення маркера і декодуванні кодограми, при цьому до пам'яті БС, додається одиниць. При отриманні від'ємної команди, число, що записано в пам'яті БС, зменшується на ΔI_0 Синхронізація вважається установленою, якщо число у одиниць. лічильнику знаходиться в деяких межах $I_0 \pm \Delta I_0$, в іншому випадку БС припиняє доступ кодограми в ДКП і видає команду на автоматичне введення системи у синхронізм. Тому ймовірність декодування кодограми, $p_{A_i}(D) = p_{A_i}(B) p_{A_i}(C),$

де $p_{A_i}(B)$ – ймовірність увімкнення БС; $p_{A_i}(C)$ – ймовірність установлення синхронізму у цей момент часу.

Надважливими технічними характеристиками БС є час входження у синхронізм спочатку роботи і після збою зв'язку, час виявлення порушення синхронізму, ймовірності $p_A(B)$ і $p_A(C)$.

1.1.3. Основні параметри синхронізації

Система синхронізації повинна забезпечити фіксацію заданих моментів часу, які визначають часові інтервали (межі символів, слів, канальних інтервалів, кадрів). Цю задачу ідеально розв'язати не можна, оскільки приймання синхросигналів супроводжується шумами й завадами інших різновидів. Крім того, ймовірним є виникнення помилок, пов'язаних з недосконалістю апаратури. Задача підвищення точності фіксації синхросигналів спричиняє підвищення витрат енергії та смуги частот у каналі синхронізації.

Точність фіксації заданих часових інтервалів у кінцевому підсумку визначає точнісні характеристики телеметричної системи. У цифрових системах через помилки синхроканалу збільшується ймовірність помилкового розпізнавання інформаційних символів і слів. При визначенні необхідних моментів часу поряд зі звичайними помилками, які призводять до часткової втрати інформації, існують аномальні помилки, які призводять до повної втрати передаваної інформації. Через те, що канал синхронізації є допоміжним каналом, який забезпечує нормальне функціонування інформаційного тракту, його оцінювання доцільно здійснювати за впливом на основні параметри системи передавання інформації. Очевидно, синхроканал буде характеризуватися високими показниками лише в тому разі, якщо за рахунок мінімальних витрат енергії й смуги частот на підтримку синхронізації буде забезпечуватися мінімальні втрати корисної інформації. При цьому вважатимемо, що ідеальний канал синхронізації, що забезпечує точну фіксацію необхідних часових інтервалів, жодних втрат не зазнає.

Отже, реальний канал синхронізації слід, з одного боку, характеризувати тими втратами, які через його неідеальність виникають у тракті передавання корисної інформації, а з іншого – тими витратами енергії, смуги частот і пропускної здатності, що забезпечують функціонування синхроканалу. Оскільки єдиною характеристикою самого каналу синхронізації є звичайні й аномальні помилки у визначенні границь заданих часових інтервалів, то відхилення реального каналу синхронізації від ідеального слід оцінювати за величиною цих помилок.

Розрізняють три різновиди спотворень дискретних сигналів, які впливають на показники системи:

- абсолютна помилка фіксації синхросигналу

$$\Delta t_{\rm c} = t_{\rm c} - t_i , \qquad (1.11)$$

де *t*_c – момент часу, обумовлений за рахунок приймання синхросигналу;

t_i – дійсне значення обумовленого моменту часу;

- відносна помилка фіксації синхросигналу

$$\delta t_{\rm c} = \frac{\Delta t_{\rm c}}{t_0},\tag{1.12}$$

де t₀ – тривалість інтервалу, що підлягає фазуванню;

- кутова помилка фазування

$$\Delta \varphi_{\rm c} = 2\pi F_{\rm c} \Delta t_{\rm c}, \qquad (1.13)$$

де $F_{\rm c} = 1/t_0$.

Усі зазначені помилки слід розглядати як помилки, що мають випадкову складову, тобто їх можна подавати як випадкову функцію часу, середнє значення якої відповідає систематичній помилці.

Для характеристики точності фазування також використовується середньоквадратичне відхилення $\sigma_{\rm c}$.

Аномальні помилки будемо характеризувати часом, впродовж якого через помилки в синхроканалі припиняється приймання інформації (збій). Цей час складається з часу входження у зв'язок, тобто часу, який спливає з моменту ввімкнення системи до моменту, коли система синхронізації входить у нормальний режим, і часу збою, впродовж якого за рахунок певних чинників система синхронізації припиняє нормально функціонувати.

Отже, аномальна помилка визначається загальним часом відсутності фазування ΔT_{ϕ} .

За основний показник розглянемо зниження вірогідності відтворення передаваної інформації.

Якщо показник вірогідності відтворення в системі передавання з ідеальним синхроканалом позначити $\gamma_{c\,in}$ (мається на увазі показник або середньоквадратичного, або нормального наближення), а той самий показник за наявності реального каналу синхронізації – $\gamma_{c\,p}$, то завжди матиме місце нерівність $\gamma_{c\,in} < \gamma_{c\,p}$. Ця нерівність буде виявлятися тим відчутніше, чим більше звичайні й аномальні помилки в каналі синхронізації.

Числові показники якості синхронізації визначаються величиною відносного збільшення вірогідності приймання бу_с за рахунок помилок у каналі синхронізації:

$$\delta \gamma_{\rm c} = \frac{\gamma_{\rm c\,p}}{\gamma_{\rm c\,in}}.\tag{1.14}$$

Чим більше є значення $\delta \gamma_c$, тим гірше якість синхроканалу. В ідеальному каналі синхронізації $\delta \gamma_c = 1$.

Таке означення якості синхронізації, пов'язане з виявленням звичайних помилок, найбільш зручно використовувати в аналогових системах, наприклад, у радіолініях з фазоімпульсною модуляцією, де через звичайні помилки формування опорних імпульсів виникають додаткові помилки в інформаційному тракті. У цифрових системах цей показник відношенням імовірності помилкового розпізнавання визначається інформаційних символів. віднайденої в умовах реальної системи синхронізації ймовірності помилкового розпізнавання $P_{\text{пом n}}$, до інформаційних символів, що має місце в умовах ідеального синхроканалу $P_{\text{пом іл}}$:

$$\delta \gamma_{\rm c \, пиф} = \frac{P_{\rm пом \, p}}{P_{\rm пом \, ig}}.$$
(1.15)

Поряд з оціненням якості синхроканалу за його впливом на точнісні характеристики системи в цілому, слід враховувати втрати енергії і смуги частот на синхронізацію.

Позначимо середнє значення потужності інформаційної складової групового сигналу $P_{\rm iн\phi}$, а потужність складової синхронізації – $P_{\rm c}$. Тут можливі варіанти, коли $P_{\rm iн\phi}$ та $P_{\rm c}$ зреалізовуються по окремих каналах

зв'язку (автономний канал синхронізації) або по одному поєднаному каналу. В останньому разі для синхронізації використовується частина елементів загального сигналу.

Лінія передавання інформації без урахування синхроканалу характеризується *питомою втратою потужності*

$$\beta_{\mathrm{i}\mathrm{h}\mathrm{\phi}\,\mathrm{i}\mathrm{\pi}}^{2} = \frac{P_{\mathrm{i}\mathrm{h}\mathrm{\phi}}}{N_{0}R},\tag{1.16}$$

де N₀ – потужність завади;

R – швидкість передавання.

Лінія передавання з реальним синхроканалом за незмінного значення пропускної здатності характеризуватиметься питомою втратою потужності

$$\beta_{in\phi p}^{2} = \frac{P_{in\phi} + P_{c}}{N_{0}R}.$$
(1.17)

Взагалі можлива система, в якій сигнал поелементної синхронізації формується без додаткової втрати потужності. При цьому $P_{\rm c} = 0$.

Очевидно, що система синхронізації є тим ефективніша, чим більше є коефіцієнт

$$\gamma_{\beta} = \frac{\beta_{\mathrm{in}\phi\,\mathrm{i}\mu}}{\beta_{\mathrm{in}\phi\,\mathrm{p}}}.\tag{1.18}$$

Назвемо його *показником якості синхроканалу з витрат енергії*. Очевидно, максимальне значення цього коефіцієнта для оптимальної системи синхронізації може бути рівним одиниці.

В аналогічний спосіб можна ввести показник якості синхронізації з витрат смуги частот

$$\gamma_{\alpha f} = \frac{\alpha_{\inf \phi i\pi}}{\alpha_{\inf \phi p}}.$$
(1.19)

На закінчення розглянемо *показник надійності*. Цей показник доцільно пов'язувати з імовірністю порушення синхронізму, що призводить до переривання передавання. Зазначена ймовірність в умовах впливу завад, описуваних стаціонарним випадковим процесом, є пропорційна відносному часу втрати фази розподілювачів сигналів групового тракту по відповідних колах:

$$P_{\rm BTp \, c} = \frac{\Delta T_{\rm BTp \, c}}{\Delta T}.$$
(1.20)

Тут $\Delta T_{\rm BTD \, c}$ – час втрати синхронізму;

 ΔT – загальний час роботи системи.

У кожній системі розрізнюють поелементну й групову синхронізацію.

Поелементна синхронізація повинна забезпечити фіксацію границь елементів сигналу в цифрових системах і границь канальних інтервалів в аналогових системах передавання інформації. Поелементна синхронізація в аналогових системах забезпечує формування тактових імпульсів для роботи розподілювача сигналів по колах первинних параметрів, а в цифрових системах – селекцію інформаційних символів. Окрім того, поелементна синхронізація застосовується в системах оптимального опрацьовування інформаційних символів. При використанні складних сигналів забезпечується формування тактових імпульсів, керуючих роботою регістрів формування зразків складного інформаційного символу. Звичайно внаслідок поелементної синхронізації на приймальному боці формується періодична послідовність коротких відеоімпульсів.

Групова синхронізація забезпечує фіксацію певної групи інформаційних символів, наприклад, слів і кадрів у цифрових системах з простими сигналами або інформаційних символів, слів і кадрів у разі застосування складних сигналів. В аналогових лініях вона необхідна для фіксації кадрів або інших характерних груп канальних інтервалів. Якщо поелементна синхронізація забезпечує формування тактових імпульсів, то групова синхронізація – формування імпульсів фазування комутаторів.

На відміну від періодичних сигналів поелементної синхронізації, сигнали групової синхронізації можуть бути як періодичними, так і утворювати випадковий потік. Наприклад, у разі, коли використовується буферний запам'ятовувальний пристрій, кадри можуть мати неоднакову тривалість.

При використанні методів стиснення, які грунтуються на передаванні потоку виборок, необхідно також фіксувати й границі останніх. У цьому разі групова синхронізація характеризується випадковим потоком синхросигналів.

Істотно. фіксовані шо моменти, груповою синхронізацією, моментів. фіксованих поелементною збігаються 3 частиною синхронізацією. Важливо звернути увагу на те, що поелементні синхросигнали можна опрацьовувати на підставі використання їхньої періодичності, тобто інерційних методів накопичування. Сигнали групової синхронізації в низці випадків необхідно опрацьовувати шляхом одноразового аналізу.

Відомо, що помилкове визначення границь інтегрування за кореляційного опрацювання може призвести як до зниження вірогідності приймання, так і до повної втрати інформації. Розглянемо випадок, коли помилка у визначенні меж символів становить невелику частку символу.

На рис. 1.2, а у вигляді прямокутних імпульсів різної полярності подано інформаційні символи.

На рис. 1.2, δ зображено синхроімпульси символьної синхронізації, причому зі зсуненням на величину Δt_c щодо границь символів. Ці імпульси визначають межі інтегрування.



Рисунок. 1.2. – Вплив помилки формування синхроімпульсів на величину вихідної напруги

На рис. 1.2, *в* подано результат інтегрування. Через те, що результат інтегрування зчитується в моменти надходження синхроімпульсів, вихідна напруга, що визначає символ, може бути як менше, так і більше за своє нормальне значення (за $\Delta t_c = 0$).

Помилка синхронізації призводить до того, що частина енергії символу не зреалізовується. Це означає, що повинна зрости ймовірність помилкового розпізнавання символу. Визначимо, як змінюється ймовірність помилкового розпізнавання символу $P_{\text{пом}}$ залежно від зменшення енергії символу.

За оптимальних методів приймання $P_{\text{пом}}$ залежить від відношення сигнал/завада $2E/N_0$ на виході оптимального фільтра і від коефіцієнта взаємного зв'язку сигналів k_{ij} . При цьому енергія сигналу E визначається його часовою функцією S(t) і тривалістю одиничного елемента:

$$E = \int_{0}^{t_0} S_1^2(t) dt = \int_{0}^{t_0} S_2^2(t) dt$$
(1.21)

і ймовірність помилкового приймання дорівнює

$$P_{\text{пом}} = 0.5 - \Phi \left[\sqrt{\frac{E}{N_0} \left(1 - \frac{\lambda_{12}}{E} \right)} \right], \qquad (1.22)$$

де λ_{12} – скалярний добуток сигналів $S_1(t)$ та $S_2(t)$;

N₀ – потужність завади;

 $\Phi(x)$ – інтеграл імовірностей.

На підставі обчислень за формулою (1.22) у табл. 1.1 наведено значення $2E/N_0$, що відповідають різним значенням k_{ij} для ортогональних сигналів (k = 0) і протилежних сигналів (k = -1).

Таблиця 1.1 – Відношення сигнал/завада на виході оптимального фільтра

Рпом		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
$2E/N_0$	k = 0	1,66	5,45	9,46	14	19,2	24	29
	<i>k</i> = −1	0,828	2,72	4,74	7	9,6	12,1	14,6

Припустимо, що $P_{\text{пом}} = 10^{-7}$ відповідає певній величині $2E_1/N_0$, забезпечуваній за відсутності помилки в каналі синхронізації. Вважатимемо, що збільшення ймовірності помилки вдесятеро відбулося за рахунок появи помилки Δt_c .

Відповідно до даних табл. 1.1 відбудеться відносне зменшення енергії:

$$\varepsilon = \frac{\int_{0}^{\Delta t_{c}} S^{2}(t) dt}{\int_{0}^{t_{0}} S^{2}(t) dt} = \frac{29 - 24}{29} = 0,173$$

Аналогічно можна визначити відносне зменшення енергії для переходу від $P_{\text{пом}} = 10^{-6}$ до $P_{\text{пом}} = 10^{-5}$ тощо. Відповідні результати обчислень стосовно даних табл. 1.1 наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2 - Відносне зменшення енергії

$\Delta P_{\text{пом}}$	$10^{-2}10^{-1}$	$10^{-3}10^{-2}$	$10^{-4}10^{-3}$	$10^{-5}10^{-4}$	$10^{-6} \dots 10^{-5}$	$10^{-7} \dots 10^{-6}$
3	0,7	0,43	0,325	0,27	0,2	0,173

Якщо вважати за незмінні значення t_0 і S(t), кожному є буде відповідати певне значення відносної помилки синхронізації $\Delta t_c/t_0$.

Після відповідних обчислень можна отримати залежності вигляду

$$P_{\text{пом}} = f(\alpha, \Delta t_{\text{c}}),$$

де α – коефіцієнт, зумовлений різновидом використовуваних сигналів. За ортогональних сигналів $\alpha = 1$, за протилежних – $\alpha = 2$.

У табл. 1.3 наведено значення $\Delta t_c/t_0$, що відбивають зміни ймовірності помилки з 10^{-7} до 10^{-1} . Обчислення виконано для прямокутного, дзвоноподібного і трикутного імпульсів.

Результати обчислень для різних форм імпульсів наведено на рис. 1.3. Тут передбачалося $\alpha = 1$. При використанні протилежних сигналів значення Δt_c слід подвоїти.

З наведених графіків зробити налто можна важливий висновок, який зводиться до того, що в цифрових системах передавання інформації з високим рівнем завад, що характеризуються великими значеннями ймовірності помилкового розпізнавання ($P_{\text{пом}} \ge 10^{-2}$), помилки синхронізації не справляють істотного впливу. Вплив помилок синхронізації на величину $P_{\text{пом}}$ надто зростає системах, розрахованих на низький рівень завал. особливо символів 3a прямокутної форми.



Рисунок. 1.3. – Ймовірність помилки розпізнавання символу залежно від форми імпульсів: 1 – прямокутного; 2 – дзвоноподібного; 3 –трикутного

Форми	Зміна ймовірності помилки							
імпульсів	$10^{-2}10^{-1}$	$10^{-3} \dots 10^{-2}$	$10^{-4}10^{-3}$	$10^{-5}10^{-4}$	$10^{-6} \dots 10^{-5}$	$10^{-7} \dots 10^{-6}$		
Трикутна	0,29	0,23	0,20	0,19	0,16	0,15		
Дзвоноподібна	0,29	0,24	0,21	0,20	0,18	0,17		
Прямокутна	0,35	0,21	0,17	0,14	0,10	0,09		

Таблиця 1.3 - Відносні помилки синхронізації

На ймовірність помилкового приймання за інтегрального методу приймання впливає не лише зсунення моментів реєстрації, але й зміна рівня сигналу γ . Можна довести, що при врахуванні цих двох чинників і за відомого відношення $h = u_c/u_3$

$$P_{\text{пом}} = F\left[\sqrt{2}\frac{h}{\gamma}\left(1 - 2\Delta t_{c}\right)\right],\tag{1.23}$$

де $F(x) - функція помилок, F(x) = 0,5 - \Phi(x);$

 $\Delta t_{\rm c}$ – величина зсунення початків тактових сигналів;

 $\Phi(x)$ – інтеграл імовірностей.

1.1.4. Вплив синхронізації на ймовірність помилкового приймання при прийманні в середині елементарної посилки

Вище розглянуто синхронний прикінцевий пристрій, в якому використано інтегральний метод приймання. Зупинимося тепер на обчисленні завадостійкості синхронного прикінцевого пристрою з прийманням за методом спроб (методу "вкороченого контакту"). Положення імпульсу аналізу щодо корисного відеоімпульсу на вході прикінцевого пристрою, а також положення порога спрацьовування подано на рис. 1.4.



Рисунок 1.4 – Положення імпульсу аналізу щодо відеоімпульсу

Нехай спочатку імпульс аналізу виникає за плоскої вершини корисного відеоімпульсу. Помилка в прийманні надсилання, наприклад першого знака, відбувається при цьому тоді, коли в момент аналізу шуми, що мають від'ємні значення, перевершують за абсолютною величиною вираз $u_1 - u_3$. Ймовірність цієї події

$$P_{\text{пом в}} = F(q_{\text{в}}), \qquad (1.24)$$

де $q_{\rm B}$ – відношення $u_1 - u_3$ до середньоквадратичного значення σ_0 шумів на вході прикінцевого пристрою.

При звуженні смуги пропускання ΔF фільтра низьких частот (ФНЧ) спочатку зменшується лише величина σ_0 , а $u_1 - u_3$ не змінюється. Тому

зменшується й імовірність помилки. Проте, розпочинаючи з певного значення смуги пропускання ΔF , імпульс аналізу опиняється вже поза плоскою вершиною імпульсу. При цьому, як легко бачити, ймовірність помилки зростає.

Отже, оптимальним значенням ΔF є та смуга пропускання ФНЧ, за якої імпульс аналізу стає розташованим на самому краї плоскої вершини відеоімпульсу. При цьому, природно, найменше значення ймовірності помилки (найбільше значення $q_{\rm B}$) забезпечується при розташуванні імпульсу аналізу посередині відеоімпульсу, тобто за $\Delta t_{\rm c} = 0$ (рис. 1.4, б). У цьому разі значення ΔF має бути обрано таким, щоб корисний вихідний відеоімпульс мав трикутну форму, тобто $\tau_{\rm H} = T$. Припустимо, що виконано умову

$$t_0 = \tau_{\rm H} = 1/2\Delta F$$
.

Використовуючи вираз (1.24), віднайдемо, що оптимальне значення смуги пропускання відповідає в цьому разі n = 0.5:

$$\Delta F_{\text{off}} = 0.5 / T . \tag{1.25}$$

За такого вибору смуги й наявності певної помилки в часовому положенні імпульсу аналізу (рис. 1.4, δ), помилка в прийманні позитивного корисного відеоімпульсу виникає в тому разі, коли шуми, маючи від'ємне значення, у момент часу Δt_c перевершать за абсолютною величиною рівень

$$u^* = \frac{u}{\gamma_{\rm B}} \left(1 - 2\gamma_{\rm B} \Delta t_{\rm c} \right).$$

Ймовірність цієї події

$$P_{\text{пом B}} = F \left[\sqrt{2} \frac{q_1}{\gamma_{\text{B}}} \left(1 - 2\gamma_{\text{B}} \Delta t_{\text{c}} \right) \right].$$
(1.26)

За оптимального порога спрацьовування, коли $\gamma_{\rm B} = 1$,

$$P_{\text{пом B}} = F\left[\sqrt{2} q_1 (1 - 2\Delta t_c)\right].$$
(1.27)

Порівняння виразу (1.27) з виразом (1.23) свідчить, що за оптимального порога спрацьовування завадостійкість синхронних пристроїв за інтегральним методом приймання і приймання методом спроб ϵ однакова незалежно від величини Δt_c , якщо лише смуга пропускання ФНЧ в останньому випадку обрана дорівнюваною ΔF_{ontr} .

Що стосується впливу на завадостійкість неоптимальності порога спрацьовування, то, як свідчать обчислення за оптимального положення імпульсу аналізу вона є однакова за інтегрального методу приймання і приймання за методом спроб. За $\Delta t_c \neq 0$ та інтегрального методу приймання неоптимальність порога спрацьовування виявляється трохи менше, ніж при використанні методу спроб.

Вплив на завадостійкість помилок у положенні імпульсу аналізу при прийманні за методом спроб може бути трохи зменшено шляхом вибору смуги пропускання ФНЧ трохи більшої, ніж ΔF_{ont} . А саме, якщо з аналізу роботи системи тактової синхронізації відомо, що помилки в положенні імпульсу аналізу з доволі великою ймовірністю не перевершують за модулем Δt_c , то доцільно обрати величину *n* у такий спосіб, щоб тривалість плоскої вершини корисного відеоімпульсу на виході цього фільтра становила $2\Delta t_c$.

У зв'язку з цим у певних випадках доцільно використовувати не інтегральний метод приймання, а приймання за методом "вкороченого контакту". Однак, як свідчать наведені вище дані, обидва ці методи приймання забезпечують у середньому майже однакову завадостійкість.

Отримані вище дані за завадостійкістю синхронного прикінцевого пристрою при врахуванні перетворення сигналу і шумів у детекторі дозволяють отримати залежності ймовірності помилки $P_{\text{пом}}$ від співвідношення сигнал/шум на виході приймача $q_{\text{вх}}$ і тим самим цілком розв'язати задачу про завадостійкість приймачів у синхронних прикінцевих пристроях.

Наведемо як приклад результати таких обчислень для деяких найбільш характерних параметрів приймачів трьох основних видів модуляції: амплітудної (АМ), частотної (ЧМ) та фазової (ФМ).

При АМ, використовуючи вираз для співвідношення сигнал/шум на виході ФНЧ, ввімкненого на виході частотного детектора, і вважаючи $\Delta F = 1/T$, визначаємо для кожного заданого значення $q_{\text{вх м}}(q_{\text{вх 0}})$ значення $q_{\text{вих}} = q_1$; за значенням q_1 визначається ймовірність помилки $P_{\text{пом}}$ за допомогою виразу (1.26). Результати відповідних обчислень $\Delta f = 2\Delta f = 2/T$ для різних значень Δt_c і $\gamma_{\text{в}}$ наведено на рис. 1.5. При цьому передбачається, що в прикінцевому пристрої використовується інтегральний метод приймання.

На рис. 1.6 наведено графіки, що належать до тих самих умов, що й графіки рис. 1.5, але за $\Delta f = 50/T$.



Рисунок 1.5 – Залежність $P_{\text{пом}}$ від $q_{\text{вх м0}}$ для АМ ($\Delta f = 2/T$) $1 - \Delta t_c = 0, 1, \gamma_{\text{B}} = 1, 2; \quad 2 - \Delta t_c = 0, 15, \gamma_{\text{B}} = 1;$ $3 - \Delta t_c = 0, \gamma_{\text{B}} = 1, 3; \quad 4 - \Delta t_c = 0, \gamma_{\text{B}} = 1$

Порівняння кривих рис. 1.6 та 1.5 свідчить, що розширення смуги пропускання фільтра проміжної частоти (ФПЧ) у 25 разів призводить до помітного зниження завадостійкості. Наприклад, за $P_{\text{пом}} = 10^{-2}$ завадостійкість знижується в 3,3 рази; за меншої ймовірності помилки зниження завадостійкості стає дещо меншим.

Відзначимо, що залежності, аналогічні до поданої на рис. 1.6 для довільного значення Δf , можуть бути приблизно отримані за даними рис. 1.6 у такий спосіб: задаючись певною ймовірністю помилки $P_{\text{пом}}$, за формулою (1.23) визначають відповідну величину q_1 . Далі, через значення u_c/u_3 – на вході частотного детектора (ЧД) відшукують $u_c^*/u_3^* = q_1$ на виході ЧД, визначають величину $\gamma_{\text{п}}$, яка характеризує зниження

завадостійкості за рахунок розширення смуги пропускання ФПЧ порівняно з величиною 2/T .



Рисунок 1.6 – Залежність $P_{\text{пом}}$ від $q_{\text{вх м0}}$ Рисунок 1.7. – Залежність $P_{\text{пом}}$ від $q_{\text{вх м0}}$ для АМ ($\Delta f = 50/T$): для ЧМ ($\Delta f_{\kappa} = 1/T$): 1 – $\Delta t_{c} = 0,1$, $\gamma_{\text{B}} = 1,2$; 2 – $\Delta t_{c} = 0$, $\gamma_{\text{B}} = 1$ 1 – $\Delta t_{c} = 0,15$, $\gamma_{\text{B}} = 1$; 3 – $\Delta t_{c} = 0$, $\gamma_{\text{B}} = 1$; 4 – $\Delta t_{c} = 0,15$, $\gamma_{\text{B}} = 1$ 2 – $\Delta t_{c} = 0$, $\gamma_{\text{B}} = 1$.

Перейдемо тепер до випадку частотної модуляції.

Використовуючи вирази (1.23) та (1.26), можна, аналогічно до того, як це було зроблено вище для АМ, визначити залежність $P_{\text{пом}}$ від $q_{\text{вх.м.0}}$. Такі залежності для синхронного прикінцевого пристрою і $\Delta f_{\kappa} = 1/T$ подано на рис. 1.7.

Зазначимо, що за ЧМ розширення смуги пропускання Δf дещо більше знижує завадостійкість, аніж за АМ.

1.1.5. Потужність міжсимвольних завад при прийманні аналогового сигналу

З розглянутого випливає, що головною задачею приймального пристрою системи передавання інформації є виокремлення корисного сигналу на фоні завад і регенерація його відповідно до інформаційних параметрів передаваного сигналу. Як заваду будемо розглядати міжсимвольні спотворення, породжувані "хвостами" відгуків каналу для подавання на його вхід імпульсних сигналів за різної швидкості передавання.

Вважатимемо, що послідовність a(t) можна передати через канал зв'язку зі смугою пропускання 0... F_{гр} зі швидкістю В, якщо цю послідовність можливо однозначно поновити за відгуком на виході каналу.

Нехай на вхід каналу, який являє собою фільтр з лінійною фазою й імпульсною реакцією g(t), подається послідовність з n імпульсів

$$a(t) = \sum_{i=0}^{n} a_i u_i(t) , \qquad (1.28)$$

де *a_i* – значення випадкової амплітуди *i*-го імпульсу;

$$\begin{split} u_i(t) = \begin{cases} f(t), & i\Delta t < t < (i+1)\Delta t; \\ 0, & i\Delta t > t > (i+1)\Delta t; \\ f(t) - функція, що описує форму імпульсу; \end{cases}$$

 Δt – інтервал між імпульсами.

Відгук фільтра X(t) на послідовність a(t) визначається формулою Люамеля

$$X(t) = \int_{-\infty}^{t} a(\tau)g(t-\tau)d\tau = \sum_{i=0}^{N} a_{i}x_{i}(t), \qquad (1.29)$$

де $x_i(t) = \int_{-\infty}^{t} u_i(\tau)g(t-\tau)d\tau$.

Значення відгука у відлікових точках визначається залежністю

$$X(t_0 + i\Delta t) = \sum_{i=0}^{N} a_i x_i(t) =$$

= $a_0 x_0(i\Delta t) + \dots + a_{i-p} x_{i-p}(i\Delta t) + \dots + a_i x_i(i\Delta t) + \dots + a_{i+p} x_{i+p}(i\Delta t),$ (1.30)

де $t_0 = \frac{du}{d\omega}$ – затримка фільтра.

Оскільки $X_{i\pm p}$ спадає не повільніше ніж 1/p, то, розпочинаючи з певного номера n, можна покласти

$$\left|\sum_{i=0}^{N} \left[a_{i\pm p} x_{i\pm p}(i\Delta t) \right] \right| < \varepsilon; \qquad \varepsilon > 0.$$
(1.31)

Підставивши (1.31) у (1.30), отримаємо наближену рівність

$$x(t_0 + i\Delta t) \approx \sum_{j=1}^n a_{i-j} x_{i-j} (i\Delta t) + a_i x_i (i\Delta t) + \sum_{j=1}^n a_{i+j} x_{i+j} (i\Delta t).$$
(1.32)

Перша сума в (1.32) характеризує "післядію" фільтра і визначається відліковими значеннями відгука, який слідує за головним максимумом (рис. 1.8); друга сума характеризує "переддію" і визначається відліковими значеннями відгука, який випереджує головний максимум.



Рисунок 1.8 – Відлікові значення відгука каналу

Збільшуючи інтервал між імпульсами відліку ΔT до величини $\Delta T = T_{\rm T}$ (де $T_{\rm T} = 2\pi/\omega_{\rm T}$ – інтервал часу, що відповідає тактовій частоті передавача $\omega_{\rm T}$), отримаємо широко використовувану сьогодні систему з одноразовим аналізом (початкова фаза послідовності імпульсів аналізу має відповідати максимальному значенню відгука першого імпульсу). Однозначне відновлення переданої послідовності за відгуком на виході фільтра в системах з одноразовим аналізом є можливе лише в тому разі, якщо імпульсна реакція фільтра g(t) має властивість селективності (відліковості) у тактових точках.

Імпульсний відгук фільтра визначається оберненим перетворенням Фур'є від його передатної функції *К*(ω):

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} K(\omega) \cos \omega t d\omega.$$
 (1.33)



Рисунок 1.8, а – Передатні функції каналу

Нескладно довести, що прямокутна, трикутна й косинусквадратична передатні функції (рис. 1.8,*a*) задовольняють критерію Найквіста, тобто тривалість тактового інтервалу визначається як $T_{\rm T} = 1/2F_{\rm rp}$.

Як приклад моделі фільтра розглянемо лінійний НЧ фільтр з нульовою фазочастотною (ФЧХ) й амплітудно-частотною характеристиками (АЧХ) вигляду

$$K(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \le |\omega| \le \omega_{\rm H}; \\ \cos^2 \frac{\pi(\omega - \omega_{\rm H})}{2(\omega_{\rm rp} - \omega_{\rm H})}, & \omega_{\rm H} \le \omega \le \omega_{\rm rp}. \end{cases}$$
(1.34)

Підставивши (1.34) у (1.33), після інтегрування маємо

$$g(t) = \frac{\pi \sin \omega_0 t \cos \Omega t}{t[1 - 4\Omega^2 t^2]},$$
(1.35)

де $\omega_0 = \omega_{\rm T}/2$ – частота, дорівнювана половині тактової;

 $\Omega = \omega_{rp} - \omega_0 = \omega_0 - \omega_{H}$ – половина частотної області зрізу фільтра.

Якщо врахувати, що $F_{\rm r} = 2F_{\rm rp}$, за $\Omega = 0$ вираз (1.35) перетворюється на рівність

$$g(t)_{\Omega=0} = \frac{\sin 2\pi F_{\rm rp} t}{2\pi F_{\rm rp} t},$$
 (1.36)

що являє собою імпульсний відгук ідеального НЧ фільтра, який має властивість селективності в тактових точках, тобто визначає форму

елементарного імпульсу на вході приймача при передаванні зі швидкістю Найквіста.

Зрозуміло, що точно зреалізувати умову селективності практично неможливо, і тому змушені погодитися на певну припустиму величину міжсимвольних спотворень, які є своєрідним шумом, зумовленим самим сигналом, і погіршують якість передавання.

З аналізу виразу (1.35) випливає, що функція набуває максимального значення за t = 0 і, чим більше швидкість передавання, тим повільніше загасає імпульс, тобто тим більше його практична тривалість. У табл. 1.4 подано залежність кількості періодів імпульсів загасання від величини відносної швидкості

$$\eta = \frac{\omega_{\rm T}}{\omega_{\rm pp}} = \frac{\omega_{\rm T}}{\omega_0 + \Omega} \tag{1.37}$$

за значень функції g(t), менших за 1% основного відліку g(0).

Таблиця 1.4 — Кількість періодів імпульсів загасання залежно від величини відносної швидкості

η	1,00	1,05	1,20	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,85	2,00
n_{τ}	3	3	4	4	6	6	6	12	20	32

Для аналізу проходження сигналу через фільтр визначимо дисперсію міжсимвольної завади. Для зручності вважатимемо, що швидкість надходження послідовності імпульсних сигналів (1.28) на вхід фільтра є незмінна, а будемо варіювати верхньою частотою смуги пропускання каналу Ω .

На вхід фільтра зі смугою пропускання $(0, \Omega)$, передатною функцією $K(\omega)$ й імпульсною реакцією g(t) (1.23) надішлемо вхідну послідовність (1.28), подану дельта-функцією $\delta(t-i)$, тобто

$$a(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i \delta(t - iT) \,. \tag{1.38}$$

На виході фільтра отримаємо сигнал вигляду

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i g(t - iT).$$
 (1.39)

Очевидно, сигнал помилки при передаванні корисного сигналу (1.38) визначиться виразом Z(i) = X(t) - a(t):

$$Z(iT) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i [g(t-iT) - \delta(t-iT)].$$
(1.40)

Слід зауважити, що у виразі (1.39) не враховано вплив шуму $\xi(t)$ з дисперсією σ_{ξ}^2 , оскільки статистичні властивості незалежного від сигналу шуму вважаються за відомі й припущення $\xi(t) = 0$ не знижує загальності задачі. Крім того, у приймачі вихідна послідовність (1.39) подається послідовністю тактових імпульсів

$$g(t,\varepsilon) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} 1 \cdot \delta(t - \varepsilon - nT)$$
(1.41)

і на виході імпульсного елемента отримаємо послідовність парних значень

$$a(nT,\varepsilon) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i g(nT + \varepsilon - iT).$$
(1.42)

3 урахуванням (1.42) вираз (1.40) набирає вигляду

$$Z(iT,\varepsilon) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left[a_i g(nT + \varepsilon - iT) - a_n \delta(t - iT) \right], \tag{1.43}$$

де є – початкова фаза послідовності імпульсів аналізу.

Зауважимо, що за умови g(0) = 1 приймання *i*-го окремого надсилання (*i* – довільне ціле число) шляхом аналізу в момент t = i, тобто $\varepsilon = 0,5T$, відбувається безпомилково, а сигнал помилки (1.43) при передаванні всієї послідовності в *i*-й момент часу є міжсимвольною завадою, породженою "хвостами" відгуків каналу для подавання на його вхід імпульсних сигналів.

Визначимо кореляційну функцію завади. Для цього статистично усереднений результат добутку функції завади в два моменти часу, розділених проміжками Δt_c ,

$$B_{z}(iT,\varepsilon,\Delta t_{c}) = \left\{ \left[\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i}g(nT+\varepsilon-iT) - a_{n} \right] \times \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{m}g(nT+\varepsilon-\Delta t_{c}-mT) - a_{r} \right] \right\},$$
(1.44)

де $r = n - \Delta t_c / T$, причому $\Delta t_c / T$ – ціле число.

З огляду на незалежність окремих символів повідомлення, маємо

$$B_{z}(iT,\varepsilon,\Delta t_{c}) = \sigma^{2} \left[\sum_{i=-\infty}^{\infty} g(nT+\varepsilon-iT)g(nT+\varepsilon-\Delta t_{c}-iT) - g(\varepsilon-\Delta t_{c}) - g(\varepsilon+\Delta t_{c}) + 1 \cdot \delta(\Delta t_{c}) \right]$$
(1.45)

Поклавши в (1.45) $\Delta t_{\rm c} = 0$, отримаємо вираз, що визначає дисперсію послідовності завад

$$\sigma_z^2(\varepsilon) = \sigma^2 \left[\sum_{i=-\infty}^{\infty} g^2(\varepsilon - iT) - 2g(\varepsilon) + 1 \right].$$
(1.46)

Для фільтра, який має амплітудно-частотну характеристику з косинусквадратичним зрізом, дисперсія послідовності завад Z(i), i = 0, 1, ..., має вигляд

$$\sigma_z^2(\varepsilon) = \frac{\sigma^2}{2} \left[2 + \frac{\Omega}{4\pi} (\cos 2\pi\overline{\varepsilon} - 1) - \frac{2\pi \sin \pi\overline{\varepsilon} \cos \Omega\overline{\varepsilon}}{\overline{\varepsilon} (\pi^2 - 4\overline{\Omega}^2\overline{\varepsilon})} \right].$$
(1.47)

Як випливає з аналізу виразу (1.47), функція $\sigma_z^2(\varepsilon)$ являє собою екстремальні залежності від фази моментів відліків $\overline{\varepsilon}$. Мінімуми відповідають точці $\overline{\varepsilon} = 0$, а максимуми – точці $\overline{\varepsilon} = 0,5$. Зі збільшенням швидкості передавання екстремуми загострюються. Зауважимо, що функція $\sigma_z^2(\varepsilon)$ відповідає функції $\sigma_z^2(t)$, якщо не враховувати значення шуму.

Визначимо дисперсію інформаційної послідовності a_i , $i = 0, \pm 1, ...,$ на виході фільтра. Скориставшись основними положеннями теорії канонічних подавань випадкових функцій, маємо

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 \sum_{i=-\infty}^{\infty} g^2(t - iT). \qquad (1.48)$$

Подамо дисперсію як періодичну функцію рядом Фур'є

$$\sigma_x^2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \mathrm{e}^{jn\omega_{\tau}t} , \qquad (1.49)$$

де $C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sigma_x^2(t) \mathrm{e}^{-jn\omega_{\mathrm{T}}t}$.

Після заміни змінної й границь інтегрування маємо

$$C_n = \frac{\sigma^2}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(t) \exp(-jn\omega_{\rm T} t) dt \, .$$

Скориставшись виразом для спектра квадрата імпульсного відгука

$$K_{2}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g^{2}(t) \exp(-j\omega t) dt,$$

$$C_{n} = \frac{\sigma^{2}}{T} K_{2}(n\omega_{T}).$$
(1.50)

маємо

$$\sigma_x^2(t) = \frac{\sigma^2}{T} K_2(0) \frac{2\sigma^2}{T} K_2(\omega_{\rm T}) \cos \omega_{\rm T} t \,. \tag{1.51}$$

Для фільтра з косинусквадратичним зрізом АЧХ вираз для дисперсії інформаційної послідовності на виході фільтра має вигляд

$$\sigma_x^2(\bar{t}) = \frac{\sigma^2}{T^2} \left[1 - \frac{\overline{\Omega}}{4\pi} \right] + \frac{\sigma^2}{T^2} \frac{\overline{\Omega}}{4\pi} \cos 2\pi \bar{t} , \qquad (1.52)$$

чи, з урахуванням $\Omega = \pi \frac{2 - \eta}{\eta}$,

$$\sigma_x^2(\bar{t}) = \frac{\sigma^2}{T^2} \frac{5\eta - 2}{4\eta} + \frac{\sigma^2}{T^2} \frac{2 - \eta}{4\eta} \cos 2\pi \bar{t} .$$
 (1.53)

Функція $\sigma_x^2(\bar{t})$ має максимум у точці $\bar{t} = 0$, а мінімум – у точці $\bar{t} = 0,5$. Зі збільшенням величини змінної складової дисперсія амплітуди сигналу зменшується, що виявляється у зменшенні різниці ординат двох сусідніх екстремумів функції $\sigma_x^2(\bar{t})$.На рис. 1.9, з урахуванням виразу (1.53), подано залежність дисперсії амплітуди $\sigma_x^2(\bar{t})$ від відносної швидкості передавання η для випадку t = 0,5T, за якої відбувається аналіз усередині вихідного сигналу. Слід зауважити, що без урахування значення шуму в каналі зв'язку $\sigma_{\xi}^2 = 0$ функція $\sigma_x^2(t)$ відповідає функції $\sigma_x^2(\varepsilon)$.



Рисунок 1.9 – Залежність дисперсії амплітуди від відносної швидкості передавання

Отже, використовуючи вирази (1.51) та (1.46), визначаємо відношення сигнал/завада

$$\mu = \frac{\sigma_x^2(t)}{\sigma_z^2(\varepsilon)} = \frac{K_2(0) + 2K_2(\omega_r)\cos\omega_r t}{T\left[\sum_{i=-\infty}^{\infty} g^2(\varepsilon - iT) - 2g(\varepsilon) = 1\right]}.$$
(1.54)

Для каналу з косинусквадратичним зрізом АЧХ відношення сигнал/завада визначається виразом

$$\mu = \frac{\sigma_x^2(t)}{\sigma_z^2(\epsilon)} = \frac{\frac{5\eta - 2}{4\eta} - \frac{2 - \eta}{4\eta} \cos 2\pi t}{2 + \frac{\pi(2 - \eta)}{4\pi\eta} (\cos 2\pi\epsilon - 1) - \frac{2\pi\eta^2 \sin \pi\epsilon \cos[\pi\epsilon(2 - \eta)/n]}{\epsilon[\pi^2\eta^2 - 4\pi^2\epsilon^2(2 - \eta)^2]}}.$$
 (1.55)

На рис. 1.10 наведено залежність зміни відношення сигнал/завада на інтервалі тривалості вихідного імпульсу без урахування завади від шуму каналу.



Рисунок 1.10 – Розподіл відношення сигнал/завада на інтервалі тривалості імпульсу

Проаналізуємо зміну відношення сигнал/завада в моменти аналізу на виході фільтра.

Формування "окремого" імпульсу одиничного посилання можна подати як ввімкнення постійної напруги (окремий стрибок) $2U_m$ у момент часу t = 0, у момент t = T ввімкнення додаткової напруги $-2U_m$, що компенсує першу. Знаючи відгук фільтра на окремий стрибок й використовуючи метод суперпозиції, отримаємо сигнал на виході фільтра від окремого прямокутного імпульсу. Маніпулюючи часом ввімкнення й вимкнення окремого стрибка, отримуємо передану послідовність.

При посиланні на вхід фільтра з косинусквадратичним зрізом АЧХ сигналів a_i послідовності зі швидкістю Найквіста, отримаємо вихідну послідовність імпульсів, які задовольняють умові селективності в тактових точках T, тобто перетинання вихідних імпульсів і коливань "хвостів" від них з часовою віссю (на рівні u = 0) відбуватиметься в моменти часу, кратні T.

Через те що тривалості переданих посилань є кратні t_0 і тривалості коливань "хвостів" від них також є кратні T_0 , нескладно простежити, що в зоні досліджуваного імпульсу на інтервалі 0 < t < 2T коливання "хвостів" від наступних імпульсів відбуваються у фазі між собою й у протифазі коливанням попередніх імпульсів.

Оскільки послідовність є випадковою величиною, то й результуюча функція, функція від коливання "хвостів" наступних і попередніх імпульсів, також є випадковою величиною, і, складаючись з корисним сигналом, вона змінюватиме форму й амплітуду вихідного імпульсу випадково. Сумарна результуюча від коливань "хвостів" також перетинає часову вісь у точках, кратних T, й має нульову фазу стосовно $t = t_0$, тобто в точках t_0 вона дорівнює нулю й не впливає на корисний сигнал. Ця обставина використовується в методі одноразового аналізу, тобто імпульси аналізу мають надходити в моменти часу, кратні T.

При передаванні послідовності імпульсів на швидкості вище за межу Найквіста вихідний сигнал фільтра є суперпозицією відгуків на окремі стрибки, причому негативний стрибок включається раніш ($T_i < T_{rp}$) ніж відгук від позитивного стрибка досягне максимуму, тобто амплітуда вихідного імпульсу буде менше, ніж за швидкості Найквіста. З іншого боку, фаза коливань "хвостів" від наступних і попередніх імпульсів, відносно точки аналізу T_i , буде вже ненульовою і сумарна результуюча напруга в цій точці також не дорівнюватиме нулю. Отже, при передаванні зі швидкістю вище за межу Найквіста, відношення сигнал/завада зменшуватиметься, з одного боку, за рахунок зменшення амплітуди вихідного імпульсу, з іншого – за рахунок збільшення результуючої коливань від "хвостів" у середній точці аналізу. Аналогічних висновків доходимо й при аналізі передавання випадкової послідовності на швидкостях нижче за межу Найквіста, причому зміна відношення сигнал/завада в цьому разі буде менше, ніж при передаванні на швидкостях вище за межу Найквіста, тому що амплітуда вихідного імпульсу фактично не змінюється, а зменшення відношення сигнал/завада відбуватиметься в основному за рахунок збільшення результуючої коливань від "хвостів" імпульсів у середній точці аналізу.

Отже, при передаванні інформації зі швидкістю Найквіста вихідне значення сигналу є максимальне в точці аналізу $t = t_0$, результуюча коливань "хвостів" у цій точці дорівнює нулю, тобто відлікові значення залежать лише від фази є (відхилення моменту аналізу від точки t = T).

При передаванні зі швидкістю вище за границю Найквіста амплітуда вихідного імпульсу в точці аналізу t = T зменшується в залежності від швидкості передавання. Результуюча коливань "хвостів" в точці $t = t_1$ не дорівнює нулю і збільшується зі збільшенням швидкості передавання. Відлікові значення також залежать від відхилення моменту аналізу від точки $t = t_0$.

При передаванні зі швидкістю нижче за межу Найквіста амплітуда вихідного імпульсу в точці аналізу t = T фактично не змінюється і дорівнює амплітуді при передаванні зі швидкістю Найквіста, результуюча коливань від "хвостів" імпульсів у точці $t = t_0$ не дорівнює нулю. Відліки значення залежать від відхилення моменту аналізу від точки $t = t_0$.

1.1.6. Вплив методів приймання рішень на ефективність передавання і оброблення інформації

Оптимальний синтез алгоритмів функціонування автоматизованих систем керування зумовлює ефективність їх успішного використання. В основі синтезу полягає вибір або розробка методів прийняття рішень, що чинять значний вплив на досягнення найкращих показників процедур інформаційного обміну, а також на стійкість і надійність процесів керування.

Багатоплановість задачі розробки комплексу алгоритмів прийняття рішень в АСК створює певні труднощі при вирішенні цієї задачі. Численність і нестандартність розглядуваних питань ускладнює створення точної теорії і універсальних рекомендацій щодо використання тих чи інших методів вироблення рішень.

Процедура прийняття рішень може розглядатися як результат дій (оброблення) над деякими множинами або їхніми елементами, які є апріорною інформацією при обробленні зовнішніх впливів. У цьому випадку вирішуючий орган здійснює розробку системи переваг до тих або інших дій з наступним вибором найкращого серед них, який надає
експериментальні значення прийнятим критеріям або цільовим функціям. Визначення критеріїв (показників) оптиматизації спирається на вимоги до системи і комплекс зовнішніх умов, для роботи у яких вона призначена.

В основу класифікації прийняття рішень можуть бути покладені різні ознаки. Вважаємо, що найбільш суттєвими серед них є кількість критерієв, що використовуються для оцінки наслідків. За цією ознакою (рис. 1.11) розрізняють:

однокритеріальні методи прийняття рішень (скалярні задачі оптиматизації);

багатокритеріальні методи прийняття рішень (векторні задачі оптиматизації).

Скалярні задачі оптиматизатиції (S-методи) характеризуються використанням одного критерію оптимальності K(u).

Векторні задачі оптимізації (V-методи) визначаються наявністю деякої множини (вектора) критеріїв $\overline{K}(u) = [K_1(u), K_2(u), ..., K_m(u)]$, де $K_i(u), i = 1, 2, ..., m$ – деякий окремий критерій. В багатьох випадках S-методи називаються методами прийняття простих рішень, а V-методи – методами прийняття складних рішень.

Проблемні ситуації, в яких реалізуються рішення, характеризуються деякими умовами обстановки:

- умовами визначеності (невизначені фактори відсутні);
- умовами невизначеності й ризику;
- умовами конфліктності.

Умови визначеності $\langle G, U, \Psi, P \rangle$ породжують S^d -метод і V^d метод, де G-множина результатів, U – множина стратегій, Ψ – функція, яка ставить у відповідність фіксованій стратегії $u \in U$ деякий результат $g \in G$, P – модель переваг на множині результатів G.

В умовах визначеності кожна стратегія *и* призводить до цілком визначеного результату:

$$g = \Psi(u).$$

Тому, якщо на множині наслідків G існує структура переваг, яка подана відношеннями несурової переваги R^{\geq} , сурової переваги $P^{>}$ і байдужості \tilde{I} , то ці відношення природним чином породжують аналогічні за сенсом відношення у множині стратегій U:

$$u_{1}R^{\geq} u_{2} \quad \text{sa} \quad \Psi(u_{1})R^{\geq} \Psi(u_{2});$$

$$u_{1}P^{\geq} u_{2} \quad \text{sa} \quad \Psi(u_{1})P^{\geq} \Psi(u_{2});$$

$$u_{1}\widetilde{I} \quad u_{2} \quad \text{sa} \quad \Psi(u_{1}) \widetilde{I} \quad \Psi(u_{2}).$$

(1.56)



Рисунок 1.11 – Класифікація методів прийняття рішень в АСК

Якщо ж у множині G на основі інформації Ω про перевагу вдалося побудувати функцію цінності $f^{\Omega}(g)$, то і на множині стратегій виявляється заданою функцією цінності:

$$F^{\Omega}(u) = f^{\Omega}(\Psi(u)). \tag{1.57}$$

При цьому оптимальною буде будь-яка стратегія u^* , яка максимізує $F^{\Omega}(u)$:

$$F^{\Omega}(u^*) = \max_{u \in U} F^{\Omega}(u).$$
(1.58)

У скалярних задачах оптимізації при зазначеному напрямку переважного змінювання значень критерію оптимальна стратегія *u*^{*} відповідає екстремуму виразу заданого критерія:

$$K(u^*) = \max_{u \in U} (\min) K(u).$$
(1.59)

Векторні (багатокритеріальні) методи, у свою чергу, поділяються на евристичні (V^e) і аксіоматичні (V^A) методи прийняття рішень.

Евристичні методи характеризуються відсутністю чітко (сурово) сформульованих припущень, проте система переваг повинна бути заданою. Зазавичай, суть евристичних методів полягає у «згортці» багатокритеріальних задач оптимізації в однокритеріальні. До них належать:

- метод головного критерію;
- метод узагальненого критерію;
- метод цільового програмування;
- метод узагальненого критерію з обмеженням.

Аксиоматичні методи пропонують вибір тієї чи іншої стратегії на базі чітко (сурово) сформульованих припущень у вигляді аксіом. При цьому оптимальне рішення логічно випливає з системи використовуваних аксіом.

Умови невизначеності $\langle G, U, \Psi, P, \theta \rangle$, де θ – множина значень невизначеного фактора, породжують групу методів прийняття рішень, які характеризуються тим, що наслідок $g \in G$ залежить не лише від вибраної стратегії $u \in U$, а і від значення невизначеного фактора θ :

$$g = \Psi(u, \theta).$$

До цієї групи належать:

- метод гарантованого результату;
- метод мінімального шкоди;
- метод песимізму-оптимізму;

метод недостатньої підстави.

Метод гарантованого результату базується на принципі «максиміна», відповідно до якого оптимальною є стратегія u^* , що забезпечує отримання найбільшого гарантованого результату:

$$K(u^*) = \max_{u \in U} K(u) = \max_{u \in U} \min_{\lambda \in \Lambda} K(u, \lambda), \qquad (1.60)$$

де

$$K(u) = \min_{\lambda \in \Lambda} K(u, \lambda)$$
(1.61)

 значення критерію, що відповідає найменш сприятливому стану невідомого фактора λ.

Метод мінімального шкоди заснований на принципі Севіджа і полягає у тому, що кожна стратегія характеризується максимальною шкодою:

$$K^{-}(u) = \max_{\lambda \in \Lambda} \left[\max_{u \in U} K(u, \lambda) - K(u, \lambda) \right] .$$
(1.62)

Найкращою вважається стратегія, для якої максимальний жаль менше, і оптимальною є стратегія u^* , що задовольняє умові:

$$K^{-}(u^{*}) = \min_{u \in U} K^{-}(u).$$
 (1.63)

Принцип Севіджа можна застосовувати лише до кількісного критерію (тобто зі шкалою, не менш досконалою, ніж інтервальна).

Метод песимізму-оптимізму базується на принципі Гурвица, який використовує середньозважене найкращого і найгіршого значень невизначеного фактора. Згідно з цим принципом кожна стратегія u характеризується числом (α):

$$K^{\alpha}(u) = \alpha \underline{K}(u) + (1 - \alpha) \overline{K}(u), \qquad (1.64)$$

де

$$\underline{K}(u) = \min_{\lambda \in \Lambda} K(u, \lambda); \ \overline{K}(u) = \max_{\lambda \in \Lambda} K(u, \lambda),$$

α – показник песимізму-оптимізму.

Оптмальною є стратегія, що задовольняє умові

$$K^{\alpha}(u^*) = \max_{u \in U} K^{\alpha}(u).$$
(1.65)

Метод недостатньої підстави за принципом Бернулі, відповідно до якого у тому випадку, коли на множині подій $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n]$ невідомі їхні ймовірності, то необхідно їх прийняти такими, що дорівнюють

$$\mathbf{P}_r(\lambda = \lambda_1) = \mathbf{P}_r(\lambda = \lambda_r) = \dots = \frac{1}{n}.$$
 (1.66)

У цьому випадку задача прийняття рішення в умовах невизаченності трансформується у задачу прийняття рішень в умовах ризику. Оптимальна стратегія у цьому випадку може задовольняти умові

$$K^{B}(u^{*}) = \max_{u \in U} K^{B}(u) = \max_{u \in U} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} K(u, \lambda_{j}), \qquad (1.67)$$

що випливає з принципу середнього результату.

Векторні методи прийняття рішень в умовах невизначеності використовують розглянуті принципи разом з тим чи іншим способом зведення їх (згортки) до скалярних методів.

Прийняття рішень в умовах ризику $\langle G, U, \Psi, P, \Lambda \rangle$ характеризується наявністю випадкових факторів, відомості про які і складають інформацію Λ . Знання законів розподілу випадкових факторів дозволяє кожній

стратегії u поставити у відповідність розподіл ймовірностей на множині результатів G. Таким чином $\widetilde{K}(u)$ є випадковою величиною з відомим законом розподілу.

Можна виділити такі методи прийняття рішень в умовах ризику:

- метод стохастичного домінування;
- метод ймовірнісно гарантованого результату;
- метод кучності результатів;
- метод припустимого результату.

Особливу групу складають методи прийняття рішень в умовах конфліктності $\langle U_i, F_i, i = \overline{1, n} \rangle$ (де U_i – набір стратегій, що призводить до результатів гри F_i , i = 1, 2, ..., n), достатньо повний розвиток у теорії гри.

У наведеній класифікації виділені у самостійні групи багатокрокові і багатостапні методи прийняття рішень. Визначимо більш конкретно їхню сутність. Під багатокроковими методами прийняття рішень будемо розуміти процедури, які характеризуються декількома закінченими стадіями зовнішніх умов,кожна з яких має досягнення своєї, проміжної мети. Результатом дії багатокрокової процедури є прийняття одного, найбільш правильного в цій ситуації рішення, що оптимізує процес керування за вибраним параметром. Прийняття цього рішення може здійснюватися як на довільних стадіях (наприклад, послідовна процедура Вальда), так і на досить певній завершальній стадії процедури. У першому випадку число кроків процеса наперед не визначено і залежить від випадкових факторів, при цьому за кількісні показники досягнення ефективності виробленого рішення виступають ймовірнісні заходи (надійність, достовірність тощо).

У другому випадку число кроків процедури прийняття рішень визначається завчасно з урахуванням умов функціонування досліджуваної системи, причому це число само по собі є параметром оптимізації, що впливає на ефективність методу. Багатоетапні методи відрізняються від багатокрокових тим, що при їхній реалізації виробляється одно або декілька проміжних рішень, які видаються на виконання об'єкта керування, причому кожне наступне є більш точним, ніж попереднє. Такі процедури дозволяють здійсніти «неперервне» керування контрольованими об'єктами, підвищують гнучкість процесу і адаптивність систем.

Основним моментом, який необхідно врахувати при розгляданні багатостапних і багатокрокових методів, є відсутність універсальних математичних моделей, які здатні формалізувати синтез алгоритмів. Таких моделей і не можливо створити через велике коло розв'язуваних задач і суттєвої різниці переслідуваних цілей. Тому у кожній конкретній ситуації доводиться шукати індивідуальний спосіб вирішення задачі оптимізації процедури за вибраними параметрами.

1.1.7. Багатоетапні процедури прийняття рішень

Загальне формулювання методів поетапного прийняття рішень може бути подано в рамках перспективного стохастичного програмування. Якщо задано множину стратегій (планів) $U = [u_1, u_2, ..., u_n]$, то при реалізації конкретного плану існує такий вираз:

$$A(\lambda) \cdot u <> g(\lambda), \tag{1.68}$$

де $A(\lambda)$ – оператор реалізації плану, що залежить від випадкового параметра $\lambda \in \Lambda$; $g(\lambda)$ – стан природи (системи).

Таким чином, в загальному випадку результат реалізації плана не збігається з вимоговим станом системи і доцільна корекція плану $\Delta u(u, \lambda)$, що є функцією плана u і випадкового фактора λ . У цьому випадку матимемо

$$A(\lambda) \cdot u + B(\lambda) \cdot \Delta u(u, \lambda) = g(\lambda), \qquad (1.69)$$

де $B(\lambda)$ – оператор реалізації корекції плану.

Виконання плану $u \in U$ пов'язано з втратами $C_1(u) = f_1(u)$.

а здійснення корекції – з втратами

$$C_2(\Delta u) = f_2(\Delta u(u, \lambda)).$$

У цьому випадку загальні втрати складатимуть $C_{\Sigma} = f_1(u) + M(f_2[\Delta u(u, \lambda)]), \qquad (1.70)$

де $M(\bullet)$ – математичне сподівання витрат на корекцію.

Рішення щодо вибору плану $u^* \in U$ і корекції плану $\Delta u^*(u, \lambda)$ повинно мінімізувати C_{Σ} :

$$(\forall \lambda \in \Lambda) (\exists u^* \in U) (\Delta u^*(u, \lambda)) \min\{f_1(u^*) + M(f_2[\Delta u^*(u, \lambda)])\}.$$
(1.71)

У загальному випадку кількість корекцій може бути і більшою.

Відшукування функції для C_{Σ} є достатньо складною задачею, проте навіть коли вона стає відомою, то не має неперервних похідних для $u \in U$, що ускладнює прийняття рішень. Тому виявляється доцільним відшукування квазіоптимальних поетапних процедур прийняття рішень, які позбавлені відзначенних недоліків і наближаються за своєю ефективністю до оптимальних процедур.

Під класом систем, що припускають квазіоптимальні поетапні процедури прийняття рішень, будемо розуміти системи, що володіють інерційністю t_i у відпрацюванні керуючих впливів, тобто затримкою у виконанні прийнятого рішення. У цьому випадку об'єкт керування містить у своєму складі ланку з передавальною функцією:

$$K(p) = \exp(-p \cdot t_{i}). \tag{1.72}$$

При цьому область реалізації процедур двохетапного оброблення задається нерівністю

$$t_3 < t_i; \qquad t_3 = (t_2 - t_1), \qquad (1.73)$$

де *t*₁ – затримка у прийнятті попереднього рішення;

t₂ – затримка у формуванні остаточного рішення.

У загальному випадку параметри t_i і t_3 можуть бути випадковими, що задаються густинами розподілу ймовірностей g(t) і f(t) відповідно (рис. 1.13). Передумовою до реалізації невірного рішення є виконання нерівності

$$t_{\rm i} < t_{\rm 3}$$
,

яка означає, що остаточне рішення буде сформовано до моменту, коли попереднє вже виконалося.

Визначимо ймовірність того, що випадкова величина t_i набуде значення менше, ніж t_3 . Розглянемо площину $[t_3, t_i]$ (рис. 1.14). Для того щоб t_3 виявилося більше t_i , необхідно, щоб точка (t_3, t_i) попала у напівплощину $t_3 > t_i$. Ймовірність сумісного здійснення нерівностей

$$t \leq t_3 \leq t + dt$$
 i $t_3 > t_1$

дорівнює G(t)dF(t). Через те що t може виявитися будь-яким від 0 до ∞ , і з урахуванням формули повної ймовірності (узагальненой очевидними чином) відшукувана ймовірність дорівнює

$$\beta = \int_{0}^{\infty} G(t) dF(t).$$
(1.74)

Очевидно, якщо вірність попереднього рішення характеризується ймовірністю P_1 , а вірність остаточного рішення — ймовірністю P_2 , то необхідно виконання нерівності

$$\overline{P_1} \cdot \beta \leq \overline{P_2}$$
,

де $\overline{P_1} = 1 - P_1$ і $\overline{P_2} = 1 - P_2$ – ймовірності появи помилок у прийнятті рішень.



Рисунок 1.12 – Ілюстрація визначення ймовірнісних показників двохетапної процедури прийняття рішень



Рисунок 1.13 – Часова площина двоетапної процедури

Наведемо графічну інтерпретацію області існування розглядуваного методу виробки рішень. На рис. 1.14 зображені залежності $\overline{P}_1 = f_1(m_{t_3})$; $\overline{P}_1 = f_1(m_{t_3})$ і $\overline{P}_2 = \text{const}$ як функції величини математичного сподівання часу затримки між прийнятими рішеннями m_{t_3} . При цьому вважаємо, що густина ймоврностей g(t) залишається незмінною. Критичне значення параметра $m_{t_3} = m^*_{t_3}$ визначається при розв'язанні рівняння

$$f_1(\boldsymbol{m}_{t_3}) \cdot f_2(\boldsymbol{m}_{t_3}) = \overline{P}_2, \qquad (1.75)$$

і воно визначає множину Т' так, що

$$(\forall m_{t_3} \in T') [\overline{P_1} \cdot \beta \le \overline{P_2}].$$
 (1.76)

Цей висновок зроблено у припущенні абсолютно надійних ланцюгів «відбою» прийманих рішень. Вважаючи надійність ланцюгів «відбою» скінченною і заданою ймовірністю безвідмовної роботи $P_{\rm 6B}$ аналогічно розглядуваному, визначимо область існування розглядуваного методу нерівністю

$$\overline{P_1} \cdot \overline{P_{\delta_B}} \le P_3, \tag{1.77}$$

де P_3 – ймовірність несанкціонованих дій органа управління.

Рішення рівняння

$$f_1(m_{t_3})\overline{P}_{\delta B} = P_3$$

визначає критичне значення параметра $m_{t_3} = m^*_{t_3}$ і відповідно множину T'' – припустимих значень m_{t_3} за ланцюгами «відбою».



Рисунок 1.14 – Графічне визначення області застосування двохетапної процедури

Таким чином, область існування викладеного поетапного методу прийняття рішень визначається $m_{t_0} \in T' \cap T''$ так, що

$$\left(\forall m_{t_3} \in [T' \cap T'']\right) [\overline{P_1} \cdot \beta \le \overline{P} \land \overline{P_1} \cdot \overline{P_{\delta B}} \le P_3].$$

$$(1.78)$$

В окремому випадку може бути $\overline{P}_2 = P_3$.

Розглянемо приклад, що ілюструє визначення області застосування описаної процедури. Нехай деяка система виробляє двохетапну процедуру перевірки альтернативних гіпотез за критеріем «ідеального спостерігача». При цьому густина розподілу ймовірностей g(t), що характеризує розподіл випадкової величини t_i інерційності системи у відпрацюванні керуючих впливів являє собою гама-розподіл:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{b^{a}}{\Gamma(a)} \cdot t^{a-1} \exp(-b \cdot t) & \text{3a} \quad t \ge 0; \\ 0 & \text{3a} \quad t < 0. \end{cases}$$
(1.79)

(Тут $\Gamma(a)$ – гама-функція) з математичним сподіванням $m_{t_i} = \frac{a}{b}$, дисперсією $D_{t_i} = \frac{a}{b^2}$ і параметрами a > 0, b > 0.

Густина ймовірностей $f(t) - \delta$ — функція у точці T_0 (затримка між прийняттям попереднього і остаточного рішення постійна і дорівнює $t_3 = T_0$)

$$f(t) = \delta(t - T_0).$$
(1.80)

Виникаюча при цьому ситуація наведена на рис. 1.15.

f(t), g(t)



Рисунок 1.15 – Приклад визначення ймовірності ризику

Згідно з виразом (1.74) шляхом розкладання функції g(t) у степеневий ряд і почленого інтегрування величина ризику при поетапній процедурі прийняття рішення оцінюється виразом

$$\beta = f_2 \Big(m_{t_3} = T_0 \Big) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{b^k}{(k+a) \cdot k!} \cdot T_0^{k+a} \,. \tag{1.81}$$

Отриманий ряд має досить швидку збіжність за порівняно невеликих k, тобто помилка розрахунків (1.81) не перевищує 10^{-3} за $k \ge 15$.

Визначимо вид залежності $P_1 = f_1(m_{t_3} = T_0)$ за наступного припущення. Система робить вибір між гіпотезами H_0 і H_1 . Гипотеза H_0 характеризується тим, що випадкова величина θ набуває значення $\theta = 0$; гіпотеза H_1 характеризується тим, що випадкова величина θ набуває значення $\theta = 1$ на базі деякої кількості випробувань (вимірювань) випадкової величини θ .

Після прийняття однієї з двох можливих гіпотез робиться вироблення керувального впливу, інерційність у виконанні якого дорівнює t_i . При цьому густина розподілу ймовірностей появи випадкової величини θ (рис. 1.16) має вигляд нормальних розподілів з математичними сподіваннями m_0 і $m_1 = 1$ і дисперсією $D_0 = D_1 = 1$. У припущенні, що помилка першого і другого роду рівноцінні, вибиремо границю

$$C = \frac{m_0 + m_1}{2} = 0.5$$



Рисунок 1.16 – Графічна ілюстрація умов процедури прийняття рішень за критерієм

На основі N_2 випробувань (вимірів) випадкової величини θ робиться прийняття гіпотези H_0 , якщо виконується нерівність

$$\frac{N[\theta \in A_0]}{N_2} \ge 0.5 \tag{1.82}$$

або прийняття гіпотези H_1 в іншому випадку. Тут $N[\theta \in A_0] - \kappa$ ількість реалізацій випадкової величини θ , що потрапили в область $A_0 = \overline{0.5; +\infty}$.

Покажемо, що якщо реалізації випадкової величини взаємно незалежні, то значення \overline{P}_2 за відомою кількістю випробувань N_2 можна визначити таким чином:

$$\overline{P}_{2} = \begin{cases} P_{0}^{N_{2}/2+1}, & \text{якщо} & N_{2} - \text{парне;} \\ P_{0}^{\lceil N_{2}/2+1 \rceil}, & \text{якщо} & N_{2} - \text{непарне,} \end{cases}$$
(1.83)

де $\lceil N_2/2 \rceil$ – означає округлення величини $N_2/2$ у бік найближчого цілого числа.

Для зручності в обох випадках запишемо

$$\overline{P}_2 = P_0^{\lceil N_2/2 \rceil},$$

розуміючи при цьому розшифровку формули (1.83). При цьому

$$P_0 = \int_{\overline{A}_0} h_0(\theta) d\theta = \int_{A_0} h_{10}(\theta) d\theta.$$
(1.84)

Для нашого прикладу з таблиць нормованого і центрованого нормального розподілу відшукаємо

$$P_0 = 0,3085$$

Від вибору N_2 , таким чином, залежить значення \overline{P}_2 . При цьому час затримки у прийнятті остаточного рішення

$$T_2 = \gamma \cdot N_2, \tag{1.85}$$

де ү – коефіцієнт пропорційності.

У відповідності до зазначеного, залежність $\overline{P_1} = f_1(N_1)$ буде мати вигляд

$$\overline{P}_1 = P_0^{\lceil N_1/2 \rceil},\tag{1.86}$$

де N_1 – кількість випробувань, після проведення яких приймається попереднє рішення.

Враховуючи, що

$$t_3 = T_2 - T_1 = T_0,$$

 $N_1 = \frac{T_2 - T_1}{\gamma},$ (1.87)

тому

отримаємо

$$\overline{P_1} = f_1(m_{t_3} = T_0) = P_0^{\lceil (T_2 - T_0)/2\gamma \rceil}.$$
(1.88)

Задавши величини

$$N_2=20; \ \gamma=1; \ \overline{P}_{6B}=10^{-2}; \ a=10; \ b=1,$$

Згідно з формулою (1.83) визначимо

$$\overline{P}_2 = 2,41 \cdot 10^{-6}$$

На основі принципу рівностійкості припустимо, що $P_3 = \overline{P_2}$. Використовуючи формули (1.81) і (1.88) на основі виразу (1.78) отримаємо область припустимих значень T_0^* , яка визначає границі застосування поетапної процедури прийняття рішення з урахуванням інерційності системи і кінцевого значення надійності ланцюгів «відбою» рішень, що приймаються. Результати розрахунків і отримана область наведені на рис. 1.17.

У таблиці 1.5 наведені вирази для наближеного розрахунку ймовірності ризику для різних сполучень функцій густини і, які отримані методом, аналогічним виразу (1.81).

Формалізована модель і область застосування багатоетапної процедури прийняття рішень. Отримаємо просту формалізовану модель

процедури багатоетапного прийняття рішень в умовах ризику, що враховує ймовірнісний характер процесу. Будемо вважати, що кожен *i*-й етап характеризується достовірністю прийнятого рішення і часом його вироблення t_i , i = 1, 2, ..., n, яке у загальному випадку є випадковою величиною з функцією густини $f(t_i)$ і математичним сподіванням $M(t_i)$. Це означає, що у різних реалізаціях експерименту рішення, що характеризується однаковим степенем вірності, може бути вироблено за різний час. Проте при цьому достовірність рішень, які приймаються, є спадною функцією математичного сподівання $M(t_i)$:

$$P_i = \varphi(M(t_i)). \tag{1.89}$$



Рисунок 1.17 – Результати розрахунку області застосування двохетапної процедури прийняття рішень

Визначимо цю функцію таким чином:

$$P_i = 1 - \exp\{-v \cdot M(t_i)\},$$
 (1.90)

де $0 < v < \infty$ — коефіцієнт збіжності процедури вироблення рішень. Багатоетапна процедура будується таким чином, що кожне наступне (етапне) рішення володіє більшою достовірністю, ніж попереднє (рис. 1.18):

$$P_{i+1} > P_i; M(t_{i+1}) > M(t_i), (i = \overline{1, n-1}).$$
 (1.91)

Час затримки між прийняттям попередніх (етапних) рішень процедури також є випадковою величиною:

$$\tau_{ij} = t_i - t_j \ (i > j). \tag{1.92}$$

При цьому її густина визначається з виразу

$$\varphi(\tau_{ij}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_i, t_i - \tau_{ij}) dt_i$$
(1.92a)

де $f(t_i, t_i - \tau_{ij})$ – спільна густина розподілу випадкових величин t_i і $t_j = t_i - \tau_{ij}$.



Рисунок 1.18 – ймовірнісні характеристики багатоетапної процедури керування в АСК

Припу- щення	4	$\alpha, \rho > 0$ $\alpha, b > 0$		$\alpha, \rho > 0$ $\alpha = b = 1$	$\alpha, \rho > 0$ $\alpha, b > 0$	$\alpha, \rho > 0$ $\alpha = b = 1$	$ \begin{array}{l} \mu > 0 \\ \mu > \sigma \\ \alpha, b > 0 \end{array} $	$\mu > 0$ $\mu > \sigma$ $\mu = b = 1$
β	3	$\left(1+\frac{\Gamma(a+b)\cdot\rho^{\alpha}}{\Gamma(a)\cdot\Gamma(b)\cdot\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{b-1}(-1)^{k+n}C_{b-1}^{k}\cdot\frac{\rho^{n}}{(k+a)(k+a+\alpha+n)\cdot n!}-\frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}(1)^{n}\frac{\rho^{n}}{(n+\alpha)\cdot n!}$		$1 - \frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\rho^n}{(\alpha+n)(\alpha+n+1) \cdot n!}$	$\frac{\Gamma(a+b)\cdot\rho^{\alpha}}{\Gamma(a)\cdot\Gamma(b)\cdot\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{b-1}(-1)^{k+n}\cdot\frac{\rho^{n}}{(n+\alpha)(k+n+a+\alpha)\cdot n!}C_{b-1}^{k};$	$\frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n}\frac{\rho^{n}}{(\alpha+n)(\alpha+n+1)\cdot n!};$	$1 + \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b) \sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{b-1} (-1)^{k+n} \cdot \frac{C_{b-1}^k}{(k+a)(2\sigma^2)^n \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{k+a} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} - \frac{1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a}^m \mu^{k+a-m} \frac{(1-\mu)^{2n+m+1} - (\mu)2n+m+1}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot \sum_{m=0}^{m+a-m} C_{m+a-m} \frac{(1-\mu)^{2m+m+1} - (\mu)^{2m+m+1}}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot$	$\frac{\sqrt{2\pi\sigma}\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{2}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\left(\frac{2\sigma^2}{n}\right)^n \cdot (2n+1) \cdot n! = \frac{1}{2n+1} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2\sigma^2)^n \cdot n!} \left(\frac{(1-\mu)^{2n+1} + \mu^{2n+1}}{2n+1} + \frac{(1-\mu)^{2n+2} - \mu^{2n+2}}{2n+2}\right);$
g(t)	2	Бета розподіл $\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \cdot t^{\alpha-1}$.	0 < t < 1		Гама-розподіл <i>t</i> > 0		Бета розподіл 0 < t < 1	
f(t)	-	Гама-розподіл $\frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \cdot t^{\alpha-1} \cdot e^{-\rho t}$			Бета розподіл 0 < <i>t</i> <1		Нормальний розподіл $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)}{2\sigma}\right]$	0 < 1

ризику
ймовірності
розрахунок
1.5 – Наближений
Таблиця 1

1	2	3	4
Розподіл Пуасона	Біноміальний розподіл	$-\lambda \prod_{-\lambda} \sum_{k} \lambda^{k} \left(\sum_{k} n! \right)$	$\lambda > 0 0 \leq p \leq 1$
$e^{-\lambda}\cdot\lambda^t$	$C_n^t P^t q^{n-t}$	$1-e^{-\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{m!(n-m)!}{m!(n-m)!} \cdot p^{-1} \cdot q^{-1} \right);$	q = 1 - p
t !	t = 0, 1, 2,, n		
$t = 0, 1, 2, \dots$			
- >>	Розподіл Бернулі	$1 - e^{-\lambda} \cdot p$	n = 1
Біноміальний розподіл	Розподіл Пуасона	$-\lambda = \frac{n}{k} \sum_{k=n-k} n!$	$\lambda > 0 0 \le p \le 1$
$t = 0, 1, 2, \dots, n$	$t = 0, 1, 2, \dots$	$e^{-\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}k!(n-k)}\cdot p\cdot q^{-\sum_{k=0}^{\infty}k!}$	q = 1 - p
Розподіл Бернулі	- * -	$e^{-\lambda}(1+\lambda\cdot p)$	n = 1
Розподіл Бернулі	з Розподіл Бернулі з	$1-u \cdot q$	q = 1 - p
параметром $p \ 0$	параметром и		v = 1 - u
t = 0, 1	0 < u < 1		
	t = 0, 1		
Біноміальний розподіл	з Біноміальний розподіл 3	$\frac{n_2}{n_1}$ n_1 $i = i \begin{pmatrix} 1 & n_2 \\ 1 & n_2 \end{pmatrix}$	q = 1 - p;
параметрами $0 , n_1$	параметрами $0 < u < 1$, n_2	$1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k!(n-k)!} \cdot p^{n} q^{n_{1}-k} \left[1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(n-m)!} \cdot u^{m} \cdot v^{n_{2}-m}\right]$	v = 1 - u;
$t = 0, 1,, n_1$	$t = 0, 1,, n_2$		$n_1 > n_2$;
		$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1,\dots,j}^{n}\frac{n_{1}!n_{2}!}{r!\cdots!(n-r!)!(r-n)!}\cdot P^{k}\cdot q^{n_{1}-k}\cdot u^{m}\cdot v^{n_{2}-m}$	$n_1 < n_2$
		$k=0 m=0 K! m! (n_1 - K)! (n_2 - m)!$	
	Розподіл Пуасона	$-\lambda \sum_{k=1}^{n_0} \lambda^k$	$\lambda > 0$
$n_0 > 0$	$t = 0, 1, 2, \dots$	$e \sum_{k=0}^{k} \frac{k!}{k!}$;	
Розподіл Пуасона + - 0 1 2	δ — функція 2 < 0	$1-e^{-\lambda}\sum_{i=1}^{n_0} \frac{\lambda^i}{\lambda^i}$:	$\lambda > 0$
$t = 0, t, t, \dots$	$n_0 > 0$		

۱ •	<u>.</u>
۱	таолици
ļ	Продовження

4	$\mu >> \sigma$ $\mu >> 0,$ $\mu > 0,$ $a = b = 1$	-	- ⁻				
	$\begin{array}{l} \mu > 0, \\ a, b > 0 \\ \mu > \sigma \end{array}$	a, b > 0 a = b = 0	a, b > 0 a = b = 0	a, p > (a, p > ($t_1 > 0$	$t_1 > 0$
3	$\frac{\mu^{m}}{2n+k+a-m+1} + \frac{\mu^{2n+1}}{k+a};$						
2	$\frac{\Gamma(a+b)}{\sqrt{2\pi\sigma}\cdot\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{b-1} \frac{(-1)^{m+k}}{(2\sigma^2)^n (2n+1)n!} \cdot \left[\left(\sum_{m=0}^{2n+1} (-1)^m \cdot C_{2n+1}^m \cdot \frac{1}{2n+2n+1} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n }{(2\sigma^2)^n (2n+1)n!} \cdot \left[\left(\sum_{m=0}^{2n+1} (-1)^m \cdot C_{2n+1}^m \cdot \frac{\mu^m}{2n+2-m} \right) \right]$	$rac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\sum_{n=0}^{b-1}(-1)^n\cdot C_{b-1}^n\cdot rac{1-t_0^{a+n}}{a+n}; onumber \ 1-t_0;$	$\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{b-1} (-1)^n \cdot C_{b-1}^n \cdot \frac{t_0^{a+n}}{a+n};$ $t_0 \text{ as } 0 \le t_0 < 1; \ 1 \text{ as } t_0 > 1$	$1 - \frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\rho^n}{(n+\alpha) \cdot n!} \cdot t_0^{n+\alpha};$	$\frac{\rho^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\rho^n}{(n+\alpha)\cdot n!} \cdot t_0^{n+\alpha}$	$\left(\frac{t_1}{t_0}\right)^{\alpha} - 3a \ t_0 > t_1; \ 1 - 3a \ t_0 < t_1$	$1 - \left(\frac{t_1}{t_0}\right)^{\alpha} - 3a \ t_0 > t_1; \ 0 - 3a \ t_0 < t_1$
1	Нормальний розподіл t > 0	$\delta - функція t_0 > 0$	Бета розподіл 0 < <i>t</i> < 1	$\delta - функція t_0 > 0$	Гама розподіл t > 0	$\delta - функція t_0 > 0$	Розподіл Парето $t > t_1$
	Бета розподіл 0 < t < 1	Бета розподіл 0 < t < 1	δ – функція $t_0 > 0$	Гама розподіл <i>t</i> > 0	δ – функція $t_0 > 0$	Розподіл Парето $\frac{\alpha \cdot t_1^{\alpha}}{t^{\alpha+1}}$, $t > t_1$	δ – функція $t_0 > 0$

Продовження таблиці 1.5

Розглянемо два варіанти побудови багатоетапної процедури вироблення рішень, перший з яких характеризується корельованістю моментів вироблення проміжних рішень, а другий припускає їхню незалежність.

Послідовна багатоетапна процедура будується таким чином, що статистика досліду (експерименту), яка накопичується для прийняття j-го етапного рішення, повністю враховується у статистиці даних про природу для вироблення *i*-го рішення, де i > j.

Таким чином, більш точне рішення (рішення з більшим значенням P_i) принципово не може бути вироблено раніше попереднього менш точного, тобто затримка, яка визначається відповідно до виразу (1.92), завжди додатна:

$$\tau_{ij} > 0 \ (i > j).$$
 (1.93)

Передумовою до виконання невірних проміжних рішень, що призводить до порушення алгоритму функціонування системи, анлогічно з формулою (1.73) є виконання умови

$$\tau_{ii} > t_i \tag{1.94}$$

на будь-якому з етапів вироблення рішення.

ſ

Визначимо ймовірності ризику для можливих випадків:

$$\beta_{21} = (1 - P_1) \int_{0}^{\infty} G(t_i) d\Phi(\tau_{21});$$

$$\beta_{32} = (1 - P_2) \int_{0}^{\infty} G(t_i) d\Phi(\tau_{32});$$

$$\dots$$

$$\beta_{n n-1} = (1 - P_{n-1}) \int_{0}^{\infty} G(t_i) d\Phi(\tau_{n n-1}).$$

(1.95)

Графічна ілюстрація процедури визначення $\beta_{i+1,i}$ подана на рис. 1.18а.

Загальна ймовірність ризику при реалізації багатоетапної процедури визначається з умови

$$\beta = 1 - \prod_{i=1}^{n-1} \left(1 - \beta_{i+1\,i} \right). \tag{1.95a}$$



Рисунок 1.18а – Ілюстрація процес визначення ймовірностей ризику на проміжних етапах

Для малих $\beta_{i+1,i}$ можна записати

$$\beta \cong \sum_{i=1}^{n-1} \beta_{i+1,i} \,. \tag{1.96}$$

Оптимальна побудова процедура передбачає при відомому $g(t_i)$, а також при заданому значенні P_n (достовірності кінцевого етапу вироблення рішень) і кількості етапів *n* забезпечення загальної ймовірності ризику

$$\beta \cong 1 - P_n, \tag{1.97}$$

при

$$\max\sum_{i=1}^{n-1} M(\tau_{i+1,i}).$$
(1.98)

Вибір як цільової функції (1.98) пояснюється фізичними міркуваннями, через те що при максимальному значенні суми математичних сподівань інтервалів затримки $\tau_{i+1,i}$ керування на основі вироблених проміжних рішень буде охоплювати більший проміжок часу, перше попереднє рішення може бути отримано раніше, отже, система буде більш адаптивною до динаміки впливаючих на неї зовнішніх факторів.

Відповідно до формул (1.96) і (1.90) запишемо

$$\beta = \sum_{i=1}^{n-1} \exp\{-\nu \cdot M(t_i)\}_0^{\infty} G(t_i) d\Phi(\tau_{i+1,i}).$$
(1.99)

Із виразів (1.97) і (1.99) отримаємо рівняння поверхні у (n-1)вимірному просторі, усі точк якої перетворюють формулу (1.97) у рівність. При цьому отримана поверхня містить принаймні одну точку, яка є максимумом (1.98).

Розглянемо приклад організації послідовної трьохетапної процедури виробляння рішень. Нехай інерційність системи є постійною $t_i = const$, зокрема $t_i = 1$ с, а густина розподілу:

$$\varphi(\tau_{i+1,i}) = \frac{b_{i+1,i}^{a_{i+1,i}}}{\Gamma(a_{i+1,i})} \cdot t^{a_{i+1,i}-1} \exp\{-b_{i+1,i}t\}, \qquad (1.100)$$
$$t \ge 0, \ a_{i+1,i} > 0, \ b_{i+1,i} > 0$$

з математичним сподіванням $M(\tau_{i+1,i}) = \frac{a_{i+1,i}}{b_{i+1,i}}$

і дисперсією $D(\tau_{i+1,i}) = \frac{a_{i+1,i}}{b_{i+1,i}^2}$

Коефіцієнт збігу процедури v = 1. Задана вірність прийняття рішення на кінцевому 3-му етапі складе $P = 1 - \exp(M(t_2)) = 1 - 5 \cdot 10^{-3}$

звідки

 $M(t_2) = 5.3 \,\mathrm{c}.$

Необхідно визначити область припустимих значень $M(t_1), M(t_2)$ відповідно формулі (1.97), а також значення $M'(t_1)$ і $M'(t_2)$, що дають максимум (1.98). Побудуємо область припустимого змінення $M(t_1)$ і $M(t_2)$, фіксуючи $M(t_1)$ почерзі у точках інтервалу $[0, M(t_3)]$ і змінюючи $M(t_2)$ у границях $M(t_1) < M(t_2) < M(t_3)$. При цьому ймовірності помилок у функціонуванні системи на інтервалах $M(t_1) < t < M(t_2)$ і $M(t_2) < t < M(t_3)$ (з урахуванням ймовірності виконання невірних проміжних рішень) визначаються наближено з виразу

$$\beta_{i+1,i} = \exp\{-M(t_{i+1})\} \cdot \left\{1 - \frac{b_{i+1,i}^{a_{i+1,i}}}{\Gamma(a_{i+1,i})} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{b_{i+1,i}^k}{(k+a_{i+1,i})k!}\right\}$$

одержаного аналогічно формулі (1.87).

Фіксуючи параметр $a_{i+1 i}$ і змінюючи $b_{i+1 i}$ можна змінювати математичне сподівання $M(\tau_{i+1,i})$. Як видно з рис. 1.19, *a*, функція $\beta(M(t_2))$ при $M(t_1) = \text{const}$ має один глобальний мінімум на інтервалі $M(t_1) < M(t_2)$

< $M(t_3)$, причому абсолютне значення цього мінімуму зменшується зі зростанням $M(t_1)$. При $M(t_1) = 4,15$ крива $\beta'(M(t_2))$ має спільну точку з прямою $1 - P_3 = 5 \cdot 10^{-3}$, отже, умова (1.98) вперше виконується при $M(t_1) = 4,15$ с.



Рисунок 1.19 – Графічний розрахунок області реалізованості трьохетапної процедури прийняття рішень

Спільна область припустимих значень $M(t_1)$, $M(t_2)$, наведена на рис. 1.19, δ і являє собою опуклу фігуру. Будь-яка з точок отриманої області задовольняє умові (1.98), проте максимум формули (1.98) досягається при $M(t_1) = 4,15$, $M(t_2) = 4,66$ с отже, ці значення і будуть параметрами оптимальної трьохетапної процедури. При $M(t_1) \ge 4,15$ с необхідність другого проміжного етапу вироблення рішення відпадає, через те що двохетапна процедура забезпечує ймовірність помилки не вище заданої величини.

Глава 1.2. Параметри поелементної синхронізації

1.2.1. Обмін ефективності системи передавання інформації на завадостійкість

Звичайно в теорії інформації досліджується зменшення ймовірності помилки в міру зростання припустимого часу запізнювання у передавання інформації ($T_3 \rightarrow \infty$). У системах з обмеженим часом запізнювання практичний і теоретичний інтерес становить проблема обміну смуги частот на потужність сигналу при постійній достовірності інформації та її кількості або проблема обміну смуги частот на достовірність передавання при заданій потужності сигналу.

Задачі обміну смуги частот на достовірність передавання часто виникають у системах телекерування досить повільно діючими об'єктами, коли відведена для системи смуга частот надлишкова порівнянно з теоретично необхідної, кількість же інформації обмежена. Подібні задачі виникають, наприклад, у системах радіокерування в діапазоні УКХ, де припустимо використання надлишкової смуги для підвищення завадостійкості.

Далі будуть розглянуті деякі реальні шляхи обміну широкосмуговості на завадостійкість і надані рекомендації з їхнього використання в системах з обмеженим часом запізнювання інформації й нормальними флуктуаційними завадами в каналі зв'язку.

Граничні співвідношення для обміну енергії сигналу на широкосмугові. У теорії інформації установлене наступне граничне співвідношення для дискретної системи передавання інформації:

$$\frac{\log_2 M}{T} \le \Delta f \log_2 \left(1 + \frac{W_c}{W_n} \right) \frac{\text{дв. од.}}{c}, \qquad (1.101)$$

де M – число рівноймовірнісних повідомлень; T – час передавання одного з повідомлень; Δf – смуга частот каналу зв'язку; W_c – потужність сигналу; $W_{\rm n}$ – потужність завади в смузі каналу зв'язку.

Замінюючи

$$W_{\rm II} = \sigma_0^2 \Delta f$$
 и $W_{\rm c} = \frac{\overline{E}_{\kappa}}{T}$,

де σ_0^2 – потужність завади в смузі 1 Гц; \overline{E}_{κ} – середня енергія однієї кодової комбінації, отримаємо:

$$\frac{\log_2 M}{T} \leq \log_2 \left(1 + \frac{\overline{E}_{\kappa}}{\sigma_0^2 \Delta f T} \right).$$

Помножуючи і поділяючи другий доданок у дужках на $\log_2 M$ і використовуючи поняття питомого відношення сигнал/завада $\frac{\sqrt{E_\kappa}}{\sigma_0 \sqrt{\Delta fT}}$ та

питомої широкосмуговості
$$\gamma_0 \frac{\Delta fT}{\log_2 M}$$
, отримаємо

$$\frac{1}{\gamma_0} \le \log_2 \left(1 + \frac{\overline{\alpha}_{_{\mathcal{AB}}}^2}{\gamma_0} \right).$$
(1.102)

Вираз (1.102) являє собою умову граничного еквівалентного обміну між питомою широкосмуговістю γ_0 і питомим відношенням сигнал/завада $\alpha_{\rm дв}$. Це співвідношення було отримано Сандерсом. На рис. 1.20 наведена залежність $\gamma_0(\overline{\alpha}_{\rm дв})$, яка отримана при заміні нерівності (1.102) на рівність. При $\alpha_{\rm дв} \to \infty$, $\gamma_0 \to 0$. Це означає, що за відсутності обмежень в енергії сигналу смуга може бути як завгодно звужена. Інакше йде справа при $\gamma_0 \to \infty$. Дійсно,

$$\lim_{\gamma_{0} \to \infty} \overline{\alpha}_{_{\text{AB}}}^{2} = \lim_{\gamma_{0} \to \infty} \frac{2^{\frac{1}{\gamma_{0}}} - 1}{1/\gamma_{0}} = \ln 2.$$
 (1.103)



Рисунок 1.20 – Обмін широкосмуговості на енергію у різних кодах

- двійковий код із частотно-часовим розділенням при ідеальному поелементному прийманні $M = [C_k^1]^n$; ----- код з ортогональними частотними ознаками; - коректувальний код з різним числом виправлених помилок χ Отже,

$$\left(\overline{\alpha}_{_{\mathcal{A}B}} \right)_{\rm rp} = \sqrt{\ln 2} \,. \tag{1.104}$$

Отримана границя свідчить про те, що можливість зменшення енергії сигналу ціною розширення смуги є (при збереженні достовірності передавання) лише при $\overline{\alpha}_{\rm дв} = \sqrt{\ln 2}$, причому при більших $\overline{\alpha}_{\rm дв}$, тобто сильному сигналі, незначне збільшення γ_0 дозволяє істотно зменшити $\overline{\alpha}_{\rm дв}$. При 0,83 < $\overline{\alpha}_{\rm дв}$ < 1, навпаки, для незначного зменшення енергії сигналу потрібно дуже сильне розширення смуги частот.

Далі нами будуть розглянуті питання обміну широкосмугості на енергію сигналу при кінцевому часі запізнювання, кінцевому числі повідомлень і певному рівні достовірності передавання.

У цих умовах рівність (1.102) може слугувати лише границею знизу для умов обміну.

Умови обміну в кодах з ортогональними ознаками. Враховуючи умови обміну γ_0 на $\overline{\alpha}_{\text{дв}}$, задані в параметричній формі, для кодів з ортогональними частотними ознаками, задавши k, можна побудувати залежність $\gamma_0(\overline{\alpha}_{\text{дв}})$. Якщо

$$\overline{\alpha}_{_{\rm IB}} > \sqrt{\ln 2} \tag{1.105}$$

імовірність помилки прагне до нуля при $k \to \infty$. Через те, що $M = k^n$, то $k_{\text{макс}} = M$. При цьому код вироджується в систему ортогональних сигналів і умова $k \to \infty$ відповідає умові $M \to \infty$. Відзначимо, що граничне значення $\left(\overline{\alpha}_{\text{дв}}\right)_{\text{гр}}$ для ортогональних сигналів збігається з $\left(\overline{\alpha}_{\text{дв}}\right)_{\text{гр}}$ за Шенноном.

Для кінцевого M існує певне мінімальне значення $\overline{\alpha}_{_{\rm AB}}$, необхідне для забезпечення заданої ймовірності помилки. На рис. 1.20 пунктиром зображена залежність $\gamma_0(\overline{\alpha}_{_{\rm AB}})$ при $P_{_{\rm ПОМ}}/\log_2 M = 10^{-6}$. На кривій позначені точки, що відповідають ортогональним сигналам при $M = 2^5$ і $M = 2^6$. При побудові не враховувалася цілочисельність k і n. В умовах цілочисельності kі n отримана крива буде границею знизу, проте за більших k це розходження несуттєве.

Умови обміну в кодах з підвищеною енергією елемента. Визначимо умови обміну у двійковому коді із частотно-часовим розділенням при одночасній зайнятості однієї з частот. Кодова комбінація такого коду має вигляд:

$$\underbrace{k \begin{cases} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ n & & & n \end{cases}}_{n}$$

В одній комбінації використовується n одиниць (по одній в стовпці). За пасивного передавання нулів енергія, затрачувана на передачу однієї одиниці, дорівнює:

$$E_1 = \frac{E_{\rm д B} \log_2 M}{n}$$

Ймовірність помилкового приймання одного елементарного сигналу

$$P_1 = V\left(\frac{\sqrt{E_1}}{\sqrt{2}\sigma_0}\right) = V\left(\frac{\overline{\alpha}_{_{AB}}\sqrt{\log_2 M}}{\sqrt{2n}}\right).$$
(1.106)

При *P*₁ << 1/*kn* ймовірність помилки в передаванні однієї комбінації дорівнює:

$$P_{\text{IIOM}} = knP_1. \tag{1.107}$$

Підставляючи (1.106) в (1.107) і враховуючи, що $n = \log_k M$, отримаємо:

$$\frac{P_{\text{пом}}}{\log_2 M} = \frac{k}{\log_2 k} V \left(\frac{\overline{\alpha}_{\text{дв}} \sqrt{\log_2 k}}{\sqrt{2}} \right).$$
(1.108)

Питома широкосмугість даного коду також може бути виражена через число частот:

$$\gamma_0 = \frac{\Delta fT}{\log_2 M} = \mu_p q_i q_f \frac{k}{\log_2 k}.$$
 (1.109)

Вирази (1.108) і (1.109) являють собою умови обміну широкосмугості на енергію сигналу, задані у параметричній формі. Задаючись *k*, можна побудувати залежність $\gamma_0(\overline{\alpha}_{дB})$ при $P_{\text{пом}}/\log_2 M = \text{const.}$ На рис. 1.20 зображена така залежність для $P_{\text{пом}}/\log_2 M = 10^{-6}$. Видно, що при $\overline{\alpha}_{dB} > 3$ невелике збільшення широкосмуговості дозволяє істотно зменшити енергію сигналу. При $\overline{\alpha}_{dB} < 3$ навіть дуже сильне розширення смуги зменшує $\overline{\alpha}_{dB}$ незначно. Визначимо граничне значення $(\overline{\alpha}_{dB})_{rp}$ таке, що при $\overline{\alpha}_{dB} > (\alpha_{dB})_{rp}$ відношення $P_{nom}/\log_2 M \to 0$ при $\gamma_0 \to \infty$. Для цього скористаємося наближеним виразом

$$V(\chi) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\chi}} e^{-\chi^2/2},$$

справедливим при $\chi >> 1$. Логарифмуючи (1.108), отримаємо:

$$-\ln\frac{P_{\text{пом}}}{\log_2 M} = \log_2 k \left(\frac{\overline{\alpha}_{\text{дB}}^2}{4} - \ln 2\right) - \frac{3}{2} \ln\log_2 k - \ln\alpha_{\text{дB}} \sqrt{\pi}.$$

При $\overline{\alpha}_{\rm дв}^2 > 2\ln 2$ і $k \to \infty$ ймовірність помилки прямує до нуля. Граничне значення $\alpha_{\rm дв}$ у розглянутому коді в 2 рази більше, ніж при ідеальному кодуванні.

Умови обміну смуги частот на енергію сигналу в коректувальних кодах. Отримати аналітичні вирази для умов обміну $\overline{\alpha}_{\rm дв}$ на γ_0 у коректувальних кодах не вдалося. Широкосмуговість коректувального коду може бути визначена за формулою

$$\gamma_0 = \mu q_t r, \qquad (1.110)$$

де r – надлишковість коду, що дорівнює $r = n/n_0$.

Задавши $P_{\text{пом}} / \log_2 M$ і χ , можна побудувати залежність γ_0 від $\alpha_{\text{дв}}$ при $P_{\text{пом}} / \log_2 M$ = const. На рис. 1.20 кружками зображені отримані таким шляхом точки для двох значень числа повідомлень. Видно, що коригуючі коди також дозволяють підвищити завадостійкість ціною розширення смуги частот. Через те, що нами розглядалися коди з мінімальною надлишковістю, можна стверджувати, що умови обміну в будь-яких інших коректувальних кодах при поелементному прийманні не можуть бути кращими.

Перехід від фазових ознак до частотних при $P_{\text{пом}} / \log_2 M = \text{const}$ еквівалентний збільшенню $\overline{\alpha}_{\text{дв}}$ у $\sqrt{2}$ рази. Нагадаємо, що в системах з обмеженою середньою потужністю амплітудні ознаки радіоімпульсів рівноцінні за завадостійкістю частотним ознакам.

У системах з обмеженою амплітудою сигналу або обмеженим динамічним діапазоном можна побудувати аналогічні залежності γ_0 від $\rho_{\rm дв}$. При цьому зміниться відносне розміщення кривих лише для коректувальних кодів з АМ_п (ординати кривих для АМ_п отримаємо множенням ординат кривих для ЧМ_п на $\sqrt{2q_t}$).

Порівняння умов обміну смуги на енергію в різних кодах. Координати γ_0 і $\overline{\alpha}_{_{\text{дв}}}$ уявляються нам зручними для порівняння різних кодів за наступних умов: 1) припустиме запізнювання в передаванні інформації не перевищує тривалості однієї кодової комбінації; 2) у каналі діють стаціонарні флуктуаційні завади; 3) завадостійкість оцінюється за мінімальною потужністю сигналу, необхідною для забезпечення припустимої ймовірності помилки; 4) є можливість збільшення завадостійкості ціною розширення смуги частот, займаної сигналом.

Ці умови далеко не є універсальними для систем телемеханіки. Найчастіше вони виконуються в командних системах радіоуправління. При передаванні команд стандартними телефонними і телеграфними каналами ці умови не виконуються.

При дотриманні перелічених умов проведений аналіз дозволяє дійти наступних висновків:

1. Коди з ортогональними ознаками, частотно-часові двійкові коди і коректувальні коди дозволяють підвищити завадостійкість передавання ціною розширення смуги частот, займаної сигналом.

2. Умови обміну $\overline{\alpha}_{_{\rm дв}}$ на γ_0 в коректувальних кодах з мінімальною надлишковістю поліпшуються зі зростанням числа повідомлень. У випадку фазових ознак ($\Phi M_{_{\rm II}}$) і $M > 2^9$ ці умови кращі, ніж у кодах з ортогональними ознаками. При використанні частотних ознак умови обміну в коректувальних кодах при поелементному прийманні гірші, ніж у кодах з ортогональними ознаками. У випадку амплітудних ознак коректувальні коди поступаються частотно-часовому коду.

Для систем радіотелемеханіки з флуктаційними завадами, де проблема ефективного використання смуги каналу стоїть гостро, можна рекомендувати застосування частотно-часових двійкових кодів з малим числом одночасно зайнятих частот. Ці коди дозволяють отримати практично той самий виграш в енергії сигналу, що й коректувальні коди з більшим числом помилок, що виправляються, при трохи більшої широкосмуговості сигналу, проте при досить простій апаратурі кодування й декодування.

Ці рекомендації справедливі й для вибору коду в низькочастотному тракті радіотелемеханічних систем, що працюють в умовах імпульсних завад промислового походження. У таких системах звичайно застосовується вторинна частотна модуляція. У низькочастотних ланцюгах приймача завади внаслідок взаємного накладення значної кількості реакцій від окремих імпульсів стають близькі до флуктуаційних. Величина девіації частоти несучої обмежує динамічний діапазон низькочастотного сигналу. У цих умовах весь низькочастотний тракт може розглядатися як канал із флуктаційними завадами й обмеженим динамічним діапазоном. При виборі способу кодування в такому каналі можна скористатися отриманими вище результатами, у тому числі й рис. 1.20.

1.2.2. Завадостійкість багатооб'єктних систем телекерування

Для передавання інформації багатьом об'єктам керування або інформації від багатьох джерел використовуються багатоканальні системи з часовим і частотним розділенням, а також системи з кодуванням по множині, окремим випадком яких є адресні методи передавання.

У правильно побудованій багатоканальній системі передавання інформації в одному з каналів не залежить від сигналів в інших каналах. При частотному розділенні це досягається неперекриттям спектрів сигналів окремих каналів і лінійністю загальних підсилювальноперетворювальних блоків (підсилювачі, модулятори, демодулятори). При часовому розділенні незалежність забезпечується неперекриттям сигналів окремих каналів у часі. У реальних системах ці умови виконуються неповністю, що призводить до виникнення взаємних завад. Особливо небезпечні перехресні завади, що виникають при частотному розділенні в результаті проходження сумарного сигналу від багатьох каналів через загальні підсилювально-перетворювальні пристрої нелінійною 3 характеристикою. Перехресні завади часто обмежують число каналів у системах із частотним розділенням, що обслуговуються загальними підсилювачами й перетворювачами. У системах з часовим розділенням взаємні завади легше усуваються. Тому при значній кількості каналів (10...50) у телемеханіці частіше використовується часове розділення. За дуже значної кількості каналів виникають труднощі в синхронізації приймального й передавального пристроїв. Тому в цьому випадку застосовується або змішане частотно-часове розділення, або адреснобагатоканальні методи, розглянуті нижче.

Крім багатоканальних методів для передавання повідомлень багатьом об'єктам по одній лінії зв'язку може використовуватись й інший метод, який будемо називати методом кодування по множині об'єктів (джерел). Наведемо його короткий опис.

Для простоти спочатку розглянемо управління N двопозиційними об'єктами, тобто об'єктами із двома можливими станами, умовно позначуваними «0» і «1». Будемо вважати повідомлення дискретними за часом. Це означає, що об'єкти змінюють свій стан лише в дискретні моменти часу, кратні деякому T, де T – швидкодія об'єкта. Нехай швидкодія для всіх об'єктів однакова. Тоді моменти дискретизації для всіх об'єктів можуть бути обрані спільними, а повідомлення в умовному записі для всіх об'єктів представлені у вигляді таблиці двійкових чисел (табл. 1.5).

Номер об'єкта	Т	2T	3 <i>T</i>	4T	5 <i>T</i>	6 <i>T</i>	7T
Об'єкт 1	0	0	0	1	1	1	1
Об'єкт 2	1	1	0	0	0	1	1
Об'єкт З	1	1	1	1	1	1	0
Об'єкт N	0	0	1	1	1	0	0

Таблиця 1.5 – Повідомлення, дискретні за часом

Кожний рядок цієї таблиці являє собою послідовність повідомлень для одного об'єкта. Кожний стовпець описує комбінацію стану об'єктів на одному такті.

Ідея кодування по множині полягає в передаванні за один такт інформації про стан усіх об'єктів. Якщо є N об'єктів, кожний з яких може перебувати в одному з m_i станів (i = 1, 2, ..., N), то загальне число станів системи дорівнює:

$$M = m_1 m_2 \dots m_N = \prod_{i=1}^N m_i \,. \tag{1.111}$$

При $m_1 = m_2 = ... = m_N = m$

$$M = m^N. \tag{1.112}$$

Таким чином, можливі M комбінацій стану N об'єктів, тобто M різних стовпців. Для їхнього передавання буде потрібно M кодових комбінацій, кожна з яких характеризує стан усіх об'єктів на даному такті.

Одним із окремих випадків кодування по множині є адресний метод передавання. При цьому кожному з об'єктів (джерел) привласнюється кодова комбінація коду адреси, що передається перед інформацією для даного об'єкта (або від даного джерела).

В адресних системах інформація від декількох джерел не може бути передана одночасно. Це призводить до того, що виникають запізнювання в передавання інформації. При передаванні інформації від розосереджених джерел, що обслуговуються загальною лінією зв'язку, при адресному методі внаслідок взаємного накладення сигналів можуть виникати перехресні спотворення. Для усунення цього застосовується контроль зайнятості лінії зв'язку. Адресні методи знаходять все більше застосування в промисловій телемеханіці внаслідок їхньої високої ефективності, а в деяких випадках і простоти апаратури.

Критерії оцінки завадостійкості *N*-об'єктної системи керування. Під дією завад сигнали керування спотворюються. Це призводить до того, що стани об'єктів будуть відрізнятися від необхідних, тобто виникнуть помилки. Уведемо для *i*-го об'єкта величину r_i , що за наявності помилки дорівнює «1», а під час відсутності помилки – «0». Тоді помилка в системі *N* об'єктів може бути виражена *N*-розрядним двійковим числом або *N*-вимірним вектором:

$$R_N = r_1 r_2 \dots r_N, \qquad (1.113)$$

де r_i дорівнює «1» або «0». Змінювання вектора R_N в часі являє собою дискретний по амплітуді й часу випадковий процес із випадковими тривалостями існування різних значень r_i .

Звернемо увагу на те, що при такому зображенні помилки ми не розрізняємо характеру помилки в кожному з об'єктів, тобто не цікавимося, в якому саме з m станів об'єкт перебуває й в якому він повинен перебувати. Фіксується тільки наявність невідповідності, тобто помилки.

Для оцінки завадостійкості використаємо критерій середніх втрат. Втрати залежать у загальному випадку не тільки від поточного значення вектора помилки, але й від тривалості його існування, а також і від передісторії вектора помилки, тобто від його попередніх значень, їхньої послідовності і тривалості.

Спростимо завдання, розглядаючи тільки процеси з втратами, що не залежать від передісторії вектора помилки. Будемо називати такі процеси процесами без післядії за втратами. Крім того, будемо вважати втрати пропорційними тривалості існування вектора помилки. Процеси з такими втратами можна назвати ергодичними за втратами, тому що для них усереднення втрат за часом еквівалентне усередненню по множині реалізацій. Середні втрати за один такт у таких системах дорівнюють:

$$\overline{W_N(T)} = \sum_{s=1}^{2^N} P(R_s) W(R_s), \qquad (1.114)$$

де $P(R_s)$ – ймовірність виникнення вектора помилки R_s в одному такті; $W(R_s)$ – втрати за один такт при векторі помилки R_s .

Середні втрати за одиницю часу дорівнюють:

$$\overline{W_N} = \frac{\overline{W_N(T)}}{T}.$$
(1.115)

Залежність втрат від вектора помилки може бути найрізноманітнішою. Вид її визначається взаємозв'язком об'єктів у системі й характером і призначенням самої системи.

Як найпростіші залежності можна виділити дві. Перша справедлива для незалежних об'єктів, коли середні втрати в системі дорівнюють сумі втрат від помилок окремих об'єктів:

$$\overline{W(R)} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{N} \overline{W_i}(T), \qquad (1.116)$$

дe

$$\overline{W_i}(T) = \sum_{r_i=0}^{1} P(r_i) W_i r_i ,$$

 $P(r_i)$ – ймовірність помилки *r*-го типу (r = 1 або r = 0) для *i*-го об'єкта в довільному такті; W_i – втрати від помилки типу $r_i = 1$ протягом одного такту.

Другий клас систем – це системи з повністю залежними об'єктами, а саме такими, коли помилковий стан хоча б одного об'єкта призводить до повної непрацездатності системи. Тут втрати не залежать від числа джерел (об'єктів), що помиляються, тобто від вектора помилки. Вони однакові за будь-якого числа помилок у системі. Середні втрати на такт у такій системі дорівнюють:

$$\overline{W}(T) = W_0 \sum_{s=1}^{2^N} P(|R_s| \ge 0), \qquad (1.117)$$

де $P(|R_s| \ge 0)$ – ймовірність того, що модуль вектора помилки більше або дорівнює одиниці, тобто ймовірність наявності хоча б однієї помилки в такті, а W_0 – втрати за одиницю часу за наявності в системі хоча б однієї помилки. У загальному випадку для систем з ергодичними втратами без післядії втрати повинні задаватися у вигляді таблиці, де навпроти кожного значення вектора помилки позначені відповідні йому втрати.

Завадостійкість багатоканальних систем ТК з частотним і часовим розділенням. Розрахунок завадостійкості багатоканальної системи ТК починається з визначення енергетичних параметрів сигналу одного каналу через енергетичні параметри системи. За цими даними потім виробляється розрахунок імовірностей помилок в окремому каналі. Останній етап розрахунку полягає у визначенні показників завадостійкості всієї системи, наприклад, середніх втрат або ймовірностей певних подій. Далі ми розглянемо перший і останній етапи розрахунку багатоканальної системи.

До енергетичних параметрів сигналу, необхідних для визначення ймовірностей помилок в одному каналі, задається питома енергія, що може бути втрачена на передавання однієї двійкової одиниці інформації. Визначимо питому енергію в одному каналі через параметри багатоканального сигналу.

Розглянемо спочатку системи з обмеженою середньою потужністю сигналу. Середня потужність N-канального сигналу дорівнює сумі середніх потужностей сигналів в окремих каналах:

$$\overline{Q}_N = \sum_{i=1}^N \overline{Q}_i \,. \tag{1.118}$$

Нехай у кожному з каналів повідомлення передаються періодично або випадково із середньою частотою посилань кодових комбінацій f_i . Число кодових комбінацій m_i у кожному з каналів дорівнює числу повідомлень у цьому каналі, тобто числу станів *i*-го об'єкта. Якщо всі кодові комбінації мають рівну енергію E_i , то ця енергія дорівнює $E_i = \overline{Q}_i / f_i$, а питома енергія в *i*-му каналі дорівнює:

$$E_{\text{{}_{\mathcal{I}}\mathsf{B}\,i}} = \frac{\overline{Q}_i}{f_i \log_2 m_i}.$$
(1.119)

Якщо в окремих каналах передається різна кількість інформації з різною швидкістю, то раціонально так розподілити потужність сигналу, щоб питома енергія була в кожному з каналів однакова. Такий розподіл забезпечить передавання інформації в різних каналах з рівною достовірністю.

Використовуючи (1.118) і (1.119) і замінюючи $E_{_{\text{дв}\,i}} = E_{_{\text{дв}\,i}}$, тому що питома енергія однакова для всіх *i*, отримаємо:

$$E_{\rm gr} = \frac{\overline{Q}_N}{\sum_{i=1}^N f_i \log_2 m_i}.$$
 (1.120)

Величина питомої енергії й кількість повідомлень m_i -му каналі є вихідними умовами для розрахунку завадостійкості передавання в одному з каналів. Подальший розрахунок виробляється залежно від способу кодування, способу приймання, способу синхронізації й інших факторів. Звернемо увагу, що при визначенні питомої енергії ми не накладали ніяких обмежень на спосіб розділення каналів. Усі використані формули справедливі як для часового, так і для частотного розділення. Це свідчить про те, що в системах з обмеженою середньою потужністю сигналу часове і частотне розділення еквівалентні за завадостійкістю. Відзначимо лише, що хоча в принципі в системі з обмеженою середньою потужністю оптимальний розподіл потужності, що забезпечує однакову достовірність в усіх каналах, можливий за будь-якого способу розділення каналів, практично це просто реалізується лише в системах з частотним розділенням.

Розглянемо системи з обмеженою амплітудою сигналу. У таких системах визначення енергетичних параметрів *N*-канального сигналу відрізняється при часовому й частотному розділенні, і, як буде показано нижче, у загальному випадку ці способи нееквівалентні за завадостійкістю.

Вихідними даними при розрахунку завадостійкості N-канальної системи з обмеженою амплітудою сигналу слугують амплітуда N-канального сигналу й швидкодія об'єктів T_i .

При часовому розділенні каналів амплітуда сигналу для всіх каналів однакова й дорівнює:

$$U_{m1} = U_{mN}.$$

Час циклу складається з інтервалів, що йдуть один за одним, які відводять для передавання сигнали окремих каналів τ_i розділених захисними інтервалами t_i :

$$T_{\mathrm{II}} = \sum_{i=1}^{N} \left(\tau_i + t_{\mathrm{i}\,i} \right).$$

Уведемо поняття шпаруватості за часом багатоканального передавання з часовим розділенням, що дорівнює відношенню тривалості циклу до корисного часу за цикл, зайнятому сигналами окремих каналів:

$$q_{t \text{ MH}} = \frac{T_{\text{u}}}{T_{\text{u}} - \sum_{i=1}^{N} t_{i i}} = \frac{T_{\text{u}}}{\sum_{i=1}^{N} t_{i}}.$$
 (1.121)

Канальний час за один цикл вибирається звичайно пропорційним кількості інформації в цьому каналі $\tau_i \equiv \log_2 m_i$. З огляду на це й (1.121), отримаємо:

$$\tau_i = \frac{T_{ii} \log_2 m_i}{q_{t \text{ MH}} \sum_{i=1}^N \log_2 m_i}.$$
 (1.122)

Максимальна питома енергія кодової комбінації в одному каналі дорівнює:

$$E_{i_{BB}} = \frac{U_{mN}^{2}\tau_{i}}{\theta \log_{2} m_{i}} = \frac{U_{mN}^{2}T_{u}}{\theta q_{i_{MH}} \sum_{i=1}^{N} \log_{2} m_{i}},$$
(1.123)

де θ = 1 при передавання відеосигналами й θ = 2 при передаванні синусоїдальними сигналами.

З точки зору завадостійкості й ефективності вигідніше вибирати максимально можливий час циклу. Однак цей час не повинен перевищувати припустимого запізнювання для кожного з об'єктів. Якщо $T_{\rm мін}$ – мінімальне по всіх об'єктах припустиме запізнювання й час циклу, дорівнює $T_{\rm ц} = T_{\rm мін}$, розподілене між каналами пропорційно кількості інформації, питома енергія в кожному з каналів буде дорівнювати:

$$E_{\rm gB} = \frac{U_{mN}^2 T_{\rm MiH}}{\theta q_t \sum_{i=1}^N \log_2 m_i}.$$
 (1.124)

У випадку ідентичних каналів

$$E_{\rm gr} = \frac{U_{mN}^2 T}{\theta q_l N \log_2 m}.$$
 (1.125)

Розглянемо частотне розділення каналів при обмеженій амплітуді сумарного *N*-канального сигналу. При частотному розділенні передавання в різних каналах відбувається одночасно. Тому час, затрачуваний на передавання одного повідомлення в кожному каналі, дорівнює швидкодії відповідного об'єкта. Перейдемо до визначення амплітуди сигналу *i*-го каналу. Якщо в кожному з каналів передається синусоїдальний сигнал з максимальною амплітудою U_{mi} , то максимальна амплітуда канального сигналу дорівнює:

$$U_{mn} = \sum_{i=1}^{N} U_{mi} \, .$$

Амплітуда N-канального сигналу залежить від співвідношення фаз окремих синусоїдальних складових. Вона досягає свого максимального значення, що дорівнює сумі окремих амплітуд, у ті моменти, коли всі синусоїдальні коливання перебувають одночасно в точці максимуму. За великого числа складових і випадкових, і незалежних фаз в окремих каналах імовірність такого збігу мала. Відомо, що ймовірність того, що сума синусоїдальних немодульованих за амплітудою сигналів перевищить деяке значення $U_{\text{максN}}$. Позначимо цю ймовірність через $P_{\text{пер}}$. Зв'язок між

 $U_{\text{макс}N}$ і $\sum_{i=1}^{N} U_{mi}$ зручно подати у вигляді

$$U_{\text{make}N} = \frac{F(N)}{N} \sum_{i=1}^{N} U_{mi}, \qquad (1.126)$$

де F(N) – функція, що залежить від припустимої ймовірності перевищення рівня $U_{\text{макс}N}$.

Функція F (N) пов'язана з функцією H, поданою на рис. 1.21, співвідношенням

$$F(N) = \frac{H}{\sqrt{2}}\sqrt{N} . \qquad (1.127)$$

Як видно із графіка, при N < 3 й $P_{nep} < 10^{-2}$

$$F(N) = N.$$



Рисунок 1.21 – Допоміжна функція для розрахунку багатоканальних систем

Це означає, що амплітуда сумарного сигналу дорівнює сумі амплітуд окремих сигналів. При N > 10 величина F(N) залежить від значення ймовірності $P_{\text{пер}}$.

У табл. 1.6 наведені значення F(N) за різних імовірностей $P_{\text{пер}}$. Величина $P_{\text{пер}}$ залежить від припустимих перехресних спотворень, тому що, обмежуючи сумарний N-канальний сигнал, ми вносимо певну нелінійність, у результаті якої виникають перехресні спотворення. У системах ТУ припустимі більші значення $P_{\text{пер}}$, у системах ТІ – менші й тим менші, ніж вища необхідна точність передавання.

Таблиця 1.6 – Значення F(N) за різних імовірностей $P_{\text{пер}}$

F(N)	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴
P_{nep}	$\sqrt{3N}$	$\sqrt{5,5N}$	$\sqrt{7N}$

Максимальна питома енергія в одному каналі при синусоїдальному сигналі дорівнює:

$$E_{i\,_{\text{дB}}} = \frac{U_{mi}^2 T_i}{2\log_2 m_i}.$$
 (1.128)

У випадку ідентичних каналів при частотному розділенні будемо мати:

$$E_{\rm gr} = \frac{U_{mN}^2 T}{2F^2(N)\log_2 m_i}.$$
 (1.129)

Порівняємо отриманий результат з аналогічним при часовому розділенні каналів у випадку ідентичних об'єктів. Якщо $F(N) = \sqrt{N}$, вирази (1.129) і (1.125) для питомих енергій при передаванні синусоїдальними сигналами збігаються. Як ми вже відзначали, звичайно $F(N) > \sqrt{N}$. Це означає, що питома енергія при частотному розділенні буде менше. Отже, при обмеженій амплітуді сигналу частотне розділення у випадку ідентичних по швидкодії каналів гірше за завадостійкістю, ніж часове. Відзначимо, що чим вище вимоги до перехресних спотворень, тим більший програш дає частотне розділення. Тому в системах ТІ цей програш більше, ніж у системах ТК.

Звернемося до випадку об'єктів, не однакових по швидкодії. Вище вже говорилося про можливості при неідентичних об'єктах такого розділення потужності по каналах, що забезпечує сталість питомої енергії. У системах з обмеженою амплітудою сигналу такий розділення також можливе. При частотному розділенні каналів при цьому виникає задача оптимального розподілу амплітуд сигналів окремих каналів. З огляду на (1.128) і (1.126), отримаємо при оптимальному співвідношенні амплітуд:

$$E_{\rm AB} = \frac{U_{mN}^2}{2\left[\frac{F(N)}{N}\right]^2 \left[\sum_{i=1}^N \frac{\log_2 m_i}{T_i}\right]^2}.$$
 (1.130)

Амплітуда сигналу і-го каналу при оптимальному розділенні дорівнює:

$$U_{mi} = \frac{U_{mN} \sqrt{\frac{\log_2 m_i}{T_i}}}{\frac{F(N)}{N} \sum_{i=1}^{N} \sqrt{\frac{\log_2 m_i}{T_i}}}.$$
 (1.131)

При часовому розділенні каналів, постійній амплітуді сигналу й нормальній циклічності важко забезпечити сталість питомої енергії у випадку об'єктів з різною швидкодією. Тому при керуванні об'єктами з різною швидкодією доцільніше, з погляду завадостійкості, використати частотне розділення.

Після того як визначена енергія, що припадає на передавання однієї двійкової одиниці інформації в одному каналі, розраховуються ймовірності різних помилок у кожному з каналів і в системі в цілому й потім втрати, що виникають від цих помилок.

Як приклад, що знадобиться нам для порівняння багатоканальних систем із системами з кодуванням по множині об'єктів, розглянемо деякі багатоканальні системи.

1.2.3. Завадостійкість систем з ортогональними сигналами

Багатоканальна система з часовим розділенням і ортогональними сигналами в кожному з каналів. Нехай швидкодія кожного з Nоб'єктів дорівнює T, час циклу дорівнює швидкодії одного об'єкта $T_{\mu} = T$, питома енергія сигналу в одному з каналів, що припадає на одну двійкову одиницю інформації, дорівнює $E_{дв}$. Тоді енергія одного з ортогональних сигналів дорівнює:

$$E_1 = E_{\text{IB}} \log_2 m$$

Втрати в системі з N незалежними об'єктами дорівнюють:

$$\overline{W}_N = NW_1 P_{\text{пом1}}, \qquad (1.132)$$

де W_1 – питомі втрати.

Багатоканальна система з N ідентичними по швидкодії двопозиційними об'єктами, з часовим розділенням каналів і фазовою маніпуляцією. Енергія елементарного сигналу в такій системі дорівнює:
$$E_1 = E_{_{\mathcal{I}B}} = \frac{U_m^2 T_{_{\mathcal{I}}}}{Nq_t} = \frac{E_{_N \text{ makc}}}{Nq_t},$$

де

$$E_{N \text{ макс}} = U_m^2 T_{\text{ц}}.$$

Імовірність помилки в одному каналі

$$P_{\text{nom1}} = V\left(\frac{\sqrt{2E_{_{\mathcal{I}B}}}}{\sigma_0}\right) = V\left(\frac{\sqrt{2E_{_{N \text{ marc}}}}}{\sigma_0\sqrt{Nq_t}}\right).$$

Звернемо увагу, що розглянута система передачі є найбільш завадостійкою в класі багатоканальних систем за будь-яких енергетичних обмежень на сигнал.

Завадостійкість систем з кодуванням по множині. У системі з кодуванням по множині об'єктів за час такту T_0 , що дорівнює $T_{\text{мін}}$ ($T_{\text{мін}}$ – мінімальне по всіх об'єктах припустиме запізнювання), повинне бути передане одне з $M = \prod_{i=1}^{N} m_i$ повідомлень, тобто $\sum_{i=1}^{N} \log m_i$ двійкових одиниць інформації. Частота посилань дорівнює f = 1/T. Якщо на всі посилання витрачається однакова енергія сигналу E_N , пов'язана із середньою потужністю сигналу \overline{Q}_N ,

$$E_N = \overline{Q}_N T_0$$

де питома енергія дорівнює:

$$E_{\rm AB} = \frac{E_N}{\sum_{i=1}^N \log_2 m_i} = \frac{\overline{Q}_N}{f \sum_{i=1}^N \log_2 m_i}.$$
 (1.133)

У системі із заданим динамічним діапазоном сигналу $|-U_{mN} - U_{mN}|$ і шпаруватістю передавання за часом q_t

$$E_{_{\rm JIB}} = \frac{U_{_{\rm mN}}^2 T_0}{q_i \theta \sum_{i=1}^N \log_2 m_i},$$
(1.134)

де $\theta = 1$ при передаванні відеосигналами і $\theta = 2$ при передавання радіоімпульсами.

Порівнюючи (1.133) з (1.120), бачимо, що при $f_i = f$ і однаковій середній потужності система з кодуванням по множині забезпечує ту саму питому енергію, що й багатоканальні системи.

Для об'єктів з різною швидкодією система з кодуванням по множині в загальному випадку багатоканальній системі, тому що час такту дорівнює $T_{\text{мін}}$. Цей програш еквівалентний програшу систем з часовим розділенням порівняно з системами з частотним розділенням при обслуговуванні джерел з різною швидкодією й звичайною циклічністю $(T_{ii} = T_{min}).$

У системах із заданою амплітудою сигналу, порівнюючи (1.134) і (1.123), бачимо, що, з погляду питомої енергії, система з кодуванням по множині еквівалентна системі з часовим розділенням.

Отже, кодування по множині дозволяє витратити на передавання однієї двійкової одиниці ту саму енергію, що й часові багатоканальні системи. Чи означає це, що кодування по множині забезпечує ту саму завадостійкість, якщо при цьому буде використовуватись той самий код, що й в окремих каналах багатоканальної системи? Виявляється, що ні. Лише у випадку використання двійкового ненадлишкового коду ці системи будуть еквівалентні за завадостійкістю. При використанні інших кодів кодування по множині може забезпечити більш високу завадостійкість ціною збільшення широкосмуговості передавання у випадку незалежних об'єктів.

Покажемо, що при використанні ненадлишкового двійкового коду з однаковим способом передавання двійкових символів кодування по множині еквівалентно за завадостійкістю багатоканальній системі з часовим розділенням.

Вище було показано, що питома енергія в багатоканальній системі й у системі з кодуванням по множині однакова. Рівність питомих енергій призводить до рівності ймовірностей помилкового приймання елементарних сигналів (при однаковому способі маніпуляції):

$$P_1 = P_1^*$$
.

У багатоканальній системі ймовірність помилки в *i*-му каналі дорівнює:

$$P(r_i) = 1 - (1 - P_1)^{\log_2 m_i}$$
.

Багатоканальна система в цілому характеризується вектором помилки

$$R = r_i, r_2, \dots, r_N$$

з відповідними ймовірностями помилки $P(r_1)$, $P(r_2)$, ..., $P(r_N)$. Помилки в окремих каналах виникають незалежно від помилок в інших каналах. Тому

$$P(R) = \prod_{i=1}^{N} P(r_i).$$

У системі з кодуванням по множині й двійковому ненадлишковому коді є можливість так розподілити комбінації цього коду між комбінаціями станів об'єктів, щоб стан *i*-го об'єкта характеризувався значеннями деяких m_i двійкових елементарних сигналів. Зазначимо, що порядок розміщення двійкових одиниць, що ставляться до різних об'єктів, тут неважливий. Імовірність помилкового передавання інформації *i*-му об'єкту при такому розподілі дорівнює ймовірності помилки в групі з m_i елементів:

$$P^*(r_i) = 1 - (1 - P^{*_1})^{\log_2 m_i}$$
.

Ймовірність виникнення вектора помилки внаслідок незалежності спотворення окремих груп дорівнює:

$$P^*(R) = \prod_{i=1}^N P^*(r_i).$$

Тому що $P_1^* = P_1, P^*(r_i) = P(r_i)$ отримаємо, що

$$P^*(R) = P(R),$$

тобто системи еквівалентні за завадостійкістю, що й потрібно було довести. Звернемо увагу, що доведена еквівалентність справедлива як для незалежних, так і для залежних об'єктів.

Вище було показано, що в системі управління *N* двопозиційними об'єктами найкращим багатоканальним способом передавання є передавання з часовим розділенням і фазовою маніпуляцією в кожному з каналів. Відповідно до вищезазначеного ця система еквівалентна за завадостійкістю системи з кодуванням по множині й передаванням двійковим ненадлишковим кодом з тими самими ознаками.

Якщо в системі з кодуванням по множині використати більш завадостійкі коди, то цим можна підвищити завадостійкість передавання у випадку незалежних об'єктів. До таких кодів відносяться коди з підвищеною енергією елемента й коректувальні коди, які дозволяють ціною розширення смуги частот підвищити завадостійкість передавання. Для системи залежних об'єктів перехід до кодування по множині може, в загальному випадку, призвести й до погіршення завадостійкості, якщо втрати від виникнення одночасно помилкових станів декількох об'єктів великі порівняно зі сумою втрат від помилкових станів окремих об'єктів.

1.2.4. Вимоги до пристроїв по елементної синхронізації

Фазування приймальних і передавальних пристроїв кінцевої апаратури виграє досить істотну роль у системах передавання дискретних повідомлень, тому що при порушенні синфазності приймання інформації стає неможливим, незважаючи на справність передавальних приймальних пристроїв і всього тракту передавання повідомлень у цілому. Необхідною умовою правильного приймання (реєстрації) елементарних посилок і кодових комбінацій є наявність відомості про моменти їхнього початку. За відомими моментами надходження посилок і комбінацій забезпечується синхронна й синфазна робота приймальної частини. При цьому під синхронною роботою розуміється робота окремих елементів передавача й приймача, наприклад розподільників, з однаковою швидкістю (частотою), а під синфазною – певне співвідношення фаз між цими елементами.

Стосовно передавання дискретної інформації варто розрізняти фазування щонайменше двох видів: фазування за посилками і за циклами.

Завданням фазування за посилками є забезпечення певного співвідношення фаз між границями вхідних посилок, з одного боку, і керуючими імпульсами, вироблюваними приймальною частиною, з іншого. Необхідне співвідношення фаз при цьому підтримується за допомогою спеціальних пристроїв, що стежать за фазою прийнятих посилок і фаз, що усувають неузгодженість. Така підтримка синфазності називається фазуванням (коректуванням) за посилками, а пристрої, за допомогою яких здійснюється підтримка синфазності, називаються пристроями фазування за посилками ПФП (коректувальними пристроями).

Завданням фазування за циклами є визначення початку кодових комбінацій, груп або блоків.

Методи фазування, подібно методам передавання, можна розділити на асинхронні, стартстопні й синхронні.

В асинхронних системах значення кожного прийнятої посилки визначається шляхом порівняння його тривалості із тривалістю прийнятих раніше посилок, тобто розпізнавання посилок проводиться методом відносного відліку. Тому перша посилка знака може починатися в довільний момент часу, але тривалість наступних посилок у знаку встановлюється кратної тривалості першої посилки. Початок кожного знаку, а також кожного повідомлення визначається за допомогою інтервалів, кратних елементарній посилці. Таким чином, на прийомі отримують відомості про моменти початку передачі посилки, знака й повідомлення в цілому без яких-небудь додаткових пристроїв. Прикладом асинхронного методу може слугувати передавання дискретних сигналів за допомогою нерівномірних кодів типу коду Морзе. Асинхронні методи передавання інформації використовуються здебільшого для слухового радіозв'язку внаслідок відносно легкої запам'ятовуваності кодових комбінацій, що визначають знаки алфавіту.

При стартстопному методі фазування з метою зменшення впливу різниці частот (швидкостей обертання рушійних механізмів) на точність реєстрації передавальні й приймальні розподілювачі в проміжках між передаванням (прийманням) знаків не працюють («стоять на стопі»). Стопове положення розподілювачів є вихідним, і в цьому положенні розбіжність фаз між ними вважається такою, що дорівнює нулю. З початком роботи передавального розподілювача за допомогою спеціальної пускової (стартової) посилки запускається приймальний розподілювач. По циклу приймальний розподілювач зупиняється закінченні також спеціальною стоповою посилкою. Отже, при стартстопному методі фазування розбіжність по фазі між приймальними і передавальними розподілювачами відбувається тільки протягом одного циклу. Відлік моментів реєстрації здійснюється з початком стартової посилки, тому найбільша похибка по фазі характерна при реєстрації останньої кодової посилки.

Стартстопний метод передавання широко застосовується в літеродрукувальних телеграфних апаратах Передавання здійснюється, як правило, простим рівномірним кодом. В електромеханічних апаратах звичайно тривалість стартової посилки дорівнює тривалості елементарної кодової посилки (t_0), а стопова посилка приблизно в півтора рази більше t_0 . Подовження стопової посилки збільшує стійкість роботи каналами з високим рівнем завад.

На рис. 1.22, а наведена схема, за допомогою якої можна пояснити сутність стартстопного методу фазування. Лівий диск відповідає передавальному розподілювачу, правий – приймальному. Обидва диски положенні. вихідному 3 перебувають v початком обертання передавального розподілювача на час, рівний тривалості пускової посилки, відбудеться розмикання контакту К. Внаслідок цього електромагніт Е буде знеструмлений, що забезпечить пуск приймального розподілювача. Наприкінці обертання, коли передавальний розподілювач повернеться на кут 360° – ф, (де ф – кут повороту передавального розподільника протягом якого передається стопова посилка), контакт К замкнеться, і в обмотки електромагніта Е приймального розподілювача буде послана стопова посилка.

a)



б)

Цикл роботи передавального ррозподілювача (7,5 t₀)



Рисунок 1.22 – Ілюстрація стартостопного методу фазування

Очевидно, що приймальний розподілювач зупиниться в тому випадку, якщо до моменту замикання контакту К він повернеться на кут більший кута $360^{\circ} - \phi$ і менший 360° , тобто $360^{\circ} - \phi < \phi_1 < 360^{\circ}$. Розбіжність, що була наприкінці обертання, по фазі усунеться, і наступне обертання обох розподілювачів почнеться зі стопового вихідного положення. Якщо до моменту замикання контакту К приймальний розподілювач повернеться на кут більше 360° або ще не встигне закінчити цикл, то він наприкінці обертання не зупиниться й накопичена за одне обертання розбіжність по фазі не буде усунена.

Ha основі виклаленого встановити співвідношення можна швидкостей (циклів) передавального й приймального розподілювачів, необхідне для усталеної роботи стартстопного фазування. Очевидно, що при однакових номінальних швидкостях обертання передавальних і приймальних розподілювачів, тобто при однаковій довжині циклів, буде порушена навіть при незначному синфазність відставанні приймального розподілювача. Отже, для усталеної роботи необхідно, щоб швидкість обертання приймального розподілювача була свідомо більше швидкості обертання передавального розподілювача. При цьому, якщо не враховувати інерційність приймального пристрою, доцільно вибрати таке перевищення швидкості, за якого до моменту зупинки приймального розподілювача передавальний не доходив би до кінця стопа на кут, що дорівнює половині стопової посилки. Практичне співвідношення швидкостей в електромеханічних стартстопних апаратів з використанням п'ятиелементного коду й подовженою стоповою посилкою $t_{cr} = 1.5 t_0$ дорівнює

$$\frac{n_{\rm np}}{n_{\rm nep}} = \frac{360^{\circ}}{360^{\circ} - 360^{\circ} / 7.5} = 1.15 \,,$$

тобто зупинка приймального розподілювача відбувається після закінчення приймання першої третини стоповий посилки, як показано на рис. 1.22 б.

Достоїнством стартстопного методу фазування є його простота. Дійсно, при додаванні в кодову комбінацію двох посилок здійснюється фазування за посилками за допомогою використання початку пускової посилки для відліку моментів реєстрації й фазування за циклами шляхом запуску розподілювачів тільки на один цикл. Основним недоліком даного методу фазування є значний вплив спотворень початку стартової посилки (стартстопні спотворення) на достовірність прийнятої інформації. Тому даний метод застосовується, як правило, в кінцевих літеродрукувальних апаратах, що працюють у місцевих ланцюгах або на коротких лініях.

Підвищення виправляючої здатності приймачів при передаванні дискретної інформації на більші відстані по каналах з відносно високим рівнем завад може бути здійснене з використанням синхронного методу передавання.

Як відомо, *синхронний* метод передавання припускає неперервне обертання передавальних і приймальних розподілювачів. При цьому синфазність між імпульсами, формованими на прийомі задавальним генератором і прийнятими посилками повинна підтримуватися з точністю до декількох відсотків; від тривалості елементарної посилки t_0 протягом тривалої роботи апаратури. Виявляється, що в цьому випадку необхідна точність синфазності не може бути забезпечена без спеціального пристрою фазування навіть за наявності високостабільних генераторів. Пояснимо це положення на прикладі. Нехай $f_{\rm H}$ – номінальне значення частоти генератора від номінального значення (f_1 – значення частоти генератора через деякий час роботи з урахуванням усіх дестабілізуючих факторів). Тоді коефіцієнт нестабільності генератора запишемо у вигляді

$$K_{\Gamma} = \frac{f_{\rm H} - f_1}{f_{\rm H}} = \frac{\Delta f}{f_{\rm H}}.$$
 (1.135)

Час, протягом якого частота генератора зміниться на 1 Гц стосовно номінального значення, дорівнює

$$t_1 = \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{K_{\rm r} f_{\rm H}}.$$
 (1.136)

Враховуючи відношення тривалості елементарної посилки до періоду коливань генератора T, час, протягом якого приймальний розподілювач зсунеться по фазі на величину t_0 , виразимо

$$t_n = \frac{t_0}{T} t_1 = \frac{1}{BK_2}, \qquad (1.137)$$

де В – швидкість модуляції, бод.

Правильна реєстрація елементарних посилок на прийомі може бути забезпечена (за відсутності спотворення посилок), якщо величина розбіжності по фазі t_n менше половини елементарної посилки t_0 , тобто $t_n < 0.5t_0$. Позначаючи відносну величину розбіжності по фазі через $\varepsilon_{\phi} = t_n / t_0$ і враховуючи нестабільність як приймального, так і передавального генераторів $(2K_r)$, час розбіжності по фазі на величину ε_{ϕ} запишемо

$$t_{\phi} = \frac{\varepsilon_{\phi}}{2K_{\rm r}N}.\tag{1.138}$$

На рис. 1.23 зображена залежність часу розбіжності по фазі від коефіцієнта нестабільності генератора для різних швидкостей модуляції в припущенні, що максимально припустима розбіжність по фазі, за якої ще може забезпечуватися робота апаратури, дорівнює 45% від t_0 . З рисунка видно, що при швидкості модуляції 50 бод і $K_r = 10^{-5}$ час розбіжності по

фазі менше 10 хв. На більш високих швидкостях модуляції, наприклад 4800 бод, і $K_r = 10^{-6}$ час розбіжності по фазі $t_{\phi} < 1$ хв.



Рисунок 1.23 – Залежності часу розбіжності за фазою від коефіцієнта нестабільності генератора

При роботі реальними каналами зв'язку ймовірність правильної реєстрації елементарної посилки буде зменшуватися зі збільшенням ε_{ϕ} . Чим точніше на прийманні будуть визначені, наприклад, початок і кінець посилки при інтегральному методі реєстрації або середина посилки для методу стробування, тим з більшою ймовірністю забезпечується правильна її реєстрація. Практично для отримання максимальної ймовірності правильного приймання елементарної посилки величина розбіжності по фазі не повинна перевищувати 2 – 3% від t_0 . Виявлення сигналу з такою точністю на фоні спотворень можливе тільки за допомогою спеціального пристрою фазування.

При синхронному передаванні дискретної інформації фазування за циклами виділяється в окрему задачу. Аналогічним чином можна показати, що ця задача може бути вирішена також за допомогою спеціальних пристроїв. Розглянемо класифікацію, методи реалізації й основні параметри пристроїв фазування за посилками і циклами.

Вимоги до пристроїв фазування за посилками та їхня класифікація. При синхронному передаванні дискретної інформації до пристроїв фазування за посилками ставляться такі основні вимоги:

 висока точність підстроювання фази при роботі каналами з високим рівнем завад;

– малий час входження у фазу як при первісному входженні у зв'язок, так і після переривання зв'язку;

– максимальний час збереження синфазності при короткочасних перериваннях зв'язку.

У цей час відома велика кількість різних синхронних методів і пристроїв фазування за посилками, тому для зручності вивчення доцільно класифікувати дані пристрої за основними ознаками.

За способом передаванняі сигналів фазування всі пристрої можна розділити на дві групи: з передаванням сигналів фазування незалежно від сигналів, що несуть інформацію, і з передачею сигналів фазування разом з інформацією. Перша група пристроїв фазування може бути реалізована в апаратурі передавання дискретної інформації шляхом передавання сигналів фазування за допомогою модульованої несучої частоти по окремому каналу синхронізації або передаванні двох немодульованих контрольних коливань (пілотів-сигналів), розміщених по краях корисного спектра частот каналу. Принциповим в обох випадках є та обставина, що сигнали фазування передаються за допомогою двох незалежних частот. Це дозволяє уникнути зміни частоти фазування при передаванні по каналу ВЧ телефонування, у якій можливе зрушення частоти переданого сигналу.

Використання спеціального каналу для передавання сигналів фазування доцільно, коли в одному напрямку між двома пунктами працює значна кількість однотипних систем передачі дискретних повідомлень. У цьому випадку можна подати спільний сигнал синхронізації на всі системи, і виділення окремого каналу для фазування буде виправдано. Таким чином, перевагою пристроїв фазування, що працюють при незалежному передаванні сигналів фазування, є можливість забезпечення групової синхронізації.

До недоліків подібних пристроїв варто віднести:

 ускладнення каналоутворючої апаратури за рахунок передавання й виділення на прийомі пілотів-сигналів;

 - зниження реальної завадозахищеності, що обумовлене зниженням рівня сигналів, що несуть корисну інформацію, через наявність пілотівсигналів;

– можливість виникнення в каналі зв'язку інтерференції між інформаційним сигналом і пілотом-сигналом внаслідок нелінійності каналу. Фазування за посилками за допомогою пристроїв, що ставляться до другої групи, може здійснюватися шляхом формування на передаванні спеціальних фазувальних (коректувальних) посилок (рис. 1.24, *a*) або шляхом використання для фазування послідовності інформаційних посилок (рис. 1.24, *б*). Перший метод отримав назву фазування (коректування) за спеціальними посилками, а другий – фазування за робочими (кодовими) посилками.

В обох випадках у якості «еталона фази» вхідної послідовності вибирається будь-який параметр. Такими параметрами можуть бути моменти зміни полярності посилок із плюса на мінус або із мінуса на плюс (рис. 1.24, *a*) або обидва види змін полярностей (рис. 1.24, *б*), а також довжина посилок і ряд інших параметрів.

Особливість фазування за допомогою спеціальних посилок полягає в тому, що передавання останніх відбувається автоматично за кожний цикл роботи передавача. Тому, використовуючи дані посилки, можна забезпечити й фазування за циклами. Однак передача спеціальних посилок разом з інформацією трохи зменшує швидкість передавання корисної інформації.



Рисунок 1.24 – Ілюстрації роботи пристроїв з фазуванням за спеціальними посилками (*a*) та із фазуванням за робочими посилками (*б*)

За способом виділення основної частоти керуючих імпульсів із вхідного сигналу пристрою фазування можна розділити також на дві групи: резонансні пристрої й пристрої з автоматичним підстроюванням фази (АПФ).

В основу роботи резонансних пристроїв покладено принцип виділення основної частоти за допомогою смугових фільтрів. Перевагою резонансних пристроїв фазування порівнянно з пристроями з автоматичним підстроюванням фази є простота їхньої реалізації. Проте їм властиві наступні недоліки: при короткочасних перериваннях зв'язку приймач повністю виходить із синхронізму; відсутність замкненого контуру регулювання вимагає періодичного контролю за фазою формованих керувальних імпульсів, тому що в міру зміни частоти генератора передавання й резонансної частоти фільтра точність установки синфазності зменшується. Через зазначені недоліки резонансні пристрої фазування в апаратурі передавання дискретних повідомлень не знаходять широкого застосування.

Способи фазування шляхом автоматичного підстроювання фази становлять найбільш широкий клас пристроїв, використовуваних в апаратурі передавання дискретних повідомлень. Загальна особливість подібних пристроїв полягає в тому, що вони належать до класу слідкуючих систем автоматичного регулювання.

Ці пристрої мають зворотний зв'язок, за допомогою якого забезпечується зміна фази приймального розподілювача відповідно до зміни фази вхідних посилок.

На рис. 1.25 зображена структурна схема пристрою АПФ. Основними вузлами пристрою є фазовий дискримінатор ФД, керувальний пристрій КП й об'єкт регулювання ОР. За допомогою фазового дискримінатора визначаються величина й знак різниці фаз між вхідною послідовністю посилок і керувальними імпульсами, що характеризують фазу приймального розподілювача. На виході фазового дискримінатора залежно від величини різниці фаз формується сигнал, що подається на керувальний пристрій. Останній, відповідно до цього сигналу, змінює параметри об'єкта регулювання.



Рисунок 1.25 – Структурна схема АПФ

Крім основних вузлів, у пристрої фазування може бути використаний ряд додаткових, як механічних елементів (редуктори, планетарні механізми тощо), так і електронних (підсилювачі, дільники частоти, що інтегрують і диференціюють ланцюги й ін.). Об'єктом регулювання може бути задавальний генератор приймача або проміжний перетворювач. У першому випадку керувальний вплив здійснюється на елементи схеми генератора (смність або індуктивність коливального контуру), внаслідок чого частота коливання зміниться, й розбіжність по фазі зменшиться до мінімальної величини, обумовленої чутливістю фазового дискримінатора. У другому випадку керувальний вплив здійснюється на проміжний перетворювач, у якості якого можуть бути використані подільники частоти, редуктори й інші елементи. За допомогою цього впливу змінюється частота проходження імпульсів або швидкість обертання редуктора й, в остаточному підсумку, змінюється фаза приймального розподілювача.

Залежно від виду об'єкта регулювання пристрої фазування поділяють на пристрої з безпосереднім впливом і пристрої без безпосереднього впливу на частоту генератора. За наявності в контурі регулювання суттєво нелінійного елемента (обмежувача, реле й ін.) пристрій фазування є нелінійним. Звичайно в пристроях АПФ нелінійним елементом є реле або елементи з релейною характеристикою, тому подібні пристрої прийнято називати релейними. Керувальний вплив на об'єкт регулювання може здійснюватися як безупинно, так і в окремі проміжки часу, тобто дискретно.

За способом керування об'єктом регулювання пристрої фазування АПФ можуть бути розділені на пристрої з неперервним і дискретним керуванням. Класифікація синхронних пристроїв фазування за посилками показана на рис. 1.26.



Рисунок 1.26 – Класифікація синхронних пристроїв фазування за посилками

1.2.5. Системи синхронізації з впливом на параметри генератора

У пристроях фазування за посилками з безпосереднім впливом на параметри задавального генератора зменшення різниці фаз між вхідною послідовністю посилок і керувальними імпульсами забезпечується зміною частоти генератора. У найпростішому випадку керування частотою генератора можна здійснити шляхом зміни ємності або індуктивності коливального контуру.

На рис. 1.27, *а* показана структурна схема пристрою фазування, у якій як керувальна схема використається поляризоване реле й керувальний вплив здійснюється безпосередньо на параметри генератора. У залежності від положення якоря реле генератор виробляє одну із двох частот f_1 або f_2 . Положення якоря визначається знаком неузгодженості фаз, сигнал про який надходить в обмотки реле. Нехай, наприклад, у початковий момент якір реле перебуває біля правого контакту, тоді генератор буде виробляти частоту f_2 , що більше номінальної частоти f_n . Отже, будуть збільшуватися різниця фаз і величина струму в обмотках реле. Коли розбіжність по фазі досягне припустимої величини різниці фаз $\Delta \varphi$ (момент часу t_1 на рис. 1.27, δ), сила струму з обмотках реле досягне величини спрацьовування, якір реле перекинеться до лівого контакту й генератор буде виробляти частоту f_1 , що менше частоти f_{μ} . Коли величина різниці фаз досягне значення $\Delta \varphi$, якір реле в момент часу t_2 перейде до правого контакту і т.д.

Характерною рисою розглянутої схеми фазування є наявність у контурі регулювання істотно нелінійного елемента – реле. Тому схема, у якій ефект впливу на генератор залежить тільки від знака різниці фаз, є релейною. Керувальна схема має тільки два стійких стани (дві позиції), тобто дві величини керувального впливу на частоту генератора незалежно від величини різниці фаз. Подібні пристрої фазування прийнято називати двопозиційними.

Під час перерви зв'язку або тривалого передавання посилок одного знака розбіжність по фазі буде безупинно зростати, тому що генератор виробляє одну із частот, що свідомо відрізняється від номінальної $f_1 < f_H < f_2$. Цей недолік може бути усунений, якщо застосувати трипозиційний керуючий пристрій, наприклад реле, що має три стійких стани (третє положення якоря реле показане на рис. 1.27, а пунктиром). Тоді генератор, крім частот f_1 і f_2 , буде виробляти й частоту f_0 (у положенні якоря реле), яка повинна дорівнювати середньому номінальному значенню f_н. У цьому випадку час підтримки синфазності при порушеннях зв'язку буде збільшений й обумовлено тільки неточністю настроювання генератора й його коефіцієнтом нестабільності (рис. 1.27, г). Подібні пристрої називаються трипозиційними.



Рисунок 1.27 - Структурні схеми пристроїв фазування

На рис. 1.27, г показана схема фазування із впливом на генератор. У цій схемі як керувальний пристрій використано підсилювач, анодний ланцюг якого увімкнено в обмотку коректувального електромагніта КЕ. Задавальний генератор являє собою камертонний контактний генератор, що виробляє напругу й подає її на фазовий дискримінатор ФД.

Робоча точка анодної характеристики підсилювача (рис. 1.27, ∂) вибирається таким чином, що за наявності синфазності ($U_2 = 0$) напруга на сітці лампи дорівнює U_0 , анодний струм дорівнює i_0 , а частота генератора відповідає величині $f_0 \approx f_{\rm H}$.

При відставанні коливань генератора по фазі з фазового дискримінатора подається на сітку підсилювача позитивна напруга $(U_2 > 0)$, збільшуються анодний струм і магнітне поле КЕ. Збільшення магнітного поля КЕ підвищує пружність стрижнів камертона, у результаті чого частота генератора збільшується й поступово усувається відставання

по фазі. У випадку випередження по фазі фазовий дискримінатор буде виробляти від'ємну напругу ($U_2 < 0$), потенціал на сітці зменшується, отже, струм у КЕ й частота генератора зменшуються. Звичайно настроювання здійснюється таким чином, щоб на лінійній ділянці характеристики лампи виконувалася умова, $i_0 = \frac{1}{2}(i_1 + i_2)$, де i_1 й i_2 – припустимі відхилення струму від середнього значення i_0 . Якщо напруга U_2 , що надходить від ФД, пропорційна величині різниці фаз, то ефект впливу на генератор буде також пропорційний величині неузгодженості фаз. Особливість даної схеми полягає в тому, що частота задавального генератора залежить від величини різниці фаз і змінюється від свого середнього значення f_0 неперервно (плавно), як показано на рис. 1.26, ∂ . Наявність підсилювача забезпечує високу чутливість схеми до зміни різниці фаз.

При роботі реальними каналами зв'язку посилки, що надходять із виходу каналу зв'язку, спотворені. Тому навіть у режимі синфазності наявність спотворень у вхідних послідовностях буде викликати спрацьовування фазового дискримінатора, у результаті чого відбувається зсування фази задавального генератора, і синфазність порушується. Таким чином, при прийманні спотворених посилок виникає так зване помилкове фазування. Тому що крайові спотворення носять випадковий характер і, як правило, зсування границь у бік випередження й у бік відставання є рівноймовірнісним, то зменшення впливу крайових спотворень на точність фазування може бути досягнуто включенням на виході фазового дискримінатора інтегрувального елемента. Таким елементом у розглянутій схемі є контур RC.

Залежно від реалізації фазового дискримінатора схема може бути лінійною або нелінійною.

Фазувальні пристрої з безпосереднім впливом на параметри генератора знижують стабільність генератора внаслідок впливу на один з його параметрів і не дозволяють використати один генератор для роботи декількох фазувальних пристроїв. Відзначені недоліки послугували причиною розробки фазувальних пристроїв без безпосереднього впливу на параметри генератора.

1.2.6. Системи поелементної синхронізації з проміжним пристроєм

У пристроях фазування за посилками без безпосереднього впливу на параметри задавального генератора керувальний вплив здійснюється на проміжний перетворювач. Проміжним перетворювачем в електромеханічних пристроях можуть бути редуктори або планетарні механізми, а в електронних дільники частоти. Як приклад реалізації подібних пристроїв фазування розглянемо фазувальний пристрій з дискретним керуванням, структурна схема якого показана на рис. 1.28, *б*.

Основними елементами схеми є: вхідний пристрій ВхП, фазовий дискримінатор ФД, усереднювальний пристрій УсП, керувальний пристрій КП, дільник частоти ДЧ і місцевий (задавальний) генератор ЗГ. Принцип роботи пристрою фазування полягає в наступному. Синусоїдальна напруга задавального генератора із частотою f_{3r} , перетворена в короткі імпульси, подається на керувальний пристрій і далі на дільник частоти. Коефіцієнт розподілу подільника частоти k вибирається з такою умовою, щоб частота проходження імпульсів f_{yn} , отримана в результаті розподілу, чисельно дорівнювала швидкості модуляції B, тобто

$$f_{\rm yn} = \frac{f_{\rm sr}}{k} = B.$$
 (1.139)

З виходу дільника імпульси із частотою f_{yn} надходять на приймальний розподілювач, де використовуються в якості тактових (керувальних) імпульсів, і на фазовий дискримінатор.

На фазовий дискримінатор надходять також імпульси, що визначають моменти зміни полярності вхідних посилок, попередньо перетворені вхідним пристроєм. За допомогою фазового дискримінатора відбувається порівняння фаз вступників імпульсів і передавання на вихід 1 або 2 (залежно від того, випереджають чи відстають по фазі керувальні імпульси) сигналу на усереднювальний пристрій. Якщо визначається тільки знак неузгодженості, то після кожного порівняння з фазового дискримінатора буде виданий по відповідному виходу один імпульс, а у випадку визначення знака й величини неузгодженості фаз видається серія імпульсів, причому число імпульсів на виході 1 або 2 пропорційне величині неузгодженості.

З метою зменшення похибки синфазності при дії випадкових спотворень у схему звичайно включається усереднювальний пристрій. За допомогою усереднювального пристрою запам'ятовуються й підсумовуються сигнали, що надходять із фазового дискримінатора, і на керувальний пристрій сигнал подається лише в тому випадку, коли число імпульсів, що надійшли на один із входів усереднювального пристрою, перевищить на певну величину число імпульсів, що надійшли на інший вхід. При цьому за допомогою керувального пристрою будуть додані або виключені один або кілька імпульсів з послідовності імпульсів, що надходять на дільник частоти від задавального генератора.

Зсування по фазі керувальних імпульсів у бік випередження або відставання можна усвідомити за допомогою діаграми (рис. 1.28 б, є, г). Якщо на вхід дільника частоти, крім послідовності імпульсів $f_{\rm sr}$, подати додатковий імпульс, то, як видно з рис. 1.28, є, фаза керувальних імпульсів зміститься у бік випередження на величину, яка дорівнює періоду коливань задавального генератора T. Якщо ж один з імпульсів, що подаються на дільник, виключити (рис. 1.28, c), то фаза керувальних імпульсів зміститься у бік відставання також на величину T. Таким чином, за допомогою додавання або віднімання (вилучення) імпульсів, що подаються на вхід дільника частоти, дискретно змінюється фаза керуючих імпульсів і тим самим усувається розбіжність по фазі.

Дискретні коректувальні пристрої можуть бути виконані на будьяких безконтактних елементах: лампах, напівпровідникових приладах або феритах з ППГ – залежно від того, на яких елементах будується апаратура передавання дискретної інформації в цілому.

Розглянемо деякі схеми основних вузлів фазувальних пристроїв з дискретним керуванням, що найбільш часто зустрічаються на практиці.



Рисунок 1.28 - Структурна схема фазувального пристрою з дискретним фазуванням

Фазовий дискримінатор. На рис. 1.29, *а* показана одна з можливих схем фазового дискримінатора. Схема складається із двох комірок пам'яті КП₁ й КП₂ і двох комірок «Заборона» КЗ₁ і КЗ₂. Роботу схеми можна простежити за допомогою часових діаграм, зображених на рис. 1.29, *б*. 3 виходу дільника частоти на фазовий дискримінатор надходять дві послідовності імпульсів f_{yn} і f'_{yn} , зсунених відносно один одного на 180°, із частотою проходження, чисельно рівною швидкості модуляції, тобто

 $f_{yn} = f'_{yn} = N$. Фаза послідовності імпульсів f_{yn} за наявності синфазності відповідає середині прийнятих неспотворених посилок. Таку послідовність імпульсів прийнято називати стробувальними імпульсами. Фаза імпульсів f'_{yn} за наявності синфазності відповідає границям прийнятих неспотворених посилок. Таку послідовність імпульсів надалі будемо називати порівняльними імпульсами.

Імпульсами f_{yn} повідомляється стан «1» коміркам КП₁ і КЗ₁ і стан «0» коміркам КП₂ й КЗ₂, а імпульсами f'_{yn} , навпаки, комірки КП₁ і КЗ₁ переводяться в стан «0», а комірки КП₂ і КЗ₂ – у стан «1».

За відсутності імпульсів, що визначають границі вхідних посилок $f_{\rm Bx}$, з виходу фазового дискримінатора (КП₁ і КП₂) сигнал передаватися не буде, тому що комірки КЗ₁ і КЗ₂ здійснюють «заборону» при зчитуванні «1» з комірок КП₁ і КП₂.

Нехай з моменту часу t_1 спостерігається розбіжність по фазі, як показано на рис. 1.29, δ (керувальні імпульси f_{yn} й f'_{yn} відстають по фазі). Перехід комірки КЗ₁ в стан «О» буде здійснений імпульсом $f_{вx}$ раніше надходження імпульсу t'_{yn} , отже, у момент надходження f'_{yn} комірка КЗ₁ буде перебувати з стані «О» і «заборона» виходу сигналу з комірки КП₁ не відбудеться.



Рисунок 1.29 – Ілюстрація принципу роботи фазового дискримінатору

Таким чином, з виходу комірки КП₁ після кожного порівняння фаз будуть надходити імпульси «додавання» на усереднювальний пристрій. Тому що імпульси $f_{\rm вх}$ надходять у комірку КЗ₂ раніше, ніж $f'_{\rm yn}$, то комірка КЗ₂ забезпечує «заборону» виходу імпульсу з КП₂. Аналогічним чином з моменту t_2 здійснюється формування імпульсів «віднімання». Розглянута схема є найпростішим нелінійним пристроєм, тому що за її допомогою визначається тільки знак різниці фаз.

На рис. 1.30, *а* показана схема фазового дискримінатора, за допомогою якого визначаються не лише знак, але й величина неузгодженості фаз. Схема складається із двох тригерів Tr₁ і Tr₂, схем збігів I₁, I₂, I₃ і I₄ і регістра затримки Pr. Кількість комірок регістра затримки u_p вибирається з умови точності відтворення величини неузгодженості фаз (звичайно $u_p \le k/2$). Частота тактових імпульсів $f_{pr} = Nu_p$.





Розглянемо принцип роботи дискримінатора. Нехай з моменту часу t_1 керувальні імпульси $f_{y_{II}}$ і $f'_{y_{II}}$ відстають по фазі (рис. 1.30, б). З виходу схеми I₁ будуть надходити імпульси на вхід 2 тригера Тг₂, з виходу якого подається «підставлення» на схему І4. Схема І4 відкривається й імпульси додавання надходять на усереднювальний пристрій. Час, на який відкриється схема І₄, і число імпульсів, що надійшли на усереднювальний порівняння пристрій. після одного визначаються величиною неузгодженості фаз і частотою зчитування f_{рг} з регістра затримки. З моменту часу t_2 керувальні імпульси випереджають по фазі вхідні посилки, тому з виходу схеми І₂ будуть надходити імпульси на регістр затримки Рг і повідомляти всім коміркам стан «1».

Зчитування імпульсів на схему I_3 буде відбуватися відразу ж після запису «1» у регістр Рг, однак імпульси зі схеми I_3 почнуть надходити на усереднювальний пристрій лише тоді, коли на схему I_3 буде подане «підставлення» від тригера Tr_1 .

Усереднювальний пристрій. Зсування фази керувальних імпульсів може бути здійснено імпульсами, що надходять із виходу фазового дискримінатора на керувальний пристрій. Але в цьому випадку на фазу керувальних імпульсів впливають випадкові спотворення границь посилок. Для зменшення цього впливу результати порівняння фаз із виходу фазового дискримінатора у вигляді імпульсів додавання або віднімання подаються на усереднювальний пристрій, де відбувається дискретне накопичення сигналів про різницю фаз. Перевага дискретних способів накопичення сигналів порівнянно з неперервними полягає у тому, що дискретні способи дозволяють «запам'ятати» сигнали за більше число вибіркових значень (зразків). Практично в якості дискретних vсереднювальних пристроїв можуть бути використані лічильники імпульсів зі скиданням, лінії затримки з пам'яттю, реверсивні лічильники й ряд інших схем. Найбільш широкого поширення набув усереднювальний пристрій з використанням реверсивного лічильника, що забезпечує ефективне усереднення вхідних сигналів. Принцип роботи подібного усереднювального пристрою можна зрозуміти за допомогою функціональної схеми й діаграми роботи (рис. 1.31).

Реверсивний лічильник є більш складним лічильником імпульсів, що має два входи і два виходи. Він складається із двох кільцевих перерахованих схем і загального давача одиниць. Коефіцієнт перерахування визначає ємність реверсивного лічильника: $K_c = (I_c + 1)/2$, де I_c – число двійкових розрядів лічильника. Як тактові імпульси використовується сума вхідних сигналів (додавання й віднімання). Напрямок «руху одиниці» по двійкових розрядах регістра визначається вхідним імпульсом, що відкриває відповідні схеми (I_1 або I_2).



Рисунок 1.31 – Ілюстрація принципу роботи усередню вального пристрою

Нехай на вхід лічильника ємністю $K_c = 5$ надходять імпульси додавання, а на вхід 2 – імпульси віднімання (рис. 1.31 б). У початковий момент часу лічильник перебуває у вихідному стані, за якого комірка 1 відповідає положенню «1», а інші комірки – положенню «0» (Положення комірки у стані «1» на діаграмі позначається точкою). При надходженні в момент часу t_1 імпульсу додавання в стан «1» перейде комірка 2. Надалі при надходженні як імпульсів додавання, так і імпульсів віднімання лічильник послідовно займає певні стани, як показано на діаграмі. У момент часу t_2 алгебраїчна сума імпульсів додавання і віднімання буде дорівнювати ємності лічильника і з виходу 1 імпульс додавання надходить на керувальний пристрій, а лічильник повертається у вихідний стан. У момент часу t_3 алгебраїчна сума імпульсів додавання та віднімання також буде дорівнювати $K_c = 5$ і на виході 2 утвориться імпульс віднімання. Таким чином, число імпульсів $i_{1,2}$ на виходах 1 і 2 буде дорівнювати цілому числу від частки:

$$i_{1,2} = \frac{|j_1 - j_2|}{K_c},\tag{1.140}$$

де j_1 і j_2 – число імпульсів, що надійшли на вхід додавання й віднімання відповідно.

З розглянутого виходить, що усереднювальний пристрій з використанням реверсивного лічильника має адаптивні властивості. Дійсно, частість імпульсів на тому або іншому виході залежить не тільки від ємності пристрою, але й від закономірності переваги тієї або іншої величини різниці фаз. Очевидно, що при відносно значній величині різниці фаз вплив випадкових крайових спотворень і дроблень посилок буде менше й частість появи імпульсів на одному з виходів визначається, здебільшого, величино K_c . За малої величині різниці фаз для виявлення дійсної її величини необхідно більше число вхідних сигналів, і тому частість імпульсів на його виходах зменшиться.

Для більшості усереднювальних пристроїв з використанням реверсивного лічильника характерне повернення у вихідний стан з появою імпульсу на одному з його виходів. Однак можливі й інші алгоритми роботи усереднювального пристрою. На рис. 1.31, *а* пунктирною лінією показане повернення в стан «1» комірки, з якої був виданий імпульс. У цьому випадку із протилежного виходу буде виданий імпульс тільки тоді, коли алгебраїчна сума імпульсів, що надійшли на входи додавання та віднімання, буде дорівнювати $2K_c$. Такий алгоритм роботи за відносно великої різниці фаз зменшує коефіцієнт перерахування до одиниці, і частість появи імпульсів на виході лічильника дорівнює частості імпульсів, що надходить від фазового дискримінатора. Отже, збільшується адаптивна властивість пристрою й зменшується час усунення різниці фаз. Подібні лічильники отримали назву реверсивних лічильників із блокуванням.

Керувальний пристрій. За допомогою керувального пристрою здійснюється зміна частоти проходження імпульсів, що надходять від генератора на дільник частоти. Для забезпечення зміни фази керувальних імпульсів як у бік випередження, так і у бік відставання необхідно, щоб за відсутності імпульсів керувального впливу (додавання та віднімання), тобто $f_{\text{дод}} = f_{\text{від}} = 0$, на дільник частоти надходили імпульси від задавального генератора із частотою проходження, що дорівнює $f_{\text{иг}} = kB$.

У найпростішому випадку реалізація даної умови може бути здійснена в такий спосіб. Імпульси, отримані після перетворення синусоїдальної напруги задаючого генератора, розділяються на дві послідовності: основну й допоміжну, тобто зсунені по фазі на 180°. Основна послідовність імпульсів подається на дільник частоти з коефіцієнтом розподілу k. На виході дільника частоти виробляється частота проходження імпульсів, яка чисельно дорівнює швидкості модуляції, тобто $f_{yn} = B$. Допоміжна послідовність імпульсів використовується для забезпечення зміни частоти проходження основної послідовності як у бік збільшення, так і у бік зменшення.

Принцип роботи керувального пристрою з використанням двох послідовностей імпульсів можна зрозуміти за допомогою функціональної

схеми й діаграми, показаних на рис. 1.32. Пристрій складається з комірки «Заборона» КЗ₁, комірок пам'яті КП₁ і КП₂ і схеми АБО. У тому випадку, коли $f_{\text{дод}} = f_{\text{від}} = 0$, імпульсами допоміжної послідовності f'_{xr} комірці КП₁ буде повідомлятися стан «1», а імпульсами основної послідовності f_{xr} ця комірка буде переводитися в стан «0». При цьому на виході комірки будуть отримані імпульси, які через схему АБО надходять на дільник частоти. З появою імпульсу на вході «Віднімання» за допомогою схеми «Заборона» буде виключений один з послідовності імпульсів f_{xr} , а з появою імпульсу на вході «Содавання» за допомогою КП₂ буде доданий імпульс (рис. 1.32, δ). Отже, у процесі роботи при багаторазовому порівнянні фази посилок на виході керувального пристрою частота проходження імпульсів буде дорівнювати $f_{xn} = f_{xr} \pm \Delta f$, де Δf – середня частота проходження імпульсів на вході додавання або віднімання.



з використанням двох послідовностей імпульсів

Очевидно, що значення Δf буде залежати від швидкості модуляції *B*, ємності усереднювального пристрою K_c відносного періоду проходження змін полярностей посилок b_0 і частоти проходження імпульсів з фазового дискримінатора $f_{\rm nr}$. Максимальне значення $\Delta f_{\rm wave}$ дорівнює

$$\Delta f_{\text{MARC}} = \frac{Bu_{\text{p}}}{b_{\text{p}}K_{c}k}.$$
 (1.141)

Для пристроїв фазування, в яких використовується фазовий дискримінатор, що визначає лише знак різниці фаз $(u_p = 1)$, а також для випадку передавання «точок» $(b_0 = 1)$

$$\Delta f_{\text{marc}} = \frac{B}{K_c k}.$$
 (1.142)

Особливість розглянутого керуючого пристрою полягає в простоті його реалізації. Часто на практиці суміщають функції керувального пристрою з розподілом частоти.

Для цієї мети використовуються окремі каскади дільників зі змінним коефіцієнтом ділення. Імпульсами додавання зменшують коефіцієнт ділення, а імпульсами віднімання – збільшують. Такі дільники отримали назву керованих.

1.2.7. Розрахунок параметрів по елементної синхронізації

Коректувальний ефект. Для оцінки якості роботи пристрою фазування за посилками становить інтерес величина зсування керувальних імпульсів як реакція замкненої системи автоматичного регулювання при одному вимірі різниці фаз між вхідною послідовністю й керувальними імпульсами. Для цього уведемо поняття коректувального ефекту.

Коректувальним ефектом називається величина зсуву по фазі приймального розподілювача (або керувальних імпульсів, що визначають фазу приймального розподілювача), яка віднесена до тривалості елементарної посилки t₀, при отриманні (реєстрації) однієї границі прийнятих посилок.

Значення коректувального ефекту K_e можна подати у вигляді залежності вихідної величини зсування фази керувальних імпульсів від величини різниці фаз на вході. Очевидно, що якщо в замкненому контурі коректування існує нелінійний елемент, то ця залежність буде нелінійною й вихідна величина зсування фази не залежить від величини різниці фаз. Так, наприклад, у розглянутій вище схемі рис. 1.33, *а* нелінійним елементом є керувальний пристрій, у якості якого використовується реле. Якщо в схемі з дискретним керуванням використати фазовий дискримінатор, за допомогою якого визначається лише знак різниці фаз

(див. рис. 1.33, *a*), то значення *K*_e також не буде залежати від величини різниці фаз.



Рисунок 1.33 – Залежності Ке від б

Таким чином, для релейних пристроїв значення коректувального ефекту не залежить від величини різниці фаз. Тому подібні пристрої отримали назву фазувальних пристроїв з постійним коректувальним ефектом. Рівняння коректувального ефекту для розглянутих пристроїв можна записати у вигляді

$$K_{\rm e} = \chi_1 {\rm sign} \delta = \begin{cases} \chi_1 & {\rm 3a} & \delta > 0; \\ 0 & {\rm 3a} & \delta = 0; \\ -\chi_1 & {\rm 3a} & \delta < 0, \end{cases}$$
(1.143)

де χ_1 – коефіцієнт пропорційності ($\chi_1 < 1$); δ – відносна різниця фаз на вході ($\delta = \theta/t_0$); θ – величина різниці фаз¹. Ця залежність показана на рис. 1.33, *a*.

Подамо рівняння (1.143) у вигляді

$$K_{\rm e} = |\chi_1| \operatorname{при} |\delta| > 0 \tag{1.144}$$

і знайдемо абсолютне значення коректувального ефекту для нелінійного пристрою з дискретним керуванням без безпосереднього впливу на параметри генератора.

Виходячи з визначення коректувального ефекту, його значення можна отримати як збільшення частоти проходження керувальних імпульсів на одиничний вимір різниці фаз. Частота проходження керувальних імпульсів за відсутності керуючого впливу ($\Delta f = 0$) визначається виразом (1.139), а максимальна додаткова частота додавання або віднімання – виразом (1.142), тому

¹ Sign x – сигнум від x – функція від дійсного числа x, що дорівнює відповідно 1, якщо x – додатна величина, 0 при x = 0 i –1 при x < 0.

$$K_{\rm e} = \frac{\Delta f_{\rm Make}}{f_{\rm yn}} = \frac{1}{K_c k} \,. \tag{1.145}$$

Як випливає з (1.145), величина K_e залежить від загального коефіцієнта ділення частоти задавального генератора k і ємності усереднювального пристрою K_c . Чим більше k, тим менше величина зсування по фазі керувальних імпульсів.

Особливість схем фазування з дискретним керуванням у тому, що при одній реєстрації різниці фаз керувального впливу може не бути, якщо $K_c > 1$. Система може перейти з одного стану в інший, тобто реакція порівняння фаз виражається системи на одне зміною стану усереднювального пристрою, як приклад, показано на рис. 1.30, б, а керувальний вплив на фазу керувальних імпульсів не відбудеться. Керувальний вплив виникає, якщо число реєстрованих границь дорівнює К. і всі результати порівняння мають один знак або якщо виконується умова (7.6). У цьому випадку

$$K'_{\rm e} = \frac{1}{k}.$$
 (1.146)

Величину $\frac{1}{k}$ прийнято називати кроком корекції. Крок корекції дорівнює відносній величині зсування по фазі керувальних імпульсів при додаванні або відніманні одного імпульсу з послідовності імпульсів, що надходять від задавального генератора. При виборі величин k і K_c виходять із вимог, які ставляться до точності синфазності і часу встановлення синфазного стану. Звичайно на практиці вибираються k = 30...100 і $K_c = 5...10$.

У тому випадку, коли в замкненій системі регулювання відсутні істотно нелінійні елементи, залежність величини зсування фази керувальних імпульсів від різниці фаз можна апроксимувати лінійним рівнянням. Такі пристрої прийнято називати пристроями фазування із пропорційним регулюванням або пристроями зі змінним коректувальним ефектом. До них можна віднести схему фазування з безпосереднім впливом на параметри генератора (рис. 1.26, ε), а також схему без безпосереднього впливу на генератор з дискретним керуванням, якщо фазовий дискримінатор визначає величину й знак різниці фаз (рис. 1.30, a). Рівняння коректувального ефекту виразимо

$$K_{\rm e} = \chi_2 \delta, \qquad (1.147)$$

де χ_2 – тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис. Ця залежність показана на рис. 1.33, *б* і *в* відповідно.

Як випливає з рис. 1.33, e, у системах з дискретним керуванням збільшується K_e зі збільшенням δ дискретно. Число й величина зон-

«сходинок», у межах яких коректувальний ефект залишається постійним, залежить від частоти, з якої відбувається зчитування з регістра Рг (рис. 1.29, *a*), а також від ємності усереднювального пристрою й загального коефіцієнта ділення частоти. У тому випадку, коли $f_{\rm pr} >> B$, східчасту залежність можна апроксимувати прямою лінією.

Статична похибка фазування. Статичною похибкою фазування δ_c називається відносне зсування фази керувальних імпульсів від синфазного положення при прийманні неспотворених за тривалістю посилок у сталому режимі. Статична похибка фазування визначає точність фазування, обумовлену конструктивними рішеннями й алгоритмом роботи пристрою $\delta_c = K_e + \delta_c$, (1.148)

де δ₂ – відносне зсування фази керувальних імпульсів, обумовлене нестабільністю задавальних генераторів, передавання й приймання за період коректування *t_k*.

Період коректування – це час, протягом якого керувальний вплив на фазу приймального розподілювача не робиться. Для пристроїв фазування спеціальними (коректувальними) посилками цей час визначається періодом проходження останніх і ємністю усереднювального пристрою. Якщо фазування здійснюється за робочими посилками, то t_k є випадковою величиною, що залежить від виду передаваної інформації, тобто

$$t_k = t_0 \overline{b}_0 K_c, \qquad (1.149)$$

де t_0 – тривалість елементарної посилки; $\overline{b_0}$ – середній відносний період проходження змін полярностей посилок, за якими виробляється порівняння фаз; K_c – ємність усереднювального пристрою.

Виходячи з викладеного

$$\delta_{\rm r} = \frac{2K_{\rm r}t_k}{t_0} = 2K_{\rm r}\overline{b_0}K_{\rm c}\,. \tag{1.150}$$

Отже, статична похибка фазування буде дорівнювати

$$\delta_{\rm c} = K_{\rm e} + 2K_{\rm r}\overline{b_0}K_{\rm c}, \qquad (1.151)$$

де К_г – коефіцієнт нестабільності задавальних генераторів.

При фазуванні за робочими посилками експериментально встановлено, що для широкого класу кодів, застосовуваних для передавання інформації, відносне середнє значення періоду проходження границь посилок $\overline{b}_0 = 2$. Тому для дискретних пристроїв фазування з постійним коректувальним ефектом при коректуванні за робочими посилками статичну похибку запишемо в такий спосіб:

$$\delta_{\rm c} = \frac{1}{k} + 4K_{\rm r}K_{\rm c}.$$
 (1.152)

З виразів (1.151) і (1.152) випливає, що вибір коректувального ефекту, загального коефіцієнта ділення, періоду коректування, а також ємності усереднювального пристрою обумовлений заданою точністю фазування. Для зменшення статичної помилки коректувальний ефект або крок корекції варто зменшувати. Однак зменшення кроку корекції призводить до ускладнення системи. З іншого боку, тому що значення δ_r з виразу (1.150) у загальному випадку є випадковою величиною, то для усталеної роботи необхідно, щоб

$$K_{\rm e} > 2K_{\rm r}\overline{b}_0 K_{\rm c}$$

Час фазування. Час, протягом якого приймальний розподілювач (керувальні імпульси) уводиться у фазу стосовно прийнятих посилок з точністю до статичної похибки, називається часом фазування T_{ϕ} . Цей час характеризує перехідний процес системи в ідеальному випадку, коли спотворення посилок відсутні.

Для пристроїв фазування з постійним коректувальним ефектом вираз для часу фазування можна отримати виходячи з наступних міркувань. При реєстрації однієї границі вхідних посилок фаза приймального розподілювача буде зміщена на величину коректувального ефекту, але за період коректування фаза приймального розподілювача буде безупинно зміщуватися за рахунок нестабільності задавальних генераторів і досягне величини δ_r . Величина δ_r , у найгіршому разі, буде протилежна за знаком. Отже, за один період коректування фаза, приймального розподілювача зміститься на величину δ_1 , що дорівнює

$$\delta_1 = K_e - \delta_r. \tag{1.153}$$

Максимальний час входження у фазу виникає в тому випадку, коли в початковий момент розбіжність по фазі дорівнює половині елементарної посилки t_0 . Отже, для того щоб змістити фазу приймального розподілювача на 0,5 t_0 , необхідно здійснити *i* керувальних впливів, тобто

$$\delta_1 i = 0,5 \text{ also } i = \frac{1}{2\delta_1}.$$
 (1.154)

Помножуючи обидві частини виразу (1.154) на значення періоду коректування t_k , знаходимо величину часу фазування

$$T_{\phi} = \frac{t_k}{2\delta_1}.$$
 (1.155)

Так, наприклад, використовуючи (7.12), (7.15) і (7.16), отримаємо значення часу фазування для схеми фазування з дискретним керуванням:

$$T_{\phi} = \frac{t_0 b_0 K_c k}{2 \left(1 - 2K_r \overline{b}_0 K_c k \right)}.$$
 (1.156)

З (1.156) виходить, що час входження у фазу залежить не тільки від параметрів пристрою фазування, але й від стабільності задавальних генераторів. Очевидно, що $T_{\phi} \rightarrow \infty$ при $(1 - 2K_r \overline{b}_0 K_c k) \rightarrow 0$. Тому рівняння статичної стійкості будуть мати вигляд

$$1 - 2K_{\rm r}\bar{b}_0 K_c k = 0. \tag{1.157}$$

Вираз (1.157) дозволяє визначити верхню границю одних параметрів за заданого значення інших.

Час фазування для пристроїв зі змінним коректувальним ефектом можна визначити в такий спосіб. Нехай у початковий момент часу різниця фаз дорівнює δ_0 , тоді, як треба з (7.13), після першої реєстрації відхилення по фазі зменшиться й буде дорівнювати

$$\delta_1 = \delta_0 - \chi_2 \delta_0 = \delta_0 (1 - \chi_2). \tag{1.158}$$

З (1.158) видно, що якщо $\chi_2 = 1$, то після першої ж реєстрації різниця фаз буде усунена. Однак при цьому фазове положення керувальних імпульсів (приймального розподілювача) буде повторювати із запізнюванням на період коректування положення границь вхідних посилок. Відхилення посилок носить випадковий характер, що спричинить зменшення точності фазування й стійкості роботи в цілому. Із цією метою значення χ_2 завжди менше одиниці. Після другого порівняння відхилення по фазі

$$\delta_2 = \delta_0 (1 - \chi_2)^2 + \delta_{\Gamma}, \qquad (1.159)$$

після і-го керувального впливу

$$\delta_{i} = \delta_{0} (1 - \chi_{2})^{i} + (i - 1) \delta_{\Gamma}. \qquad (1.160)$$

Практично при належному виборі величини χ_2 другий доданок правої частини рівняння (1.160) нехтовно малий порівняно з першим доданком, тому, зневажаючи другим доданком і розв'язуючи (1.160) відносно *i*, отримаємо

$$i = \frac{\ln \delta_i / \delta_0}{\ln(1 - \chi_2)}.$$
(1.161)

Максимальний час фазування буде в тому випадку, коли початкова неузгодженість фаз дорівнює $\delta_0 = 0,5$. Крім цього, процес фазування можна вважати закінченим, якщо δ_i після *i*-го керувального впливу не перевищує величину статичної похибки, тобто $\delta_i \approx \delta_c$.

З урахуванням цих зауважень вираз для часу фазування в пристроях зі змінним коректувальним ефектом буде мати вигляд

$$T_{\phi} = t_k \frac{\ln 2\delta_c}{\ln(1-\chi_2)}.$$
 (1.162)

ЧАСТИНА 2

ЦИКЛОВА СИНХРОНІЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Глава 2.1. Вплив структури коригуючих блокових кодів на ймовірність синфазного стану

2.1.1. Методи та параметри циклової синхронізації

Системи фазування за циклами забезпечують виявлення початків сигнальних конструкцій, кодових слів. Наявність таких систем полегшує роботу систем синхронізації за елементами. Такі системи можуть працювати за принципом урахування чинника однакової тривалості кодових слів або використання спеціальних синхрогруп у сигнальній конструкції. Надто часто для цієї мети використовуються самосинхронізовні властивості надлишкових кодів.

У даному розділі проведено аналіз систем з простим кодом і спеціальними синхрогрупами та системами з надлишковими блоковими кодами. Незалежно від критеріїв оцінювання асинфазного стану, рішення про "підфазування" приймається підрахунком кількості не задовольняючих параметрам синхрогруп.

На рис. 2.1 наведено загальну структурну схему системи передавання дискретної інформації. Шлях інформації від джерела до отримувача проходить у такий спосіб. Від джерела повідомлення інформація у вигляді літер, цифр, розділових та інших умовних знаків надходить на пристрій кодування вхідної інформації двійковими символами, який ставить у відповідність кожному значенню повідомлення k-елементну послідовність двійкових символів, що називається кодовою комбінацією. Оскільки кількість різних k-елементних двійкових послідовностей дорівнює 2^k , то величина k обирається залежно від того, скільки різних значень повідомлення потрібно передати. За приклад може слугувати 5-елементний телеграфний код, застосовуваний у системах передавання дискретної інформації.





Здобуті в такий спосіб *k*-елементні комбінації надходять на пристрій завадостійкого кодування, необхідність якого спричинено наявністю завад і спотворень у системі передавання даних. Вплив зовнішніх завад і спотворень, що вони виникають в окремих вузлах системи передавання інформації, призводить до того, що повідомлення, передане отримувачу, значно відрізняється від повідомлення, одержуваного від джерела інформації. Для того щоб зменшити такого роду помилки, в систему передавання інформації вводиться пристрій завадостійкого кодування, який перетворює передану інформацію так, що з'являється можливість виявляти чи виправляти помилки.

Перетворена в такий спосіб інформація надходить на пристрій кодування двійкових символів сигналами, де кожному символу ставиться у електричний відповідність певний сигнал. Звичайно наявність електричного імпульсу відповідає одиниці, а відсутність – нулю. Сформовані в такий спосіб сигнали надходять у канал зв'язку, а потім - на приймальний пристрій, який виконує зворотну процедуру, внаслідок чого інформація у вигляді літер, цифр, розділових та інших умовних знаків доставляється отримувачу. Найчастіше для завадостійкого кодування використовуються так звані блокові коди. Тоді кожній двійковій елементів ставиться у відповідність двійкова послідовності з k послідовність з *n* елементів (n > k). У такий спосіб з 2^n *n*-елементних використовуються 2^k послідовностей для передавання лише послідовності, причому к символів з п є інформаційними, а решта – перевірочними. За рахунок надлишковості, що вводиться в кожну комбінацію, виникає можливість боротися з випадковими завадами, які спричинюють помилки в цих комбінаціях. Отже, з каналу на приймальний пристрій надходить послідовність імпульсів і перший реєструвальний пристрій ухвалює рішення, щодо того, чим є прийнятий імпульс одиницею чи нулем. Очевидно, що для успішного декодування в приймальному пристрої мають бути відомі частота проходження імпульсів (тактова частота) і місце перебування кожного імпульсу, тобто має бути відомо, де закінчується один імпульс і розпочинається інший. Інакше кажучи, безпомилкова робота системи передавання даних залежить від безпомилкової роботи пристрою фазування.

Прийняті послідовності двійкових символів надходять у пристрій контролю помилок, де кожній n-елементній послідовності ставиться у відповідність комбінація з k інформаційних елементів. Очевидно, що так само, як і в разі приймання окремих імпульсів, так і в разі приймання окремих комбінацій потрібно знати частоту проходження комбінацій і їхнє взаємне розташування. Частота проходження комбінацій легко може бути отримувана діленням тактової частоти. Головна проблема полягає в тому, щоб знайти, де закінчується одна послідовність і розпочинається інша, тому що в противному разі пристрій декодування, розпочавши приймання, наприклад із середини кодової комбінації, видає безглузду інформацію.

Для вірогідної роботи декодувального пристрою в системі передавання інформації передбачається, окрім фазування імпульсів, фазування комбінацій, інакше називане *цикловим фазуванням*, або *груповою синхронізацією*. Слід зауважити, що групова синхронізація є необхідною незалежно від того, є пристрій завадостійкого кодування чи ні.

На рис. 2.1 представлено пристрій групової синхронізації, як на передавальному, так і на приймальному кінцях. Роль пристрою групової синхронізації на передавальному кінці полягає в тому, щоб у той чи інший спосіб відзначити початок кожної комбінації. На прийманні пристрій синхронізації складається з двох блоків: пристрій пошуку синхронного стану й аналізатор виходу приймального пристрою із синхронізму. Необхідність аналізу втрати стану синхронізму виникає лише за наявності завад у каналі. Інакше, раз засинхронізувавшись, система перебувала б у синхронному стані протягом усього сеансу передавання.

Задачею пристрою аналізу синхронного стану є: за прийнятою послідовністю з l двійкових символів визначити, яке місце в кодовій комбінації посідає перший з прийнятих символів. Тоді, знаючи час, який займає один елементарний символ, t_0 і довжину кодової комбінації n, можна визначити номер символу, з якого розпочинається найближча кодова комбінація. Надалі початки наступних комбінацій визначаються через відтинок часу, дорівнюваний тривалості кодової комбінації – nt_0 .

Відомо, що аналізатори втрати синхронізації не розглядаються, тому надалі під пристроєм групової синхронізації розумітимемо лише пристрій пошуку стану синхронізму.

Методи групової синхронізації можна поділити за такими ознаками:

1) за способом введення інформації про початок кодової комбінації – на системи синхронізації, які застосовують спеціальні синхронізувальні комбінації, й на системи, що самосинхронізуються (синхронізовні);

2) за способом відокремлення інформації про початок кодової комбінації й підтримки синфазності під час роботи – на стартостопні й синхронні системи;

3) за способом впливу на об'єкт регулювання – на системи з послідовним зсуванням і паралельні системи синхронізації.

Розглянемо послідовно ці методи групової синхронізації й відзначимо переваги і недоліки кожного з них.

Системи синхронізації з префіксом. У цих системах синхронізації інформацію про початок кодової комбінації несе спеціальна синхронізувальна комбінація, називана *префіксом*. У приймачі є пристрій, налаштований на префікс, прийнятий у даній системі передавання інформації. За частотою проходження префікса системи синхронізації поділяються на *одноразові*, коли фаза приймача налаштовується один раз перед початком передавання повідомлення, і *багаторазові*, коли синхронізувальний префікс долучається до однієї чи декількох комбінацій. В разі, коли довжина кодової комбінації є великою, синхронізувальний префікс може бути розміщено усередині комбінації.

Очевидно, що для стабільної роботи системи синхронізації послідовність символів, що використовується як префікс, повинна мати особливі властивості. У системі з одноразовим префіксом ця послідовність повинна мати таку структуру, щоб жодне з її циклових переставлянь не збігалося з обраною послідовністю. Іншими словами, її автокорреляційна функція повинна мати мінімальні бічні складові. Лише в цьому разі стан "у фазі" різко відрізняється від несинфазного. У системі з багаторазовим уведенням префікса структура синхронізувальної послідовності має бути такою, аби кожна *l*-елементна послідовність, довільно обрана в сукупності кодових комбінацій, які надходять одна за одною, не збігалася б з останньою. Ця вимога відповідає вимозі мінімуму функції взаємної кореляції між синхронізувальною послідовністю і кодовими комбінаціями, а також їхніми перетинаннями.

Таким вимогам відповідають послідовності Баркера й Хаффмена, способи отримання яких є надто прості. Отже, використовуючи спеціальні послідовності, можна домогтися високої точності групової синхронізації як за первинного входження в фазу, так і після випадкового виходу із синхронізму. Істотним недоліком цього методу є те, що для цілей синхронізації вводиться додаткова надлишковість, наслідком якої є зменшення швидкості передавання інформації або додаткова витрата потужності.

Самосинхронизовані системи. Іншим підходом до розв'язування цієї задачі є використання властивостей самосинхронізувальних надлишкових кодів. За такого означення будь-який коригуючий код має властивість самосинхронізації. Вище вводилося без означення поняття про перетинання кодових слів. Оскільки надалі нам доволі часто доведеться вживати цей термін, уведемо його означення.

Перетинанням двох кодових комбінацій називатимемо n-елементну комбінацію, що складається з j символів однієї комбінації і n - j символів іншої комбінації, причому $1 \le j \le n-1$. Якщо одну комбінацію записати як $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$, а другу – як $b_0, b_1, \ldots, b_{n-1}$, то перетинанням цих двох будуть комбінації вигляду $a_1 \ldots a_{n-1}b_0, a_2 \ldots a_{n-1}b_0b_1, a_{n-1}b_0b_1 \ldots b_{n-2}$ тощо. У коригуючому коді не всі з цих перетинань збігатимуться з комбінаціями кодової множини. Ідеальні самосинхронізовні властивості притаманні кодам без коми, в яких жодне з перетинань кодових слів не є кодовим словом. Проте побудова таких кодів є можлива лише за значної надлишковості, що не є потрібне для передавання інформації з каналів з

помірними завадами. Виявляється, що деякі коригувальні коди можна опрацювати в такий спосіб, що їхня властивість до самосинхронізації значно поліпшиться без втрат коригуючих властивостей.

Хоча циклічні коди є кодами без коми і навіть не є кращими синхронізованими кодами серед класу лінійних кодів, виявилося за можливе здійснити групову синхронізацію приймача без залучення спеціальних синхронізувальних послідовностей. На приймальному кінці встановлюється пристрій, налаштований на комбінації використовуваного коду. Через те що не всі перетинання кодових слів збігатимуться з вихідними словами, частота виникнення кодових слів за синхронного і несинхронного станів буде різною. На цьому і ґрунтується метод синхронізованих кодів.

Перевагою цього методу є те, що для синхронізації не витрачається додаткова потужність. До недоліків слід віднести те, що за синхронізувальний пристрій потрібно мати декодувальний пристрій, що в більшості випадків буде більш складним, ніж схема для приймання префікса певного виду. Слід пам'ятати, що при використанні методу самосинхронізації різко збільшується час входження в синхронізм, якщо використовуваний код має велику довжину кодової комбінації. У цьому разі більш ефективним може виявитися метод синхронізації з префіксом. Проте, у тих випадках, коли декодувальний пристрій є надто простий, як, наприклад, для циклічних кодів, метод самосинхронізації дає найкращі результати.

У певних випадках метод самосинхронізації може виявитися єдино можливим, наприклад, при побудові контрольно-вимірювальної апаратури, що підмикається паралельно до каналу зв'язку, яким передається інформація з одноразовим синхронізувальним префіксом.

Синхронний метод групового фазування. Розглянемо тепер, у який спосіб за приймання може бути отримана інформація про початок кодової комбінації. За цим принципом системи групової синхронізації поділяються на *синхронні* й *стартостопні*. Здійснення синхронної системи групової синхронізації вимагає наявності на приймальному кінці генератора, що видає імпульси зі швидкістю проходження префікса в системах з синхропрефіксом і зі швидкістю проходження кодових комбінацій у системах із самосинхронізацією. Після певного усереднення в часі неузгодженості фаз місцевого генератора і вхідних сигналів синхронізації впливом на місцевий генератор установлюється синхронний стан приймача. Цей метод є зручний лише в тому разі, якщо кількість символів між двома послідовними сигналами синхронізації є невелика. Інакше є неминучі втрати часу при початковому встановленні фази і значні втрати інформації при зриву синхронізму в процесі передавання.

Стартстопний метод синхронізації. Проте, частіше використовується стартстопний метод фазування, який полягає в наступному. У приймачі є пристрій, узгоджений з синхронізувальною послідовністю або з будь-яким іншим синхросигналом. Декодування провадиться лише після того, як буде отримано синхросигнал. Закінчивши декодування, приймач очікує на надходження наступного сигналу синхронізації. За ненадходження сигналу синхронізації або його спотворення декодування не провадиться – і вмикається схема пошуку кодової комбінації.

Цей метод має перевагу тоді, коли відстань між двома синхросигналами є велика, оскільки в певних випадках між двома синхросигналами може перебувати все повідомлення. Проте, якщо відбудеться спотворення синхронізувального сигналу, вся пов'язана з цим сигналом група інформаційних комбінацій зникає. Це є недоліком стартстопного методу фазування.

Системи синхронізації з послідовним зсуванням. Системи синхронізації поділяються також за способами входження в синхронізм. Це можуть бути системи, які при кожнім сигналі про неузгодженість фаз виконують зсування пошуку початку кодової комбінації на один такт і т. д., поки не буде визначено синхронне положення. Якщо відстань між двома синхросигналами є великою, то час входження в синхронізм за поелементного зсування так само буде великим. У певних випадках схема виконує зсування відразу на кілька тактів, причому кількість тактів, що пропускаються, залежить від місця, на якому було помічено неузгодженість фаз між приймачем і передавачем. Цей метод дозволяє зменшити час входження в синхронізм, однак при цьому ускладнюється схема синхронізації, яка за використання методу поелементного зсування може бути надто складною.

Паралельна система синхронізації. Простежимо за діаграмою імпульсів метод послідовного зсування. Нехай комбінація "111" буде синхронізувальною, тоді послідовність імпульсів, сформована на передавачі, має вигляд рис. 2.2. Приймач вмикається в довільний момент часу, наприклад з 3-го імпульсу. Послідовність з 3-х імпульсів – 3-, 4-, 5-го – не збігається з синхронізувальною послідовністю. Тоді схема виконує зсування на один такт і приймає наступну триелементну послідовність



Рисунок 2.2 – Послідовність імпульсів на виході передавача
(7, 8, 9), яка також не є синхронізувальною послідовністю. Врешті, після 3-го зсування на 15, 16, 17 елементи, система потрапляє в синхронізувальну комбінацію і надалі через кожні чотири елементи буде повторюватися синхронізувальна комбінація.

Слід зауважити, що розглянутий процес входження в синхронізм припускає відсутність завад. У наведеному прикладі процес синхронізації закінчився через 12 тактів, а в загальному випадку, якщо позначити число зсунень, які має виконати схема синхронізації, через *t*, час синхронізації дорівнює

$$t_{\text{синхр}} = t(l+1), \tag{2.1}$$

де *l* – довжина синхронізувальної послідовності.

Час синхронізації можна значно зменшити, якщо зменшити час, який витрачає схема на одне зсування (для схеми з послідовним зсуванням – l+1). Це здійсниться, якщо перевіряти паралельно наступні триелементні послідовності (3, 4, 5); (4, 5, 6); (5, 6, 7); (6, 7, 8); (7, 8, 9); (8, 9, 10) (див. рис. 2.2). Тоді час, витрачуваний на одне зсування, дорівнює одному тактові і

$$t_{\rm CUHXD} = t. \tag{2.2}$$

У разі системи синхронізації, яка використовує префікс, кількість зсувань, а отже, й час синхронізації за відсутності завад є якнайбільше і дорівнює

$$t_{\rm cump} = l + N , \qquad (2.3)$$

де N – кількість елементів, розташованих між двома префіксами.

Для кодів без коми за тих самих умов

$$t_{\rm cump} = n \,. \tag{2.4}$$

Такий метод впливу на об'єкт регулювання називається паралельним, і в тих випадках, коли його застосування не спричинює значного ускладнення приймача, перевагу слід надати паралельному методу через істотне зменшення часу входження в синхронізм.

2.1.2. Порівняння стартостопного та синхронного методів циклового фазування

Тепер, коли розглянуто всі відомі методи групової синхронізації, можна побудувати узагальнену структурну схему системи групової синхронізації, що містить у собі елементи, загальні для всіх схем синхронізації, незалежно від застосовуваних методів. Істотно відрізняються лише схеми, побудовані стартстопним і синхронним методами виявлення інформації про початок циклу. Тому ці дві схеми розглядаються окремо.

На рис. 2.3 подано узагальнену схему синхронізації, котра реалізовує синхронний метод. Послідовність імпульсів з каналу надходить на приймач синхронізувальної послідовності, яка, як правило, складається з l-елементного регістра зсування, де l — довжина префікса чи кодової комбінації. Розв'язувальний пристрій кожні l тактів ухвалює рішення про наявність або відсутність синхронізувального сигналу.

Генератор тактових імпульсів разом з дільником на N, де N – відстань поміж синхронізувальними сигналами у тривалостях елементарних надсилань (у разі синхронізовних кодів l = n), створює серію імпульсів з частотою проходження синхросигналу. Схема



Рисунок 2.3 – Узагальнена схема синхронізації за синхронним методом

"заборона", керована сигналами розв'язувального пристрою, забороняє надходження тактового імпульсу кожного разу, коли в приймачі міститься послідовність, яка відрізняється від узвичаєного в даній системі синхронізувального сигналу. Заборона одного чи декількох імпульсів залежить від того, який метод впливу на об'єкт регулювання використано. У разі застосування методу паралельного аналізу вхідної послідовності дещо змінюється й схема приймача, але в загальному вигляді структурна схема системи є така, яку подано на рис. 2.3.

На рис. 2.4 зображено стартстопну схему синхронізації. Як і раніше, послідовності імпульсів з каналу надходять на приймач синхронізувальної послідовності й аналізуються розв'язувальним пристроєм. Однак об'єктом регулювання тут слугує лише послідовність вхідних імпульсів, оскільки генератор з частотою проходження синхросигналу є відсутній. Щоразу, коли розв'язувальний пристрій видає рішення про відсутність зворотний зв'язок аналізована послідовність синхросигналу, через імпульсів зміщується на один такт. Схема "Заборона" не пропускає інформацію на декодувальний пристрій доти, поки приймальний пристрій не перебуватиме у синхроному стані.



Рисунок 2.4 – Узагальнена схема синхронізації за стартстопним методом

Щоб оцінити кількісно ту або іншу систему групової синхронізації, необхідно ввести певні загальні параметри цих схем, за якими їх можна порівнювати. Очевидно, що в перебігу встановлення синхронізму існують дві небажані ситуації, а саме: одна, коли сигнал синхронізації (префікс чи кодова комбінація) передавався, однак при прийманні його не було виявлено, і друга – коли сигнал не передавався, а при прийманні з ним було ототожнено випадкову послідовність елементів.

Очевидно, що обидві ці ситуації призводять до того, що за певний час від моменту ввімкнення система може або не засинхронізовуватися взагалі, або ввійти в помилковий синхронізм.

Отже, ймовірність правильного входження в синхронізм за час $t \in$ менша за $P_{\rm nc}^{(t)}$ для кожного конкретного моменту часу і відмінна від одиниці. Схема синхронізації вважається тим кращою, чим більшу ймовірність правильного синхронізму вона забезпечує за меншого часу синхронізації. Тоді основним параметром, за яким можна порівнювати схеми синхронізації, є залежність імовірності правильного синхронізму від часу синхронізації $P_{\rm np}^{(t)}$.

У зв'язку з тим, що вимоги підвищити ймовірність $P_{np}^{(t)}$ і зменшити час синхронізації $t \in$ суперечливими, вибір схеми провадиться залежно від того, яка вимога є більш важливою для кожного конкретного випадку. Якщо необхідно отримати більшу ймовірність правильного входження в синхронізм, то проектують схеми, які дають мінімальний час входження в синхронізм. І, навпаки, якщо необхідно, щоб час входження в синхронізм то використовуються схеми, які при цьому дають максимальну ймовірність $P_{np}^{(t)}$.

У системах з префіксом вводиться ще один параметр – надлишковість S, означена як відношення кількості елементів префікса l до кількості елементів, розташованих між двома послідовними префіксами N:

$$S = \frac{l}{N}.$$
 (2.5)

Величина *S* характеризує використання каналу під корисну інформацію і, в кінцевому рахунку, швидкість передавання інформації. Будемо розглядати синхронна система синхронізації як з паралельним, так і з послідовним зсуванням, в якій використовується властивість до самосинхронізації надлишкових кодів.

Характеристики виявлення синхрокодів. Розглянемо три характерні ситуації, подані на рис. 2.5.



Рисунок 2.5 - Варіанти розташування синхрокодів

Збіг синхрокоду зі зразком (рис. 2.5, *a*). За відсутності збоїв у процесі приймання результат порівняння призведе до наявності *m* збігів. Якщо внаслідок завади мають місце інверсії окремих символів, наприклад двох, то буде m-2 збіги і дві розбіжності. Ймовірність P_i того, що серед коду довжиною в *m* символів зустрінеться рівно *i* помилкових, може бути визначена на підставі формули Бернуллі:

$$P_i = C_m^i P^i (1 - P)^{m - i}, (2.6)$$

де $C_m^i = \frac{m!}{i!(m-i)!};$

Р – ймовірність помилкового розпізнавання символу.

У практиці зв'язку $P < 10^{-4}$, тому за i = 1 для m = 20 маємо

$$P_1 \le mP(1-P)^{19} \approx 20 \cdot 10^{-4} \cdot (1-10^{-4})^{19} \approx 2 \cdot 10^{-3}$$

Сигнал виявлення видаватиметься в разі, якщо прийнятий код і зразок розрізняються не більш ніж на певну, обумовлену для даного випадку приймання, кількість є символів. Ймовірність цієї події

$$P_{\text{вияв}} = \sum_{i=0}^{\varepsilon} C_m^i P^i (1-P)^{m-i} .$$
(2.7)

Ймовірність пропускання

$$P_{\rm np} = 1 - P_{\rm BHBB} = \sum_{\varepsilon=1}^{m} C_m^i P^i (1 - P)^{m-i}.$$
(2.8)

Отже, з погляду підвищення ймовірності встановлення збігу синхрокоду зі зразком доцільно зменшувати довжину синхрокоду *m*. Однак у цьому разі зростатиме ймовірність імітації синхрокоду послідовністю з інформаційних символів.

Зразок, накладений на інформаційні символи (рис. 2.5, б). Будемо виходити з апроксимації сигналу випадковою бінарною послідовністю, яка характеризується рівноймовірним утворенням символів "0" та "1". Синхрокод подамо у вигляді послідовності з *m* бінарних символів, які мають певну структуру. За кожної структури ймовірність його імітації на будь-якій позиції випадковою бінарною послідовністю буде

$$P_{\text{пом}}(m) = \frac{1}{2^m} \sum_{i=0}^{\varepsilon} C_m^i \,.$$
(2.9)

Цей вираз визначає ймовірність події, яка полягає в тому, що кожний відрізок з m інформаційних символів буде менш ніж на є символів відрізнятися від зразка. Очевидно, необхідно прагнути до зменшення цієї величини. Для зменшення $P_{\pi}(m)$ необхідно збільшувати m.

Зразок, частково накладений на синхросигнал (область перекриття) (рис. 2,5, в). Це найбільш складний випадок для визначення ймовірності збігу зі зразком. Потрібно визначити ймовірність $P(\mu)$ імітації синхрокоду для даного ступеня перекриття μ . Зазначена ймовірність залежить від довжини синхрокоду *m* та його побудови. Підставою для вибору довжини і структури синхрокоду є критерій оптимізації, що зводиться до забезпечення мінімуму пропускання синхрокоду й мінімуму помилкового виявлення (імітації). Оскільки ймовірність імітації синхрокоду відрізком з *m* інформаційних символів не залежить від конфігурації коду, а довжина інформаційної області набагато перевищує інтервал області перекриття, то за прийнятного кодового слова синхрокоду може слугувати послідовність, яка задовольняє вимозі

$$P(\mu) \le P_{\text{HOM}}(m) \tag{2.10}$$

за умови, що ймовірності належать до випадку $\varepsilon = 0$ (вимога повного збігу). Аналіз синхрокодів, котрі забезпечують вимогу (2.10), свідчить, що цьому критерію задовольняють цикли псевдовипадкових послідовностей, формованих зсувними регістрами.

Тепер визначимо довжину *m* синхрокоду й величину порога ε , які забезпечують задану ймовірність помилки синхронізації у вигляді складових $P_{\rm np}$ (пропускання) і $P_{\rm nom}$ (ймовірність помилкового виявлення) за заданої ймовірності помилкового розпізнавання символу P.

Ймовірність пропускання синхрокоду визначається виразом (2.8), тобто є функцією m, є та P.

Ймовірність помилкового виявлення $P_{\text{пом}} \epsilon$ різна для випадків, коли зразок накладено на інформаційні символи і коли має місце область перекриття.

У першому випадку $P_{\text{пом}}$ залежить лише від довжини синхрокоду і порога (2.9). В другому випадку виникає додаткова залежність від імовірності помилкового розпізнавання символу P і від ступеня перекриття μ .

Оскільки довжина області перекриття є значно менша за область накладення синхрокоду на інформаційні символи, вважатимемо, що ймовірність помилкового виявлення в області перекриття також визначається (2.9). Припущена при цьому помилка не може справити істотного впливу на величину ймовірності помилкового виявлення протягом циклу N.

Для оцінення величини $P_{\text{пом}}$ на всіх позиціях, включаючи й область перекриття (усього N - 1 позиція), скористаємося формулою (2.9).

Ймовірність хоча б одного помилкового виявлення впродовж циклу буде

$$P_{\text{пом}} = 1 - (1 - P_{\text{пом}})^{N-1}.$$
 (2.11)

Враховуючи, що N >> 1, скористаємося наближеним виразом

$$P_{\text{пом}} \approx N P_{\pi} = \frac{N}{2^n} \sum_{i=0}^{\varepsilon} C_n^i .$$
(2.12)

Залежність $P_{\text{пом}}$ від *m* й є, а також $P_{\text{пр}}$ від *m*, є й *P* для синхрокоду, що він має структуру псевдошумового сигналу типу *M*-послідовності, наведено на рис. 2.6.



Рисунок 2.6 – Імовірності пропускання *P*_{пр} й помилкового виявлення *P*_{пом} синхрокоду залежно від ступеня розбіжності є зі зразком

З наведених графіків випливає, що навіть в умовах досить низької вірогідності приймання символів ($P \approx 10^{-3}$) й за порога $\varepsilon = 2$ ймовірність пропускання синхрокоду в умовах m = 15...31 становить надто малу величину $P_{\rm пp} \approx 10^{-9}$. Зі збільшенням ε значення $P_{\rm пp}$ буде ще менше. Гірше стоїть справа з величиною $P_{\rm пом}$. Для синхрокоду з m = 31 при $N = 10^{-5}$ величина $P_{\rm пом}$ матиме порядок 10^{-2} ($P_{\rm пом} = NP$). Це означає, що в даному разі доцільно або збільшувати m, або розробляти схеми синхронізації, які не вимагали б малих значень $P_{\rm пом}$ і були критичними переважно до $P_{\rm пр}$.

Фазування стартстопним методом з використанням синхрослів. Для забезпечення кадрової синхронізації доцільно використовувати окремі слова, які входять до кадру. У низці випадків у якості таких синхрослів, аби не ускладнювати схему комутації, використовують слова такої самої тривалості, що й інформаційні. Можуть виникати варіанти з одним чи декількома синхрословами на кадр. Ці слова надалі будемо називати кадровими.

У принципі кадрові слова можна поділяти в такий спосіб:

- використовувати інші різновиди модуляції;

- використовувати окремі символи;

- використовувати спеціально добрану комбінацію символів.

У першому випадку забезпечується оптимальна селекція, однак це вимагає істотного ускладнення апаратури як на приймальному, так і на передавальному боці.

Другий випадок виявляється ефективним лише за умов надто великого нагромадження.

В останньому випадку за рахунок використання всіх символів слова можна забезпечити надто високий ступінь селекції, що дозволяє зреалізовувати стартстопний метод.

Найбільшого поширення набули комбінації символів, що відповідають крайнім значенням вимірювальної шкали (усі нулі чи всі одиниці). Якщо в складі кадру поряд з інформаційними словами використовуються так звані "холості" слова (що є резервом за необхідності розрівнювання запам'ятовуваної інформації), селекція має забезпечувати чіткий розподіл трьох груп слів: інформаційних, кадрових і "холостих".

У цьому разі використовують, наприклад, такі комбінації: кадрове слово – всі одиниці, "холосте" слово – усі нулі. Для посилення розподільчої ознаки в кожне слово вводиться кілька спеціальних символів, найчастіше один символ. Ефективним є використання для цих цілей символу парності, що, крім прямого призначення для виявлення помилок, дозволяє збільшити кодову відстань між службовими словами і найближчими до них за своєю кодовою структурою вимірювальними словами на одиницю.

Якщо в кожне слово ввести один спеціальний символ, кодова відстань між вимірювальними і службовими словами становитиме три, що в умовах існуючої вірогідності виявлення є цілком достатньо для надійного виокремлення сигналів синхронізації.

За приклад розглянемо таку структуру слів для системи з дев'ятьма значущими розрядами:

– перший символ – одиниця для службових слів (кодового й холостого) і нуль – для інформаційних;

 наступні дев'ять символів в інформаційних словах можуть набувати будь-яких комбінацій, крім заборонених (або всі нулі, або всі одиниці).

У кадровому слові – це дев'ять символів одиниці, у "холостому" – нулі. Останній, одинадцятий символ є символом парності для всіх слів.

Селекція службових слів провадиться відповідно до правила: слово вважається службовим, якщо його десять чи більш символів збігаються зі зразком службового слова.

Ця структура забезпечує кодову відстань між службовими словами в десять одиниць, а між службовими й інформаційними – не менш ніж у три одиниці.

У наведених умовах за ймовірності помилкового виявлення символу $P_{\rm c} = 10^{-2}$ ймовірність утворення помилкового службового слова

$$P_{\rm cn} = P_{\rm 0c} P_{\rm c}^2 \,, \tag{2.13}$$

де P_{0c} – ймовірність появи серед вимірювальних слів найбільш близького за кодовою відстанню.

У розглянутому прикладі (слова з дев'ятьма значущими розрядами за умови однакової ймовірності всіх кодових комбінацій) $P_{0c} = 0,09$, що, відповідно до (2.13), дає $P_{cn} \approx 10^{-5}$.

2.1.3. Аналіз системи з одноелементним синхросигналом

Розглянемо за приклад стартстопну систему з одноелементним синхрословом.

При ввімкненні приймача стартстопної системи в довільний момент передавання система з певною ймовірністю буде несфазована. Актуальним стає питання про швидкість входження системи у фазу.

Визначення моментів надходження меж кожного надсилання, а також визначення початку надходження кодової комбінації символів здійснюється системами тактової й групової синхронізації та фазування.

За стартстопної роботи кожна кодова конструкція розпочинається зі стартового переходу, за яким йдуть кодові надсилання. Кожен цикл приймання закінчується всередині останнього інформаційного елемента (для електромеханічних систем передавання можливе використання спеціального стопового елемента).

Перевагами стартстопної системи є:

- простота пристрою синхронізації;

- відсутність процедури попередньої синхронізації.

До її недоліків належать:

– можливість помилкового зриву "зі стопа" внаслідок впливу імпульсних завад і переривання;

 залежність виправної здатності виправного приймача від ступеня спотворення стартового переходу;

 наявність стартового сигналу скорочує час, витрачуваний для передавання корисної інформації. На рис. 2.7 подано часову діаграму стартстопного циклу передавання і приймання.



Рисунок 2.7 – Часова діаграма стартстопного циклу передавання і приймання

Відомо, що в разі порушення циклової синхронізації (ЦС) у стартстопних системах за неперервного передавання інформації відбувається помилкове приймання серії знаків (порушення синфазного стану можливе через ввімкнення приймача в довільний момент передавання або під впливом тривалої завади).

При передаванні тексту, який має ймовірнісну структуру, при розрядно-цифрових кодах відновлення ЦС відбувається, як правило, автоматично, за час, зумовлений ймовірністю входження в синхронізм. Дана ймовірність залежить від імовірнісної структури використовуваного РЦК і тривалості стартстопного циклу.

Оцінимо швидкість входження у фазу стартстопного приймача при РЦК.

Розглянемо ймовірність появи помилкового старту при ввімкненні аналізуючого пристрою у довільний момент часу. Якщо передавання провадиться n-розрядним рівномірним кодом, то всередині кодової комбінації є n місць, на яких можуть виникнути ЗММ (див. рис. 2.7). Помилковий старт може відбутися від кожного ЗММ, окрім першого (стартового).

Ймовірність початку роботи з помилкового старту $P_{\text{пом ст}}$ від K_j ЗММ ($1 \le j \le (n-1)$) є пропорційна часу від початку стартового переходу до цього K_j ЗММ і дорівнює

$$P_{\text{nom ct}} = \frac{(K_j + 1)t_0}{T},$$
 (2.13)

де t_0 – тривалість елементарного надсилання; T – тривалість стартстопного циклу.

Введемо такі позначення:

 \overline{E} – подія, яка полягає в тому, що приймач є несфазований після закінчення даного циклу;

Е – подія, яка полягає в тому, що приймач є сфазований.

Виникнення події \overline{E} є можливе в разі помилкового запуску приймача *j*-м переходом $(1 \le j \le (n-1))$. Ймовірність такої події визначається за формулою

$$P(\overline{E}) = \sum_{j=1}^{n-1} P(j), \qquad (2.14)$$

де P(j) — ймовірність помилкового запуску приймача *j*-м переходом.

Для обчислення P(j) подамо ймовірності можливого запускання приймача j-м переходом, за умови передавання будь-якого надсилання стартстопної комбінації в момент його ввімкнення, у вигляді матриці (табл. 2.1).

Кожен рядок матриці містить імовірності можливого запускання приймача від кодової комбінації, що надходить на вхід приймача в момент його ввімкнення.

K_i / j				Межа помилкового запускання								
		1.	,	1	2		j		n-1			
Старт			Г	P(1/C)	P(2/C)		P(j/C)		P(n-1/C)			
КНН	•	ВНІ	K_1	$P(1/K_1)$	$P(2/K_1)$		$P(j/K_1)$		$P(n-1/K_1)$			
кне	ногс ча	алан	K_2	0	$P(2/K_2)$		$P(j/K_2)$		$P(n-1/K_2)$			
BIM	'OIII) Ma'	ЮΠ				•••						
HT B	рий	ii Ha	K_i	0	0		$P(j/K_i)$		$P(n-1/K_i)$			
Mel	Ta]	дое				•••						
ωM	5	Koj	K_{n-1}	0	0		0		$P(n-1/K_{n-1})$			

Таблиця 2.1 – Ймовірності можливого запускання приймача *j*-м переходом

Відповідно до матриці, ймовірність запускання приймача *j*-м переходом визначається за формулою

$$P(j) = P(j/C) + \sum_{i=1}^{j} P(j/K_i), \qquad (2.15)$$

де $P(j/K_i)$ – умовна ймовірність запускання приймача *j*-м переходом у момент передавання K_i комбінації; P(j/C) – умовна ймовірність запускання приймача *j*-м переходом у момент передавання стартового надсилання комбінації.

Якщо ввімкнення приймача відбулося в момент передавання K_j кодової комбінації, то ймовірність запускання *j*-м переходом дорівнює добутку ймовірності збігу передавання комбінації K_j в момент ввімкнення – $P(K_j)$ на ймовірність виникнення комбінацій, що мають перехід на *j*-му переході – $P_N(j)$, тобто

$$P(j/K_j) = P(K_j)P_N(j).$$
 (2.16)

Після перетворення формул (2.14)...(2.16) отримаємо вираз для обчислення ймовірності помилкового запускання приймача *j*-м переходом

$$P(j) = P(C)P_N(j) + \sum_{i=1}^{j} P(K_i)P_N(j).$$
(2.17)

Тоді ймовірність виникнення події \overline{E} дорівнює

$$P(\overline{E}) = \sum_{j=1}^{n-1} [P(C)P_N(j) + \sum_{i=1}^{j} P(K_i)P_N(j)].$$
(2.18)

За виразом (2.18) побудовано залежність імовірності відсутності фази зі збільшенням числа циклів (рис. 2.8).



зі збільшенням кількості циклів

У коли кодові разі. спова мають однакову тривалість з одним синхросигналом, який відрізняється тим, що його частота є в т разів меншою за частоту проходження символів, можна використовувати несфазований комутатор на т каналів. ∐ей комутатор розподіляє символи за каналами у такий спосіб, що кожнім i3 вихолів на виникають елементи. які містяться в словах на одних і

тих самих позиціях. Припустимо, що один із цих елементів є синхроознакою (наприклад останній символ, який являє собою одиницю).

У кожному з *m* каналів опрацювання провадиться розпізнаванням елементів, які мають синхроознаку. Розпізнавання зводиться до визначення кількості їхнього виникнення за *n* циклів. Припустимо, що

випадково усталена фаза комутатора-розподілювача є така, що синхроелементи проходять у k-й канал, а в решту i каналів $(i \neq k)$ надходять лише інформаційні символи. Синхроелемент може мати надто слабку селектувальну ознаку. Це означає, що з певною ймовірністю зазначену синхроознаку може бути виявлено у кожному каналі. Однак у k-му каналі за n циклів кількість його виявлень буде більше, ніж у кожному i-му каналі. Цей факт установлює спеціальна схема прийняття рішення. Рішення про k-й канал ухвалюється на підставі максимальної кількості слів з виявленою синхроознакою за n спроб.

Отже, у кожнім з каналів розв'язується альтернативна задача: являє даний елемент собою синхроознаку чи ні. Цей процес відбувається у виявлячі синхроелемента. Результати ухвал виявляча надходять на вимірювач частоти, який визначає, скільки разів з *n* спроб було виявлено у даному каналі синхроелемент.

Нехай імовірність виявлення синхроелемента за один цикл у k-му каналі дорівнює P_k , а ймовірність невиявлення — q_k . Аналогічно, ймовірності для i-х каналів будуть P_i і q_i . У даному разі зазначені ймовірності враховують як статистику повідомлень, так і вплив завад.

Розглянемо випадкову величину U, що позначає кількість виявлянь синхроелемента за *n* випробувань. Для віднайдення розподілу ймовірності цієї величини скористаємося формулою Лапласа

$$P(y=l) = \frac{1}{\sqrt{nqP}} \varphi(x), \qquad (2.19)$$

де P(y = l) – ймовірність події, яка полягає в тому, що випадкова величина U набуває значення l;

n – число аналізованих циклів;

Р – ймовірність виявлення синхроознаки;

q – ймовірність невиявлення синхроознаки;

 $\phi(x) - \phi$ ункція ймовірності.

У розглядуваних умовах $\varphi(x)$ добре апроксимується нормальним розподілом

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \qquad (2.20)$$

де

$$x = \frac{l - nP}{\sqrt{nPq}}.$$
(2.21)

121

Через те що рішення ухвалюється за максимумом частості, помилка синхронізації станеться, якщо хоча б одна з реалізацій y_i буде більшою за y_k .

Якщо вважати, що ймовірність $P(y_i > y_k)$ є надто мала, то ймовірність помилки становитиме

$$P_{\text{пом}} \approx (m-1)P(y_i > y_k).$$
(2.22)

Параметр $P(y_i > y_k)$ подається у вигляді

$$P(y_i > y_k) = \sum_{l=0}^{n} P(y_k = l) P(y_i > l), \qquad (2.23)$$

де $P(y_i > l) = 0.5 - \Phi_0(x_i);$ $\Phi_0(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_i} e^{-\frac{x_i^2}{2}} dx_i;$ $x_i = \frac{l - nP_i}{\sqrt{nP_iq_i}}.$

Відповідно до (2.22), ймовірність помилкового визначення фази синхросигналу обчислюється за формулою

$$P_{\text{пом}} \approx (m-1) \sum_{l=0}^{n} \frac{1}{\sqrt{nP_{i}q_{i}}} \phi(x) [0,5 - \Phi_{0}(x_{i})].$$
(2.24)

За приклад визначення $P_{\text{пом}}$ розглянемо випадок, коли синхроознакою є символ "1" на одній з позицій у слові, наприклад останній символ. Умови приймання оберемо завищеними, коли ймовірність помилки при розпізнаванні символів дорівнює $P_{\text{пом}} = 10^{-2}$.

За цих умов імовірність виявлення одиниці в k-м каналі $P_k = 0,99$, ймовірність протилежної події $q_k = 0,01$, ймовірність виявлення одиниці в i-м каналі $P_i = 0,5$ і відповідно $q_i = 0,5$. Умова $P_i = q_i = 0,5$ визначається тим, що появу на позиціях i символів "1" і "0" треба вважати рівноймовірною. Через те що $P(y_k = n) \approx 1$, то замість суми в (2.24) можна взяти лише один член з l = n. Тому

$$P_{\text{пом}} \approx (m-1)[0, 5 - \Phi_0(x_i)].$$
 (2.25)

Оскільки
$$x_i = \frac{l - nP_i}{\sqrt{nP_iq_i}} = \frac{0.5n}{0.5\sqrt{n}} = \sqrt{n}$$
, тоді
 $P_{\text{пом}} \approx (m-1)[0.5 - \Phi_0(n)].$ (2.26)

Відомо, що закон розподілу ймовірності входження у фазу приймача зі "стартовою" синхроознакою за "автоматичного" фазування. Здобуто аналітичний вираз для ймовірності виникнення синфазного стану через *n* кодових слів.

У табл. 2.2 для порівняння наведено значення ймовірності $P_{\text{пом}}$ асинфазного стану за паралельного методу, обчислені згідно з виразом (2.26), і $P_{\text{пом}}^*$ – згідно з (2.17) та (2.18).

Таблиця 2.2 – Ймовірності помилкового визначення фази асинфазного стану за паралельного методу

п	5	10	15	25
$P_{\text{пом}}$	$7 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-6}$
$P^*_{\text{пом}}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$

2.1.4. Класифікація пристроїв циклової синхронізації

При використанні рівномірних кодів передані повідомлення складаються з комбінацій, що містять однакове число елементів. Для правильного декодування комбінацій необхідно знати початок і кінець кожної з них. Іншими словами, найважливішою умовою правильного декодування прийнятих повідомлень є правильний поділ у приймачі апаратури двійкової послідовності, що надходить від передавача, на кодові комбінації. Це завдання вирішується пристроями фазування за циклом (ПФЦ), за допомогою яких забезпечується узгоджена за фазою робота приймального й передавального розподілювачів. Фазування за циклом відбувається шляхом установки фази приймального розподілювача, яка може вироблятися одним з наступних способів.

Спосіб установки фази шляхом зсування. За даного способу двійкова послідовність елементів, що надходить від передавача, повинна мати певну структуру, необхідну для виявлення неузгодженості фаз між приймальним і передавальним розподілювачем. Структурна схема реалізації способу показана на рис. 2.9, *а.* Неузгодженість фаз виявляється в пристрої виявлення неузгодженості фаз. Для зменшення ймовірності помилкового виявлення неузгодженостей фаз застосований усереднювальний пристрій. За сигналами з виходу цього пристрою за допомогою формувача сигналів зсування здійснюються зсування фази приймального розподілювача до тих пір, поки не буде досягнута синфазність приймального розподілювача стосовно до передавального.

Спосіб миттєвої установки фази за комбінацією фазового запуску. За цього способу від передавача передається спеціальна

комбінація, яка називається комбінацією фазового запуску(КФЗ). При прийманні цієї комбінації на виході пристрою виділення сигналу фазового запуску (рис. 2.9, б) з'являється сигнал, що здійснює запуск приймального розподілювача. Після цього передавальний й приймальний розподілювачі працюють синфазно. Синфазність у процесі роботи забезпечується нормальним функціонуванням пристрою фазування за посилками.

Спосіб установки фази з використанням зворотного каналу. Якщо передавач і приймач апаратури передавання дискретних повідомлень з'єднані каналами двох напрямків, то використання зворотного каналу дозволяє істотно поліпшити характеристики способу фазування. Реалізація способу установки фази з використаннями зворотного каналу показана на структурній схемі (рис. 2.9, *в*). За відсутності синфазності від приймача по зворотному каналу передається сигнал «Немає фази». При прийманні цього сигналу від передавача АПДП передається комбінація фазового запуску. Дана комбінація надходить у пристрій виділення сигналу фазового запуску, сигналом з виходу якого запускається приймальний розподілювач. При встановленні синфазності передавання сигналу «Немає фази» припиняється й від передавача починає передаватися інформація.

Зворотний канал може застосовуватися й при використанні способу установки фази шляхом зсування у випадку, якщо процедура фазування виробляється за спеціальною двійковою послідовністю, що відрізняється від послідовності при передаванні інформації й переданої від передавача за сигналом «Немає фази».

До пристроїв циклового фазування в сучасній апаратурі передавання інформації ставляться такі вимоги:

1. Автоматизація процесів циклового фазування, тобто фаза приймального розподілювача повинна встановлюватися без участі оператора при включенні апаратури й автоматично відновлюватися при її втраті в процесі передавання інформації.

2. Незначний час установлення синфазності.

3. Мінімальна надлишковість, затрачувана на циклове фазування.

4. Висока завадостійкість, що забезпечує мінімально можливу ймовірність втрати синфазності при роботі й імовірність помилкового фазування при входженні у зв'язок.

5. Висока надійність пристрою й простота його реалізації.

Спосіб установки фази приймального розподілювача шляхом зсування. Виявлення неузгодженості фаз можливе, якщо передана двійкова послідовність має одну з наступних структурних ознак:

1. Складається зі спеціальних комбінацій, переданих під час фазування. Структура цих комбінацій відома в приймачі. Наприклад, можуть застосовуватися комбінації, перший елемент яких є одиницею, а інші елементи нулі, тобто для фазування передається послідовність

... 10 ... 00 10 ... 00 10 ... 00. .



Рисунок 2.9 - Способи установки фази приймального розподілювача

 Містить на заздалегідь обумовлених позиціях комбінації певні елементи. Наприклад, у старстопній-синхронній апаратурі кожна комбінація містить п'ять інформаційних елементів і два елементи 01, за якими виявляється неузгодженість фаз. Таким чином, послідовність має таку структуру:

 $\dots 01a_1a_2a_3a_4a_5 \ 01a_1a_2a_3a_4a_5 \dots$

Тут *а_i* – довільні інформаційні елементи.

3. Складається з комбінацій коригуючого коду, що дозволяє виявляти неузгодженість фаз.

У пристроях циклового фазування, що використовують спосіб установки фази шляхом зсування (рис. 2.9, *a*), можуть застосовуватися такі різновиди пристроїв виявлення неузгодженості фаз:

1. Пристрої, що дозволяють виявити тільки факт неузгодженості фаз. При використанні подібних пристроїв зсування фази приймального розподілювача відбувається завжди в одному заздалегідь заданому напрямку до отримання синфазності.

2. Пристрої, що дозволяють виявити напрямок неузгодженості фаз (випередження або відставання). Зсування фази в цьому випадку виробляється в напрямку, що забезпечує найбільш швидке встановлення синфазності.

3. Пристрої, що дозволяють виявити не тільки напрямок, але й величину неузгодженості фаз. Це дозволяє практично миттєво встановити фазу приймального розподілювача відповідним зсуванням.

Розглянемо приклади реалізації пристроїв виявлення неузгодженості фаз для випадку, коли фазувальна послідовність складається із семиелементних комбінацій, що мають одиницю на першому місці, а на інших місцях – нулі.

На рис. 2.10, а показана структурна схема пристрою виявлення неузгодженості фаз, у якому сигнал «Немає фази» з'являється на виході схеми «І» при прийманні одиниці на будь-якій позиції, крім першої. Для зменшення ймовірності появи помилкових сигналів внаслідок впливу перешкод застосований усереднювальний пристрій у вигляді лічильника. Сигнал на виході цього лічильника з'являється лише у випадку, якщо у комбінацій підряд містять одиниці на місцях нулів. При встановленні синфазності, тобто за наявності одних нулів на місцях комбінації з 2-го по 7-е, лічильник установлюється у вихідний стан (відбувається «скидання» лічильника). Максимальний час встановлення синфазності при використанні цього пристрою $t_{\text{макс}} = 6\psi t_0$, тому що максимальне зсування фази дорівнює шести розрядам за відсутності завад.

За допомогою пристрою, показаного на рис. 2.10, б, можна зменшити час установлення синфазності до величини $t_{\text{макс}} = 3\psi t_0$ завдяки тому, що в цьому пристрої визначається не тільки факт неузгодженості фаз, але й напрямок неузгодженості. Це зменшує максимальне зсування фази до трьох розрядів.

Найменший час установлення синфазності, який дорівнює ψt_0 , можна отримати за допомогою пристрою, схема якого показана на рис. Х92.10, в. Даний пристрій дозволяє виявити не тільки напрямок, але й величину неузгодженості фаз, яка дорівнює $\pm i$ розрядів. Тому можна відразу ж встановити синфазність відповідним зсуванням.

На рис. 2.10, г показана структурна схема пристрою, що дозволяє виявити неузгодженість фаз при передаванні для цілей фазування в якості першого й другого елементів семиелементної комбінації сполучення 01. При цьому інші п'ять елементів використовуються для передавання інформації.

При прийманні в якості першого й другого розрядів сполучень 00, 11 і 10 на вході лічильника з'являється «1». Якщо ці сполучення приймаються в ψ комбінаціях, то на виході лічильника з'являється сигнал «Немає фази». Слід зазначити, що й за відсутності синфазності можлива поява сполучення 01 з імовірністю $P_{n\phi} = 0,5^2 = 0,25$, тому що інформації відповідає випадкова послідовність із рівною ймовірністю появи нулів і одиниць. Тому висновок про наявність синфазності, зроблений за однією комбінацією, буде помилковим з імовірністю 0,25. Якщо ж висновок робиться за ψ комбінацій, тобто якщо відсутній сигнал «Немає фази» на виході лічильника на ψ розрядів, то ймовірність помилкового висновку про наявність фази $P_{n\phi} = 0,25^{\psi}$. Ця ймовірність може бути зроблена вибором довільно малої величини ψ .

Якщо передана двійкова послідовність складається з комбінацій коригуючого (*n*, *k*)-коду, то за певних умов як пристрій виявлення неузгодженості фаз можна використовувати пристрій виявлення помилок цього коду. Розглянемо докладніше цю можливість. Нехай від передавача СПДП передаються *n*-елементні комбінації $A = (a_1, a_2 ... a_n)$, $B = (b_1, b_2 ... b_n)$ і $C = (c_1, c_2 ... c_n)$ якогось (*n*, *k*)-коду. Тоді в приймач буде надходити послідовність

 $\dots a_1 a_2 \dots a_n \quad b_1 b_2 \dots b_n \quad c_1 c_2 \dots c_n \dots$

За синфазної роботи приймального розподілювача стосовно до передавального наведена послідовність буде поділятися знову на комбінації A, B, і C. Якщо замість комбінації B у приймачі виділяється комбінація $B_i = (a_{n-i+1} \dots a_n b_1 b_2 \dots b_{n-i})$, то спостерігається випередження фази приймача на i елементів, а якщо виділяється комбінація $B_{-i} = (b_{i+1}b_{i+2} \dots b_n c_1 \dots c_i)$, то виходить відставання фази на i елементів (i < n/2). Приймання інформації після неузгодженості фаз неможливий.





Більше того, якщо комбінації B_i або B_{-i} виявляться дозволеними кодовими комбінаціями, то вони можуть бути видані в приймач інформації. Тому що комбінації B_i й B_{-i} відрізняються від переданої комбінації B, то їхнє приймання рівносильне прийманню комбінацій з невиявленими помилками.

Для того щоб використовувати пристрій виявлення помилок одночасно і як пристрій виявлення неузгодженості фаз, необхідно застосовувати коригуючі коди, що мають синхронізувальні властивості, тобто коди, для яких комбінації B_i і B_{-i} є забороненими комбінаціями. Застосування таких кодів дозволяє вимкнути видачу в приймачі інформації комбінацій В_i і В_{-i}, забезпечити швидке виявлення неузгодженості фаз і його усунення. Найпоширеніші в цей час циклічні коди не мають синхронізувальних властивостей. Дійсно, якщо $B = (b_1 b_2 \dots b_n)$ € комбінацією циклічного коду, то комбінація $B' = (b_n b_1 \dots b_{n-1})$, за визначенням, також є кодовою. Отже, комбінація $B_1 = (a_n b_1 ... b_{n-1})$ буде кодовою при $a_n = b_n$, тобто з імовірністю 0,5 при передаванні випадкового тексту, тому що $P\{a_n = b_n\} = 0,5$.

Проте із циклічного коду легко може бути отриманий код, який називаєтья суміжно-груповим і має синхронізувальні властивості. Комбінації цього коду утворюють із комбінацій циклічного коду шляхом інвертування деяких елементів при передаванні. У приймачі перед декодуванням виробляється зворотне інвертування відповідних елементів.

Розглянемо як приклад суміжно-груповий код, який отримується із циклового інвертуванням останнього елемента в кожній комбінації. Нехай *A*, *B*, і *C* – комбінації циклічного коду. Позначимо через $\overline{a}_i, \overline{b}_i$ і \overline{c}_i інвертовані елементи даних комбінацій. При використанні суміжногрупового коду від передавача буде передаватися послідовність елементів … $a_1a_2 ... \overline{a}_n b_1 b_2 ... \overline{b}_n c_1 c_2 ... \overline{c}_n$...

У приймачі виробляється інвертування останніх елементів комбінацій і лише потім вони перевіряються на приналежність до коду шляхом обчислення синдромів. Якщо є синфазність за циклом, то після інвертування останніх елементів отримують вихідні комбінації *A*, *B*, і *C*. За неузгодженості фаз (наприклад, при випередженні фази на один елемент) буде прийнята комбінація $B_1 = (\overline{a}_n b_1 b_2 \dots b_{n-1})$, яка після інвертування останнього елемента перетвориться в комбінацію $\overline{B}_1 = (\overline{a}_n b_1 b_2 \dots \overline{b}_{n-1})$. Ця комбінація завжди відрізняється одним елементом \overline{b}_{n-1} від найближчої кодової комбінації $B_1 = (b_n b_1 b_2 \dots b_{n-1})$, а з імовірністю 0,5 – двома елементами, тому що $P\{\overline{a}_n \neq b_n\} = 0,5$.

Отже, пристрій виявлення помилок коригуючого (n, k)-коду, якщо код має мінімальну кодову відстань d > 2, за відсутності звичайних помилок виявить неузгодженість фаз. Проте при однократному виявленні неузгодженості фаз не можна зробити однозначний висновок про те, що існує неузгодженість фаз, тому що реалізація пристрою виявлення помилок у цьому випадку така сама, як і при виявленні звичайних помилок. Тому висновок про неузгодженість фаз роблять лише після прийманні підряд ψ комбінацій з виявленими помилками, тобто застосовують у якості усереднювального пристрою лічильник на ψ розрядів. При $\psi > 5$ імовірність помилкового виводу про неузгодженість фаз буде досить мала.

Після виявлення неузгодженості фаз на приймальний розподілювач за допомогою формувача сигналу зсування фази здійснюється вплив, що відновлює синфазність. Структурна схема й часові діаграми роботи формувача зсування сигналів показані на рис. 2.11. Зсування фази, що відновлює синфазність. при випередженні фази приймального розподілювача будемо називати осаджуванням, а при відставанні фази підганяння. Якщо не подаються керувальні імпульси на входи «Підганяння» і «Осаджування», то розподілювач керусться імпульсами f_{кер}. На схемі показаний розподілювач на п'ять контактів, тому послідовність двійкових елементів, що надходять із дискретного каналу, поділяється на 5-елементні комбінації й потім паралельним кодом ці комбінації подаються в декодувальний пристрій.

На рис. 2.11, б показані часові діаграми для випадку відставання фази на один елемент. При керуванні імпульсами $f_{\text{кер}}$ в декодуючий пристрій надходили б комбінації з елементів 2 3 4 5 1. Для підганяння фази досить подати один імпульс на вхід «Підгін». При цьому, починаючи з комбінації ІІ, у декодувальний пристрій будуть надходити комбінації з елементів 1 2 3 4 5, тобто робота приймального й передавального розподілювачів буде погоджена за фазою.

Часові діаграми, що ілюструють осаджування фази, наведені на рис. 2.11, *в*. При керуванні розподілювачем імпульсами $f_{\text{кер}}$ скидання відбувається таким чином, що в декодуючий пристрій надходять комбінації з елементів 5 1 2 3 4, тобто відбувається випередження фази. Для осаджування фази подається імпульс на вхід «Осаджування». Тому що з послідовності керувальних імпульсів віднімається один імпульс, то, починаючи з комбінації III, у декодувальний пристрій будуть надходити комбінації з елементів 1 2 3 4 5, тобто відновиться синфазність.



Рисунок 2.11 – Структурна схема й часові діаграми роботи формувача зсування сигналів

2.1.5. Алгоритм миттєвого відновлення синфазного стану

Спосіб миттєвої установки фази за комбінацією фазового запуску застосовується найчастіше в апаратурі сеансового зв'язку, коли повідомлення передаються епізодично, й кожне з них містить у своєму складі комбінацію фазового запуску, за якою визначається початок інформаційної частини повідомлення.

Звичайно на прийманні апріорно відомий інтервал часу $t_3 - t_1$ (рис. 2.12, *a*), протягом якого можливе передавання комбінації фазового запуску (КФЗ). Інтервал часу $t_2 - t_1$ називають *інтервалом очікування*. Протягом часу ξt_0 здійснюється приймання комбінації фазового запуску, що містить ξ елементів (ξ елементарних посилок тривалістю t_0). У момент часу t_{3an} повинен виділятися сигнал фазового запуску.

Внаслідок впливу завад у каналі зв'язку процес виділення сигналу фазового запуску випадковий і описується ймовірнісними параметрами, у якості яких використовують:

 $P_{\rm пз}$ - імовірність передчасного запуску (раніше моменту часу $t_{\rm зап}$);

 P_{c_3} – імовірність своєчасного запуску (точно в момент часу t_{3an});

 $P_{\rm H3}$ – імовірність незапуску в момент часу t_{3an} або раніше цього моменту (іноді розглядають окремо ймовірність запуску із запізнюванням (тобто після моменту часу t_{3an}) P_{33} і ймовірність $P_{\rm H31}$ незапуску в інтервалі $t_3 - t_1$. У цьому випадку $P_{\rm H3} = P_{33} + P_{\rm H31}$)

Очевидно, що

$$P_{\rm II3} + P_{\rm C3} + P_{\rm H3} = 1.$$

У пристрій виділення сигналу фазового запуску (ПВСФЗ) комбінація фазового запуску вводиться поелементно. Даний пристрій після приймання чергового елемента порівнює ξ -елементну комбінацію, що складається з ξ останніх прийнятих елементів, з комбінацією фазового запуску. Внаслідок поелементного введення можливий: стан очікування (рис. 2.12, δ), коли у ПВСФЗ не надійшов жоден елемент КФЗ, стан введення, коли у ПВСФЗ надійшло менш ξ елементів КФЗ, стан збігу, коли ξ елементів КФЗ перебувають у ПВСФЗ, і стан виведення, коли у ПВСФЗ перебувають менш ξ останніх елементів КФЗ. Комбінація фазового запуску при передаванні слідом за послідовністю нулів повинна якнайбільше відрізнятися від нульових комбінацій, що надходять протягом часу очікування, і від ξ – 1 комбінацій, що утворяться в процесі введення КФЗ.

Задача завадостійкого виділення сигналу фазового запуску близька до задачі завадостійкого кодування. Особливістю є наявність тільки однієї використовуваної комбінації (комбінації фазового запуску) і необхідність її вибору таким чином, щоб забезпечити максимальну відмінність від комбінацій, що утворюються в процесі введення у пристрій виділення сигналу фазового запуску.



Рисунок 2.12 - Відновлення синфазного стану

Якщо сигнал фазового запуску виділяється тільки при прийманні комбінації фазового запуску A_{3an} , то перехід внаслідок завад цієї комбінації в будь-яку іншу призводить до незапуску. Ймовірність незапуску зменшують введенням «зони запуску», у яку включають комбінації $A_{i,3an}$, найбільш близькі до КФЗ, і виділяють сигнал фазового

запуску при прийманні кожної з комбінацій $A_{i \text{ зап}}$. При цьому збільшується ймовірність помилкового запуску. Проте, збільшуючи одночасно ξ можна отримати потрібні значення ймовірностей, що характеризують процес виділення сигналу фазового запуску.

На рис. 2.12, *в* умовно показана множина із 2^{ξ} різних ξ - елементних комбінацій, яка містить комбінацію фазового запуску A_{3an} , комбінації, що утворюються в процесі введення КФЗ у приймальний пристрій A_0 , A_1 ,..., $A_{\xi-1}$, комбінації «зони запуску» $A_{i \ 3an}$ й інші комбінації C_i .

Помилковий запуск відбувається при переході з комбінацій A_i у кожну з комбінацій $A_{i \ 3an}$ або в комбінацію A_{3an} . Незапуск відбувається при переході комбінації A_{3an} в кожну з комбінацій A_i або C_i .

Нині відомі два способи виділення сигналу фазового запуску – за відстанню Хеммінга та за заліковим відрізком.

При першому способі «зона запуску» включає комбінації, найбільш близькі в значенні відстані Хеммінга. На прийманні виділення сигналу фазового запуску здійснюється у випадку, якщо відстань між прийнятою ξ -елементною послідовністю й КФЗ менше деякої граничної величини m_{ϕ_3} або дорівнює цій величині, тобто момент запуску отримується шляхом поелементного послідовного аналізу ξ -елементних комбінацій. З метою збільшення ймовірності своєчасного запуску P_{c_3} комбінацій A_{3an} при цьому способі варто вибирати так, щоб максимізувати найменше з відстаней між A_{3an} і кожною з комбінацій A_i . На рис. 2.12, ε показаний приклад вибору КФЗ $A_{3an} = (011)$ для $\xi = 3$, максимально віддаленої від комбінацій $A_0 = (000) A_1 = (100)$ і $A_2 = (110)$, що утворюються в процесі введення. На геометричній моделі множини комбінацій можна переконатися, що мінімальне з попарних відстаней між A_{3an} і $A_i \ d \ge 2$.

При використанні способу запуску за заліковим відрізком «зона запуску» включає комбінації, що збігаються з комбінацією фазового запуску A_{3an} заліковими відрізками з l_{3B} елементів $l_{3B} < \xi$. При цьому сигнал фазового запуску виділяється в момент, що відповідає кінцю КФЗ, у випадку, якщо прийнятий l_{3B} -елементний відрізок збігається з кожним з l_{3B} -елементних відрізків КФЗ. Вибір КФЗ при цьому способі повинен виконуватися таким чином, щоб залікові відрізки даної комбінації якнайбільше відрізнялися один від одного.

Спосіб виділення сигналу фазового запуску за відстанню Хеммінга. На рис. 2.13, *а* показаний процес введення комбінації фазового запуску, прийнятої з каналу зв'язку, у пристрій виділення сигналу фазового запуску. Елементи e_i є елементами послідовності помилок, тому що вважають, що перед КФЗ передається нульова послідовність. Через a_i позначені елементи КФЗ a_i , прийняті після передачі по каналу з помилками, тобто $\tilde{a}_i = a_i \oplus e_i$.



Рисунок 2.13 - Виділення сигналу циклового фазування

У пристрої виділення сигналу фазового запуску щораз після уведення чергового елемента здійснюється порівняння комбінації, що складається з останніх ξ прийнятих елементів, з комбінацією фазового запуску й визначається величина d_j , яка дорівнює числу незбіжних розрядів цих комбінацій, тобто відстані Хеммінга між ними. Сигнал запуску виділяється, якщо $d_i \leq m_{dya}$, де m_{dya} – заздалегідь задана величина.

Якщо взяти $m_{\phi_3} = 0$, то сигнал запуску можна виділити за допомогою звичайного дешифратора. При $m_{\phi_3} > 0$ застосовують більш складні схеми.

На рис. 2.13, б показана структурна схема пристрою виділення сигналу фазового запуску. Прийнята послідовність вводиться у вхідний регістр, у якому в кожний момент зберігаються ξ елементів, паралельно зчитувальних в обчислювач величини d_j . У випадку, якщо ця величина менше або дорівнює m_{ϕ_3} , на виході граничного пристрою виділяється сигнал фазового запуску.

Отже, наявність більше m_{ϕ_3} помилок у комбінації фазового запуску, прийнятої з каналу зв'язку, приводить до незапуску. Тому припустиме найбільше число помилок, що не приводять до незапуску, $\tau_{H3} = m_{\phi_3}$. Передчасний запуск може відбутися при впливі помилок на комбінації A_i , що утворяться в процесі введення. Якщо $d_{\text{мін}}$ – найменше з відстаней Хеммінга між $A_{3\text{ап}}$ і A_i , то комбінація A_i може відрізнятися m_{ϕ_3} й менш розрядами від $A_{3\text{ап}}$ за наявності в ній $d_{\text{мін}} - m_{\phi_3}$ або більше помилок. Отже, припустима найбільша кількість помилок, що не приводить до передчасного запуску, $\tau_{\Pi3} = d_{\text{мін}} - m_{\phi_3} - 1$. Очевидно, що $\tau_{\text{H3}} + \tau_{\Pi3} = d_{\text{мін}} - 1$, отже, збільшуючи m_{ϕ_3} , зменшуємо ймовірність незапуску за рахунок збільшення ймовірності передчасного запуску.

На рис. 2.13, в показана функціональна схема пристрою виділення фазового запуску для комбінації сигналу фазового запуску $A_{3an} = (a_8 a_7 \dots a_1) = (11001101)$. Обчислювач величини d_i складається з регістра, входи якого з'єднані з виходами вхідного регістра безпосередньо, якщо розряду відповідає «О» у комбінації фазового запуску, і через інвертори за наявності «1» у КФЗ. Отже, число одиниць у регістрі обчислювача буде дорівнювати числу незбіжних розрядів у КФЗ і в комбінації, що зберігається у вхідному регістрі. На схемі, яка показана на рис. 2.13, в, граничний пристрій складається із дворозрядного регістра, комірки пам'яті й логічної схеми I та відповідає випадку $m_{d_3} = 1$. Процес введення комбінації у вхідний регістр і обчислення величин d_i показаний у табл. 2.3. Число незбіжних розрядів, як виходить з таблиці, завжди більше трьох. Тому число одиниць у регістрі обчислювача також буде більше трьох. Отже, щораз, коли імпульсами f₁ (див. часову діаграму, показану на 2.13, г) зчитується інформація з регістра обчислювача, імпульси з виходу регістра обчислювача переписують одиницю із дворозрядного регістра в комірку пам'яті. При надходженні чергового імпульсу f_{кер} імпульс із виходу комірки пам'яті заборонить видачу імпульсу фазового запуску.

Число одиниць у регістрі обчислювача, записуваних у вхідний регістр КФЗ, дорівнює нулю, тому «заборони» не відбудеться, й буде виданий імпульс фазового запуску.

У табл. 2.4 показаний процес уведення КФЗ за наявності двох помилок, які містяться в розрядах, відзначених штрихуванням. Наявність помилок зменшує величину d_j в процесі введення й збільшує її в момент збігу. При $m_{\phi_3} = 0$ ці помилки приведуть до незапуску, при $m_{\phi_3} = 1$ й $m_{\phi_3} = 2$ запуск своєчасний, а при $m_{\phi_3} = 3$ відбувається помилковий передчасний запуск на першому такті введення. У табл. 2.5 показані величини τ_{π_3} й τ_{μ_3} за різних значень m_{ϕ_3} . Збільшення m_{ϕ_3} приводить до зменшення припустимої кратності помилок, що не викликають передчасного запуску τ_{π_3} , і одночасно до збільшення кратності помилок, що не приводять до незапуску τ_{μ_3} .

Вибір величин ξ , m_{φ_3} і структури комбінацій фазового запуску здійснюється таким чином, щоб забезпечити виконання заданих вимог за ймовірностями P_{n_3} і P_{n_3} при мінімальній довжині КФЗ. Для забезпечення малих значень імовірностей P_{n_3} і P_{n_3} важливо вибирати КФЗ із можливо більшим значенням $d_{\text{мін}}$. Приклади деяких КФЗ подані в табл. 2.6.

A_i		С	тан роз	<i>d</i> _{<i>j</i>} -число одиниць в	Вихід					
	8	7	6	5	4	3	2	1	регістрі обчислювання	
A_0	0	0	0	0	0	0	0	0	$5 > m_{\oplus 3}$	0
A_1	1	0	0	0	0	0	0	0	$4 > m_{\oplus 3}$	0
A_2	0	1	0	0	0	0	0	0	$4 > m_{\oplus 3}$	0
A_3	1	0	1	0	0	0	0	0	$5 > m_{\oplus 3}$	0
A_4	1	1	0	1	0	0	0	0	$4 > m_{\oplus 3}$	0
A_5	0	1	1	0	1	0	0	0	$4 > m_{\oplus 3}$	0
A_6	0	0	1	1	0	1	0	0	$6 > m_{\oplus 3}$	0
A_7	1	0	0	1	1	0	1	0	$5 > m_{\oplus 3}$	0
A_8	1	1	0	0	1	1	0	1	$0 \le m_{\oplus 3}$	1
КФЗ	1	1	0	0	1	1	0	1		

Таблиця 2.3 – Процес введення комбінації у вхідний регістр і обчислення величин d

Тому що передчасний запуск може відбутися в будь-який момент введення ξ -элементой комбінації за наявності в них $d_{\rm мін} - m_{\rm dy}$ і більше помилок, то

$$P_{\rm II3} \approx \xi \sum_{i=0}^{m_{\rm dy3}} P(d_{\rm MiH} - i, \xi) \,. \tag{2.27}$$

Незапуск відбувається за наявності в комбінації більше $m_{\rm dys}$ помилок. Тому

$$P_{\rm H3} \approx P(\ge m_{\phi 3} + 1, \xi)$$
. (2.28)

Формули (2.27) і (2.28) є наближеними.

Таблиця 2.4 -	Процес	введення	КΦЗ за	а наявності	двох	помилок

	Q									Вихід			
A_i		d_{j}		т	фз								
	8	7	6	5	4	3	2	1		0	1	2	3
A_0	0	0	0	1	0	0	0	0	6	0	0	0	0
A_1	1	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	1
A_2	0	1	0	0	0	1	0	0	3	0	0	0	-
A_3	1	0	1	0	0	0	1	0	6	0	0	0	-
A_4	0	1	0	1	0	0	0	1	4	0	0	0	-
A_5	0	0	1	0	1	0	0	0	5	0	0	0	-
A_6	0	0	0	1	0	1	0	0	5	0	0	0	-
A_7	1	0	0	0	1	0	1	0	4	0	0	0	-
A_8	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	_
КФЗ	1	1	0	0	1	1	0	1	-	H3	C3	C3	П3

Тому що

$$\sum_{i=0}^{m_{\phi_3}} P(d_{\text{MiH}} - i, \xi) = P(\ge d_{\text{MiH}}, \xi) - P(\ge d_{\text{MiH}} - m_{\phi_3}, \xi);$$
$$P(\ge m_{\phi_3} + 1, \xi) \approx \left(\frac{\xi}{m_{\phi_3} + 1}\right)^{1-\alpha} p,$$

то для ймовірності Р_{пз} отримаємо:

$$P_{\Pi 3} \approx \xi p \left[\left(\frac{\xi}{d_{\text{мін}}} \right)^{1-\alpha} - \left(\frac{\xi}{d_{\text{мін}} - m_{\phi 3}} \right)^{1-\alpha} \right].$$
(2.29)

Ймовірність незапуску

$$P_{\rm H3} \approx \left(\frac{\xi}{m_{\rm dy3} + 1}\right)^{1-\alpha} p \ . \tag{2.30}$$

Таблиця 2.5 – Величини τ_{II3} й τ_{H3} за різних значень m_{dy3}

m_{ϕ_3}	$\tau_{\pi 3}$	$\tau_{_{\rm H3}}$
0	3	0
1	2	1
2	1	2
3	0	3

При виборі величин m_{ϕ_3} і ξ варто враховувати, що величина P_{n_3} збільшується зі зростанням m_{ϕ_3} і зменшується зі зростанням ξ . Величина P_{n_3} збільшується зі зростанням ξ і зменшується зі зростанням m_{ϕ_3} . На рис. 2.14 показані залежності даних імовірностей і їхньої суми від m_{ϕ_3} для двох значень ξ .



Рисунок 2.14 – Залежності ймовірносте
й $P_{\rm n_3}$ і $P_{\rm h_3}$ та їхньої суми ві
д $m_{\rm dy_3}$ для двох значень ξ

Таблиця 2.6 – Приклади деяких КФЗ

P	u _{MiH}	2	2	3	3	4	4	5	5	9
	d_0	2	3	4	4	4	5	9	5	7
	d_1	з	7	з	З	5	9	5	9	8
	d_2	7	3	4	4	4	5	9	5	9
	d_3	0	3	3	5	5	4	5	9	6
ra	d_4	I	0	3	5	5	4	5	9	9
MMiH	d_5	I	I	0	3	5	9	5	9	9
нь Хе	d_6	I	I	I	0	4	7	9	9	9
ідстаі	d_7	I	I	I	I	0	4	7	7	7
B	d_8	I	I	I	I	Ι	0	6	7	9
	^{6}p	I	I	I	I	Ι	Ι	0	7	7
	d_{10}	I	I	I	I	Ι	Ι	I	9	7
	d_{11}	I	I	I	I	Ι	Ι	I	0	8
	d_{12}	I	I	I	I	Ι	Ι	I	Ι	0
	a_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	a_2	-	1	-	-	1	1	-	1	0
	¢3	0	0	1	1	1	1	1	1	1
уску	a_4	I	1	0	0	0	0	0	0	1
0 зап	a_5	I	I	1	0	0	0	0	0	0
30B0F	a_6	Ι	I	I	1	1	1	1	0	0
úï фar	Lp	I	I	T	I	0	1	1	1	1
бінап	a_8	Ι	I	I	I	Ι	0	0	0	1
Ком	610	Ι	I	I	I	Ι	Ι	1	0	1
	a_{10}	Ι	I	I	I	Ι	Ι	I	1	0
	a_{11}	Ι	Ι	I	I	Ι	Ι	I	0	1
	a_{12}	I	I	I	I	Ι	Ι	I	Ι	0
w		3	4	5	9	7	8	6	11	12

140

2.1.6. Установлення синфазного стану за заліковим відрізком інформаційної послідовності

При способі виділення сигналу фазового запуску за заліковим відрізком від передавача передається ξ -елементна комбінація фазового запуску $a_{\xi}a_{\xi-1}...a_2a_1$. На відміну від раніше розглянутого способу на прийманні до кожного моменту часу аналізуються тільки l_{3B} елементів $l_{3B} < \xi$. Послідовність із l_{3B} елементів називають *заліковим відрізком*, тому що виділення сигналу фазового запуску виконується при збігу прийнятої l_{3B} -елементної послідовності з аналогічною послідовністю комбінації фазового запуску, що втримується в пам'яті приймального пристрою або отримуваної в ньому за заданим правилом. Моменти виділення фазового запуску повинні відповідати кінцю КФЗ, тобто моменту приймання елемента a_{ξ} , тому всі $\xi - l_{3B} + 1$ залікових відрізків, які можуть бути отримані із КФЗ, повинні бути різні й однозначно пов'язані з їхнім місцем у КФЗ.

На рис. 2.15, *а* показана структурна схема пристрою виділення сигналу фазового запуску за заліковим відрізком. Прийнята послідовність надходить у вхідний регістр і після приймання чергового елемента l_{3B} -елементний заліковий відрізок передається в порівнювальний пристрій. У цьому пристрої він порівнюється з усіма відрізками КФЗ. Якщо не відбудеться порівняння, то береться наступний заліковий відрізок, отримуваний після приймання чергового елемента. Якщо заліковий відрізок збігається з одним з відрізків КФЗ, то в пристрій визначення моменту виділення сигналу фазового запуску залежно від виду відрізка, що збігається, у відповідний момент виділяється сигнал фазового запуску.

При реалізації способу виділення сигналу фазового запуску за заліковим відрізком найбільш часто як КФЗ використовується послідовність, отримувана за допомогою регістрів зі зворотними зв'язками. На рис. 2.15, *б* показаний такий регістр, побудований за поліномом

$$g(x) = x^{\varsigma} + g_{\xi-1}x^{\varsigma-1} + \dots + g_2x_2 + g_1x + 1$$

і застосовуваний як пристрій формування комбінації фазового запуску.

При використанні конкретних поліномів зворотні зв'язки з'єднуються із суматорами лише при $g_i = 1$. За допомогою подібних регістрів можна отримати послідовності з періодом *T*, який дорівнює показнику бінома найменшого степеня $x^T + 1$, у розкладання якого входить поліном g(x). Максимальний період $T_{\text{макс}}$, який дорівнює $2^{\varsigma} - 1$, буде у випадку, якщо поліном g(x) примітивний, тобто якщо він не входить у розкладання ніякого бінома степеня, меншого $2^{\xi} - 1$. Для спрощення реалізації беруть поліноми ваги 3. Наприклад, можна вказати наступні примітивні поліноми ваги 3: $x^3 + x + 1$; $x^4 + x + 1$; $x^5 + x^2 + 1$.



Рисунок 2.15 – Пристрій формування сигналу циклового фазування

На рис. 2.16 показана функціональна схема пристрою фазування за циклом, що використовує спосіб виділення сигналу фазового запуску за заліковим відрізком.

У передавачі апаратури передавання дискретної інформації є регістр зі зворотними зв'язками, побудований за багаточленом $g(x) = x^3 + x + 1$ й здійснюючий формування комбінації фазового запуску. У приймачі СПДП у складі пристрою виділення сигналу фазового запуску є такий самий регістр, але на початку процесу фазування зворотний зв'язок цього регістра розімкнений за допомогою схеми I₁. Вихід регістра передавача через відкриту схему «Заборона» підключений до ланцюга зворотного зв'язку приймача.



Рисунок 2.16 – Функціональна схема пристрою фазування за циклом, що використовує спосіб виділення сигналу фазового запуску за заліковим відрізком

Процес фазування починається із запису «1» в комірку 1 передавального регістра (табл. 2.7 сеанс 1). Регістр приймача перебуває при цьому в стані 000. На наступному такті обидва регістри перейдуть в однаковий стан 101. Починаючи із цього моменту на вхід лічильника λ_н нулів будуть подаватися нулі. Це відбувається тому, що послідовності, отримувані на виходах приймального й передавального регістра, збігаються. Після того як лічильник λ_{μ} нулів відрахує чотири нулі, на його виходах з'являються сигнали, за допомогою яких закривається схема «Заборона» і відкриваються схеми І₁ і І₂. Отже, приймальний регістр починає працювати в режимі генерації послідовності, що повністю збігає з послідовністю, що генерується передавальним регістром. Тому що вихід каналу закритий схемою «Заборона», то помилки в каналі не можуть вплинути на послідовність, що генерується приймальним регістром. Момент фазового запуску визначається дешифратором комбінації 001. Поява цієї комбінації викликає синфазний запуск приймального розподілювача стосовно до передавального.

У табл. 2.7 також показані стани регістрів для випадків, коли вихідний стан приймального регістра 101(сеанс 2) і коли перший елемент КФЗ, відзначений штрихуванням, прийнятий помилково при передаванні по каналу зв'язку (сеанс 3). Для даного випадку довжина КФЗ дорівнює восьми. У загальному випадку $\xi \le 2^{\varsigma} - 1 + \lambda_{\rm H}$. Довжина залікового відрізка $l_{\rm 3B} = \zeta + \lambda_{\rm H}$, тому що потрібно прийняти правильно ζ елементів, щоб обидва регістри перейшли в однаковий стан, і $\lambda_{\rm H}$ елементів, і щоб з'являвся сигнал на виході лічильника $\lambda_{\rm H}$ нулів.

Номери сеансів	Номери тактів	Ста Г пе	н розр регістр редава	ядів а ча	Ста р пј	Стан розрядів регістра приймача		Вхід лічильника λ _н нулів	Вихід лічильника λ _н нулів	Вихід пристрою
	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	3	1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	4	0	1	1	0	1	1	0	1	0
	5	1	0	0	1	0	0	0	1	0
	6	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	7	0	0	1	0	0	1	0	1	1
	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0
	2	1	1	1	1	1	0	1	0	0
2	3	1	1	0	1	1	0	0	0	0
2	4	0	1	1	0	1	1	0	0	0
	5	1	0	0	1	0	0	0	0	0
	6	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	7	0	0	1	0	0	1	0	1	1
	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
	2	1	1	1	1	0	1	0	0	0
2	3	1	1	0	1	1	1	1	0	0
5	4	0	1	1	0	1	1	0	0	0
	5	1	0	0	1	0	0	0	0	0
	6	0	1	0	0	1	0	0	0	0
	7	0	0	1	0	0	1	0	1	1

Таблиця 2.7 - Робота схеми, поданої на рис. 2.16

Вибір величин ξ і $l_{_{3B}}$ визначається вимогами до ймовірностей передчасного запуску $P_{_{\Pi 3}}$ і $P_{_{H 3}}$ незапуску.

Ймовірність $P_{\rm п3}$ зменшується зі зростанням $l_{\rm 3B}$, а ймовірність $P_{\rm H3}$ збільшується. Збільшенням ξ можна зменшити ймовірність $P_{\rm H3}$. Остаточний вибір величин ξ і $l_{\rm 3B}$ може бути проведений лише при врахуванні конкретних вимог до ймовірностей $P_{\rm n3}$ і $P_{\rm H3}$ і структури помилок у дискретному каналі зв'язку.

Спосіб виділення сигналу фазового запуску за допомогою залікових відрізків дозволяє за простої реалізації застосовувати довгі комбінації фазового запуску. Завадостійкість фазового запуску забезпечується процесами, аналогічними виправленню пачок помилок у коригуючих кодах, у той час як спосіб виділення сигналу фазового запуску за відстанню Хеммінга близький до кодів, що виправляють кратні помилки.
Глава 2.2. Залежність між параметрами коригуючих кодів і ймовірністю виявлення синфазного стану

2.2.1. Критерії виявлення синфазного стану за параметрами коригуючого коду

Представимо *n*-елементні кодові слова при РЦЗК, які підлягають передачі, у вигляді матриці

$$M \equiv \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_{n-1} & b_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{b-1} & c_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_1 & s_2 & s_3 & \dots & s_{n-1} & s_n \end{bmatrix}.$$
 (2.31)

При порушенні синфазного стану прийнятий вектор A^* складається із другої частини переданого й першої частини будь-якого наступного вектора.

$$\overline{A}_{1}^{*} = b_{j}, b_{j+1}, \dots, b_{n-1}, b_{n}, a_{1}, a_{2}, a_{3}, \dots, a_{j-1} \\ \overline{A}_{2}^{*} = a_{j}, a_{j+1}, \dots, a_{n-1}, a_{n}, s_{1}, s_{2}, s_{3}, \dots, s_{j-1} \\ \end{cases}.$$
(2.32)

Вектори А* будемо називати векторами перетинання.

Для визначення кратності помилки в отриманій комбінації при порушенні синфазності розглянемо поліном помилки $E_{\overline{A}}$ переданого вектора

$$E_{\overline{A}} \equiv \overline{A}_{1}^{*} + A = (a_{1} + b_{j}), (a_{2} + b_{j+1}), \dots, (a_{n} + a_{j-1}).$$
(2.33)

Припускаючи рівноймовірним порушення синфазності на будь-якому елементі кодового слова ($P_j = \text{const}$) і рівноймовірність появи одиниць та нулів у комбінації $P_1 = P_0 = 0,5$ (що властиво простому коду або коду з невисокою надлишковістю), легко показати, що ймовірність появи одиниці $P_1(E)$ у поліномі помилки також дорівнює 0,5

$$P_1(E_{\overline{A}}) = P_{aj=1}$$
 $P_{bj=0} + P_{aj=0} + P_{bj=1} = 0.5$.

На основі приватної теореми багаторазових випробувань імовірність появи *t* одиниць у поліномі помилки

$$P_t(n) = C_n^t p^t q^{n-t} = C_n^t (1/2)^n.$$
(2.34)

Отже, імовірність *t*-кратної помилки в *n*-елементній комбінації внаслідок порушення фази описується біноміальним законом.

Зрозуміло, що якщо передача ведеться простим кодом, то всі комбінації \overline{A}^* належать первинній кодовій множині й факт порушення синфазності не буде виявлений.

Якщо використовувати надлишковий (n, m)-код, ранг первинної матриці якого дорівнює m, то при виході системи з фази на j-му елементі отримаємо \overline{V}_{nxj} множину n-елементних векторів перетинань. Частина векторів N_0 простору $V_{n\gamma}$ має властивості векторів первинного надлишкового коду (простору V_{nk}) і це приводить до невиявлених помилок. Імовірність невиявленої помилки при виході з фази P_j визначається загальним числом векторів перетинань $N_{\gamma j}$ і числом N_{δ}

$$P_j = N_{\delta} / N_{\gamma j}, \qquad (2.35)$$

яке визначає загальне число векторів, що належать множині V_{nm} та V_{ny} .

Позначимо ранг породжувальної матриці підмножини векторів, що належать множині V_{nm} й $V_{n\gamma}$, через δ (розмірність простору). Зрозуміло, що величини γ і δ залежать від місця порушення синфазності *j*.

$$P_j = 2^{\delta_i - \gamma_j} \text{ afo } P_j = 2^{m - \sigma_j}, \qquad (2.36)$$

де σ_j – розмірність суми просторів $V_{nm} + V_{n\gamma}$. Таким чином, для обчислення ймовірності невиявленої помилки необхідно (γ_j – розмірність простору перетинань) уміти обчислювати величини γ_i й σ_j .

Матричний аналіз для групових кодів показує, що величина γ_j залежить від співвідношення надлишкових k й інформаційних m елементів, місця порушення синфазності

$$\gamma_{j} = \begin{cases} m+j & 1 \le j < k \\ n & k \le j \le m \\ n+m-j & m < j < n \end{cases} m \ge k; \qquad (2.37)$$

$$\gamma_{j} = \begin{cases} m+j & 1 \le j < m \\ 2m & m \le j \le k \\ n+m-j & k < j < n \end{cases} m < k .$$

$$(2.38)$$

На жаль, величина σ_j визначається не тільки співвідношенням n, m і j, але й структурою коду при одній і тій самій надлишковості. При заданих значеннях n, m можна отримати аналітичні вирази при відомому j тільки для σ_{\max} та σ_{\min} . Для $m \ge k$

$$\min \sigma_{j} = \begin{cases} m+j \\ n \\ n+m-j \end{cases}, \qquad \max P_{j} = \begin{cases} 2^{-j} \\ 2^{-(n-m)} \\ 2^{-(n-j)} \end{cases} \begin{array}{l} 1 \le j < k, \\ k \le j > m, \\ m \le j \le n. \end{cases}$$
(2.39)

Наведені вирази й графіки max P_j і min P_j (рис. 2.17) не дають повного уявлення про дійсне число невиявлених помилок внаслідок порушення

синфазності, тому що в процесі самосинхронізації система, фазуючись, проходить через всі стани n-j асинфазності. А тому що в кожному *j*стані max P_j і min P_j різні, то доцільно оперувати середніми значеннями max P_j і min P_j для рівноймовірних значень *j*. При цьому немає необхідності задаватися видом групового коду – досить знати число інформаційних і надлишкових елементів. Середні значення max $\overline{P_j}$ та min $\overline{P_j}$ обчислюються за загальними правилами визначення середнього – як сума добутків імовірностей max P_j або min P_j на ймовірності появи певних значень *j*. При цьому вирази max *m* і min *k* беруться для своїх співвідношень *m* і *k*. Для m < k

$$\min \sigma_{j} = \begin{cases} m+j \\ 2m \\ n+m-j \end{cases}, \qquad \max P_{j} = \begin{cases} 2^{-j} \\ 2^{-m} \\ 2^{-(n-j)} \end{cases} \begin{cases} 1 < j < m, \\ m \le j \le k, \\ k < j < n. \end{cases}$$
(2.40)

Можна показати, що при $m \ge k$

$$\max \sigma_j = n, \quad 1 \le j < n, \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}$$

Для випадку, коли число інформаційних елементів m менше числа надлишкових елементів, має значення величина m - k: – для m < k й k - m < m

$$\min P_{j} = \begin{cases} 2^{-(m+j)} & 1 \le j < k - m, \\ 2^{-(n-m)} & k - m \le j \le 2m, \\ 2^{-(n+m-j)} & 2m < j < n; \end{cases}$$
(2.41)

-для m < kй $k - m \ge m$

$$\min P_j = \begin{cases} 2^{-(m+j)} \\ 2^{-(n-m)} \\ 2^{-(n+m-j)} \end{cases}, \quad 1 \le j < m, \\ m \le j \le k, \\ k < j < n. \end{cases}$$
(2.42)

З виразів (2.41) і (2.42) видно, що ймовірність невиявленого стану асинфазності сильно залежить від *j*:

Для *m* > *k*

$$\max \overline{P}'_{j} = \frac{1}{n-1} \left[2 + \frac{n-2k-3}{2^{k}} \right],$$
(2.43)

$$\max \overline{P}'_{j} = \frac{1}{n-1} \left[2 + \frac{n-2m-3}{2^{m}} \right], \quad для \ m < k , \qquad (2.44)$$

$$\min \overline{P}_j = 2^{-k}, \qquad \text{для } m > k; \qquad (2.45)$$

- для *m* < *k* й *k* - *m* < *m*

$$\min \overline{P}_{j} = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{2^{m-1}} + \frac{4m-n-3}{2^{(n-m)}} \right];$$
(2.46)

-для m < kй $k - m \ge m$

min
$$\overline{P}_j = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{2^{m-1}} + \frac{n-2m-3}{2^{2m}} \right].$$
 (2.47)

Залежності тах P_j і тіп P_j при зміні числа інформаційних елементів в 10-елементній комбінації (n = const = 10) або при зміні n для постійного числа інформаційних елементів наведені на рис. 2.17...2.19.



Рисунок 2.17 – Граничні значення max P_i і min P_i



Рисунок 2.18 – Граничні значення max \overline{P}_j і min \overline{P}_j



Рисунок 2.19 – Вплив елементності коду на граничні значення \overline{P}_i

2.2.2. Оптимальні співвідношення в блокових коригуючих кодах

У розділі 2.2.1 отримані верхня й нижня границі ймовірності невиявленої помилки фазування при зсуві границь кодових комбінацій на *j* елементів для двійкового коду, породжувальна матриця якого має вигляд

$$G_{nm} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_1 & n-m \\ 0 & 1 & \dots & 01 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_2 & n-m \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 1 & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_m & n-m \end{bmatrix}.$$
 (2.48)

Відомо, що породжувальна матриця загального вигляду дорівнює

$$G_{nk} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kn} \end{bmatrix}.$$
 (2.49)

При зсуві на j елементів усі початки кодових комбінацій визначаються матрицею $G_{n\alpha \, j}$:

$$G_{n\alpha j} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kj} \end{bmatrix},$$
(2.50)

елементи якої є елементами матриці (2.49).

Ранг матриці $G_{n\alpha j}$ дорівнює αj .

Вектори $(a_{j+1}, a_{j+2}, ..., a_n)$ описуються матрицею $G_{n\beta j}$

$$G_{n\beta j} = \begin{bmatrix} a_{1, j+1} & a_{1, j+2} & \dots & a_{1n} \\ a_{2, j+1} & a_{2, j+2} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k, j+1} & a_{k, j+2} & \dots & a_{kn} \end{bmatrix}$$
(2.51)

рангу β*j*.

Зсування фази переводить простір комбінацій вихідного коду в простір $V_{n\gamma j}$, описуваний матрицею $G_{n\gamma j}$:

$$G_{n\gamma j} = \begin{bmatrix} G_{n\beta j} & 0\\ 0 & G_{n\alpha j} \end{bmatrix}.$$
 (2.52)

Імовірність помилки фазування являє собою відношення множини векторів перетинання $\langle j \overline{AB} \rangle$, що належать простору V_{nk} , до загальної множини векторів простору V_{nyj} :

$$P_j = \frac{N < (j AB > \in V_{nm})}{N(V_{n\gamma j})},$$
(2.53)

де N(-) – потужність простору.

Тому що розмірність суми двох лінійних просторів дорівнює сумі розмірностей цих просторів мінус розмірність простору їхнього перетинання, то

$$\sigma_j = k + \gamma_j - \delta_j, \qquad (2.54)$$

де σ_j – розмірність простору $V_{n\sigma_j}$, що є сумою простору V_{nk} й $V_{n\gamma_j}$;

 δ_j – розмірність простору $V_{n\,\delta\,j}$, що є перетинанням простору $V_{n\,k}$ й $V_{n\,\gamma\,j}.$

З огляду на те, що лінійний простір розмірності k над полем GF(2) має потужність

$$N = (V_{n,k}) = 2^m (2.55)$$

вираз (2.53) для двійкових кодів набуде вигляду:

$$P_j = 2^{m-\sigma_j} . (2.56)$$

Простір $V_{n\sigma i}$ описується матрицею $G_{n\sigma i}$

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} G_{nm} \\ G_{n\gamma j} \end{bmatrix}$$
(2.57)

Визначимо границі зміни ймовірності невиявленої помилки при зсуванні фазування на *ј* елементів – *P_i*, відповідно до (2.56).

З огляду на те, що ранг матриці G_{nm} дорівнює m, то після приведення матриці (2.49) до східчастої канонічної форми (СКФ), вона буде мати не

менше *m* стовпців, маючих одиничний елемент, а інші елементи будуть нульовими (приведення матриці до СКФ не змінить простору кодових комбінацій). При цьому *m* із цих стовпців мають одиничний розряд у різних рядках матриці G_{nk} .

Можна показати, що максимальне значення тах Р_j відповідає

$$\operatorname{Rang} G_{n\sigma \, j} = \min \sigma \, j \,. \tag{2.58}$$

При $1 \le j \le k$ $m \ge k$; $1 \le j \le m$ $m \le k$

$$\min \sigma j = m + j \quad \max P_j = 2^{-j}$$
. (2.59)

При $k \le j \le m$, m > k значення

min
$$\sigma j = n$$
 max $P_j = 2^{-(n-m)}$. (2.60)

Для співвідношення між елементами $m \le j \le k$, m < k значення

$$\min \sigma j = 2^m \quad \max P_j = 2^{-m} .$$
 (2.61)

Якщо задовольняються умови m < j < n, m > k, k < j < n, m < k,

min
$$\sigma j = n + m - j$$
 max $P_j = 2^{-(n-j)}$. (2.62)

Нижня границя для ймовірності невиявлених помилок асинфазного стану відповідає умові максимального рангу матриці $G_{n\sigma j}$. Аналіз показує, що для умови $1 \le j \le k$

$$\max \sigma j = n \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}.$$
 (2.63)

Якщо місце виходу з фази *j* відповідає $k < j \le m$,

$$\max \sigma j = n \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}.$$
 (2.64)

При співвідношеннях *m* < *j* < *n*

$$\max \sigma j = n \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}.$$
 (2.65)

Таким чином,

$$\min P_j = 2^{-(n-m)}; \ m \ge k; \ 1 \le j < n \tag{2.66}$$

за умови, що число надлишкових елементів k > m і початок асинфазних циклів $j, 1 \le j < m$

$$\max \sigma j = 2^{m+j} \begin{cases} 1 \le j < k-m, \ k-m < m \\ 1 \le j < m, \ k-m > m \end{cases}.$$
(2.67)

Для співвідношення $m \le j \le k$

$$\max \sigma j = n \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}.$$
 (2.68)

Якщо k - m > m, (n - 2m) > m значення

$$\max \sigma j = 3m \quad \min P_j = 2^{-2m}.$$
 (2.69)

Якщо початок асинфазного стану m < j < n, то при k - m > m, (j - m) > m,

$$\max \sigma j = n + 2m - j \qquad \min P_j = 2^{-(n+m-j)}. \tag{2.70}$$

151

Для співвідношення k - m < m, $k < j \ge 2m$

$$\max \sigma j = n \quad \min P_j = 2^{-(n-m)}.$$
 (2.71)

Якщо значення j задовольняє умові 2m < j < n, (j - m) > m,

$$\max \sigma \, j = n + 2m - j \qquad \min P_j = 2^{-(n+m-j)} \,. \tag{2.72}$$

Аналіз показує, що перестановкою стовпців матриці G_{nm} можна зменшити кількість $G_{n\sigma j}$ інформаційних стовпців, що потрапили в один стовпець матриці, підматриці G_{nm} й $G_{n\gamma j}$, тобто зменшити величину P_j , що відповідає верхній границі ймовірності невиявленої помилки фазування для певного *j*.

Тому необхідно мінімізувати не верхню границю P_j при окремих j, а так розставити стовпці матриці G_{nm} , щоб мінімізувати верхню границю середньої ймовірності невиявленої помилки фазування.

Можна показати, що для *m* > *k*

$$\max \overline{P}_{j} = \frac{1}{n-1} \left[2 + \frac{n-2m-3}{2^{m}} \right]$$
(2.73)

Для $m \ge k$

$$\min \overline{P}_j = 2^{-k}.$$
 (2.74)

При співвідношенні m < k, k - m < m

$$\min \overline{P}_{j} = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{2^{m-1}} + \frac{4m-n-3}{2^{(n-m)}} \right].$$
(2.75)

Якщо значення m < k й $k - m \ge m$

min
$$\overline{P}_j = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{2^{m-1}} + \frac{n-2m-3}{2^{2m}} \right].$$
 (2.76)

На рис. 2.20, 2.21 представлені залежності min \overline{P}_j при зміні *m* та *n* = const і при зміні *n* й *m* = const. Розрахунки показують, що min \overline{P}_j настає при значенні $n \approx 2,5m$ (або $m/k \approx 0,666$).

При стартстопному методі фазування з познаковим захистом кожний з дозволених векторів починається цифрою «0» і закінчується «1». У цьому випадку вектор перетинань має вигляд

$$a_{ij}, a_{i(j+1)} \dots a_{in}, 1, 0, a_{l_1}, a_{l_2} \dots a_{l(j-2)} \dots$$
(2.77)

Породжувальна матриця $G_{(n+2)m}$ має вигляд

$$G_{(n+2)m} = \begin{bmatrix} 0 & I_m & R_{n(n-m)} & 0 \end{bmatrix}.$$
 (2.78)

Дозволені вектори утворюють суміжний клас за підпростором $V_{(n+2),m}$ в $V_{(n+2),(m+1)}$. Простір $V_{(n+2),(m+1)}$ є прямою сумою $V_{(n+2),m}$ й $G_1 = [00...01]$. Отже,

$$G_{(n+2)(m+1)} = \begin{bmatrix} 0 & I_m & R_{n(n-m)} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (2.79)

Ранг останньої матриці дорівнює Rang = m + 1. Породжувальна матриця простору перетинань буде мати вигляд:

$$G_{(n+2)\gamma j} = \begin{bmatrix} a_{1j} & a_{1(j+1)} & \dots & a_{1n} & 0 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ a_{\alpha j j} & a_{\alpha j(j+1)} & \dots & a_{\alpha j n} & 0 & & & \\ & & & & 0 & a_{11} & \dots & a_{1(j-2)} & a_{i(j-1)} \\ 0 & 0 & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & & a_{\beta j 1} & \dots & a_{\beta j(j-2)} & a_{\beta j(j-1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.80)



Рисунок 2.20 – Граничні значення \overline{P}_j для n = const = 11

Простір суми підпросторів $V_{(n+2)\gamma j}$ і $V_{(n+2),(k+1)}$ при цьому буде породжуватися матрицею

$$G_{(n+2)\sigma j} = \begin{bmatrix} G_{(n+2)(k+1)} \\ G_{(n+2)\gamma j} \end{bmatrix}.$$
 (2.81)

Використовуючи матриці $G_{(n+2)\gamma j}$ й $G_{(n+2)\sigma j}$ для різних значень j, k, m, m-k, можна визначити $\max P_j$, $\min P_j$.



Рисунок 2.21 – Вплив елементності кодового слова *n* на \overline{P}_i

Для m > k маємо: при j = 1 :

$$\min \sigma_1 = m + 1, \ \max P_1 = 2^{-1}; \tag{2.82}$$

при $2 \le j < k$

$$\min \sigma_j(cm) = m$$
, $\max P_j(cm) = 2^{-j}$; (2.83)

при j = k

$$\min \sigma_j(cm) = n$$
, $\max P_j(cm) = 2^{-(n-m)}$; (2.84)

при j = k + 1

$$\min \sigma_j(cm) = n$$
, $\max P_j(cm) = 2^{-(n-m)}$; (2.85)

при $(k+2) \le j \le m$

$$\min \sigma_j(cm) = n , \max P_j(cm) = 2^{-(n-m)};$$
(2.86)

при (m+2) < j < (n-2)

$$\min \sigma_j(cm) = n + m + 2 - j, \ \max P_j(cm) = 2^{-(n+2-j)}.$$
(2.87)

Для
 m < kотримуємо наступні вирази при
 $1 \leq j < m+2$

$$\min \sigma_j (cm) = (k+j), \ \max P_j (cm) = 2^{-j};$$
 (2.88)

при $(m+2) \le j \le k$

$$\min \sigma_j(cm) = 2m + 2, \ \max P_j(cm) = 2^{-(m+2)}; \tag{2.89}$$

при j = (k+1)

$$\min \sigma_j(cm) = 2m + 1, \ \max P_j(cm) = 2^{-(m+1)};$$
 (2.90)

при $(k+2) \le j < (n+2)$

$$\min \sigma_j (cm) = (n+m+2-j), \ \max P_j (cm) = 2^{-(n+2-j)}.$$
(2.91)

При $k \le j \le (m+2), m \ge (k-2)$ величина ймовірності невиявленої помилки дорівнює $\min P_j(cm) = 2^{-(n-m)}$, тому що $\max \gamma j = n-1$ й $\min \delta_j = m-1$.

Таким чином, залежно від k і m для $n \ge (k - 2)$ отримуємо:

$$\min P_j(cm) = 0 \quad \text{при} \quad 1 \le j < k, \quad (m+2) < j < (n+2) \tag{2.92}$$

$$\min P_j(cm) = 2^{-(n-m)} \quad \text{при} \quad r \le j \le (m+2);$$
(2.93)

для m < (k-2)

$$\min P_j(cm) = 0 \ \text{при} \ 1 \le j < (n+2).$$
(2.94)

Середнє значення $\max P_j(cm)$ визначається при $m \ge k$ й дорівнює ймовірнісному зсуву початку відліку

$$\max \overline{P}'_{j}(cm) = \frac{1}{n+1} \left[\eta + \frac{n-2k-1}{2^{k}} \right].$$
(2.95)

Для *m* < *k*

$$\max \overline{P}'_{j}(cm) = \frac{1}{n+1} \left[\eta + \frac{n-2m-5}{2^{m+2}} \right].$$
(2.96)

Середнє значення min $P_j(cm)$ дорівнює: при $n > m \ge (k-2)$

min
$$\overline{P}'_{j}(cm) = \frac{n-2k-3}{(n+1)2^{k}};$$
 (2.97)

при m < (k - 2)

$$\min \overline{P}_j(cm) = \min \overline{P}'_j(cm) = 0 .$$

Використовуються відповідні матриці для найпростіших кодів:

1. Код з перевіркою на парність описується породжувальною матрицею, що має вигляд:

$$G_{nk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} = (I_m \ E_m) ,$$

де E_k – вектор-стовпець, що складається з одиничних елементів.

При зсуванні фази на *j* елементів матриця $G_{n\sigma j}$ коду з перевіркою на парність має вигляд:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{k-j} & 0 & 0 & E_{k-j} \\ 0 & I & 0 & E_1 \\ 0 & 0 & I_{j-1} & E_{j-1} \\ 0 & 0 & I_{j-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_1 \\ I_{k-j} & E_{k-j} & 0 & 0 \\ 0 & E_j & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.98)

2. Для коду з повторенням породжувальна матриця має вигляд: $G_{nk} = (I_m \ I_m).$

При зміні *j* від 1 до *m* матриця *G*_{*n*σ*j*} записується у вигляді:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{m-j} & 0 & I_{m-j} & 0 \\ 0 & I_{j} & 0 & I_{j} \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & I_{j} \\ - & - & - & - \\ I_{m-j} & 0 & I_{m-j} & 0 \\ 0 & I_{j} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.99)

Після елементарних перетворень рядків матриці $G_{n\sigma j}$ зведеться до вигляду:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{k-j} & 0 & I_{k-j} & 0\\ 0 & I_{j} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_{j} \end{bmatrix}.$$
 (2.100)

Ранг матриці (2.100) дорівнює:

$$\operatorname{Rang} G_{n\sigma j} = k + j.$$

Ймовірність невиявленої помилки фазування при зміні від 1 до *k* дорівнює відповідно до (2.56)

$$P_{j} = 2^{-j}$$

При зміні j від k до n матриця $G_{n\sigma j}$ має вигляд:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 & I_{n-j} & 0\\ 0 & I_{j-k} & 0 & I_{j-k}\\ I_{n-j} & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_{j-k} & 0 & I_{j-k}\\ 0 & 0 & I_{n-j} & 0 \end{bmatrix}.$$
 (2.101)

Після елементарних перетворень рядків маємо:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & I_{n-j} & 0\\ 0 & I_{j-k} & 0 & I_{j-k} \end{bmatrix}.$$
 (2.102)

Відповідно до (2.56) імовірність невиявленої помилки фазування при зміні *j* від *k* до *n* дорівнює:

$$P_i = 2^{-(n-j)}$$

Таким чином, імовірність невиявленої помилки фазування за циклами кодів з повторенням збігається з верхньою границею ймовірності невиявленої помилки фазування для роздільних лінійних кодів.

3. Для інверсних кодів породжувальна матриця має вигляд:

$$G_{nk} = \left(I_k \ \bar{I}_k\right), \qquad (2.103)$$

де \bar{I}_k – матриця, отримана з одиничної матриці інвертуванням елементів (одиниці замінені нулями, а нулі – одиницями).

При зміні *ј* від 1 до <u>к</u> матриця G_{по j} інверсного коду має вигляд:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{k-j} & 0 & \bar{I}_{k-j} & E_{k-j,j} \\ 0 & I_j & E_{j,k-j} & I_j \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & I_j \\ - & - & - & - \\ I_{k-j} & E_{k-j,j} & I_{k-j} & 0 \\ 0 & I_j & E_{j,k-j} & 0 \end{bmatrix},$$
(2.104)

де E_{ij} – матриця розмірності $i \times j$, що складається з одиничних елементів. Після перетворень матриця $G_{n\sigma i}$ при парному *j* набуде вигляду:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{k-j} & 0 & \bar{I}_{k-j} & 0\\ 0 & I_j & E_{j,k-j} & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_j \end{bmatrix}.$$
 (2.105)

Ранг матриці $G_{n\sigma j}$ при парному *ј* визначиться числом її стовпців:

Rang
$$G_{n\sigma j} = k + j$$
.

При непарному *ј* матриця *G*_{*n*σ*j*} набуде вигляду:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{k-j} & 0 & I_{k-j} & 0\\ 0 & I_{j} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_{j}\\ 0 & 0 & E_{1,k-j} & 0 \end{bmatrix}.$$
 (2.106)

При k < j < n матриця $G_{n\sigma j}$ дорівнює:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 & I_{n-j} & E_{n-j,j-k} \\ 0 & I_{j-k} & E_{j-k,n-j} & I_{j-k} \\ - & - & - & - \\ E_{1,n-j} & 0 & 0 & 0 \\ I_{n-j} & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & I_{n-j} & E_{n-j,j-k} \\ 0 & I_{j-k} & E_{j-k,n-j} & I_{j-k} \end{bmatrix}.$$
 (2.107)

При непарному *ј* вираз (2.107) перетвориться до вигляду:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_{j-k} & 0 & I_{j-k}\\ 0 & 0 & I_{n-j} & 0\\ 0 & 0 & 0 & E_{1,j-k} \end{bmatrix},$$
 (2.108)

а при парному *j*:

$$G_{n\sigma j} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_{j-k} & 0 & \bar{I}_{j-k}\\ 0 & 0 & I_{n-j} & E_{n-j,j-k} \end{bmatrix}.$$
 (2.109)

Звідки k < j < n маємо:

$$P_{j} = \begin{cases} 2^{-(n-j+1)} & \text{при парному } j, \\ 2^{-(n-j)} & \text{при неперному } j. \end{cases}$$

Отже самосинхронізувальна здатність інверсного коду збігається з верхньою границею ймовірності невиявленої помилки фазування при парному *j* й у два рази краще верхньої границі при непарному *j*. На рис. 2.22 представлені графіки ймовірності невиявленої помилки фазування для коду з перевіркою на парність (крива 1), для коду з повторенням (крива 2) і для інверсного коду (крива 3) при довжині кодової комбінації, що дорівнює 10.

Кращими самосинхронізувальними властивостями володіє інверсний код, гіршими – код з перевіркою на парність.



Рисунок 2.22 - Графіки ймовірності невиявленої помилки фазування для різних кодів

2.2.3. Швидкість входження у фазу стартстопних термінальних пристроїв

Станом асинфазності вважається стан, коли неузгодженість фаз приймального й передавального розподілювачів більше, ніж φ_1 і менше φ_2 (рис. 2.23, 2.24), запуск коригуючого пристрою (КП) при цьому повинен відбуватися в зоні *BD*.

Позначимо подію, що відповідає синфазному стану приймача, через E, а несинфазного — \overline{E} . Імовірність появи \overline{E} визначається як сума ймовірностей помилкового запуску 1-, 2-, . . . , (n-1)-ї границями кодової комбінації (рис. 2.22).

$$P(\overline{E}) = P(1) + P(2) + \dots P(n-1) = \sum_{j=1}^{n-1} P(j), \qquad (2.110)$$

де P(j) – імовірність помилкового запуску КП *j*-ю границею; границі «старт» – «1-а» посилка й «*n*-а» – «стоп» негативних переходів не мають. Тому вони у виразі (2.110) не враховуються.

Для розрахунку P(j) представимо ймовірності можливого запуску КП 1, 2, . . .(n-1) границями, за умови передачі будь-якої посилки стартстопної комбінації в момент її включення, у вигляді матриці (табл. 2.8).

Кожний рядок матриці містить імовірності можливого запуску КП у залежності від фази комбінації, яка надходить на вхід приймача в момент його включення. Відповідно до матриці, ймовірність запуску КП *j*-ю границею буде визначається сумою умовних імовірностей P(j/c) і $P(j/k_i)$, де *i* змінюється від 1 до *j*, тобто

$$P(j) = P(j/c) + P(j/k_1) + P(j/k_2) + \dots + P(j/k_j),$$
$$P(j) = \sum_{i=1}^{j} P(j/k_i) + P(j/c),$$

де $P(j/k_i)$ – умовна ймовірність запуску КП *j*-ю границею при його включенні в момент передачі k_i -ї посилки.



Рисунок 2.23 – Вплив початку старта на синфазність



Рисунок 2.24 - Моменти реєстрації при асинфазному стані



Рисунок 2.25 – Формування помилкового циклу при асинфазному стані

або

j j			Границі хибного запуску стартостопного приймача								
k _i			1	2		j	•••	-2	-1		
Фаза ст.ст. комбінації в момент включення приймача	Старт		P(1/c)	P(2/c)		P(j/c)		P(n-2/c)	P(n-1/c)		
	Кодові посилки	k_1	P()	P()		P()		$P(n-2/k_1)$	$P(n-1/k_1)$		
		k_2	0	P()		P()		$P(n-2/k_2)$	$P(n-1/k_2)$		
			•••			•••		•••	•••		
		k_i	0	0	•••	P()		$P(n-2/k_i)$	$P(n-1/k_i)$		
			•••	•••	•••	•••		•••	•••		
		<i>k</i> _{<i>n</i>-2}	0	0	•••	0		$P(n-2/k_{n-2})$	$P(n-1/k_{n-2})$		
		<i>k</i> _{<i>n</i>-1}	0	0		0		0	$P(n-1/k_{n-1})$		

Таблиця 2.8 - Імовірності хибного запуску окремими ЗМВ

Таблиця 2.9 – Вплив моменту запуску КП на імовірності помилок окремих елементів

j			Зони запуску КП в <i>т</i> -му циклі								
i			старт	1	2	•••	j	•••	-1		
Зони остановки КП в (<i>m</i> – 1)-му циклі	Старт		P(c/c)	0	0	•••	0	•••	0	0	
	Кодові посилки	1	0	<i>P</i> (1/1)	P(2/1)	•••	P(j/1)	•••	<i>P</i> (<i>n</i> -1/1)	0	
		2	0	0	<i>P</i> (2/2)	•••	P(j/2)	•••	P(n-1/2)	0	
						•••		•••	•••		
		•••	0	0	0	•••	P(j/i)	•••	P(n-1/i)	0	
		•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	
		<i>n</i> -1	0	0	0	•••	0	•••	<i>P</i> (<i>n</i> -1/ <i>n</i> -1)	0	
			0	0	0	•••	0	•••	0	P(n/n)	

Якщо в момент включення приймача передаються $k_{j-1}...k_1$ й k_c посилки, то ймовірності запуску приймача *j*-ю границею відповідно дорівнюють добуткам імовірностей $P(k_{j-1})...P(k_1)$ і $P(k_c)$ на *j*-й границі за умови, що до *j*-ї границі запуску КП не відбулося

$$P(j/k_{j-1}) = P(k_{j-1}) \cdot P_N(j/\overline{j-1...j}),$$

$$P(j/k_{j-2}) = P(k_{j-2}) \cdot P_N(j/\overline{j-2...j}),$$

$$P(j/k_i) = P(k_i) \cdot P_N(j/\overline{i...j}).$$
(2.111)

Підставляючи (2.111) в (2.110) отримуємо вирази для розрахунку ймовірності запуску КП *j*-ю границею:

$$P(j) = \sum_{i=1}^{j} P(k_i) \cdot P_N(j/\overline{i\dots j}) + P(c) \cdot P_N(j/\overline{1\dots j}) .$$

$$(2.112)$$

Тоді ймовірність появи події \overline{E} дорівнює:

$$P(\overline{E}) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P(k_i) \cdot P_N(j/\overline{1...j}) + P(c) \cdot P_N(j/\overline{1...j}) \right], \qquad (2.113)$$

де $P(k_i)$ – імовірність передачі k_i -ї посилки стартстопної комбінації в момент включення приймача; $P_N(j/\overline{1...j})$ – імовірність появи комбінацій, що мають негативний перехід на *j*-й границі за умови, що від *i*-ї до *j*-ї границі запуск приймача не відбувся. Імовірність помилкового запуску КП в першому (черговому після включення приймача) циклі з урахуванням (2.113) буде визначатися так:

$$P(\overline{E}_{1}) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P^{0}(k_{i}) \cdot P_{N}(j/\overline{i...j}) + P^{0}(c) \cdot P_{N}(j/\overline{1...j}) \right], \quad (2.114)$$

де $P^0(k_i)$ й $P^0(c)$ вихідні ймовірності передачі відповідних посилок стартстопної комбінації в момент включення приймача. Аналогічно попередньому, ймовірність появи події \overline{E} в *m*-му циклі буде визначатися

$$P(\overline{E}_m) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P^m(k_i) \cdot P_N(j/\overline{1...j}) + P^m(c) \cdot P_N(j/\overline{1...j}) \right], \quad (2.115)$$

де $P^m(k_i)$ й $P^m(c)$ – імовірності закінчення (*m* - 1)-го стартостопного циклу приймача на відповідних посилках комбінації в *m*-му циклі.

Таким чином, для того, щоб зупинка приймального розподілювача в *m*-му циклі відбулася на *i*-й посилці, необхідно, щоб запуск розподілювача в (m-1)-му циклі (рис. 2.23) здійснився $(i-\xi)$ -ю границею кодової комбінації ($\xi = T_{unp,l} - T_{unp}$). З урахуванням вищесказаного отримуємо

$$P^{m}(k_{i}) = P^{m-1}(i+\xi).$$
(2.116)

Підставляючи (2.116) в (2.115) отримуємо вираз, що визначає ймовірність помилкового запуску приймача в *m*-му циклі за умови, що в (m - 1)-му циклі синфазного стану не настало:

$$P(\overline{E}_{m}) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P^{m}(i+\xi) \cdot P_{N}(j/\overline{i\dots j}) + P^{m-1}(\xi) \cdot P_{N}(j/\overline{1+j}) \right].$$
(2.117)

Використовуючи вирази (2.114) і (2.117) можна визначити тривалість процесу відновлення синфазності в приймачі за заданої ймовірності при порушенні ЦС для будь-якого коду.

Можна показати, що ймовірність асинфазного стану через один цикл складе:

$$P(E_1) = \frac{1}{\alpha + n + \beta} \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} \frac{i}{2^{i+1}} + \frac{\alpha j}{2^{j+1}} \right].$$
 (2.118)

Імовірність несинфазного стану приймача в *m*-му циклі дорівнює

$$P(\overline{E}_m) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P^{m-1}(j+1-i+\xi) \frac{i}{2^{i+1}} + P^{m-1}(\xi) \frac{\alpha j}{2^{j+1}} \right]$$
(2.119)

де α, β – відношення тривалостей стартової й стопової посилок до одиночної. Використовуючи (2.118) і (2.117) були розраховані ймовірності входження приймача у фазу для простих п'яти- і семиелементних кодів для ξ = 0, ξ = 1, за рівноймовірної появи комбінації й з урахуванням статистичної структури переданих повідомлень для коду № 2.

Для коду № 5 з перевіркою на парність (непарність) число дозволених комбінацій у два рази менше, ніж вся безліч комбінацій, що утвориться при n = 8, тому співвідношення (2.118) і (2.119) зазнають деяких змін, тобто

$$P(\overline{E}_{1}) = \frac{1}{\alpha + n + \beta} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} \frac{i}{2^{i+1}} + \frac{\alpha j}{2^{j+1}} \right] + \frac{5(1+\alpha)}{2^{n}} \right\},$$
(2.120)

$$P(\overline{E}_m) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\sum_{i=1}^{j} P^{m-1}(j+1-i+\xi) \frac{i}{2^{i+1}} + P^{m-1}(\xi) \frac{\alpha j}{2^{j+1}} \right] \frac{5\left[P_{(1)}^{m-1} + P^{m-1}(\xi)\right]}{2^n} . (2.121)$$

Тому що другі доданки у виразах (2.120) і (2.121) мають величину на 3 і більше порядків меншу, ніж величина значення $P(\overline{E})$, то ними можна зневажити. Тому $P(\overline{E})$ для коду № 5 можна проводити за (2.118) і (2.119).

За результатами значень імовірностей синфазного стану приймача, розрахованих з урахуванням того, що $P(E_m) = 1 - P(\overline{E})$ побудовано графіки залежності ймовірності входження приймача у фазу від числа циклів, наведені на рис. 2.26.

Ймовірність захоплення КП в зоні асинфазності стартової й *n*-ї посилки відповідно при запуску полярністю дорівнюють $P(c) = P_0(c), P(n) = P_0(n) \cdot P(kn)$, де P(c) – імовірність включення (зупинки) КП у зоні D (рис. 2.27). Тому для $P(\overline{E})$ маємо

$$P(\overline{E}_m) = \left[P(c) + P(n) \cdot P(kn) + \sum_{j=1}^{n-1} P(j)P(k_j) \right] + \sum_{j=1,i=1}^{n-1} P(k_i) \cdot P_N(j/\overline{i...j}) \quad (2.122)$$

З (2.122) видно, що ймовірність запуску КП в зоні асинфазності при запуску полярністю, складається із двох доданків. Перший, укладений у квадратних дужках, показує ймовірність помилкового запуску КП полярністю, а другий (подвійна сума) – переходом. Імовірність помилкового стану в першому циклі визначається

$$P(\overline{E}_m) = \left[\overline{P}^0(c) + P^0(kn) \cdot P(n) + \sum_{j=1}^{n-1} P_{-}(j) P^0(k_j)\right] + \sum_{j=l_i=1}^{n-1} P^0(k_i) \cdot P_N(j/\overline{i...j}) , (2.123)$$

де $P^0(c)$, $P^0(k_i)$ – вихідні ймовірності передавання стартової й кодових k_i -посилок при первісному включенні приймача, або при закінченні впливу завад (дроблень), що призводять до порушення ЦС. При цьому ймовірність зупинки приймального розподілювача в зоні першої кодової посилки дорівнює



Рисунок 2.26 - Вплив структури коду на імовірнісні характеристики



Рисунок 2.27 - Співвідношення циклів приймання та передавання



Рисунок 2.28 – Зона вірного приймання на інтервалі стартостопного циклу

у зоні другої кодової посилки:

$$P^{m-1}(k_{2}) = P(2) \int_{\bar{t}+\tau}^{t^{2}} f_{2}^{m-2}(x) dx + P_{-}(3) \int_{t^{2}}^{t^{2}} f_{3}^{m-2}(x) dx + (2.125)$$
$$+ P_{N}(2) \int_{t'}^{t^{2}} f_{2}^{m-2}(x) dx + P_{N}(2/\bar{1}) \cdot \int_{t^{0}}^{t'} f_{1}^{m-2}(x) dx;$$

у зоні *j*-ї кодової посилки:

$$P^{m-1}(kj) = P_{-}(j) \int_{t^{j-1}+\tau}^{t^{j}} f_{j}^{m-2}(x) dx + P_{-}(j+1) \int_{t'}^{t^{j}+\tau} f_{j+1}^{m-2}(x) dx +$$
(2.126)

$$+\sum_{i=1}^{j}P_N(j/\overline{i...j})\int_{t^{i-1}}^{t^i}f_i^{m-2}(x)dx;$$

у зоні п-ї кодової посилки:

$$P^{m-1}(k_n) = P(n) \int_{t^{n-1}+\tau}^{t^n} f_n^{m-2}(x) dx \quad . \tag{2.127}$$

Тоді загальний вираз для визначення ймовірності несинфазного стану приймача в *m*-му циклі, коли синфазного стану не настало, буде мати вигляд

$$P(E_m) = P_-^{m-1}(c) + P_-(n)P^{m-1}(kn) + \sum_{j=1}^{n-1} P_-(j)P^{m-1}(k_j) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{j} P^{m-1}(k_j) \cdot P_N(j/\overline{i...j}) .$$
(2.128)

Для випадку, коли стопова посилка в ціле число разів більше одиничної й має вигляд:

$$P(\overline{E}_m) = \prod_{i=1}^{m-2} P_{-1}(i) P_{m-2}^0(2) + \sum_{j=1}^{n-1} P_{-}(j) P^{m-1}(k_j) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{j} P^{m-1}(k_i) \cdot P_N(j/\overline{i...j}) .$$
(2.129)

На рис. 2.26 зображені графіки залежності P(E) від m, побудовані за результатами розрахунків, проведених за (2.123) і (2.129).Тут:

$$\begin{array}{ll} 7-\xi=0, & \nu=\mathrm{const} \\ 8-\xi=0, & \nu\neq\mathrm{const} \end{array} , & \mathrm{Kog} \ \mathcal{N}_{2}2, \\ 9-\xi=0, & \nu=\mathrm{const}, & \mathrm{Kog} \ \mathcal{N}_{2}5. \end{array}$$

На рис. 2.26 видно, що тривалість процесу відновлення ЦС при її порушенні збільшується при збільшенні n, причому при запуску переходу ця залежність набагато слабкіша, ніж при запуску КП полярністю. Особливо це позначається при більших n (n > 7). Крім того, тривалість процесу відновлення ЦС при запуску КП переходом значно менше, ніж при запуску полярності.

З рисунка видно, що для коду № 2 при запуску КП полярністю математичне сподівання тривалості відновлення ЦС дорівнює 3,8 *T*_ц.

2.2.4. Вплив дроблень сигналів на ймовірність характеристики установлення синфазного стану

Для розрахунку тривалості відновлення необхідно знати ймовірності виходу систем з фази, тобто ймовірності $P^0(c)$, $P^0(k_i)$ (імовірності влучення кінця дроблення на відповідну посилку кодової комбінації).

Розрахунок $P^{0}(c)$ і $P^{0}(k_{i})$ при дробленні виду 0. Дроблення виду 0 можуть привести до порушення синфазності в тому випадку, якщо вони попадають на стопову посилку, їхня тривалість $l > \tau_{2}$, початок перебуває ліворуч точки A, а кінець – в інтервалі BE (рис 2.28).

Дроблення тривалістю $\tau_2 < l < \infty$ перекривають інтервал AB з імовірністю

$$P(\alpha) = P_0 \int_{\tau_2}^{\infty} \frac{l - \tau_2}{T_{\text{unpg}}} f(l) dl , \qquad (2.130)$$

де P_0 – імовірність влучення початків дроблень виду 0 у розглянутий інтервал; τ_2 – різниця циклів передавача й приймача; f(l) – функція розподілу тривалостей дроблень. До виразу (2.130) входить імовірність закінчення дроблень за межами стартової посилки (праворуч точки C, рис. 2.28), яка дорівнює

$$P(\beta) = P_0 \int_{t_0 + \tau_2}^{\infty} \frac{l - (t_0 - \tau_2)}{T_{\text{II, IIPA}}} f(l) dl .$$
 (2.131)

Віднімаючи з формули (2.130) вираз (2.131), знаходимо

$$P^{0}(c)_{0} = P_{0}\left[\int_{\tau_{2}}^{\infty} \frac{l-\tau_{2}}{T_{\mu \,\text{npg}}} f(l) dl - \int_{t_{0}+\tau_{2}}^{\infty} \frac{l-(t_{0}-\tau_{2})}{T_{\mu \,\text{npg}}} f(l) dl\right].$$
 (2.132)

З огляду на те, що розподіл тривалостей дроблень логарифмічнонормальні, отримуємо для ймовірностей влучення кінця дроблень на стопову або інформаційну посилки:

$$\begin{split} P^{0}(c)_{0} &= \frac{P_{0}}{T_{\text{ипрд}}} \left\{ \left[\Phi(z'' - \sigma) - \Phi(z' - \sigma) \right] \bar{I} - \left[\Phi(z') - \Phi(z'') \right] \tau_{2} + \left[0, 5 - \Phi(z'') \right] t_{0} \right\}; (2.133) \\ P^{0}(k_{i})_{0} &= \frac{P_{0}}{T_{\text{ипрд}}} \left\{ \left[\Phi(z''_{i} - \sigma) - \Phi(z'_{i} - \sigma) \right] \bar{x} - \left[\Phi(z'_{i}) - \Phi(z''_{i}) \right] \tau_{2} + \left[0, 5 - \Phi(z''_{i}) \right] t_{0} \right\}; (2.134) \\ \text{de } z' &= \left[\ln \tau_{2} - m \right] / \sigma ; \qquad z'' = \left[\ln (\tau_{2} + t_{0}) - m \right] / \sigma ; \\ z'_{i} &= \left[\ln (\tau_{2} + it_{0}) - m \right] / \sigma ; \qquad z''_{i} = \ln[\tau_{2} + (i+1)t_{0} - m] / \sigma . \end{split}$$

Розрахунок $P^0(c)_1$ і $P^0(k_i)_1$ при дробленнях виду 1. Дроблення видів 1 призводять до порушення синфазності за умови, що $l > 0.5t_0$ початок лежить ліворуч точки *A*, а кінець – в інтервалі *BM* (див. рис. 2.27). Якщо дроблення закінчилось в інтервалі *FF*, то порушення синфазності до неправильної реєстрації тільки одного знака.

До порушень синфазності на кілька циклів призводять дроблення, які кінчаються в інтервалі *СМ*. Для того, щоб приймач «застопувався» у другому (після закінчення дроблення) циклі в інтервалі стартової посилки, необхідно, щоб його запуск у попередньому циклі відбувся в інтервалі *CE*. Тоді ймовірність $P^0(c)_1$ визначиться як сума ймовірностей $P^0(c)_1'$ і $P^0(c)_1''$, де $P^0(c)_1'=P_1P(A)_c$ – імовірність запуску приймача в інтервалі *CD*; $P(A)_c$ – імовірність закінчення дроблення в інтервалі *DE* (на вхід приймача надходить перша кодова посилка), P_-^1 – імовірність передавання безструмової першої посилки; $P(A)_1'$ – імовірність закінчення дроблення в інтервалі *DE*. Підставивши замість зазначених імовірностей їх значення й зробивши перетворення з урахуванням того, що розподіл тривалостей дроблень логарифмічно-нормальне, отримаємо

$$P^{0}(c)_{1} = \frac{P_{1}}{T_{\mu \eta p \pi}} \left\{ \Phi(z^{0} - \sigma) - \Phi(z' - \sigma) \right] \bar{t} - [0, 5 - \Phi(z')] \tau_{2} + [0, 5 - \Phi(z^{0})] t_{0} + (2.135) + P_{-}' [\Phi(z'' - \sigma) - \Phi(z^{0} - \sigma)] \bar{t} - [\Phi(z'') - \Phi(z^{0})] t_{0} + [0, 5 - \Phi(z'')] \tau_{2} \right\},$$

де $z^0 = (\ln t_0 - m)/\sigma$.

Для того, щоб в *m*-му циклі приймач «застопувався» в інтервалі k_i -ї посилки, необхідно, щоб в (m-1)-му циклі він запустився в інтервалі *KL*. У цьому випадку ймовірність стопування приймального розподілювача в інтервалі k_i -ї посилки можна подати як

$$P^{0}(k_{i})_{1} = P^{0}(k_{i})_{1}' + P^{0}(k_{i})_{1}'' + P^{0}(k_{i})_{1}''', \qquad (2.136)$$

де $P^0(k_i)'_1 = P_1 P_-^i P(A)''_i$ – імовірність запуску приймача в інтервалі $(\tau_2 + it_0)...(i+1)t_0;$

$$P^{0}(k_{i})_{1}^{\prime\prime} = P_{1}\sum_{j=0}^{i=1} P(i/\overline{j_{-}\dots 1})P[(j+1)t_{0}\dots(i+1)t_{0}]$$
 – імовірність запуску

приймача переходом від *k*-ї посилки;

 $P^{0}(k_{i})_{1}^{m} = P_{1}P_{-}^{i+1}P(A)_{i+1}^{m}$ імовірність запуску приймача в інтервалі $(i+1)t_{0}...(\tau_{2}+(i+1)t_{0})$;

 P_{-}^{i} і P_{-}^{i+1} – імовірності передавання безструмових k_{i} -ї і k_{i+1} -ї посилок відповідно;

 $P(A)''_i$ і $P(A)'_{i+1}$ – імовірності закінчення дроблень в інтервалі ($\tau_2 + it_0$)...(i+1) t_0 й (i+1) t_0 ...($\tau_2 + (i+1)t_0$) відповідно; $P(i/\overline{j_{-}...1})$ – імовірність появи комбінацій, що мають негативний перехід на *i*-й границі й перехід протилежної полярності на *j*-й границі за умови, що від *j*- до *i*-ї границі переходів не має;

 $P[(j+1)t_0...(i+1)t_0]$ – імовірність закінчення дроблень в інтервалі $(j+1)t_0...(i+1)t_0$.

Підставивши у вираз (2.136) значення зазначених імовірностей і зробивши перетворення, отримаємо

$$\begin{split} P^{0}(k_{i})_{1} &= \frac{P_{0}}{T_{\text{unp}\pi}} P_{-}^{i} \left\{ \left[\Phi(z_{i}'' - \sigma) - \Phi(z_{i}' - \sigma) \right] \overline{l} - \left[\Phi(z_{i}''') - \Phi(z_{i}') \right] (i+1)t_{0} + \right. \\ &+ \left[0,5 - \Phi(z_{i}') \right] (t_{0} + \tau_{2}) + P_{-}^{i+1} \left[\Phi(z_{i}'' - \sigma) - \Phi(z_{i}'' - \sigma) \right] \overline{l} - \left[\Phi(z_{i}'' - \Phi(z_{i}''') \right] (i+1)t_{0} + (2.137) \\ &+ \left[0,5 - \Phi(z_{i}'') \right] \tau_{2} + \sum_{j=0}^{i=1} P(i/\overline{j_{-}\dots 1}) (\left[\Phi(z_{i}''' - \sigma) - \Phi(z_{j} - \sigma) \right] \overline{l} - \left[0,5 - \Phi(z_{j}) \right] (j+1)t_{0} + \\ &+ \left[0,5 - \Phi(z_{i}''') \right] (i+1)t_{0}) \right\}, \\ \text{ge} \ z_{i}''' = \left[\ln(i+1)t_{0} - m \right] / \sigma \ ; \ z_{j} = \left[\ln(j+1)t_{0} - m \right] / \sigma \,. \end{split}$$

На рис. 2.29 і 2.30 наводяться графіки залежності закінчення дроблення на *n*-й посилці й імовірності первісної неузгодженості фаз за різних параметрах дроблень.

Дроблення дискретних сигналів приводять також до випадань стартстопних комбінацій. Випадання відбувається тоді, коли спотворення стартстопної комбінації такі, що на ній не виконуються умови запуску розподільника приймача, або в процесі входження у фазу, коли після закінчення циклу приймач частину часу простоює, чекаючи нового виконання умов запуску. Ці простої в сумі становлять стартстопну комбінацію, що втрачається при поверненні в синфазний стан.

Будемо вважати, що стартстопні комбінації передаються безупинно одна за одною. Розрахунок імовірності випадання можна робити для дроблень виду «одиниця» і виду «нуль», тому що коригуючий пристрій неоднаково реагує на них.

Дроблення виду «нуль» викличе випадання однієї стартстопної комбінації у двох випадках:

1. При початку дроблення на відрізку AB *i*-ї стартостопної комбінації (рис. 2.27), якщо тривалість дроблення така, що воно перекриває один стартовий перехід. При цьому випадкова величина зсування початку дроблення щодо стартстопного переходу *z* змінюється в межах від 0 до $T - \xi$, де T – тривалість стартстопного циклу передавача; ξ – різниця тривалостей стартостопних циклів передавача й приймача. Сума випадкових величин зсування початку дроблення *z* й тривалості дроблення *x* може змінюватися від *T* до 2*T*.



Рисунок 2.29 – Імовірності закінчення дроблення на *n*-му елементі

2. При початку дроблення на відрізку *BC*, якщо тривалість його така, що воно перекриває два стартових переходи. При цьому *z* змінюється від $T - \xi$ до *T*, а сума z + x -від 2*T* до 3*T*. З урахуванням цього ймовірність появи дроблення, що призводить до випадання однієї стартстопної комбінації, дорівнює:

$$P^{0}(1) = \int_{0}^{T_{0}-\xi} w^{0}(z) \int_{T-z}^{2T_{0}-z} w^{0}(x) dx dz + \int_{T-\xi}^{T_{0}} w^{0}(z) \int_{2T-z}^{3T_{0}-z} w^{0}(x) dx dz, \qquad (2.138)$$

де $w^0(z)$ – щільність розподілу випадкової величини для дроблення виду «нуль»; $w^0(x)$ – щільність розподілу випадкової величини *x* для дроблень виду «одиниця».



Рисунок 2.28 – Вплив параметрів дроблення на імовірнісні характеристики

Розмірковуючи аналогічно можна отримати вираз для ймовірностей появи дроблень, що призводять до випадання двох, трьох і т.д. комбінацій. У загальному випадку ймовірність появи дроблення, що призводить до випадання стартстопних комбінацій, дорівнює

$$P^{0}(j) = \int_{0}^{T_{0}-\xi} w^{0}(z) \int_{jT-z}^{(j+1)T_{0}-z} w^{0}(x) dx dz + \int_{T-\xi}^{T_{0}} w^{0}(z) \int_{(j+1)T-z}^{(j+2)T_{0}-z} w^{0}(x) dx dz \quad .$$
(2.139)

З огляду на закони розподілу початків і тривалостей дроблень, отримаємо

$$P^{0}(j) = \frac{\gamma_{0}}{T_{0}} \left\{ [(j-1)T + \xi] \Phi \left(\frac{\ln[(j-1)T_{0} + \xi] - m_{0}}{\sigma_{0}} \right) - 2(jT + \xi) \Phi \left(\frac{\ln(\xi + jT_{0}) - m_{0}}{\sigma_{0}} \right) + \\ + [(j+1)T + \xi] \Phi \left(\frac{\ln[(j+1)T_{0} + \xi] - m_{0}}{\sigma_{0}} \right) - \exp(\sigma_{0}^{2}/2 - m_{0}) \left[2\Phi \left(\frac{\ln(jT_{0} + \xi) - m_{0}}{\sigma_{0}} - \sigma_{0} \right) - \\ - \Phi \left(\frac{\ln[(j-1)T + \xi] - m_{0}}{\sigma_{0}} - \sigma_{0} \right) - \Phi \left(\frac{\ln[(j+1)T + \xi] - m_{0}}{\sigma_{0}} - \sigma_{0} \right) \right] \right\}.$$
(2.140)

Подамо ймовірність випадання стартстопної комбінації як суму добутків імовірностей появи дроблень, що призводять до випадання *j* комбінацій, на кількість комбінацій, що випали

$$P_{\rm BHII}^0 = \sum_{j+1}^{\infty} j P^0(j) \,. \tag{2.141}$$

Будемо шукати $P_{\text{вип}}^0$ як граничний перехід

$$P^{0}_{\text{BHIT}} = \lim_{N \to \infty} P^{0}_{\text{BHIT}}(\overline{1,N}) ,$$
$$P^{0}_{\text{BHIT}}(\overline{1,N}) = \sum_{j+1}^{N} j P^{0}(j) .$$

де

Підставивши вираз (2.140) у формулу (2.141)

$$P_{\text{BMI}}^{0}(\overline{1,N}) = \frac{\gamma_{0}}{T} \left\{ \xi \Phi\left(\frac{\ln\xi - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) + N[(N+1)T_{0} + \xi] \times \Phi\left(\frac{\ln[(N+1)T_{0} + \xi] - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) - (N+1)(NT + \xi) \Phi\left(\frac{\ln(NT_{0} + \xi) - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) - \exp(\sigma_{0}^{2}/2 + m_{0}) \left[\Phi\left(\frac{\ln\xi - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) \right] \right\}.(2.142)$$

Якщо тепер спрямувати N до нескінченності, розкривши невизначеності типу $0 - \infty$ за допомогою правила Лопіталя, то отримаємо

$$P_{\text{вип}}^{0} = \frac{\gamma_{0}}{T} \left\{ \exp\left(\sigma_{0}^{2}/2 + m_{0}\right) \left(\left[0.5 - \Phi\left(\frac{\ln\xi - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) \right] - \xi \left[0.5 - \Phi\left(\frac{\ln\xi - m_{0}}{\sigma_{0}}\right) \right] \right) \right\} . (2.143)$$

2.2.5. Збільшення швидкості установлення фази асинхронних прикінцевих пристроїв

Мінімізувати час входження у фазу стартстопних систем можна шляхом оптимізації кодового словника й застосування аналізу місця надходження стартового переходу.

Оптимальний алгоритм формування послідовності переданих комбінацій. Позначимо вектор імовірностей вихідного стану системи $P^{(0)} = (P_i^{(0)}), P_i^{(0)}$ – імовірність знаходження моменту закінчення стартстопного циклу, з якого почався розгляд системи (на *i*-й посилці), а матрицю переходів закінчення циклу з *i*-ї посилки на *j*-ю – $\pi = P(ij)$ після здійснення одного стартстопного циклу.

При цьому вектор імовірностей стану системи після v-го циклу $P^{(v)}$ обчислюється за рекурентною формулою

$$P^{(\nu)} = P^{(\nu-1)} \cdot \pi$$
 (2.144)

Так матриця переходів π будується за ймовірностями появи різних стартстопних комбінацій і, отже, швидкість входження стартстопної системи у фазу залежить від статистичних властивостей переданої комбінації. Звідси випливає, що існує певний порядок комбінацій з імовірністю їхньої появи P_k , $k = \overline{1, l}$, що дає найменший час входження в синфазний стан.

Завдання сформулюємо в такий спосіб. Є ймовірність появи різних знаків у тексті $1 \ge P_1 \ge P_2 \ge ... \ge P_k \ge ... \ge P_l \ge 0$, де $l = 2^m$, де m-ціле позитивне число. Якщо $l \ne 2$, то послідовність P_k доповнюють до 2^m ймовірностями фіктивних знаків, які дорівнюють нулю. Необхідно так поставити стартстопні комбінації у відповідність з переданими знаками, щоб час входження стартстопної системи у фазу був найменшим.

Прискорення процесу входження у фазу стартстопної системи відповідає максимізації ймовірності закінчення v-го циклу на *n*-й посилці $P_n^{(v)}$ (стопі) (n = m + 2).

Відповідно до виразу (2.144)

$$P_n^{(\nu)} = \sum_{i=1}^n P_i^{(\nu-1)} P_{in}$$
(2.145)

Отже, максимізація $P^{(v)}$ пов'язана з максимізацією членів *n*-го стовпця матриці π .

Ймовірності P_{in} являють собою суму ймовірностей появи в тексті таких стартстопних комбінацій, у яких не виконується умова запуску приймача на q-х переходах при $i \le q \le n$. Таким чином, необхідно максимізувати ймовірність появи комбінацій, у яких умова синхронізації

не виконується на можливо більшому числі переходів, що слідують підряд, починаючи з кінця комбінації й рухаючись до початку ймовірностей *n*-го стовпця.

Інакше кажучи, знаки, що найбільше часто зустрічаються, треба поставити у відповідність зі стартстопними комбінаціями, в яких умова запуску виконується тільки на переході «стоп-старт», потім, у порядку спадання ймовірності появи знаків, тим комбінаціям, у яких умова запуску не виконується пізніше другого характеристичного моменту модуляції, третього й т.д. (на першому характеристичному моменті модуляції умова запуску не виконується ні в одній комбінації).

У результаті застосування такого кодування операцій ми отримаємо оптимальну послідовність номерів у порядку спадання ймовірностей появи різних комбінацій, що дає мінімальний час входження у фазу стартстопних систем цієї послідовності й ставимо у відповідність послідовність імовірностей P_k .

Якщо застосувати цей алгоритм для комбінацій п'ятизначного коду, то послідовність номерів комбінацій (десяткового подання інформаційних посилок) буде мати вигляд: 0, 1, 3, 7, 15, 31, 19, 23, 8, 9, 24, 11, 25, 27, 4, 5, 12, 13, 28, 20, 21, 2, 6, 14, 30, 18, 22, 10, 26.

З огляду на сказане, середній час входження системи у фазу розрахуємо за виразом

$$t_{\rm cp} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[P_n^{(\nu)} - P_n^{(\nu-1)} \right] \cdot \nu \,. \tag{2.146}$$

Додавання будемо робити доти, поки $P_n^{(v)} - P_n^{(v-1)} \ge 0,00001$. Імовірності P_i^0 вважаємо пропорційними тривалості відповідних посилок.

На рис. 2.31 представлені залежності ймовірності входження у фазу систем після збою залежно від кількості циклів:

- 1. При передаванні знаків алфавіту МТК-2 без перекодування.
- 2. При передаванні знаків алфавіту МТК-2 з оптимальним перекодуванням у п'ятизначні комбінації.
- 3. При перекодуванні алфавіту МТК-2 у код 4:3 з постійною вагою.
- 4. При оптимальному перекодуванні алфавіту МТК-2 у код з постійною вагою 4:3.

Середній час входження у фазу для п'ятиелементного коду при оптимальному перекодуванні зменшується з 1,56 до 1,15, тобто в 1,36 рази.

Зменшення часу входження у фазу при використанні контрольних зон. Припустимо, що протягом тривалості стартстопного циклу через тривалість елементарної посилки виділяються зони, усередині яких виробляється аналіз змін полярності сигналу (рис. 2.32).

При синфазній роботі системи усередині дозволених зон зміни полярностей сигналу відсутні. При асинфазному стані системи усередині зон є, принаймні, одна зміна полярності (від істинного стопу до старту). Можна показати, що ймовірність знаходження переходу з «1» в «0» комбінації *Y* в зоні із границями $-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}$ (τ – розмір зони)



Рисунок 2.31 - Залежності ймовірності входження у фазу систем після збою залежно від кількості циклів

Ймовірність знаходження переходу з «0» в «1» комбінації в зоні із границями $-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}$

$$P_{0\to 1} = \Phi\left[(\tau - 4a)/2\sqrt{2}\sigma\right] + \Phi\left[(\tau + 4a)/2\sqrt{2}\sigma\right].$$
(2.148)

Аналогічно можна отримати ймовірності влучення в зону переходу, що перебуває перед істинним стопом переходу комбінації при зміні полярності сигналу з одиниці в нуль

$$P_{1\to0} = 1 - 2\Phi \left[\frac{t_0 - \tau}{2\sqrt{2}\sigma} \right],$$
 (2.149)

і для зміни полярності сигналу з нуля в одиницю

$$P_{0\to 0} = 1 - \Phi \left[(t_0 - \tau - 4a) / 2\sqrt{2\sigma} \right] - \Phi \left[(t_0 - \tau + 4a) / 2\sqrt{2\sigma} \right]$$
(2.150)





Рисунок 2.32 – Виділення зон аналізу сигналу при прийманні

Нехай на аналізатор наявності переходів у зонах потрапило переходів з «1» в «0» комбінації x, з яких μ потрапили в зони, β переходів з «0» в «1» комбінації x, з яких n потрапили в зони, v переходів з «1» в «0» комбінації y, з яких ϕ потрапили в зони, δ переходів з «0» в «1» комбінації y (істинний стартстопний перехід y цьому випадку ставиться до комбінації y)

Ймовірність наявності в зонах одного стартстопного циклу менш m' переходів при запуску розподільника приймача з *j*-го переходу (*j*-й перехід перебуває між *j*-ю і (*j* + 1)-ю посилками) у загальному вигляді визначається за формулою:

$$P_{M}(j) = \sum_{x} \sum_{\mu=0}^{A} \sum_{\eta=0}^{B} \sum_{y} \sum_{\phi=0}^{C} \sum_{\psi=0}^{D} P(x) P_{a}(\mu) P_{\beta}(\eta) P(y/x) P_{v}(\phi) P_{\delta}(\psi), \quad (2.151)$$

de $A = \min(a, m'-1),$

$$B = \min(\alpha, m' - a, -1);$$

$$C = \min(\nu, m' - a - \beta - 1);$$

$$D = \min(\delta, m' - a - \beta - \nu - 1)^*,$$

де $P_a(\mu)$ – імовірність наявності в зонах μ переходів із «1» в «0» комбінації x, яка дорівнює

$$P_a(\mu) = C_a^{\mu} R_{1\to0}^{\mu} (1 - R_{1\to0})^{a-\mu}$$
(2.152)

Тут $C_a^{\mu} = \frac{a!}{\mu!(a-\mu)!}$

Аналогічно обчислюються:

$$P_{\beta}(\eta) = C_{\beta}^{\eta} R_{0 \to 1} (1 - R_{0 \to 1})^{\beta - \eta} P_{\nu}(\phi) = C_{\nu}^{\phi} R_{1 \to 0}^{\phi} (1 - R_{1 \to 0})^{\nu - \phi} P_{\sigma}(\psi) = C_{\sigma}^{\psi} R_{0 \to 1}^{\psi} (1 - R_{0 \to 1})^{\sigma - \psi}$$

$$(2.153)$$

де P(x) – імовірність появи комбінації x в тексті;

P(y/x) – імовірність проходження комбінації у за комбінацією x.

У реальних умовах $P_{1\to0}$ і $P_{0\to1}$ значно перевищують $R_{1\to0}$ і $R_{0\to1}$, наприклад, для реального каналу зв'язку при швидкості телеграфування 50 Бод; $\sigma = 11,2$; a = 3,3 й $\tau = 10\%$; при цьому $R_{1\to0} = 4,5 \cdot 10^{-3}$ й $R_{0\to1} = 8,23 \cdot 10^{-3}$. Тому можна отримати більш просту формулу для обчислення приблизних значень $P_M(j)$

$$P_M(j) = \sum_{x} \sum_{\varphi=0}^{\min(\nu, m-1)} \sum_{\psi=0}^{\min(\delta, m-\varphi-1)} P(x) P_{\nu}(\varphi) P_{\delta}(\psi).$$
(2.154)

Розрахунок часу входження у фазу стартстопних систем виробляється на основі теорії дискретних марковських ланцюгів. Для цього досить задати вектор імовірностей початкового стану системи $P^{(0)}\left\{P_{j}^{(0)}\right\}$, (де $P_{j}^{(0)}$ – імовірність початкової установки системи на *j*-й посилці) і матрицю ймовірностей запуску приймача *j*-м переходом після зупинки його на *i*-й посилці $\pi = \{P_{ij}\}$. Вектор стану системи після v-го циклу

$$P^{(\nu)} = P^{(0)} \pi^{\nu}. \tag{2.155}$$

При асинфазному стані приймача розподільник приймача відстоїть від розподільника передавача, принаймні, на тривалість двох посилок. Асинфазний стан приймача можна виявити з імовірністю $P_{\pi}(j) = 1 - P_M(j)$ і після чергового циклу підбудувати розподільник приймача на тривалість двох посилок. Це рівносильно циклічному зрушенню компонента вектора $P^{(v)}$ на два елементи або, що більш зручно, зворотному зрушенню стовпців матриць π .

Тому що дана система з імовірністю $P_M(j)$ входить у фазу як звичайна стартстопна система, й з імовірністю $P_{\mu}(j)$ відбувається прискорене входження у фазу, компоненти матриці перехідних імовірностей даної системи $\pi' = \{P'_{ij}\}$ будуть мати вигляд

$$P'_{ij} = \begin{cases} P_M(1)P_{i1} + P_{\pi}(n-1)P_{i(n-1)}, & j = 1, \\ P_M(2)P_{i2} + P_{\pi}(n)P_{in}, & j = 2, \\ P_M(o)P_{ij} + P_{\pi}(j-2)P_{i(j-2)}, & j = 3, 4, ..., n, \end{cases}$$

де *n* – число посилок у стартстопній комбінації.

На рис. 2.33 наведені криві залежності середнього часу входження у фазу стартостопної системи від розміру зон т виявлення асинфазності для різних параметрів каналів зв'язку й різних порогів спрацьовування аналізатора наявності переходів у зоні. Пунктирною лінією даний середній час входження у фазу звичайних стартстопних систем.

Хрестиками на кривих позначені розміри зон, починаючи з яких імовірність знаходження приймача в синфазному стані не перевищує величини 0,99 за як завгодно довгий час входження у фазу.

На рис.2.34. показані залежності $n_{\rm cp}$ для m = 8, а на рис. 2.35 наведені графіки середнього часу входження у фазу стартстопного приймача з підстроюванням за першим ЗМ, що потрапили в заборонену зону за п'яти інформаційних елементів у стартстопній комбінації залежно від параметрів каналу зв'язку σ й *а* розмірів заборонених зон τ .

З наведених нижче рисунків випливає, що залежно від параметрів каналу й елементності коду, величина оптимальної зони τ буде змінюватися



Рисунок 2.33 – Криві залежності середнього часу входження у фазу стартстопної системи від розміру зон т виявлення асинфазності



Рисунок 2.34 – Залежності n_{cp} для m = 8


Рисунок 2.35 – Графіки середнього часу входження у фазу стартстопного приймача з підстроюванням по першому ЗМ

Частина 3

ПОЕЛЕМЕНТНА ТА ЦИКЛОВА СИНХРОНІЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ НА БАЗІ ТАЙМЕРНИХ СИГНАЛІВ

Глава 3.1. Системи з ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком

Докладний аналіз методів підвищення швидкодії систем ФАПЧ наведено в. Зокрема, підвищення швидкодії в цих системах досягають застосуванням кола управління зі змінними параметрами. Змінність параметрів часто досягається за рахунок використання нелінійності опору або ємності. У більш складних системах для підвищення швидкодії застосовують зміну структури додаткового каналу управління. Крім того, з метою отримання бажаних динамічних характеристик ФАПЧ застосовують фазовий детектор із змінною формою характеристики в залежності від режиму роботи системи.

Метод побудови високоякісних систем автоматичного регулювання, заснований на спільному використанні принципу інваріантності та теорії оптимального управління, викладено в.

У розроблені методи введення додаткових компенсаційних зв'язків та побудови на їх основі високоякісних систем автоматичного регулювання, в яких відсутні протиріччя між умовами інваріантності та стійкості. У главі розглянуто метод підвищення точності та швидкодії замкнених систем автоматичного регулювання (зокрема систем ФАПЧ) за допомогою введення у замкнений контур системи фізично реалізованих кіл позитивного зворотного зв'язку.

Відповідно до вищевикладеного, в цій главі розглядаються такі питання:

1. Структурний синтез стійкої системи ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком.

2. Підвищення порядку астатизму системи ФАПЧ за допомогою позитивного зворотного зв'язку.

3. Мінімізація інтегральної оцінки якості системи ФАПЧ в системах на базі таймерних сигналів.

3.1.1. Синтез стійких ФАПЧ з позитивним зворотним зв'язком

Вихідну функціональну схему замкненої системи ФАПЧ наведено на рис. 3.1. Система відслідковує фазу вхідного сигналу $\phi_{\text{вx}}(t)$ і складається з фазового детектора (ФД), фільтра нижніх частот (ФНЧ), керувального елемента (КЕ) та підлаштовуваного генератора (ПГ). Регулюючим параметром є частота (фаза) підлаштовуваного генератора. Даній

функціональній схемі відповідає структурна схема, наведена на рис. 3.2. Тут: $W_1(p)$ – передатна функція ФД; $W_2(p)$ – передатна функція ФНЧ; $W_3(p)$ – передатна функція КЕ і ПГ у сукупності; $\varphi_{\text{вк}}(p)$ і $\varphi_{\text{вих}}(p)$ – зображення за Лапласом фази вхідного і вихідного сигналів; $\theta(p)$ – зображення фазової помилки. Передатні фікції розімкненої та замкненої системи (див. рис. 3.2):

$$W(p) = W_1(p) \ W_2(p) \ W_3(p); \quad W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)}.$$
(3.1)



Рисунок 3.1 – Вихідна функціональна схема замкненої системи ФАПЧ

Можна показати, що досягнення абсолютної інваріантності в замкненій системі ФАПЧ неможливе. Проте, як буде показано у наступних главах, більші можливості зменшення фазової помилки системи в усталених і перехідних режимах можна отримати, вводячи в замкнену систему ФАПЧ ланку місцевого позитивного зворотного зв'язку (МПЗЗ).



Рисунок 3.2 – Структурна схема замкненої системи ФАПЧ

Структурна схема системи ФАПЧ з МПЗЗ відображена на рис. 3.3. $W_{33}(p)$ – передатна функція ланки МПЗЗ, що охоплює КЕ і ПГ. Для схеми рис. 3.3:

$$\theta(p) = \varphi_{\text{BX}}(p) - \varphi_{\text{BHX}}(p); \ \varphi_{\text{BHX}}(p) = W_3(p)\Sigma(p);$$

$$\Sigma(p) = W_1(p)W_2(p)\theta(p) + W_{33}(p)\varphi_{\text{byy}}(p).$$
(3.2)

Виключивши з системи рівнянь (3.2) проміжні змінні $\Sigma(p)$ та $\phi_{\text{вих}}(p)$, отримаємо:

$$[1 - W_3(p)W_{33}(p) + W_1(p)W_2(p)W_3(p)]\Theta(p) = [1 - W_3(p)W_{33}(p)]\varphi_{BX}(p).$$
(3.3)



Рисунок 3.3 – Структурна схема системи ФАПЧ з МПЗЗ

Вираз (3.3) являє собою рівняння замкненої системи ФАПЧ відносно помилки $\theta(p)$, звідки можна визначити передатну функцію системи за помилкою:

$$W_{\theta}(p) = \frac{1 - W_3(p)W_{33}(p)}{1 - W_3(p)W_{33}(p) + W_1(p)W_2(p)W_3(p)}.$$
(3.4)

Подавши кожну передатну функцію у вигляді дробу:

$$W_1(p) = \frac{D_i(p)}{F_i(p)}$$

та підставивши ці вирази у (3.4), отримаємо характеристичне рівняння для системи ФАПЧ з МПЗЗ:

$$F_{1}(p)F_{2}(p)F_{3}(p)F_{33}(p) - F_{1}(p)F_{2}(p)D_{3}(p)D_{33}(p) + F_{33}(p)D_{1}(p)D_{2}(p)D_{3}(p) = 0.$$
(3.5)

Для вихідної системи ФАПЧ, виходячи з (3.1), характеристичне рівняння має вигляд:

$$F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_{33}(p) + D_1(p)D_2(p) + D_3(p) = 0.$$
(3.6)

Аналіз виразів (3.5) та (3.6) показує, що введення МПЗЗ підвищує ступінь характеристичного рівняння, і змінює його корені, а значить, введення МПЗЗ впливає на стійкість системи ФАПЧ. Цей вплив зумовлюється складовою $\{-W_3(p)W_{33}(p)\}$ у знаменнику виразу (3.4). Для компенсації даного впливу введемо до структурної схеми коригуючи ланку $W_k(p)$, як це зображено на рис. 3.4. Рівняння елементів системи для цього випадку:

$$\theta(p) = \varphi_{\text{BX}}(p) - \varphi_{\text{BHX}}(p); \ \varphi_{asx}(p) = W_3(p)\Sigma(p); \Sigma(p) = W_1(p)[W_2(p) + W_k(p)]\theta(p) + W_{33}(p)\varphi_{asx}(p).$$
(3.7)

Виключивши з системи рівнянь (3.7) проміжні змінні $\Sigma(p)$ і $\varphi_{\text{вих}}(p)$, отримаємо рівняння для системи рис. 3.4 відносно фазової помилки:

$$[1 - W_3(p)W_{33}(p) + W_1(p)W_2(p)W_3(p) + W_1(p)W_k(p)W_3(p)]\theta(p) = = [1 - W_3(p)W_{33}(p)]\varphi_{BX}(p).$$
(3.8)

З рівняння (3.8) визначимо передатну функцію за помилкою для даної системи:

$$W_{\theta}(p) = \frac{1 - W_{3}(p)W_{33}(p)}{1 - W_{3}(p)W_{33}(p) + W_{1}(p)W_{2}(p)W_{3}(p) + W_{1}(p)W_{k}(p)W_{3}(p)}.$$
 (3.9)

Для того, щоб МПЗЗ не впливала на стійкість замкненого контуру системи, необхідне виконання умови:

$$W_3(p)W_{33}(p) = W_1(p) W_k(p) W_3(p)$$

Звідки визначаємо передатну функцію коригуючої ланки:

$$W_{\rm k}(p) = \frac{W_{33}(p)}{W_{1}(p)}.$$
(3.10)

3 урахуванням (1.10) передатна функція (1.9) набуває вигляду:

$$W_{\theta}(p) = \frac{1 - W_3(p)W_{33}(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)}.$$
(3.11)

Підставляючи в (3.11) $W_i(p) = D_i(p)/F_i(p)$, отримаємо характеристичне рівняння системи ФАПЧ з МПЗЗ і коригуючою ланкою:

 $[F_1(p)F_2(p)F_3(p) + D_1(p) D_2(p)D_3(p)]F_{33}(p) = 0.$ (3.12) Порівнюючи (3.12) і (3.6), визначаємо:

$$[F_1(p)F_2(p)F_3(p) + D_1(p) D_2(p)D_3(p)]F_{33}(p) = F_3(p) F_{33}(p), \qquad (3.13)$$

де $F_3(p)$ – характеристичний поліном вихідної замкненої системи ФАПЧ (рис. 3.2). Отже, введення МПЗЗ і коригуючої ланки не змінює коренів характеристичного рівняння вихідної системи, а лише вносить додаткові корені, які визначаються рівнянням:

$$F_{33}(p) = 0.$$

В цьому сенсі системи з позитивним зворотним зв'язком еквівалентні комбінованим системам управління . Таким чином, якщо вихідна замкнена система ФАПЧ (рис. 3.2) стійка, і всі корені рівняння (3.13) лежать у лівій півплощині комплексної площини коренів, то система ФАПЧ з МПЗЗ і коригуючою ланкою (3.10) (рис. 3.4) також буде стійкою.



Рисунок 3.4 - Структурна схема системи ФАПЧ за відсутності збурюючих впливів

Структурна схема системи ФАПЧ (рис. 3.4) синтезована за відсутності збурюючих впливів. Однак при побудові високоякісних систем ФАПЧ

доводиться враховувати вплив на систему різного роду збурень, які викликають відхилення керованої величини $\varphi_{\text{вих}}(p)$ від необхідного значення $\varphi_{\text{вх}}(p)$. У зв'язку з цим слід розглядати питання стійкості замкненої системи ФАПЧ з МПЗЗ за наявності збурюючих впливів. При цьому можливі різні варіанти впливу збурень на замкнений контур системи ФАПЧ. Точка прикладання збурення може бути, як охоплена, також охоплена МПЗЗ.



Рисунок 3.5 - Система ФАПЧ з ланкою МПЗЗ і коригуючою ланкою

Нехай збурення l(p), прикладене до замкненого контуру у точці, що не охоплена МПЗЗ (рис. 3.5). За відсутності ланок $W_{33}(p)$ і $W_k(p)$ (рис. 3.5, *a*) рівняння руху системи відносно фазової помилки буде виглядати наступним чином:

$$[1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)]\Theta(p) = \varphi_{\text{BX}}(p) + W_2(p)W_3(p)W_L(p)l(p), \quad (3.14)$$

характеристичний поліном системи в цьому випадку:

 $1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)$

відповідає вихідній замкненій системі ФАПЧ (див. рис. 3.2). При введенні в систему ланки МПЗЗ і коригуючої ланки (рис. 3.5, б) рівняння елементів системи рис. 3.5 набувають вигляду:

$$\Theta(p) = \varphi_{\text{BX}}(p) - \varphi_{\text{BHX}}(p); \quad \varphi_{\text{BHX}}(p) = W_3(p)\Sigma p;$$

$$\Sigma(p) = [W_2(p) + W_k(p)]\Sigma_1(p) + W_{33}(p)\varphi_{\text{BHX}}(p);$$

$$\Sigma_1(p) = W_1(p)\Theta(p) - W_1(p)l(p).$$
(3.15)

Виключаючи з системи рівнянь (3.15) проміжні змінні $\varphi_{\text{вих}}(p)$, $\Sigma(p)$, $\Sigma_1(p)$, і вважаючи $W_k(p) = W_{33}(p)/W_1(p)$, отримуємо рівняння руху системи щодо фазової помилки:

$$[1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)]\Theta(p) = [1 - W_3(p)W_{33}(p)]\varphi_{BX}(p) + + [W_2(p) + W_{33}(p)/W_1(p)] W_3(p)W_l(p)l(p).$$
(3.16)

Виходячи з (3.16), передатна функція для помилки за заданим впливом:

$$W_{\Theta k}(p) = \frac{1 - W_3(p)W_{33}(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)},$$
(3.17)

а передатна функція для помилки за збуренням:

$$W_{\Theta l}(p) = \frac{[W_2(p) + W_k(p)]W_3(p)W_L(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)}.$$
(3.18)

Відсутність у знаменнику виразів (3.17) і (3.18) передатної функції ланки МПЗЗ $W_{33}(p)$ свідчить про те, що введення ланки МПЗЗ у сукупності з коригуючою ланкою не змінює коренів характеристичного рівняння замкненої системи ФАПЧ.



Рисунок 3.6 - Структурна схема замкненого контура з МПЗЗ

Тепер збурення l(p) прикладено до замкненого контуру в точці, що охоплена МПЗЗ. Вихідну структурну схему для цього випадку подано на рис. 3.6, *а*. Рівняння руху даної системи відносно помилки буде виглядати наступним чином:

$$[1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)]\Theta(p) = \varphi_{\text{BX}}(p) + W_L(p)l(p).$$
(3.19)

Характеристичний поліном системи, як і в попередньому випадку

$$1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p).$$

При введенні в систему ланки МПЗЗ і коригуючої ланки (рис. 3.6, *б*) рівняння елементів системи набувають вигляду:

$$\Theta(p) = \phi_{\rm BX}(p) - \phi_{\rm BLIX}(p); \ \phi_{\rm BLIX}(p) = W_3(p)\Sigma(p) - W_L(p)l(p); \\ \Sigma(p) = W_1(p)[W_2(p) + W_k(p)]\Theta(p) + W_{_{33}}(p)\phi_{\rm BIX}(p).$$
(3.20)

Виключаючи з системи рівнянь (3.20) проміжні змінні $\varphi_{\text{вих}}(p)$, $\Sigma(p)$, і вважаючи, як і раніше, $W_k(p) = W_{33}(p)/W_1(p)$, отримуємо рівняння динаміки системи відносно помилки:

$$[1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)]\Theta(p) = [1 - W_1(p)W_{33}(p)]\phi_{BX}(p) + W_l(p)l(p).$$
(3.21)

Виходячи з (3.21), передатна функція для помилки за заданим впливом:

$$W_{\Theta\phi}(p) = \frac{1 - W_3(p)W_{33}(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)},$$
(3.22)

а передатна функція для помилки за збуренням:

$$W_{\Theta l}(p) = \frac{W_l(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)}.$$
(3.23)

Як і в попередньому випадку, відсутність передатної функції МПЗЗ $W_{33}(p)$ у знаменнику виразів (3.22) і (3.23) свідчить про те, що і в даному випадку введення МПЗЗ спільно з коригуючою ланкою не здійснює впливу на стійкість системи.

Таким чином, незалежно від точки прикладання збурення до замкненого контуру системи ФАПЧ з МПЗЗ, введення коригуючої ланки з передатною функцією $W_k(p) = W_{33}(p)/W_l(p)$, що включається паралельно ланці з передатною функцією $W_2(p)$, усуває вплив МПЗЗ на стійкість системи. Ця властивість систем з позитивним зворотним зв'язком забезпечує їх фізичну реалізованість.

3.1.2. Підвищення порядку астатизму системи ФАПЧ за допомогою позитивного зворотного зв'язку

Питання підвищення точності роботи системи ФАПЧ у сталому режимі вкрай важливе при побудові систем передавання дискретної інформації високої якості, зокрема, така проблема стає актуальною при поліноміальних вхідних впливах, що виникають, наприклад, під час стеження за несучою у супутникових системах зв'язку. Авторами пропонується розглянути порівняно простий спосіб підвищення порядку астатизму замкненої системи за допомогою ланки МПЗЗ.

В якості вихідної розглядається структурна схема, наведена на рис. 3.2. При цьому передатні функції вихідної системи:

- передатна функція фазового детектора:

$$W_1(p) = \frac{D_1(p)}{F_1(p)} = k_1;$$

- передатна функція ФНЧ:

$$W_2(p) = \frac{D_2(p)}{F_2(p)} = \frac{T_1p+1}{T_2p+1};$$

- передатна функція КЕ і ПГ у сукупності:

$$W_3(p) = \frac{D_3(p)}{F_3(p)} = \frac{k_2}{p};$$

де k_1 і k_2 – коефіцієнти підсилення, а T_1 і T_2 постійні часу відповідних ланок.

З урахуванням цих виразів, передатна функція вихідної замкненої системи ФАПЧ відповідно до (3.1) запишеться наступним чином:

$$W_{3}(p) = \frac{k_{2}k_{2}(T_{1}p+1)}{T_{2}p^{2} + (1+k_{2}k_{2}T_{1})p + k_{1}k_{2}}.$$
(3.24)

Характеристичний поліном замкненої системи має вигляд:

$$F_3(p) = T_2 p^2 + (1 + k_2 k_2 T_1) p + k_1 k_2.$$
(3.25)

Передатна функція за помилкою вихідної замкненої системи ФАПЧ [92]:

$$W_{\Theta}(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{(T_2 p + 1)p}{T_2 p^2 + (1 + k_2 k_2 T_1)p + k_1 k_2} = \frac{\tilde{D}_{\Theta}(p)p^{\nu - 1}}{F_3(p)}, \quad (3.26)$$

де $\tilde{D}_{\Theta}(p) = (T_2 p + 1)$ – поліном, що не містить p в якості множника; v – порядок астатизму системи. Тому що v = 1, то вихідна система ФАПЧ є астатичною з астатизмом першого порядку.

Зображення фазової помилки вихідної системи:

$$\Theta(p) = W_{\Theta}(p)\phi_{\rm BX}(p)$$

або, уявивши, $W_{\Theta}(p)$ рядом Тейлора:

$$\Theta(p) = \left[C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2!} p^2 + \dots \right] \varphi_{\text{BX}}(p).$$
(3.27)

Переходячи до оригіналу, отримаємо формулу для сталої помилки у вигляді:

$$\Theta_{\rm cr}(t) = C_0 \varphi_{\rm BX}(t) + C1 \frac{d\varphi_{\rm BX}(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \cdot \frac{d^2 \varphi_{\rm BX}(t)}{dt^2} + \dots$$
(3.28)

У виразах (3.27) і (3.28) C_i – коефіцієнти помилок (i = 0, 1, 2,...).

Будемо розглядати вхідний поліноміальний вплив у вигляді:

$$\varphi_{\rm BX}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \tag{3.29}$$

Дана дія має порядок вищої похідної, що дорівнює двом:

$$\varphi'_{\text{BX}}(t) = a_1 + 2a_2t \text{ i } \varphi''_{\text{B3}}(t) = 2a.$$
 (3.30)

Виходячи з (3.29) і (3.30) для визначення сталої помилки Θ_{cr} у виразі (3.28) досить визначити три перші коефіцієнта помилок, які, згідно, рівні:

$$C_{0} = W_{\Theta}(p)|_{p=0} = 0;$$

$$C_{1} = \frac{dW_{\Theta}(p)}{dp}\Big|_{p=0} = \frac{1}{k_{1}k_{2}};$$

$$C_{2} = \frac{d^{2}W_{\Theta}(p)}{dp^{2}}\Big|_{p=0} = \frac{T_{2} - T_{1}}{k_{1}k_{2}} - \frac{1}{k_{1}^{2}k_{2}^{2}}$$

При цьому вираз (3.28) для сталої помилки набуває вигляду:

$$\Theta_{\text{ycr}}(t) = (a_1 + 2a_2t)C_1 + a_2C_2$$

Як видно, з плином часу помилка $\Theta_{ct}(t)$ буде зростати, значить при вхідній дії такого роду вихідна система ФАПЧ (рис. 3.2) непрацездатна.

Для підвищення порядку астатизму системи ФАПЧ без втрати стійкості введемо в замкнений контур системи ланку МПЗЗ з передатною функцією $W_{33}(p)$ разом з підключенням коригуючої ланки передатною функцією $W_k(p)$ (рис. 3.4). Синтезуємо параметри ланок $W_{33}(p)$ та $W_k(p)$, виходячи з умови підвищення порядку астатизму системи при вхідній дії (3.29).

На підставі виразу (3.29) для передатної функції системи ФАПЧ з МПЗЗ (рис. 3.4) та виразу (3.10) для $W_k(p)$, передатна функція за помилкою для даної системи:

$$W_{\Theta}(p) = \frac{D_{\Theta}(p)}{F_{\Theta}(p)},$$
(3.31)

де

$$D_{\Theta}(p) = [F_3(p)F_{33}(p) - D_3(p)D_{33}(p)]F_1(p)F_2(p),$$

$$F_{\Theta}(p) = [F_1(p)F_2(p)F_3(p) + D_1(p)D_2(p)D_3(p)]F_{33}(p).$$

Наявність різниці в чисельнику передатної функції (3.31) дозволяє шляхом відповідного підбору параметрів ланки МПЗЗ підвищити порядок астатизму системи.

Тому що вплив (3.29) має порядок вищої похідної, що дорівнює двом ($\xi = 2$), то для виконання умови $\Theta_{cr}(t) = 0$ система ФАПЧ повинна мати порядок астатизму $v \ge \xi + 1 = 3$. Передатна функція ланки МПЗЗ, що забезпечує підвищення порядку астатизму до v = 3, має вигляд:

$$W_{33}(p) = \frac{\tau_2 p^2}{d_2 p^2 + d_1 p + 1} = \frac{D_{33}(p)}{F_{33}(p)}.$$
(3.32)

Поліном чисельника у виразі (3.31) з урахуванням (3.32) дорівнює:

$$D_{\Theta}(p) = [F_3(p)F_{33}(p) - D_3(p)D_{33}(p)]F_1(p)F_2(p) =$$

= $[d_2p_2 + (d_1 - k_2\tau_2)p + (1 - k_2)]pF_1(p)F_2(p).$ (3.33)

Для того щоб у виразі (3.33) змінна *р* була загальним множником у ступені *v* = 3 необхідно виконати умови:

$$1 - k_2 \tau_1 = 0, \ d_1 - k_2 \tau_2 = 0, \ d_1 - k_2$$

звідки визначаються значення τ_1 і τ_2 :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 1/k_2, \\ \tau_2 &= d_1/k_2. \end{aligned}$$
 (3.34)

Коефіцієнти знаменника виразу (3.32) d_1 і d_2 визначаються з умови збереження стійкості системи. Як показано в главі 3.1, введення МПЗЗ підвищує порядок характеристичного полінома системи (див. вираз (3.12)) і вносить додаткові корені, які визначаються рівнянням $F_{33}(p) = 0$. Число таких коренів дорівнює ступеню полінома $F_{33}(p)$, а інтенсивність затухання відповідних їм компонент перехідної складової фазової помилки визначається дійсною частиною цих коренів. Для того щоб введення ланки МПЗЗ не погіршувало показників якості перехідних процесів у системі, необхідно обирати коефіцієнти полінома $F_{33}(p)$ такими, щоб дійсні частини коренів рівняння $F_{33}(p) = 0$ знаходилися на комплексній площині лівіше коренів характеристичного рівняння вихідної системи. Характеристичний поліном вихідної замкненої системи ФАПЧ визначається виразом (3.25). Відповідне характеристичне рівняння:

$$T_2 p^2 + (1 + k_1 k_2 T_1) p + k_1 k_2 = 0.$$
(3.35)

Визначимо параметри ланок вихідної системи наступними: $k_1 = k_2 = 1$; $T_1 = 0.01$; $T_2 = 0.15$, що наближає фільтр з передатної функції $W_2(p)$ до інтегруючої ланки ($T_1/T_2 \ll 1$). Виходячи з даних значень, отримаємо наступне рівняння з (3.35):

$$0,15p^2 + 1,01p + 1 = 0.$$

Корені цього рівняння $p_1 \approx -5,527$ і $p_2 \approx 1,207$ лежать на комплексній площині лівіше уявної осі (вихідна система ФАПЧ стійка).

У зв'язку з вищевикладеним оберемо коефіцієнти d_1 і d_2 такими, щоб корені рівняння $F_{33}(p) = 0$ за абсолютною величиною значно перевищували p_1 і p_2 . При $d_1 = 0,1$ і $d_2 = 0,0025$ отримуємо:

$$F_{33}(p) = d_2p^2 + d_1p = 0,0025p^2 + 0,1p + 1 = 0,0025(p + 20)^2.$$

Кореням даного рівняння $p_{331} = p_{332} = -20$ відповідають швидко загасаючі компоненти перехідної складової фазової помилки, які не призводять до погіршення перехідних процесів у системі ФАПЧ. З урахуванням зазначених значень d_1 і d_2 , визначеними відповідно до (3.34) τ_1 і τ_2 , а також $k_1 = k_2 = 1$, передатні функції ланки МПЗЗ і коригуючої ланки мають вигляд:

$$W_{33}(p) = W_k(p) = \frac{0.1p^2}{0.0025p^2 + 0.1p + 1}.$$
(3.36)

Ланку виду (3.36) можна, наприклад, отримати при послідовному з'єднанні частотного детектора з передатною функцією:

$$W_{\rm yg}(p) = \frac{k_{\rm yg}p}{u_{\rm yg}p+1}$$

і фільтра з передатною функцією:

$$W_{\Phi}(p) = \frac{T'_1 p + 1}{T'_2 p + 1}.$$

Характеристичне рівняння результуючої системи ФАПЧ з МПЗЗ (рис. 3.4) має вигляд:

$$a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1 + a_0 = 0,$$

де

$$a_{4} = T_{2}d_{2} = 3,75 \cdot 10^{-4};$$

$$a_{3} = T_{2}d_{1} + d_{2}(1 + k_{1}k_{2}T_{1}) = 1,7525 \cdot 10^{-2};$$

$$a_{2} = d_{1} + T_{2} + k_{1}k_{2}(d_{2} + T_{1}) = 1,11;$$

$$a_{1} = 1 + k_{1}k_{2}(d_{2} + T_{1});$$

$$a_{0} = k_{1}k_{2} = 1.$$

Для характеристичного рівняння четвертого ступеня умови стійкості за критерієм Гурвіца мають вигляд [92]:

 $a_i > 0 \ (i = 0, ..., 4); \ a_1 a_2 a_3 > a_4 a_1^2 + a_3^2 a_0.$ (3.37)

З урахуванням, вищенаведених значень a_0 , ..., a_4 умова (3.37) виконується, а, отже, синтезована вищезамкнена система ФАПЧ з МПЗЗ є стійкою.

Таким чином, розглянутий спосіб підвищення порядку астатизму системи синхронізації шляхом введення фізично реалізованої МПЗЗ дозволяє порівняно просто забезпечити необхідний порядок астатизму, не погіршивши при цьому якість перехідного процесу. За наявності коригуючої ланки стійкість системи не порушується.

3.1.3. Мінімізація інтегральної оцінки якості системи ФАПЧ

Поряд з випадковими флуктуаціями фази генератора в системі ФАПЧ існують перехідні процеси через відмінності між фазами і частотами

вхідного і вихідного сигналів. Перехідні процеси, для прикладу, виникають, коли сигнал приймається вперше, при перериваннях зв'язку, частоти. внаслідок доплерівських зсувів Практичний інтерес представляють швидкість загасання і величина фазової помилки в перехідному режимі. У показано, що істотного зменшення перехідної складової фазової помилки можна домогтися введенням зв'язку за задавальним впливом (фаз вхідного сигналу). При цьому синтез параметрів компенсаційного зв'язку здійснюється на основі методів компенсації повільно загасаючих компонент фазової помилки. Однак при цьому основною оцінкою перехідної складової помилки є час перехідного процесу. У той самий час інтегральні критерії якості дають оцінку швидкості загасання і величини перехідної складової помилки в сукупності. При цьому на практиці застосовують інтегральну квадратичну оцінку якості:

$$J_{\Pi} = \int_{0}^{\infty} [\Theta_{n}(t)]^{2} dt, \qquad (3.38)$$

яка не залежить від форми перехідного процесу. Тут $\Theta_n(t)$ – перехідна складова фазової помилки системи. Автором пропонується розглянути спосіб мінімізації інтегральної квадратичної оцінки якості (3.38) за допомогою ланки МПЗЗ, що вводиться до замкненої системи ФАПЧ.

Будемо припускати, що відношення сигнал/шум досить велике. Дане припущення дозволить розробити методику синтезу МПЗЗ з умови зменшення фазової помилки в перехідному режимі. В якості вихідної системи приймається система, структурна схема якої зображена на рис. 3.2. Визначимо інтегральну квадратичну оцінку (3.38) для даної системи. Оберемо передатні функції ланок незмінної частини системи наступними:

$$W_1(p) = k_1, k_1 = 1;$$

$$W_2(p) = \frac{T_1p + 1}{T_2p + 1}, T_1 = 0,01, T_2 = 0,5;$$

$$W_3(p) = \frac{k_2}{T_3p^2 + p}, T_3 = 0,02.$$

При цьому вираз для передатної функції за помилкою, виходячи з (3.26) і (3.1), запишеться наступним чином:

$$W_{\Theta}(p) = \frac{(C_2 p^2 + C_1 p + C_0)p}{d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0},$$
(3.39)

де

$$C_{2} = T_{2}T_{3}, C_{1} = T_{2} + T_{3}, C_{0} = 1;$$

$$d_{3} = C_{2}, d_{2} = C_{1}, d_{1} = 1 + k_{1}k_{2}T_{1}, d_{0} = k_{1}k_{2}.$$
(3.40)

193

З (3.39) випливає, що вихідна замкнена система ФАПЧ має астатизм першого порядку. При надходженні на вхід даної системи у моменти часу t = 0 стрибок фази $\varphi(t) = I(t)$ та нульових початкових умов зображення фазової помилки $\Theta_{n}(p)$ буде мати вигляд:

$$\Theta_{\mathrm{II}}(p) = \frac{W_{\Theta}(p)}{p} = \tilde{W}_{\Theta}(p)$$

Переходячи до частотних характеристик, при заміні $j\omega = p$:

$$\Theta_{\Pi}(p) = W_{\Theta}(j\omega).$$

З урахуванням останнього виразу та на підставі формули Рейлі інтегральна квадратична оцінка визначається:

$$J_{\Pi} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} \left| \tilde{W}_{\Theta}(j\omega) \right|^{2} d\omega.$$
(3.41)

Для системи третього порядку інтегральну квадратичну оцінку можна визначити наступним чином:

$$J_{\Pi} = \frac{C_2^2 d_0 d_1 + (C_1^2 - 2C_0 C_2) d_0 d_3 + C_0^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3 (d_1 d_2 - d_0 d_3)}.$$
(3.42)

З урахуванням наведених вище значень коефіцієнтів підсилення та сталих часу ланок вихідної системи:

$$J_{\Pi} = 0,7575$$

Визначимо тепер інтегральну квадратичну оцінку (3.38) системи ФАПЧ при введенні ланки МПЗЗ першого порядку та коригуючої ланки (рис. 3.4). За передатної функції ланки МПЗЗ $W_{33}(p)$ та коригуючої ланки $W_k(p) = W_{33}(p)/W_1(p)$ передатна функція даної системи за помилкою визначається виразом (3.11). Покладемо:

$$W_{33}(p) = \frac{\tau_1 p}{u_1 p + 1}.$$
(3.43)

За аналогією з (3.39) і з урахуванням (3.43):

$$W_{\Theta}(p) = \frac{(C_3 p^3 + C_2 p^2 + C_1 p + C_0) p}{d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0},$$
(3.44)

де

$$C_{3} = T_{2}T_{3}u_{1}, C_{2} = T_{3}u_{1} + T_{2}(T_{3} + u_{1}),$$

$$C_{1} = T_{3} + u_{1} + T_{2}(1 - \tau_{1}k_{2}), C_{0} = 1 - \tau_{1}k_{1}, d_{4} = C_{3}, d_{3} = C_{2},$$
(3.45)

$$d_2 = (1 + k_1 k_2 T_1) u_1 + T_2 + T_3, d_1 = 1 + \frac{k_1}{k_2} (T_1 + u_1), d_0 = k_1 k_2.$$

194

При надходженні на вхід даної системи ФАПЧ у момент часу t = 0 стрибка фази $\varphi(t) = I(t)$ і нульових початкових умов зображення фазової помилки для системи (рис. 3.4):

$$\tilde{W}_{\Theta}(p) = \frac{W_{\Theta}(p)}{p} = \frac{C_3 p^3 + C_2 p^2 + C_1 p + C_0}{d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0}.$$
(3.46)

Згідно, інтегральна квадратична оцінка для системи четвертого порядку:

$$J_{\Pi} = \frac{R_1}{R_2},$$
 (3.47)

де

$$R_{1} = C_{3}^{2}(d_{0}d_{1}d_{2} + d_{0}^{2}d_{3}) + (C_{2}^{2} - 2C_{1}C_{3})d_{0}d_{1}d_{4} + (C_{1}^{2} - 2C_{0}C_{2})d_{0}d_{3}d_{4} + C_{0}^{2}(d_{2}d_{3}d_{4} - d_{1}d_{4}^{2}),$$

$$R_{2} = 2d_{0}d_{4}(d_{1}d_{2}d_{3} - d_{0}d_{3}^{2} - d_{1}^{2}d_{4}).$$
(3.48)

Ввівши:

$$\delta_{1}^{'} = d_{0}d_{1}d_{2} - d_{0}^{2}d_{3}, \ \delta_{2}^{'} = d_{0}d_{1}d_{4}, \ \delta_{3}^{'} = d_{0}d_{3}d_{4},$$

$$\delta_{4}^{'} = d_{2}d_{3}d_{4} - d_{1}d_{4}^{2}, \ \delta_{i} = \frac{S_{i}^{'}}{R_{2}} \ (i = 1, ..., 4),$$
(3.49)

отримаємо:

$$J_{\Pi} = C_3^2 \delta_1 + C_2^2 \delta_2 - 2C_1 C_3 C_2 + C_1^3 \delta_3 - 2C_0 C_2 C_3 + C_0^2 \delta_4 \,.$$

Тому що у виразах для C_i (i = 0, ..., 3) відповідно до (3.45) входять параметри ланки МПЗЗ τ_1 і u_i , то величина інтегральної квадратичної оцінки якості (3.48) буде функцією від цих параметрів. Зафіксувавши деяке значення параметра знаменника передатної функції $W_{33}(p)u_i$ визначимо оптимальне значення параметра чисельника τ_1^{opt} , що забезпечує мінімум оцінки (3.48). Дане значення τ_1^{opt} визначимо з рівняння:

$$\frac{\partial J_{II}}{\partial \tau_1} = 0$$

де

$$\frac{\partial J_{II}}{\partial \tau_1} = C_3 \delta_2 T_2 - C_1 \delta_3 T_2 + C_2 \delta_3 - C_0 \delta_4 = 0.$$
(3.50)

Підставляючи в (3.50) C₀ і C₁ з (3.45), отримаємо:

$$\tau_1^{opt} = \frac{C_3 \delta_2 T_2 - C_1 \delta_3 T_2 + C_2 \delta_3 - C_0 \delta_4}{k_2 (\delta_3 T_2^2 + \delta_4)}.$$
(3.51)

Вибравши значення параметра знаменника передатної функції $W_{33}(p)u_i = 0,01$, визначимо: $d_4 = C_3 = 1.10^{-4}$; $d_3 = C_2 = 1,52.10^{-2}$; $d_2 = 5,301.10^{-1}$;

 $d_1 = 1,02; d_0 = 1$. Підставляючи ці значення у вираз для δ_1 і в (3.51), отримаємо:

$$\tau_1^{opt} = 0,9954C$$

При цьому інтегральна квадратична оцінка:

$$J_{\Pi}(\tau_1^{\text{opt}}) = 1,8743 \cdot 10^{-2},$$

тобто введення МПОС з передавальної функцією, (3.43) приводить до зменшення інтегральної квадратичної оцінки (3.38) в $J_{\Pi}/J_{\Pi}(\tau_1^{opt}) \approx 41$ разів.

З (3.51) випливає, що величина τ_1^{opt} залежить від значення параметра знаменника $W_{33}(p)u_i$. Розглянемо вплив u_1 на τ_1^{opt} . На рис. 3.7 наведено залежність $\tau_1^{opt} = f(u_1)$, що розрахована відповідно з виразом (3.51), з якої випливає, що параметр u_1 незначно впливає на величину τ_1^{opt} . Так, при збільшенні u_1 в 25 разів (від 1·10⁻³ до 25·10⁻³) значення τ_1^{opt} зменшилося лише в 1,02 рази (від 0,999 до 0,983), тобто впливом u_1 на τ_1^{opt} можна знехтувати.



Цікаво розглянути вплив відхилення параметра τ_1 від оптимального значення τ_1^{opt} на ефективність МПЗЗ. На рис. 3.8 наведено залежності

$$\frac{\partial J_{II}}{\partial \tau_1} = f(\tau_1),$$

де величина $J_{\Pi}(\tau_1)$ визначалася відповідно до виразу (3.48). Залежності наведено для трьох фіксованих значень параметра знаменника передатної функції $W_{33}(p)$:

$$u_1 = 0,005; 0,01; 0,1.$$

Дані залежності показують, що відхилення τ_1 від τ_1^{opt} у будь-який бік істотно знижує ефективність МПЗЗ. У зв'язку з цим доцільно виділити ефективний діапазон $\Delta \tau_1$ значень τ_1 , в якому ефективність МПЗЗ

 $J_{II}/J_{II}(\tau_1) > 1$, тобто введення МПЗЗ дозволяє покращити перехідний процес.

Розрахунки відповідно до (3.48) показують, що для даної системи ФАПЧ з МПЗЗ ширина ефективного діапазону $\Delta \tau_1$ залежить від значення u_1 і дорівнює $\Delta \tau = (0,05-1,95)$, а отже, за будь-яких значень τ_1 , що задовольняють умові

$$0,05 < \tau_1 < 1,95$$

введення МПЗЗ в систему ФАПЧ буде покращувати інтегральну квадратичну оцінку (3.38).



Вплив параметра u_1 на ефективність ланки МПЗЗ можна оцінити за допомогою графіка рис. 3.9, розрахованого відповідно до виразів (3.51) і (3.48) для різних значень u_1 . З графіка випливає, що збільшення u_1 призводить до зменшення відносини $\frac{\partial J_{II}}{\partial \tau_1} = f(\tau_1)$ і, отже, зменшує офективния МПЗЗ

ефективність МПЗЗ.

Таким чином, у даному розділі показано, що введення в замкнений контур системи ФАПЧ ланки МПЗЗ з передатною функцією (3.43) коригуючої ланки з передатною функцією (3.10) (рис. 3.4) дозволяє значно зменшити інтегральну квадратичну оцінку (3.38) якості перехідного процесу, не впливаючи на стійкість системи. При цьому найбільший виграш від введення МПЗЗ досягається за $\tau_1 = \tau_1^{opt}$ і $u_1 \rightarrow 0$.



Рисунок 3.9 – Вплив параметра и1 на ефективність ланки МПЗЗ

3.1.4. Особливості систем синхронізації для систем з багатопозиційними тимчасовими кодами

V попередній главі доведено доцільність застосування багатопозиційних часових сигналів для збільшення пропускної здатності каналу, проаналізовано методи виявлення помилок в сигнальних конструкціях на базі ТСК, визначено умови помилкового прийому. З аналізу випливає, що основним фактором, який дозволяє збільшити швидкість передавання при ТСК, є використання базового елементу менше найквістового. Проте таке зменшення тривалості одиничного елемента призводить до посилення вимог щодо систем синхронізації: частота надходження коригувальних сигналів з каналу визначається смугою пропускання ΔF , а частота імпульсів синхронізації повинна бути в S разів більшою. У зв'язку з цим доцільно провести аналіз систем синхронізації для систем, побудованих на базі ТСК.

Розробка методу підвищення швидкодії систем фазової синхронізації при стрибках фази в каналі

Оскільки система фазової синхронізації (СФС) являє собою замкнену систему керування, то до неї також застосовуються відомі методи підвищення швидкодії автоматичних систем. Мета управління в СФС полягає у знаходженні такого вектора u, який би доставляв екстремум деякого інтегрального функціоналу

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f(x_1, x_2, ..., x_n; u_1, u_2, ..., u_m; z_1, z_2, ..., z_k) dt_k = extremum, \quad (3.52)$$

де $\bar{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ – вектор стану; $\bar{u} = (u_1, u_2, ..., u_m)$ – вектор керованих впливів; $\bar{z} = (z_1, z_2, ..., z_k)$ – вектор збурень.

На складові вектори \overline{x} і \overline{u} «накладаються» обмеження типу

$$x_1 \le X_1; x_2 \le X_2; \dots x_n \le X_n; u_1 \le U_1; u_2 \le U_2; \dots u_m \le U_m.$$
(3.53)

Кожному рівнянню $\overline{u}(t)$, заданому на відрізку $t_0 \le t \le t_1$, і в області керування U, буде відповідати певне численне значення I. Значить на всіх можливих $\overline{u}(t)$ потрібно знайти таке, яке доставляло б I екстремальне значення (під екстремальним значенням розуміється як тах, так і тіп). Загальна задача, сформульована вище, розпадається на низку окремих завдань, що відповідають різним цілям керування (критеріям оптимальності).

Якщо у функціоналі $f(\bar{x}, \bar{u}, \bar{z}) \approx 1$, то маємо задачу про максимальну швидкодію

$$I = \int_{t_0}^{t_1} 1 dt = t_1 - t_0 = T_{\min}, \qquad (3.54)$$

де T_{\min} – мінімальна тривалість перехідного процесу. Таким чином, оптимальність *I* означає мінімум часу переходу координат об'єкта з положення \bar{x}_0 в положення \bar{x}_1 . На керування накладаються обмеження: воно повинно належати деякій замкненій області. Якщо $f(\bar{x}, \bar{u}, \bar{z}) = x^2$, то $I = \int_0^\infty x^2(t) dt = \min$, де x(t) – відхилення керованої про координати від

установленого значення.

Цей критерій можна застосувати для непрямого аналізу перехідних процесів у СФС. Фізичний сенс цього інтеграла полягає в тому, що він дає площу, обмежену кривою квадрата фазової помилки $x^2 = \Delta \varphi^2$. Однак цей критерій погано враховує коливальність перехідного процесу. Тому доцільно застосувати у СФС більш складний інтегральний критерій – узагальнений інтегральний критерій:

$$I = \int_{0}^{\infty} [x^{2}(t) + \tau_{1}^{2}x^{2}(t) + \tau_{2}^{2}x(t) + \dots + \tau_{n-1}^{2}(x^{(n-1)}(t)^{2}]dt = \min.$$
(3.55)

Перший член у підінтегральному виразі забороняє тривале існування відхилення x(t), а наступні члени — тривале існування більших похідних. Тому мінімуму цього інтеграла відповідають досить швидкі і плавні перехідні процеси.

Маючи диференціальне рівняння замкненої СФС і задаючи вагові коефіцієнти τ_1 , τ_2 , ..., $\tau_{\tau-1}$, можна обчислити значення інтеграла. Можна розв'язати і зворотну задачу, тобто вибрати параметри СФС таким чином, щоб інтеграл приймав мінімальне значення за заданих τ_1 , τ_2 , ..., $\tau_{\tau-1}$.

У роботі, присвяченій розробці і дослідженню комбінованих систем керування, синтезованих з умови зменшення перехідної складової помилки, показано шляхи усунення перехідної помилки системи відповідно до умови інваріантності, показано можливість зменшення цієї складової помилки методом придушення початкових значень повільно загасаючих її компонент і мінімізації квадратичних інтегральних оцінок за рахунок зв'язку за задавальним впливом. Проте, ефект зменшення перехідної помилки (зокрема, квадратичної інтегральної оцінки) за рахунок лінійного зв'язку, синтезованої зазначеними методами, залежить від ступеня обмежень на координати системи. За наявності обмежень позитивний ефект впливу зв'язку із задавальним впливом менший, ніж у лінійній системі. Зі збільшенням ступеня обмежень цей ефект зменшується, а за значних обмежень включення зв'язку із задавальним впливом не призводить до зменшення квадратичної інтегральної оцінки.

З фізичної точки зору це можна пояснити тим, що похідні від заданого впливу, отримані за допомогою зв'язку за цим впливом, зазвичай значні за величиною (амплітудою) і короткочасні за тривалістю, обмежуються елементами системи і не викликають бажаного ефекту форсування у перехідному режимі.

За наявності значних обмежень кращих результатів при розв'язанні завдань поліпшення перехідних процесів СФС, зокрема, збільшення швидкодії системи, можна досягти за допомогою оптимального за швидкодією управління. Оптимальність за швидкодією звичайно досягається за рахунок включення до замкненого контуру СФС керувального пристрою (КП), що складається з обчислювального пристрою (ОП і виконавчого реле (рис. 3.10, *a*). Одним із недоліків оптимальних за швидкодією СФС, побудованих на підставі принципу керування за відхиленням, є суперечність між умовами досягнення оптимальності за швидкодією і стійкістю, а також властиве всім замкненим системам суперечності між умовами підвищення точності у сталому динамічному режимі до стійкості. СФС, синтезована відповідно до умов оптимальності, може виявитися нестійкою.

У низці випадків для забезпечення стійкої роботи оптимальної за швидкодією СФС з пристроєм керування у замкненому контурі збільшують (вводять) зону нечутливості реле. Це призводить до відхилення від оптимальності і до збільшення динамічної та статичної помилок СФС. Для досягнення стійкості іноді застосовують два етапи керування: релейне за великих відхилень і безперервне – за малих. Цей спосіб досягнення стійкості також призводить до відхилення від оптимальності.

На відміну від традиційних оптимальних за швидкодією систем з принципом керування за відхиленням, нижче розглядаються оптимальні за швидкодією комбіновані СФС. Особливість цих систем полягає в тому, що

керувальний пристрій КП, що забезпечує оптимальність за швидкодією, винесено із замкненого контуру СФС до розімкненого зв'язку за задавальним впливом (за фазою вхідного сигналу $\phi_{\rm bx}(t)$). Тому що зв'язок за фазою вхідного сигналу не впливає на стійкість замкненого контуру СФС, то стає можливим синтезувати керувальний пристрій тільки відповідно до умови оптимальності за швидкодією, без урахування умов стійкості. Завдяки відсутності суперечності між умовами досягнення оптимальності за швидкодією і стійкістю, у комбінованих СФС з'являється можливість керування з меншими відхиленнями від оптимального, порівняно із замкненими СФС. Крім того, введення додаткових зв'язків за фазою вхідного сигналу, поряд з оптимізацією за швидкодією, дозволяє отримати високу динамічну точність комбінованої СФС.



Рисунок 3.10 - Структурна схема замкненого контуру СФС

Завдання синтезу оптимальної за швидкодією СФС зводиться до синтезу такого керувального пристрою КП (рис. 3.10, б), яке б забезпечувало переведення вектора стану фази керувального генератора КГ з початкової точки $\phi_{\text{вих}}(t) = \phi_{\text{вих0}}(t)$ у кінцеву $\phi_{\text{вих}}(t) = \phi_{\text{вихк}}(t)$ за мінімальний час.

Відповідно до принципу максимуму Понтрягіна, а також з теоремою Фельдбаума про n інтервали, форма керувального впливу, що забезпечує оптимальність за швидкодією системи, має ступінчастий характер (рис. 3.10, e). З рисунка видно, що керувальна дія складається з n інтервалів, взагалі кажучи, різних за тривалістю, причому на кожному інтервалі значення впливу q(t) = const.

Для технічної реалізації пристрою керування необхідно знати значення керувального впливу q(t), яке повинно вироблятися цим пристроєм, і моменти перемикання $t_1, t_2, ..., t_k$ цього впливу. Визначення значення сигналу q(t) зазвичай не викликає труднощів (частіше за все воно задане). Більш складним завданням є визначення моментів перемикання керувального впливу, що залежить від багатьох факторів: параметрів замкненого контуру СФС, що виступає у вигляді оптимізованого об'єкта, вектора станів КГ в початковій $\phi_{вих0}$ та кінцевій $\phi_{вихк}$ точках збурень і допустимого значення сигналу керування, що виробляється пристроєм керування ПК тощо.

При передачі дискретної інформації з використанням ТСК структура системи фазової синхронізації, як зазначалося, не відрізняється від структури СФС при передаванні інформації іншими кодами. Основна особливість при побудові СФС з ТСК полягає у тому, що тут менші гранично можливі стрибки фаз.

Так, з урахуванням характеристики ФД у звичайній системі допустимий стрибок фази $\Delta \phi \leq \pi/2 \cdot 1(t)$ або $\Delta \phi \leq 2\pi \cdot 1(t)$, то в системі з ТСК такий стрибок фази $\Delta \phi$ зменшується у 6 разів ($\Delta \phi_{\text{доп}} = 30^\circ$ і ($\Delta \phi_{\text{доп}} = 60^\circ$) порівняно зі стрибком фаз за початкової низької частоти.

Крім того, до вимірювача стрибка фази ВСФ (рис. 3.11, *a*) також ставляться більш жорсткі вимоги, тому що сам стрибок менший.

Підсилювач-перетворювач ПП може бути таким самим як і у звичайній СФС. Структурну схему СФС з ПП у розімкненому каналі керування можна подати у вигляді, зображеному на рис. 3.11, б.

Рівняння елементів СФС визначаються виразами

$$\Delta \varphi(t) = \varphi_{\text{BX}}(t) - \varphi_{\text{BHX}}(t); \ \varphi_{\text{BHX}}(t) = W_2(p) \cdot \Sigma(t),$$

$$\Sigma(t) = W_1(p) \Delta \varphi(t) + q(t); \ q(t) = \Phi[\varphi_{\text{BX}}(t)],$$
(3.56)

де $W_1(p)$ – оператор ФД і фільтра в сукупності; $W_2(p)$ – оператор ПП і КГ в сукупності; p = d/dt – нелінійна функція

$$W_{1}(p) = D_{1}(p)/F_{1}(p) = \frac{k_{1}}{\sum_{j=1}^{m} a_{j}p^{j}};$$
(3.57)

$$W_2(p) = D_2(p)/F_2(p) = \frac{k_2}{\sum_{j>0}^m a_j p^j}.$$

З рівнянь елементів СФС, виключаючи проміжні змінні, отримаємо рівняння руху СФС:

$$\left(\sum_{j=0}^{n} C_{j} p^{j} + k\right) \varphi_{\text{BHX}}(t) = k[\varphi_{\text{BX}}(t) + q(t)], \qquad (3.58)$$

де $k = k_1 k_2$.



Рисунок 3.11 - Структурні схеми різних вузлів СФС

За дійсних коренів характеристичного рівняння СФС

$$\sum_{j=0}^{n} C_j p^j + K = 0$$

сигнал керування, що виробляється пристроєм керування, відповідно до теореми про n інтервалів, повинен мати n інтервалів управління при n-1 перемиканні. При $|q(t)| = U_{\text{max}}$ значення сигналу u(t) на інтервалах сталості визначаються виразом

$$u(t) = \begin{cases} (-1)^{j+1} u_{\max} + N_0 sign\phi_{\text{BX}}(t) & \text{при } \phi_{\text{BX}}(t) > 0, \\ (-1)^j u_{\max} + N_0 sign\phi_{\text{BX}}(t) & \text{при } \phi_{\text{BX}}(t) < 0, \end{cases}$$
(3.59)

j = 1, 2, ..., n.

Тому що сигнал керування обмежений і не може перевищувати значення u_{\max} , то величину сигналу q(t) необхідно вибрати так, щоб зберігалась умова

$$|q(t) + \varphi_{\text{BX}}(t)| \le u_{\text{max}},\tag{3.60}$$

тобто значення сигналу керування має дорівнювати $q(t) = u_c$, де u_c – деяке середнє значення сигналу q(t), за якого будь-які варіації стрибка N_0 фази вхідного сигналу (у припустимих межах) не порушують виконання записаної умови на інтервалах збігу знаків q(t) і $\varphi_{\rm Bx}(t)$. На інтервалах сталості керування, коли знаки q(t) і $\varphi_{\rm Bx}(t)$ не збігаються, значення сигналу керування дорівнює

$$u(t) = q(t) - \varphi_{\text{BX}}(t) = q(t) - N_0.$$
(3.61)

Вважаючи, що $|q(t) + \varphi_{\text{вх}}(t)| \le u_m$ – рівняння руху можна подати у вигляді

$$\left(\sum_{j=0}^{n} C_{j} p^{j} + k\right) \varphi_{\text{BX}}(t) = k u_{m}, \qquad (3.62)$$

Розв'язання цього рівняння відоме і визначається виразом

$$\varphi_{\text{BHX}}(t) = A_0 + \sum_{j=0}^n A_j \exp(\lambda_j t),$$

де $\lambda_i - j$ -й корінь характеристичного рівняння СФС.

Для визначення моментів перемикання *t_j* скористаємося методом стикування розв'язувань диференціальних рівнянь зі знакозмінною правою частиною.

На кінці останнього інтервалу при $\phi_{\text{вих}}(t) = \phi_{\text{вих}}$, маємо першу систему рівнянь

$$x_j = \sum_{j=0}^n a_{ij} y_j , \qquad (3.63)$$

де

$$x_{1} = \varphi_{\text{BHX}} \pm kU_{m}, x_{\psi} = p^{\psi-1}\varphi_{\text{BHX}}, p = \frac{d}{dt}, y_{i} = A_{j}^{n} = \frac{\Delta j}{\Delta},$$
$$a_{ij} = \lambda_{i}^{t-1} \exp(\lambda_{i}t), \quad i = 1, 2, ..., n, \psi = 2, 3, ..., n,$$

 Δ – визначник матриці, складеної з коефіцієнтів системи рівнянь

$$B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$
(3.64)

 Δj – визначник матриці, що виходить із *В* заміною *j*-го стовпця на вільні члени.

З першої системи рівнянь, записаній вище, визначаємо постійні A_n^j . Потім, стикуючи розв'язання на межі останнього і передостаннього інтервалів, отримуємо другу систему рівнянь

$$x_j = x_i^* = \sum_{i=0}^n a_{ij}^* y_j^*, \qquad (3.65)$$

де

$$a_{ij}^* = a_{ij}, \ y_{ij}^* = A_j^{n-1} - A_j^n; \ j = 1, 2, ..., n, \ i = 1, 2, ..., n, x_1^* = 2kU_m, \ x_2^* = x_3^* = ... = x_n^* = 0x.$$

Обчислені з першої системи рівнянь значення A_n^j підставляємо до другої систему рівнянь і визначаємо значення A_j^{n-1} . Продовжуючи аналогічні стикування на наступних інтервалах, аж до першого інтервалу, виключаємо всі постійні інтегрування, поки не залишиться система з n трансцендентних рівнянь з n невідомими $t_1, t_2, ..., t_n$.

Знайдена третя система рівнянь у загальному вигляді визначається виразом

$$T = f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \varphi_{\text{BUX}}, \varphi_{\text{BUX}}, U_m).$$
(3.66)

Визначення моментів перемикання t_j з третьої системи рівнянь можливе тільки численними методами. Зокрема, при n = 2 і $\varphi_{\text{вих}}(t) = N_0 \cdot 1(t)$ третя система рівнянь має вигляд

$$\begin{bmatrix} 1 + \varphi_{sux}(t_2) / U_m \end{bmatrix} \exp(-\lambda_1 t_2) - 2 \exp(-\lambda_1 t_1) + 1 = 0, \\ \begin{bmatrix} 1 + \varphi_{sux}(t_2) / U_m \end{bmatrix} \exp(-\lambda_2 t_2) - 2 \exp(-\lambda_2 t_1) + 1 = 0. \end{bmatrix}$$
(3.67)

З розв'язання цієї системи рівнянь знаходимо моменти перемикання t_1 і t_2 . Пристрій керування в цьому випадку для одного перемикання (при двох інтервалах керування) має вигляд, показаний на рис. 3.11, δ .

Формувач імпульсу ΦI_1 в режимі очікування реагує на позитивний стрибок фази $\varphi_{\text{вх}}(t)$ і генерує імпульс позитивної полярності при $\tau(t)$.

Формувач ΦI_2 запускається заднім фронтом імпульсу першого формувача ΦI_1 , генерує імпульс тривалістю $t_2 - t_1$. У суматорі напруги ΦI_1 і ΦI_2 сумуються. У результаті отримаємо керувальну напругу q(t) необхідної форми. Формувачі імпульсів ΦI_3 і ΦI_4 працюють при негативному стрибку фази вхідного сигналу. В якості формувачів можуть використовуватися розроблені і широко відомі імпульсні елементи.

Таким чином, розрахунок оптимальної за швидкодією комбінованої СФС при ступінчастих змінах фази вхідного сигналу полягає у наступному:

1. Обираються параметри замкненого контуру управління СФС з умови забезпечення необхідного запасу стійкості і прийнятного значення відхилення фази КГ за повільно змінювальних фазою вхідного сигналу і завадою;

2. Визначається кількість перемикань сигналу керування q(t) (для системи *n*-го порядку число перемикань дорівнює n-1);

3. За заданої величини стрибка фази вхідного сигналу з урахуванням обмежень на сигнал керування визначається амплітуда A сигналу q(t);

4. Із системи трансцендентних рівнянь визначаються моменти перемикання керувального сигналу;

5. Визначаються тривалості імпульсів, що генеруються формувачами імпульсів.

Для СФС другого порядку, тобто n = 2

$$\tau_{\Phi I1} = \tau_{\Phi I3} = t_1; \ \tau_{\Phi I2} = \tau_{\Phi I4} = t_2 - t_1.$$

Причому, кількість формувачів імпульсів для одного знака стрибка фази вхідного сигналу $\phi_{\text{вх}}(t)$ дорівнює порядку системи.

6. Відповідно до обчислених параметрів імпульсів (*A*, τ) визначається тип ФІ і схема їхнього з'єднання.

Визначення моментів перемикання в системі з кратними коренями характеристичного рівняння, а також вибір типу та кількості формувачів імпульсів не відрізняється від випадку, коли характеристичне рівняння системи містить прості корені.

Якщо безпосереднє вимірювання задавального впливу неможливе, то для організації додаткового компенсаційного каналу з пристроєм керування для забезпечення оптимального за швидкодією перехідного процесу можна використати непряме його вимірювання за допомогою диференціального зв'язку («вилки»).

У цьому випадку при задоволенні умов еквівалентності оптимальна за швидкодією СФС з диференціальним зв'язком за динамічними властивостями еквівалентна комбінованій СФС. Умова еквівалентності порівняно проста і виконується за безінерційних елементів порівняння і вимірювальних елементів. За інерційних зазначених елементів умова еквівалентності виконується наближено. У цьому випадку, при виборі параметрів «вилки» необхідно враховувати умову стійкості. Можна показати, що значення параметрів можна обирати таким чином, щоб корені характеристичного рівняння СФС знаходилися досить далеко від уявної осі в лівій півплощині комплексної площини.

3.1.5. Розрахунок середнього часу до порушення синфазного стану

Як зазначалося, застосування ТСК кодів накладає більш жорсткі вимоги на якісні показники роботи систем тактової синхронізації (СТС). Це зумовлено двома причинами. По-перше, зменшується кількість синхроінформації за одиницю часу, тому що середня кількість переходів на заданому інтервалі у ТСК кодах порівняно з кодом БТК менша. Подруге, знижується відношення сигнал/завада через зменшення періоду можливої появи синхроінформації (збільшення числа елементарних інтервалів на один синхросигнал).

Вхідний сигнал СТС може бути описаний таким чином. Нехай на інтервалі $T_0 = m\tau_0$ (*m* – число елементарних посилок тривалістю τ_0), формується три значущих моменти (*i*, *j*, *k*). Вхідні імпульси можуть розташовуватися лише в зонах *i*, *j*, *k*, причому ширина елементарного інформаційного інтервалу б визначається, виходячи з обсягу алфавіту. Отже, синхроінформація може з'являтися лише в інтервалах в моменти t_{i0} , $t_{i1}, \ldots, t_{is}, t_{j0}, t_{j1}, \ldots, t_{js}, t_{k0}, t_{k1}, \ldots, t_{ks}$, де S_{Σ} – число інформаційних зон у будьякому інтервалі (*i*, *j*, *k*). При цьому $t_l - t_{l-1} = \delta$.

Для зменшення впливу шуму природно виключати аналіз синхроінформації в інтервалах, що не збігаються з моментами модуляції. Це легко здійснити, використовуючи інформацію циклової синхронізації. Тоді інтервали *i*, *j*, *k* начебто «стикуються» між собою, в результаті отримуємо звичайну СТС з наведеною моделлю керувального імпульсною послідовністю, спотвореної дрібненням.

Скориставшись рис. 3.12, визначимо математичні моделі цифрової СТС і зовнішніх впливів.



Рисунок 3.12 - Структурна схема пристрою синхронізації

До рівняння руху цифрової СТС входить фаза вхідного сигналу $\varphi_{\text{вx}}(m)$, яка, як зазначалося вище, є випадковою величиною, рівномірно розподіленою на інтервалах *i*, *j*, *k*.

Вхідний сигнал являє собою дискретний випадковий процес з двома станами $u_{\text{вх}}(t) = \pm 1$, апріорні ймовірності якого $(P_i(\pm 1) = P(U_{\text{вх}}(t) = \pm 1))$ задовольняють рівнянню

$$\frac{dP_1(1)}{dt} = \frac{dP_1(-1)}{dt} = -\mu P_1(1) + \mu P_1(-1), \qquad (3.68)$$

де μ – інтенсивність переходів між станами $u_{\text{вх}} = +1$ і $u_{\text{вх}} = -1$ за одиницю часу.

Дія дроблень в каналі викличе порушення симетрії вхідного сигналу, тобто інтенсивності переходів знизу і зверху не будуть однаковими. У результаті рівняння (3.68) набуде наступного вигляду

$$\frac{dP_1(1)}{dt} = \frac{dP_1(-1)}{dt} = -\mu P_1(1) = \nu P_1(-1).$$
(3.69)

Розглянемо конкретні системи і параметри дроблень. При швидкості передавання 200 Бод тривалість елементарної посилки v = 5 мс. Період регулювання (появи синхроімпульсів) у системах з ТСК кодами $T_p > \tau_0$.

Параметри дроблень, що діють на комутованих каналах МТС мають такі значення: математичне очікування тривалості дроблень $m_{\pi} = 4,66$ мс; дисперсія $\sigma_{\pi} = 5,08$ мс; математичне очікування проміжку між дробленням $m_n = 1990$ мс; дисперсія $\sigma_n = 3100$ мс.

Для інтервалу, порівнянного з m_n , отримаємо такі значення μ і v, приведені до тривалості одного циклу: $\mu = 2$; v = 1,75.

Оскільки СТС відстежуватиме математичне очікування фази вхідного сигналу, то для його визначення необхідно знайти апостеріорні ймовірності $W_1(1) = P(U_{\text{вх}}(t)) = \pm 1/U'_0$). Розглянемо величину $z_t = W_l(1) - W_l(-1)$, через яку внаслідок умови нормування $W_l(1) + W_l(-1) = 1$

апостеріорні ймовірності $W_l(1)$ та $W_l(-1)$ виражаються однозначним чином:

$$W_l(1) = \frac{1+z_l}{2}; W_l(-1) = \frac{1-z_l}{2}$$

Шукані ймовірності знаходяться з розв'язання диференціального рівняння стохастичного такого вигляду:

$${}^{*}_{z_{t}} = (v - \mu) - (v + \mu)z_{t} + \frac{(1 - z_{t})^{2}}{\sigma_{\xi}^{\Sigma}}\tilde{U}_{_{BX}}(t), \qquad (3.70)$$

де σ_{ξ}^{Σ} – дисперсія шуму на вході.

Розв'язання цього рівняння з урахуванням отриманих значень v і μ дає середнє прирощення частоти вхідного сигналу ($\Omega_{\rm H}$ у рівнянні (2.10)) на 0,25%, що складає близько 5,0 Гц. Оскільки смуга утримання повинна бути більшою цієї величини, то з формули $\Omega_{\rm y} = 2\pi/\kappa T_p$ знаходимо, що

коефіцієнт розподілу дільника керованого генератора повинен відповідати умові K < 40. Це обмеження зумовлює інструментальну похибку $\Delta \phi = 9^{\circ}$. Отже, середній час досягнення різницею фаз границі $\pm 2\pi$ зменшиться. Оцінимо це зменшення.

Відомо, що середній час досягнення межі визначається шляхом інтегрування щільності ймовірності розподілу координати ф, одержуваної з рівняння Фоккера-Планка:

$$T_{\rm cep} = \int_{t_0}^{\infty} \int_{\phi^-}^{\phi^+} W_1(\phi_1 t) dt d\phi_1 \,.$$
(3.71)

Це значення при величині різниці фаз у початковий момент часу $\phi_1 = \phi_n$ може бути знайдено рішенням диференціального рівняння

$$\frac{1}{2}K_{2}(\phi_{H})\frac{d^{2}T_{cep}}{d\phi_{n}^{2}}+K_{1}(\phi_{H})\frac{d^{2}T_{cep}}{d\phi_{n}^{2}}=0$$

де $K_1(\phi_n), K_2(\phi_n)$ – коефіцієнти зносу і дифузії відповідно.

Перейшовши до безрозмірного часу $\tau_{cep} = \Omega_y T_{cep}$ виходить наступне рівняння

$$\frac{1}{D_{\rm l}} \frac{d^2 \tau_{\rm cep}}{d \phi_n^2} + (\gamma_n^* - \sin \phi_{\rm H}) \frac{dt_{\rm cep}}{d \phi_n} + 1 = 0, \qquad (3.72)$$

де $\gamma_n^* = \gamma_n \sigma_{\xi} \sqrt{2 \frac{\pi}{2}}$.

Рішення цього рівняння при $\phi_n = 0$; $\phi_+ = 2\pi$, $\phi_- = 2\pi$ дає:

$$\tau_{\rm cep} = \frac{4\pi^2 D_1}{e^{\pi D_0} - e^{-\pi D_0}} |I_{tD_0}(D_1)|^2, \qquad (3.73)$$

де $D_0 = \frac{\gamma_n}{\Omega_y \tau_k}$, $D_1 = \frac{2}{\Omega \tau_k \sigma_\xi \sqrt{2\pi}}$, τ_k – час кореляції випадкового процесу.

При обчисленнях за формулою (3.73) для обчислення функції Бесселя можна скористатися асимптотичним наближенням

$$I_0(D_1) \approx \frac{e^{\pi D_1}}{\sqrt{2\pi D_1}},$$
 (3.74)

або представивши її у вигляді ряду з кінцевим числом членів.

Обчислення виконані за наведеними формулами при $\Omega_y = 7$ Гц ($K = 30, \Delta \phi = 12^{\circ}$); $\tau_{\kappa} = 0.5$ с; $\sigma_{\xi} = 3 \cdot 10^{-2}$, дають такі значення середнього часу до зриву синхронізму: $\tau_{cep} = 7909$ с, або $T_{cep} = 1129$ с.

Даний результат отримано без урахування дисперсії дроблень. Він дозволяє оцінити середнє значення часу роботи системи в синхронному режимі. Розгляд другого моменту може істотно зменшити цю величину, тому в конкретних розрахунках його урахування обов'язкове.

3.1.6. Аналіз схеми системи стартстопної синхронізації в системах з ТСК

Синхронізація у системах передачі даних, що використовують ТСК коди, полягає у підтримці необхідних фазових співвідношень між очікуваними часовими положеннями інформаційних переходів і фазою коливань підлаштовуваного генератора

$$F(\Delta \varphi) = \int_{0}^{T} \omega_{1}(t) dt - \int_{0}^{T} \omega_{nr}(t) dt = \min, \qquad (3.75)$$

де ω – кутова частота тимчасових переходів; ω_{nr} – кутова частота підлаштовуваного генератора.

При оцінці точності за критерієм СТС точність системи фазової синхронізації оцінюється за дисперсією фазової помилки

$$\sigma_{\Delta\varphi}^{2} = \int_{-\infty}^{\infty} |W_{\Delta\varphi}(j\omega)|^{2} G_{x}(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{T} |W_{\Delta\varphi_{2}}(j\omega)|^{2} G_{l}(\omega) d\omega, \qquad (3.76)$$

де $\sigma^2_{\Delta\varphi}$ – дисперсія фазової помилки; $W_{\Delta\varphi}(j\omega)$ – частотна передатна функція системи фазової синхронізації відносно фазової помилки; $W_{\Delta\varphi^2}(j\omega)$ – частотна характеристика системи синхронізації відносно завади L(t); $G_x(\omega)$ – енергетичний спектр інформаційної послідовності; $G_t(\omega)$ – енергетичний спектр.

Відомо, що неідеальність роботи пристрою синхронізації суттєво впливає на якісні показники системи передачі цифрової інформації. Так, наявність розбіжності за фазою всього на 5 % від тривалості інформаційного посилання τ_0 збільшує ймовірність помилкового приймання сигналів майже на половину порядку, що, у свою чергу, призводить до помітного зменшення швидкості передавання інформації.

При використанні сигналів ТСК, в яких інформація закладена в місцях знаходження значущих моментів модуляції (ЗММ), для знаходження помилок на виході каната користуються перевіркою тимчасових положень значущих моментів відтворення (ЗМВ). Цей спосіб визначає певні вимоги до системи тактової синхронізації.

Системи синхронізації в основному будуються за принципами безпосереднього впливу на частоту генератора, або використовують непряме керування його частотою. У системах передачі даних з MBK сигналами застосування системи синхронізації з безпосереднім впливом на частоту генератора недоцільно, тому що такі системи не забезпечують необхідної високої точності синхронізації. Цей факт пояснюється тим, що генератор, в якому здійснюється вплив на параметри контуру, має малу стабільність.

Через зазначені причини будемо будувати системи синхронізації без безпосереднього впливу на частоту генератора. Стабільність частоти

генератора в цьому випадку підвищується на один порядок. Такі пристрої використовують принцип фазового автопідстроювання частоти і являють собою замкнений контур системи автоматичного керування становищем синхроімпульсів щодо меж появи ЗМВ.



у заборонених зонах сигнальної конструкції ТСК

При передаванні ТСК сигналів можна передавати синхроінформацію у заборонених зонах сигнальної конструкції ТСК, (рис. 3.13). Цей факт призводить до деякого ускладнення передавача ТСК сигналів. Система тактової синхронізації в даному випадку будується за класичним способом зі зміною частоти шляхом виключення або додавання імпульсів. Параметри системи синхронізації розраховані нижче.

Структурна схема пристрою синхронізації наведена на рис. 3.12. Пристрій має:

- фазовий дискримінатор (ФД);

- задавальний генератор (ЗГ);

- керований подільник частоти (КПЧ);

– цифровий фільтр (ЦФ).

До входу системи синхронізації підмикається пристрій виділення тактової частоти (ПВТЧ).

ФД використовується в якості дискретного фазометра. Схема ФД визначається необхідним законом зміни коду. Найбільш просто реалізується ФД з релейною характеристикою (рис. 3.14).

Перевагою пилкоподібної характеристики, яку можуть мати ЦФД тільки другого типу, є максимальний розмір її лінійної ділянки. Схему ЦФД цього типу наведено на рис. 3.15. За допомогою рахункових імпульсів вимірюється часовий проміжок між імпульсами опорного сигналу і моментами надходження вхідних сигналів. Часовий проміжок формується за допомогою тригера, запуск якого здійснюється вхідними імпульсами, а скидання-опорними імпульсами (рис. 3.16).



Рисунок 3.14 - Схема ФД з релейною характеристикою



Рисунок 3.15 – Структурна схема ЦФД

Схема на рис. 3.16 має особливість. Під дією спотворень в одному періоді опорних коливань може виявитися більше одного імпульсу, а тригер буде реагувати тільки на перший в даному періоді імпульс. Це призводить до зміщення нуля характеристик ЦФД.

При використанні для побудови системи синхронізації мікропроцесорних комплектів ФД будується за схемою рис. 3.17. Тут код у лічильнику змінюється за пилкоподібним (ступінчасто-лінійним) законом.



Рисунок 3.16 – Особливості схеми ЦФД



Рисунок 3.17 – Структурна схема ФД з використанням мікропроцесорних комплектів

Лічильник на схемі (рис. 3.17) періодично скидається опорними імпульсами I_{оп}. Після чергового скидання число в лічильнику починає рівномірно збільшуватися. Це число зчитується за допомогою схем збігу «&» і в паралельному коді подається на вихід для подальшого оброблення. Зчитування відбувається при надходженні вхідних імпульсів (рис. 3.18). Незначно ускладнивши лічильник, закон зміни коду в ньому протягом періоду опорних коливань можна зробити трикутним. Можна забезпечити і більш складний закон зміни коду, проте схема ФД при цьому помітно ускладнюється. Закон зміни коду визначає вид характеристики такого ФД.



Рисунок 3.18 - Діаграми імпульсів у лічильнику

Цифровий фільтр (ЦФ) можна побудувати апаратно або програмно. Найбільш просто реалізується ЦФ у вигляді реверсивного лічильника (рис. 3.19).

Перевагою програмного способу реалізації ЦФ є можливість змінити його структуру і характеристики в процесі роботи системи синхронізації.



Рисунок 3.19 – Цифровий фільтр на базі реверсивного лічильника

Відомо, що завадостійкість системи синхронізації мало залежить від типу використовуваного усереднювального пристрою.

Через те що для перетворення коду КОІ-7 в ТСК використовують мікропроцесорний комплект К580, то доцільно реалізувати ЦФ програмно. В якості ПДЧ частоти можна використовувати схему, що складається з подільника частоти та пристрою додавання або вимкнення імпульсів (рис. 3.20). Така схема краща, коли цифровий фільтр виконаний у вигляді реверсивного лічильника.



Рисунок 3.20 - Структурна схема ПДЧ

При програмній реалізації елементів тактовою синхронізації в якості ПДЧ використовується програмований таймер КР580BI53. Функціональну схему таймера наведено на рис. 3.21, δ . Мікросхема КР580 ВІ53 використовується в даному випадку як програмований подільник частоти (режим 2). Вхідні і вихідні сигнали таймера показані на рис. 3.21, а при коефіцієнті розподілу n = 4 і n = 3.

В якості задавального генератора можна на вхід С подавати тактову частоту мікропроцесорної системи. Змінюючи програмним шляхом коефіцієнт розподілу *n*, можна керувати фазою тактових імпульсів, що знімаються з виходу КН.

Враховуючи викладене, найбільш перспективним є побудова системи тактової синхронізації ТСК сигналів з використанням ЦФД другого типу з програмною реалізацією цифрового фільтра, а в якості керованого подільника частоти застосовувати програмований таймер BI-53.



Рисунок 3.21 – Вхідні, вихідні сигнали і умовне позначення таймера КР580ВІ53
Аналіз якості роботи системи тактової синхронізації при дії дроблень в каналі зв'язку.

Вхідні імпульси в системі синхронізації систем передачі з ТСК кодами з постійним числом переходів розміщуються лише в зонах *i*, *j*, *k*.

Місця розміщення ЗМВ рівновірогідні. При числі переходів n = 3 тривалості цих інтервалів однакові і рівні (B = 100 Бод)

$$t_{ijk} = \frac{T_0 - 4\tau_0}{3} = \frac{100 - 40}{3} = 20 \text{ mc.}$$

Відповідно до рис. 3.4 визначаємо період зміни ЗМВ, припустивши, що тактові імпульси розміщуються в середині дозволених зон *i*, *j*, *k*

$$f_{\rm BX} = \frac{1}{t_n} = \frac{1}{30 \cdot 10^{-3}} = 33 \ \Gamma \mu$$

У каналі діють дроблення, тривалість яких розподіляється по логарифмічно-нормальним законом

$$P(l) = \frac{1}{l\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{(\ln l - m)^2}{2\sigma^2}\right],$$
 (3.77)

де

$$m = M\{\ln l\}, \sigma^2 = D\{\ln l\}.$$

Визначимо тривалість одиничного дроблення, здатного призвести до зриву синхронізму $t_{\text{од.}}$ Ця величина визначається за формулою:

$$t_{\text{og}} = \frac{1}{2q\Delta f} = \frac{1}{2\cdot 6\cdot 4, 16} = 20 \text{ mc},$$

а при відносній нестабільності кварцевого генератора 10^{-6} ($\Delta f = 0,4$)

$$t_{\text{og}} = \frac{1}{2q\Delta f} = \frac{1}{2 \cdot 6 \cdot 0.4} = 210 \text{ mc}$$

Вірогідність зриву синхронізму при дії одиничного дроблення визначається за формулою:

$$P_{\rm cep} = 1 - \frac{1}{l\sqrt{2\pi\sigma}l} \int_{-\infty}^{l_{\rm ca}} \exp\left[\frac{(\ln l - M)^2}{2\sigma^2}\right] dt \,.$$
(3.78)

Для комутованого каналу

l – середня тривалість дроблення (l = 9,33);

 σ – середньоквадратичне відхилення (σ = 0,24);

m – математичне сподівання (m = 2,22).

Якщо дроблення носять періодичний характер, то зрив синхронізму може настати при тривалості дроблення $t_{\rm дp} < t_{\rm og}$, оскільки фазова помилка

буде накопичуватися, якщо виниклі неузгодженості не повністю усунуться за рахунок корекції.

$$t_{\rm ap} = \frac{mT_n}{2N(2\Delta fmqT_n - 1)},\tag{3.79}$$

де *т* – коефіцієнт розподілу подільника;

 $T_{\rm m}$ – період регулювання;

N-кількість періодів, за які різниця фаз досягає допустимого значення

$$N = \frac{2\pi}{3,6} = 9;$$

$$t_{\rm ap} = \frac{mT_n}{2N(2\Delta fmqT_n - 1)} = \frac{100 \cdot 30 \cdot 10_{-3}}{18(2 \cdot 0,4 \cdot 100 \cdot 6 \cdot 30 \cdot 10^{-3} - 1)} \approx 0,012 \text{ c.}$$

Оцінимо вплив тривалості дроблення на ймовірність зриву синхронізму, яка визначається за формулою (3.27). У табл. 3.1, наведені значення імовірності зриву синхронізму від $t_{\rm дp}$, в табл. 3.2 – тривалостей дроблень, що призводять до зриву синхронізму від абсолютної нестабільності перебудованого генератора, а також залежність ймовірності перебування системи в синхронізмі від нестабільності генератора за умови дії дроблень.

На рис. 3.22, *a*; *б*; *в* наведено залежності P_{cep} від $t_{дp}$, від t_{dp} , від Δf , 1 – P_{cep} від Δf .

Аналіз графіків показує, що ймовірність зриву синхронізму зростає практично пропорційно тривалості дроблень. При $t_{\rm dp} = 0$ ймовірність $P_{\rm cep}$ теж дорівнює нулю. Крутизна, наприклад, при $t_{\rm dp} = 100$ мс дорівнює

$$\left. \frac{dP_{\rm cep}}{dt_{\rm Ap}} \right|_{t_{\rm Ap}=100 \text{ Mc}} \approx \frac{0.2}{50} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ c}^{-1}.$$

Залежність $t_{ap} = f(\Delta f)$, де Δf – абсолютна нестабільність генератора має нелінійний характер

$$t_{\rm dp} = K_0 / \Delta f,$$

де $K_0 = 1/(2q)$.

Графік такої функції – рівнобічна гіпербола з дійсною напіввіссю п

$$n=\sqrt{2\,|\,K_0\,|}\,,$$

де n – відстань від вершини до центру, центром на початку координат і з асимптотами-осями координат. Функція має полюс першого порядку в точці $\Delta f = 0$. Екстремумів немає. При $K_0 > 0$ (що в нашому випадку виконується) функція в інтервалі ($-\infty$, 0) і (0, $+\infty$) монотонно спадає.





Таблиця 3.1

<i>t</i> _{др} , мс	20	50	100	200
P _{cep}	0,12	0,24	0,49	0,99

Таблиця 3.2

Δƒ, Гц	0,4	0,8	1,2	1,6
<i>t</i> _{др} , мс	210	104	69	52

Таблиця 3.3

Δ <i>f</i> , Гц	0,4	0,8	1,2	1,6
$1 - P_{cep}$	0,999	0,49	0,24	0,12

Графік функції 1 – $P_{cep} = f(\Delta f)$ (рис. 3.22, в. табл. 3.3) має такий самий характер як функція рис. 3.22, б. Як випливає з графіка ймовірність нормальної роботи СФС з ТСК кодами (1 – P_{cep}) зростає зі збільшенням стабільності генератора (зменшенням нестабільності Δf). Так, наприклад, вже при $\Delta f = 0,4$ Гц ймовірність нормальної роботи (без зриву синхронізму) наближається до одиниці, тобто СФС при використанні ТСК-кодів функціонує відповідно до заданих вимог.

Глава 3.2. Оцінка якості каналу за результатами декодування коригуючих кодів та параметрами лінійного сигналу

3.2.1 Оцінка дисперсії та математичного очікування

У досліджуваному способі оцінки якості каналу показником якості вибрано ймовірність помилкового приймання одиничного елемента ($P_{\text{пом}}$), яка низкою авторів вважається найбільш об'єктивною оцінкою, що враховує як дію завад у каналі зв'язку, так і метод приймання. Останнє вигідно вирізняє дану оцінку від інших оцінок, наприклад, від оцінки каналу по відношенню потужності сигналу до потужності завади.

Для системи зв'язку, що має приймач зі "стиранням" та декодер, який працює у режимі віднайдення помилок, окрім "стирань", що отримані в результаті аналізу лінійного сигналу, і результатів декодування, як правило, нічого невідомо. Оцінка якості каналу за результатами аналізу лінійного сигналу вимагає знання регресійної залежності або стохастичного зв'язку між "стираннями" та помилками у прийманому сигналі, а відносно кодової комбінації – між кратністю помилок (t) та кратністю "стирань" (l). Для невідомого сумісного розподілу "стирань" та помилок поставлена задача не може бути розв'язана. Проте, якщо додатково до відомостей про результати контролю параметрів лінійного сигналу використовувати результати декодування, то з'являється можливість оцінити стохастичний зв'язок між "стираннями" і помилками і далі, враховуючи зв'язок, розробити алгоритм оцінки якості каналу зв'язку. Слід зазначити, що працездатність такого алгоритму не залежить від вигляду сумісного закону розподілу випадкових значень t і l.

Використовуючи поняття корисності, яке застосовується у теорії статистичних розв'язань, визначимо корисність відомостей про кратності помилки на тривалостях КК, що отримано в результаті прийняття рішення виразом

$$U(t,\hat{t}) = U(t) - W(t,\hat{t}), \qquad (3.80)$$

де U(t) – максимальна корисність відомостей про кратності помилки, яку можна витягнути знаючи її справжнє значення та ймовірність появи цього значення;

 $w(t, \hat{t})$ – середні втрати, що визначають зменшення корисності через помилкові розв'язання про величину кратності помилки.

Максимальну корисність подамо виразом, що визначає математичне очікування випадкової величини, функціонально пов'язаної з оцінюваним параметром виразом

$$U(t) = \sum_{i=0}^{n} f(t_i) \cdot P(t_i; n).$$

221

Вигляд функціональної залежності визначається функцією втрат. При квадратичній функції втрат вираз для визначення максимальної корисності буде мати вигляд:

$$U(t) = \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \cdot P(t_i; n) = M[t^2] = \bar{t}^2.$$
(3.81)

Якщо в якості оцінки параметра *t* брати математичне очікування за апостеріорним розподілом

$$\bar{t}_{j} = \sum_{i=0}^{n} t_{i} \cdot P(t_{i}/l), \qquad (3.82)$$

то втрати згідно з (3.3) дорівнюють

$$W(t,\bar{t}) = \sum_{j=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} (t_i - \bar{t}_j)^2 \cdot P(t_i, \hat{t}_j; n) = D(t_i; \bar{t}_j).$$
(3.83)

Враховуючи (3.81), подамо (3.82) у вигляді

$$U(t,\hat{t}) = M[t^2] - D(t_i;\bar{t}_j).$$
(3.84)

Вираз, що визначає безумовну дисперсію, запишемо таким чином:

$$D(t_{i};\bar{t}) = D(t_{i};\bar{t}_{j}) + D(\bar{t}_{j};\bar{t}).$$
(3.85)

Подамо квадрат математичного очікування випадкової величини t у вигляді

$$M^{2}[t] = M[t^{2}] - D(t_{i};\bar{t}).$$
(3.86)

3 (3.85) та (3.86) отримаємо

$$D(\bar{t}_{j};\bar{t}) + M^{2}[t] = M[t^{2}] - D(t_{i};\bar{t}_{j}).$$
(3.87)

Порівнюючи (3.84) та (3.87), знаходимо, що

$$U(t,\hat{t}) = D(\bar{t}_{i};\bar{t}) + M^{2}[t].$$
(3.88)

Проаналізуємо отриманий вираз. До правої частини рівняння (3.88) входить дисперсія умовного математичного очікування $D(\bar{t}_j;\bar{t})$. Величина дисперсії $D(\bar{t}_j;\bar{t})$ залежить від оптимальності розв'язувального правила та достатності статистики (достатності оцінки), а для одного й того самого розв'язувального правила тільки від достатності статистики. Визначимо область припустимих значень корисності для розв'язувального правила визначеного виразом (3.82). Якщо розв'язувальне правило побудоване на статистиці, що містить всі відомості про кратність помилки, то згідно з (3.82) $\bar{t}_i = t_i$ та як наслідок

$$U(t,\hat{t}) = M[t^2]$$

Для статистики, що містить мінімум відомостей про кратність помилки в КК, значення корисності дорівнює $M^2[t]$. При цьому, згідно з (3.82) $\bar{t}_j = \bar{t}$. Отже, для розв'язувального правила (3.82) величина корисності обмежена

$$M^{2}(t) \le U(t,\hat{t}) \le M[t^{2}]$$
 (3.89)

Слід зазначити, що виконання нерівності (3.89) спричиняє виконання таких нерівностей:

$$0 \le D(\bar{t}_i, \bar{t}) \le D(\bar{t}_i; \bar{t}), \tag{3.89a}$$

причому граничні значення $U(t,\hat{t})$ і $D(\bar{t}_j;\bar{t})$ знаходяться у таких відповідностях:

$$U(t, t) = \begin{cases} M^2[t] & \text{при } D(\bar{t}_j; \bar{t}) = 0; \\ \hline M[t^2] & \text{при } D(\bar{t}_j; \bar{t}) = D(t_i; \bar{t}). \end{cases}$$

Враховуючи суб'єктивний характер вибору функції (3.80), корисним є аналіз відношення величини $U(t,\hat{t})$ до $W(t,\hat{t})$. За величиною цього відношення та характеру зміни в залежності від значення втрат можна дати висновок про ступінь неузгоджених міркувань, що виникають між значенням корисності при заданому розв'язувальному правилі і достатності статистики або між значенням корисності при заданій статистиці і різних розв'язувальних правилах.

Зазначимо, що для узгоджених міркувань характерне зростання корисності з наближенням розв'язувального правила до оптимального або зростання корисності зі збільшенням відомостей про кратність помилки, що міститься в результатах аналізу лінійного сигналу. Відсутність неузгоджених міркувань при $U(t,\hat{t}) \succ W(t,\hat{t})$ буде являтися критерієм правильності вибору функції корисності. Запишемо відношення

$$U(t,\hat{t}) / W(t,\hat{t})$$

й визначимо умови, за яких воно буде більшим або меншим 1. Припустимо, що

$$\frac{U(t,\hat{t})}{\hat{W}(t,\hat{t})} > 1.$$
 (3.90)

Підставляючи (3.80) до (3.90), отримаємо

$$\frac{U(t^2)}{W(t,\hat{t})} \rangle 2. \tag{3.91}$$

Враховуючи, що $W(t,\hat{t}) = D(\bar{t}_j;\bar{t})$, а $U(t^2) = M^2[t] + D(t_i;\bar{t})$ з (3.91), отримуємо

$$D(t_j;\bar{t}) \rangle \frac{D(t_i;\bar{t}) - M^2[t]}{2}$$

Беручи до уваги граничні значення для $U(t,\hat{t})$ і $D(\bar{t}_j;\bar{t})$, визначені виразами (3.89) і (3.89а), можна записати, що якщо

$$D(t_i;\bar{t}) \ge D(\bar{t}_j;\bar{t}) > \frac{D(t_i;\bar{t}) - M^2[t]}{2},$$
 (3.92)

то

$$M[t^2] \ge U(t,\hat{t}) \ \rangle \ W(t,\hat{t}). \tag{3.93}$$

Аналогічно, якщо

$$\frac{U(t,\hat{t})}{W(t,\hat{t})} \le 1 \tag{3.94}$$

і якщо

$$0 \le D(\bar{t}_{j};\bar{t}) \le \frac{D(t_{i};\bar{t}) - M^{2}[t]}{2}, \qquad (3.95)$$

то

$$M^{2}[t] \langle U(t,\hat{t}) \leq W(t,\hat{t}).$$
 (3.96)

Тому що

$$\eta_j^2 = \frac{D(\bar{t}_j;\bar{t})}{D(t_i;\bar{t})},$$

то нерівність (3.92) записуємо у вигляді

$$1 \ge \eta_j^2 > \frac{1}{2} - \frac{M^2[t]}{2 \cdot D(t_i; \overline{t})}, \qquad (3.97)$$

а нерівність (3.95) має вигляд

$$\frac{1}{2} - \frac{M^2[t]}{2 \cdot D(t_i; \bar{t})} \ge \eta^2 \ge 0.$$
(3.98)

Якщо виконуються нерівності (3.92), (3.97), то отримані відомості про кратність помилки дозволяють отримати корисність, значення якої більше неотриманих відомостей про кратність помилок, а при виконанні умов (3.95), (3.98) втрачаємо відомості про кратність помилки більше, ніж отримуємо. Таке значення корисності характерне для стану, яке в літературі інтерпретується як стан "розорення". Зазначимо, що зі зростанням $M^2[t]$ область припустимих значень η_j^2 і $D(\bar{t}_j;\bar{t})$, визначувана виразами (3.95), (3.98), зменшується.

Таким чином, проведений аналіз дозволяє стверджувати, що вибрана функція корисності не суперечить логічним висновкам, які можна зробити відносно отриманих оцінок. Так, для оцінок, отриманих за оптимальних розв'язувальних правилом та достатній статистиці, отримуємо найбільше значення корисності, а для статистики, яка містить менше відомостей про кратність помилок, ніж у достатній статистиці за цим самим розв'язувальним правилом, значення корисності зменшується. При цьому, контролюючи різні параметри лінійного сигналу, які містять далеко не всі відомості про кратність помилки, тобто кореляційне відношення значно менше одиниці, отримуємо корисність, значення якої не менше значення втрат. Причому зі зростанням середньої кратності помилки у КК або середньої ймовірності помилкового приймання одиничного елемента зростає і область припустимих значень, за яких корисність більша втрат. Можливо, це є причиною неодноразово зазначеного у літературі факту, який полягає у зростанні ефективності непрямого методу з погіршенням якісного стану каналу зв'язку. Це припущення є ще одним підтвердженням відсутності неузгоджених міркувань між оцінками, яким надана перевага, та величиною корисності.

Припустимо, що для бінарного каналу довжина КК дорівнює одиничному елементу n = 1, тоді

$$u(t) = P_{\text{пом}}; \ M^2[t] = P_{\text{пом}}^2.$$

Підставляючи ці значення до (3.8) та розв'язуючи його відносно квадрата математичного очікування, отримаємо

$$P_{\text{пом}}^{2} = P_{\text{пом}} - \sum_{j=0}^{1} \sum_{i=0}^{1} (t_{i} - \bar{t}_{j})^{2} P(t_{i}; \hat{t}_{j}) - \sum_{j=0}^{1} (\bar{t}_{j} - \bar{t})^{2} P(t_{j}).$$
(3.99)

Якщо прийнятий одиничний елемент не «стерто», то, згідно (3.3),

$$\bar{t}_{i=0} = 1 \cdot P(\operatorname{nom}/\overline{c}) + 0[P(\operatorname{nom}/\overline{c})] = P(\operatorname{nom}/\overline{c}),$$

при «стиранні» одиничного елемента

$$\bar{t}_{j=1} = 1 \cdot P(\text{пом/c}) + 0[1 - P(\text{пом/c})] = P(\text{пом/c}),$$

а

$$\bar{t} = 1 \cdot P_{\text{пом}} + 0(1 - P_{\text{пом}}) = P_{\text{пом}}$$

де P(пом/c); P(пом/c) -умовні ймовірності виникнення помилки відповідно у «стертому» та «не стертому» одиничному елементі.

225

Для знайдених значень математичних очікувань та n-1 умовна дисперсія $D(t_i; \bar{t}_j)$ дорівнює

$$D(t_{i};\overline{t}_{j}) = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} (t_{i} - \overline{t}_{j})^{2} P(t_{i};t_{j}) = P_{\overline{c}} \{P(\operatorname{nom/c})[1 - P(\operatorname{nom/c})]^{2} + [1 - P(\operatorname{nom/c})] \cdot P^{2}(\operatorname{nom/c})\} + P_{c} \{P(\operatorname{nom/c})[1 - P(\operatorname{nom/c})]^{2} + [1 - P(\operatorname{nom/c})] \cdot P^{2}(\operatorname{nom/c})\} = \frac{P_{\operatorname{nc}}P_{\operatorname{xc}}}{P_{c}} + \frac{P_{\operatorname{nom}}P_{\operatorname{n'n}}}{1 - P_{c}},$$
(3.100)

а дисперсія умовного математичного очікування дорівнює

$$D(\bar{t}_{j};\bar{t}) = \sum_{j=0}^{1} (t_{j} - \bar{t})^{2} P(t_{j}) = P_{c} [P(\Pi OM/\bar{c}) - P_{\Pi OM}]^{2} + P_{c} [P(\Pi OM/c) - P_{\Pi OM}]^{2} = \frac{P_{\Pi OM}^{2}}{1 - P_{c}} + \frac{P_{c}^{2}}{P_{c}} - P_{\Pi OM}^{2}, \qquad (3.101)$$

де $P_{\rm nc} = P(c, {\rm пом}) -$ ймовірність правильного «стирання»; $P_{\rm xc} = P(c, {\rm пом}) -$ ймовірність помилкового «стирання»; $P_{\rm c} = 1 - P_{\overline{c}} -$ ймовірність «стирання»; $P_{\rm n'n} - 1 - P_{\rm пом} - P_{\rm nc};$

$$P_{\rm HIIOM} = P_{\rm IIOM} - P_{\rm IIC}.$$

Розв'язуючи квадратне рівняння (3.99) та враховуючи нерівність $P_{\rm пом} \! \leq \! 0,\! 5,$ отримаємо

$$P_{\text{пом}} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - D(t_i; \bar{t}_j) - D(t_j; \bar{t})} .$$
(3.102)

Враховуючи, що $P_{\text{пом}} \in$ величиною, що на порядок менша $P_{\text{пс}}$, а за деякими джерелами й на два порядки, а також, що усі складові виразу (3.100) та (3.101), крім $(P_{\text{пс}} \cdot P_{\text{пс}})/P_{\text{с}} - h_c$, є величинами другого порядку малості, запишемо приблизну рівність

$$P_{\text{пом}} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - (P_{\text{nc}}P_{\text{nc}}) / P_{\text{c}}}.$$
(3.103)

Проведемо аналіз відношення h_c при зміні P_c від 0 до 1, а також при зміні від 0 до нескінченності відношення потужності сигналу до потужності шуму (h_n^2). Дослідимо залежність $h_c = f(P_c)$. Зазначимо, що усі змінні, що входять до цього співвідношення, залежать від величини порогів аналізу параметра лінійного сигналу, які визначають зону припустимих значень контрольованого параметра. При відхиленні у бік збільшення або зменшення контрольованого параметра за межі припустимої зони виробляється сигнал «стирання». Поріг, що визначає нижню межу зони, позначимо через V_1 , а верхню границю, що функціонально пов'язану з V_1 , через V_2 . Вигляд функціональної залежності може бути будь-яким:

$$V_1 = f(V); V_2 = f(V_1); 0 \le V \le a,$$

але при цьому у крайніх точках існування повинні виконуватися такі рівності:

$$V_1 = 0, V_2 = \infty$$
, якщо $V = 0;$
 $V_1 = V_2$, якщо $V = a$, (3.104)

де а – номінальне значення контрольованого параметра.

Один з прикладів функціональної залежності, що задовольняє умовам (3.104), можна записати у вигляді

$$V_1 = V; V_2 = (2a - V)\frac{a}{V}.$$

Дослідження проведемо для цього окремого прикладу, однак це не відобразиться на загальності отриманих результатів. Запишемо вирази, що визначають ймовірності P_{nc} , P_{nc} , P_c при прийманні 0(1) у вигляді

$$P_{\mathrm{nc}} = \int_{-V_{1}}^{V_{2}} W(\eta) d\eta + \int_{-V_{1}}^{a} W(\eta) d\eta;$$

$$P_{\mathrm{nc}} = \int_{0}^{V_{1}} W(\eta) d\eta + \int_{V_{2}}^{\infty} W(\eta) d\eta;$$

$$P_{\mathrm{c}} = \int_{-\infty}^{V_{2}} W(\eta) d\eta + \int_{-V_{1}}^{V_{1}} W(\eta) d\eta + \int_{V_{2}}^{\infty} W(\eta) d\eta,$$

де $W(\eta)$ – густина розподілу ймовірності випадкового параметра η , що являє собою адитивну суміш сигналу *a* та завади є, тобто $\eta = a + \varepsilon$.

Для знаходження екстремумів, інтервалів збільшення та зменшення, точки розриву функції (3.103) візьмемо першу похідну

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{P_{\rm nc} P_{\rm xc}}{P_{\rm c}} \right) = \frac{\left[W(-V_1) + W(-V_2) \frac{2a_2}{V^2} \right] P_{\rm xc}^2}{P_c^2} + \frac{\left[W(V_1) + W(V_2) \frac{2a_2}{V^2} \right] P_{\rm nc}^2}{P_c^2}.$$
 (3.105)

Через те що густина розподілу $W(\eta)$ випадкового параметра η позитивно визначена величина, доходимо висновку, що при зміні P_c від 0 до 1 відношення ($P_{nc} \cdot P_{nc}$)/ P_c є монотонно зростаючою функцією, межею якої є

$$\lim_{V=a} \frac{P_{\rm nc} P_{\rm nc}}{P_{\rm c}} = P_{\rm nom} P_{\rm nn},$$

де $P_{\text{пп}} = 1 - P_{\text{пом}}$.

Припустимо, що V наближається до нуля. Використовуючи правило Лопіталя, запишемо

$$\lim_{V \to a} \frac{P_{\rm nc}P_{\rm nc}}{P_{\rm c}} = \frac{P_{\rm nc} + \left[\frac{W(V_1) + W(V_2)\frac{2a_2}{V^2}}{W(-V_1) + W(-V_2)\frac{2a_2}{V^2}}\right] \cdot P_{\rm nc}}{1 + \frac{W(V_1) + W(V_2)\frac{2a_2}{V^2}}{W(-V_1) + W(-V_2)\frac{2a_2}{V^2}}} = 0.$$
(3.106)

Отже, при зміні P_c від 0 до 1 h_c збільшується від $P_{\text{пом}}$ до $P_{\text{пп}}$.

Визначимо тепер область визначення h_c за можливих значень h_n^2 . Знайдемо граничні значення h_c . Припустимо, що h_n^2 прямує до нуля, а потужність сигналу – обмежена величина і не дорівнює нулю. Отже, потужність завади прямує до нескінченності, ймовірність «стирання» P_c – до одиниці, а P_{nc} та P_{nomc} наближається до 0,5 P_c . Враховуючи ці значення ймовірностей, межа функції дорівнює

$$\lim_{h_{\pi}^2 \to 0} \frac{P_{\pi c} P_{\pi omc}}{P_{c}} = \frac{1}{4}$$

Знайдемо межу функції h_c , якщо h_n^2 наближається до нескінченності. За обмеженої потужності сигналу відношення h_n^2 збільшується до нескінченності тільки за рахунок зменшення потужності завади до нуля, але при цьому $P_{\text{пом}}$ на виході приймача дискретної інформації наближається до нуля а, отже, $P_{\text{помс}}$ зменшується до нуля. Беручи до уваги останнє, знаходимо межу функції h_c , яка дорівнює

$$\lim_{h_{\rm n}^2 \to 0} \frac{P_{\rm nc} P_{\rm nomc}}{P_{\rm c}} = 0$$

Таким чином, оцінка $P_{\text{пом}}$, яка обчислена за допомогою (3.103), дорівнює $P_{\text{пом}}$ для граничних значень відношення потужності сигналу до потужності завади, а також для $P_{\text{c}} = 1$. Для проміжних значень h_{n}^2 та $P_{\text{c}} < 1$ оцінка $P_{\text{пом}}$ завжди менша дійсного значення оцінюваної величини. Про ступінь відхилення оцінки $P_{\text{пом}}$ від оцінюваної величини можна судити з величини відносної похибки

$$\delta = \frac{P_{\text{nom}} - \hat{P}_{\text{nom}}}{P_{\text{nom}}} = 1 - \frac{\sqrt{1 - 4(P_{\text{nc}}P_{\text{nom}}) / P_{\text{c}}}}{2P_{\text{nom}}}.$$



Рисунок 3.23 – Залежність $P_{\text{пом}}$, $f_{\text{пом}}$ від h_{π}^2

Слід зазначити, що при виконанні рівності $P_{\rm nc}P_{\rm xc}$ – р. – р.

$$\frac{P_{\Pi c} P_{xc}}{P_c} = P_{\Pi OM} P_{\Pi \Pi}$$

відносна похибка дорівнює нулю. На рис. 3.23 подана залежність $f_{\text{пом}}$ та $P_{\text{пом}}$ від h_{Π}^2 , з аналізу яких видно, що зміщення отриманої оцінки $P_{\text{пом}}$, обчисленої за апріорними значеннями $P_{\text{пс}}$ та $P_{\text{хс}}$, досить значне. Тому необхідні спеціальні заходи, які дозволяють зменшити зміщення. З іншого боку, для обчислення оцінки $P_{\text{пом}}$ за алгоритмом, що визначається виразом (3.103), необхідно знати оцінку ймовірностей правильних та хибних «стирань», які можуть бути визначені з деяким зміщенням $\Delta P_{\text{с}}$. Це зміщення оцінок правильних та хибних «стирань» впливає на величину зміщення обчисленої оцінки ймовірності помилки.

Визначимо значення зміщення. Припустимо, що нам відомий спосіб, за допомогою якого визначається оцінка $P_{\rm nc}$ та $P_{\rm xc}$. Запишемо математичне очікування оцінок у вигляді

$$M[P_{\rm nc}] = P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm c}; \qquad (3.107)$$

$$M[P_{\rm xc}] = P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm c}. \tag{3.108}$$

Враховуючи приблизну рівність

$$M[Z] \approx f(M_X, M_Y),$$

запишемо вираз для визначення математичного очікування $P_{\rm c} \cdot M[h_{\rm c}]$ у вигляді

$$P_{\rm nc} \cdot P_{\rm xc} + \Delta P_{\rm c} (P_{\rm xc} - P_{\rm nc}) - \Delta P_{\rm n}^2. \qquad (3.109)$$

Зміщення залежить від значення третьої складової, знака та значення другої складової. Знак другої складової визначається різницею ($P_{xc} - P_{nc}$). Показано, що для реального бінарного приймача завжди $P_{xc} > P_{nc}$. Отже, якщо $\Delta P_c < P_{xc} - P_{nc}$, то h_c має позитивне зміщення, тобто $M[\hat{P}_{nc}\hat{P}_{xc}] > P_{nc}P_{xc}$, при $\Delta P_c > P_{xc} - P_{nc}$ – негативне, тобто $M[\hat{P}_{nc}\hat{P}_{xc}] < P_{nc}P_{xc}$, а при $\Delta P_c = P_{xc} - P_n M[\hat{P}_{nc}\hat{P}_{xc}] = P_{nc}P_{xc}$.

Для визначення максимального зміщення візьмемо похідну за $\Delta P_{\rm c}$ та прирівняємо її до нуля

$$(P_{\rm xc} > P_{\rm nc}) - 2\Delta P_{\rm c} = 0.$$

У точці

$$\Delta P_{\rm c}^* = \frac{P_{\rm xc} P_{\rm fic}}{2} \tag{3.110}$$

вираз (3.109) має екстремум. Величина і знак (3.110) залежать від різниці $P_{\rm xc}$ і $P_{\rm nc}$.

Враховуючи, що $P_{xc} > P_{nc}$, маємо $\Delta P_c^* \ge 0$. Значить, у точці ΔP_c^* функція (3.109) має максимум, величина якого дорівнює:

$$\frac{(P_{\rm xc} - P_{\rm nc})(P_{\rm xc} - P_{\rm nc})}{2} - \frac{(P_{\rm xc} - P_{\rm nc})^2}{2} = P_{\rm xc}P_{\rm nc} + \frac{(P_{\rm xc} - P_{\rm nc})^2}{2} = \frac{P_{\rm c}^4}{4}.$$
 (3.111)

Якщо максимальне позитивне зміщення добутку оцінок (3.107) та (3.108) таке, що

$$M\left[\frac{\hat{P}_{xc}\hat{P}_{nc}}{P_{c}}\right] \ge P_{\text{IIOM}},$$
(3.112)

то, в принципі, можливо побудувати пристрій, який дозволяє за рахунок зміни величини ймовірності «стирання» визначати незміщену оцінку $P_{\text{пом.}}$. Визначимо умови, за яких виконується нерівність (3.112). Підставимо (3.111) до (3.112), отримаємо

$$\frac{P_{\rm c}}{4} \ge P_{\rm IIOM} \cdot P_{\rm IIII} \, .$$

Тоді, якщо

$$P_{\rm c} \ge 4P_{\rm nom} \cdot P_{\rm nn},\tag{3.113}$$

то завжди максимальне значення h_c не менше $P_{\text{пом}} \cdot P_{\text{пп}}$.

Враховуючи область припустимих значень $P_{\text{пом}}$, $0 \le P_{\text{пом}} \le \frac{1}{2}$, дійдемо висновку, що за будь-якої ймовірності помилки вибором значення $P_{\text{с}}$ можна досягти виконання рівності

$$M\left[\frac{\hat{P}_{nc}\hat{P}_{xc}}{P_{c}}\right] = P_{nom} \cdot P_{nn}, \qquad (3.114)$$

за яким $M\left[P_{\text{пом}}^{\wedge} - P_{\text{пом}}\right] = 0$, а для $\Delta P_{\text{c}} = \Delta P_{\text{c}}^{*}$ буде виконуватися нерівність (3.112).

3.2.2. Оцінка ймовірностей правильних та помилкових рішень

Відомо, що у приймачі зі «стиранням» у процесі приймання інформації зі штучно уведеною для знаходження помилок надлишковістю відомі результати декодування та результати аналізу параметрів лінійного сигналу. Якщо «стирання», зафіксовані у спотворених кодових комбінаціях, що знайдені кодом, вважати правильними, а інші – хибними, то можна оцінити величини ймовірностей правильних та хибних «стирань». Математичні очікування таких оцінок запишемо у вигляді

$$M\left[\dot{P_{\rm nc}}\right] = P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm nc}; \qquad (3.115)$$

$$M[P_{\rm xc}] = P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm xc} + \Delta P_{\rm nc}, \qquad (3.116)$$

де $\Delta P_{\rm xc}$ – частка хибних «стирань», розміщених у спотворених кодових комбінаціях, не знайдених кодом;

де $\Delta P_{\rm nc}$ – частка правильних «стирань», розміщених у спотворених кодових комбінаціях, не знайдених кодом.

Нехай $\Delta P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm nc} = \Delta P_{\rm c}$. Тоді вирази (3.115) і (3.116) можна подати у вигляді

$$M\left[\stackrel{\circ}{P_{\rm nc}}\right] = P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm nc};$$
$$M\left[P_{\rm xc}\right] = P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm nc},$$

які аналогічні виразам (3.107) і (3.108), отриманим раніше. Визначимо умови, за яких виконується рівність (3.114). Подамо (3.114) у вигляді

$$\Delta P_c^2 - \Delta P_{\rm nc}(P_{\rm xc} - P_{\rm nc}) - P_{\rm nc}P_{\rm xc} + P_c P_{\rm nom}P_{\rm nn} = 0.$$
(3.117)

Розв'яжемо рівняння (3.117) відносно ΔP_{c} , отримаємо два корені ΔP_{c1} і ΔP_{c2} :

$$\Delta P_{\rm c1} = \frac{P_{\rm xc} - P_{\rm nc}}{2} - \frac{\sqrt{P_c^2 - 4P_{\rm nom} \cdot P_{\rm nm}}}{2}; \qquad (3.118)$$

$$\Delta P_{\rm c2} = \frac{P_{\rm xc} - P_{\rm nc}}{2} + \frac{\sqrt{P_c^2 - 4P_{\rm nom} \cdot P_{\rm nm}}}{2}, \qquad (3.119)$$

значення яких на осі ΔP_c розміщене по обидва боки від ΔP_c^* . Найбільший інтерес становить перший корінь рівняння (3.117), значення якого при зміні $P_{\text{пом}}$ від 0 до 0,5 є зростаючою функцією від аргументу $P_{\text{пом}}$. Так як $\Delta P_{c1} < \Delta P_c^*$, то збільшення ΔP_{c1} призводить до збільшення відношення h_c . Це, в свою чергу, призводить до збільшення значення оцінки $P_{\text{пом}}$. Таким чином, зміна $P_{\text{пом}}$ та його оцінки будуть узгодженими, у той час як збільшення ΔP_{c2} призводить до зменшення ймовірності помилки, що суперечить фізичному сенсу. Як правило, ΔP_{c1} ірраціональне, тому шукаємо приблизне значення ΔP_{c1} . Подамо вираз (3.118) у вигляді

$$\frac{kP_{\text{пом}} \cdot P_{\text{пп}} - 2P_{\text{пс}}}{2} - \frac{P_{\text{пом}} \cdot P_{\text{пп}} \sqrt{k^2 - 4k}}{2} = \frac{P_{\text{пом}} \cdot P_{\text{пп}}}{2} [k - \sqrt{k^2 - 4k} - P_{\text{пс}}]$$

де $P_c = k P_{\text{пом}} P_{\text{пп}}$, при цьому k змінюється від 4 до $1/(P_{\text{пом}} P_{\text{пп}})$, тобто $1/(P_{\text{пом}} P_{\text{пп}}) > k \ge 4$.

Числовим методом квадратний корінь можна обчислити з будь-якою точністю. На рис. 3.24 подано залежності ΔP_{c1} та ΔP_{c2} від P_c за різних значень $P_{\text{пом}}$. Із аналізу цих залежностей випливає, що значення ΔP_{c1} у всьому діапазоні зміни P_c не перевищує подвійного значення ймовірності помилкового приймання одиничного елемента. Визначимо нижню границю значення ΔP_{c1} . Для цього подамо рівності (3.118) у вигляді



Рисунок 3.24 – Залежність ΔP_{c1} та ΔP_{c2} при $P_{\text{пом}} = 10^{-2}$; 10^{-3} ; 10^{-5}

Якщо за значення радикалу взяти квадрат різниці виразу (3.119), то обчислені значення ΔP_{c1} будуть меншими фактичних значень. Підставимо це розв'язання в рівняння (3.118)

$$\Delta P_{\rm c1} = \frac{P_{\rm xc} - P_{\rm nc}}{2} - \frac{P_{\rm c} - 2P_{\rm nom}}{2} = P_{\rm nom} - P_{\rm nc} = P_{\rm nom}$$

Таким чином, практично для будь-якого значення $P_{\rm c}$ значення $\Delta P_{\rm c1}$ обмежені $2P_{\rm пом}$ і $P_{\rm нпом}$, тобто

$$2P_{\text{пом}} > \Delta P_{\text{c}} > P_{\text{пом}}$$

Більш точні границі можна віднайти, якщо розкласти у ряд вираз

$$\left(1 - \frac{4P_{\Pi OM}P_{\Pi \Pi}}{P_c}\right)^{1/2}.$$
 (3.121)

Враховуючи, що P_c обирається набагато більшим $4P_{\text{пом}}P_{\text{пп}}$, розкладемо (3.121) у ряд Маклорена. Покажемо, що остаточний член ряду рівномірно наближається до нуля. Подамо його у формі Лагранжа:

$$\frac{4(P_{\text{пом}}P_{\text{пп}})^{n+1}}{(n+1)!P_c^{n+1}} \left(1 - \theta \frac{4P_{\text{пом}}P_{\text{пп}}}{P_c}\right)^{\frac{2n-1}{2}}$$

Враховуючи нерівність

$$P_{\rm c} \ge 4 P_{\rm пом} P_{\rm пп},$$

доходимо наступної нерівності: $\frac{4P_{\text{пом}}P_{\text{пт}}}{P_{\text{c}}} \le 1$. Так як $\theta < 1$, то величина

$$\left(1-\theta\frac{4P_{\text{nom}}P_{\text{nm}}}{P_{\text{c}}}\right)^{\frac{2n-1}{2}}$$
обмежена, а $\frac{4(P_{\text{nom}}P_{\text{nm}})^{n+1}}{(n+1)!P_{\text{c}}^{n+1}} \to 0$ при $n \to \infty$. Значить

 $\lim_{n \to \infty} R_n = 0$. Отже, складений ряд є ступінчастим.

Узявши достатню кількість членів, ми можемо обчислити ΔP_{c1} з будьяким ступенем точності. Обмежимося двома першими членами розкладання

$$1 - \frac{2P_{\Pi OM}P_{\Pi \Pi}}{P_c}.$$
 (3.122)

Остаточний член дорівнює

$$R_{1} = \frac{2P_{\Pi oM}^{2}P_{\Pi \Pi}^{2}}{\left(1 - \theta 4P_{\Pi oM}P_{\Pi \Pi}\right)^{3/2}P_{c}^{2}}.$$
(3.123)

Беручи до уваги, що число θ знаходиться між 0 і 1, запишемо нерівність

$$\frac{2P_{\text{пом}}^2 P_{\text{пп}}^2}{P_{\text{c}}^2} < R_1 < \frac{2P_{\text{пом}}^2 P_{\text{пп}}^2}{\left(1 - \theta 4P_{\text{пом}} P_{\text{пп}}\right)^{3/2} P_{\text{c}}^2}.$$
(3.124)

Подамо підкореневий вираз рівняння (3.118) у вигляді

$$P_{\rm c} \, \frac{1 - \sqrt{4P_{\rm mom}P_{\rm min}}}{2}. \tag{3.125}$$

Підставляючи (3.123) разом з остаточним членом ряду у (3.125), а отриманий вираз у (3.118), будемо мати

$$\Delta P_{c1} = \frac{P_{xc} - P_{\pi c}}{2} - \frac{P_{c} - 2P_{\pi o M}P_{\pi c}}{2} + \frac{P_{c} - R_{1}}{2}.$$
 (3.126)

Враховуючи (3.124), запишемо шукану нерівність

$$P_{\text{пом}}P_{\text{пп}} - P_{\text{пc}} + \frac{P_{\text{пом}}^2 P_{\text{пп}}^2}{P_{\text{c}}(1 - \frac{4P_{\text{пом}}P_{\text{пп}}}{P_{\text{c}}})^{3/2}} > \Delta P_{\text{cl}} > P_{\text{пом}}P_{\text{пп}} - P_{\text{nc}} + \frac{P_{\text{пом}}^2 P_{\text{пп}}^2}{P_{\text{c}}}.$$
(3.127)

На рис. 3.25 подано верхню та нижню границі значень ΔP_{c1} , визначувані виразом (3.127). Із залежностей, поданих на рисунку, видно, що при $P_c > 4P_{nom}P_{nn}$ величина ΔP_{c1} значно менша P_{nom} і завжди більше P_{nom} . Таким чином, визначено верхню та нижню границі значень ΔP_{c1} . Звичайно, виникає питання про можливість отримання оцінок P_{nc} та P_{xc} з урахуванням впливу на їхню величину виявляючої здатності коду, що дозволяє отримати незміщену оцінку P_{nom} .

3.2.3. Вплив виявляючої здібності коригуючого коду на значення оцінок ймовірності правильних та хибних «стирань»

Для каналів, що задовольняють моделі, дається вираз математичного очікування «стирань» у кодовій комбінації з n одиничних елементів при t_i – кратній помилці

$$l_i = t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_i)$$

Усереднюючи *l_i*, отримаємо вираз для безумовного математичного очікування

$$M[l] = \bar{l} = \sum_{i=0}^{n} [t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_i)] P(t_i; n).$$
(3.128)

Запишемо *i*-у складову виразу (3.1) у вигляді

$$P_{\text{пом}} = \frac{t_i P(t_i; n)}{n}$$

Помноживши праву та ліву частини цієї рівності на ймовірність P_1 та підсумувавши за *i*, тоді отримаємо



Рисунок 3.25 – Залежність $\Delta P_{\rm cl}, \ \Delta P_{\rm c}^+, \ \Delta P_{\rm c}^-, \ \Delta P_{\rm c}^*$ від $P_{\rm c}$

Поділивши праву та ліву частини рівності (3.128) на *п*. Враховуючи (3.127), будемо мати

$$P_{\rm nc} = \frac{\bar{l}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} [t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_1)] P(t_i; n)}{n}.$$
(3.130)

Вираз (3.130) подамо у формі

$$P_{\rm nc} = \frac{\sum_{i=1}^{n} [t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_1)] [P(t_i, \gamma_0; n) + P(t_i, \gamma_1; n)]}{n}, \qquad (3.131)$$

де через γ_1 і γ_0 позначимо події, що полягають, відповідно, у знаходженні та незнаходженні кодом помилок у кодовій комбінації $P(\gamma_1; n) + P(\gamma_0; n) = 1$. Проведемо перетворення рівності (3.131)

$$P_{\rm nc} = \frac{P(\gamma_1; n) \sum_{i=1}^{n} [t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_1)] P(t_i / \gamma_1)}{n} + \frac{P(\gamma_0; n) \sum_{i=1}^{n} [t_i P_1 + (n - t_i) P_2(t_1)] P(t_i / \gamma_0)}{n} = \frac{[\bar{t}_1 P_1 + (n - \bar{t}_1) P_2(\gamma_1)] P(\gamma_1; n)}{n} + \frac{[\bar{t}_0 P_1 + (n - \bar{t}_0) P_2(\gamma_0)] P(\gamma_0; n)}{n}, \quad (3.132)$$

де

=

$$P_{2}(\gamma_{1}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_{i}) P_{2}(t_{i}) P(t_{i}/\gamma_{1})}{n-\bar{t}_{1}};$$

$$P_{2}(\gamma_{0}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_{i}) P_{2}(t_{i}) P(t_{i}/\gamma_{0})}{n-\bar{t}_{0}}.$$

У виразі (3.132) перший доданок визначає оцінку ймовірності правильних «стирань», а другий – оцінка ймовірності хибних «стирань».

Визначимо граничні значення оцінок правильних та хибних «стирань». Припустимо, що код знаходить усі помилки. Тоді оцінки $P_{\rm nc}$ і $P_{\rm xc}$ подамо у вигляді

$$\hat{P_{\text{nc}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} [t_i + (n - t_i)P_2(t_i)]P(t_i;n)}{n};$$

$$\hat{P_{\text{nc}}} = P_2(t = 0)P(t = 0; n).$$

Якщо при цьому $P_1 = P_2(t_i) = 1$, то отримаємо верхню границю оцінки P_{nc}

$$\sup \stackrel{\wedge}{P_{\rm nc}} = P(\geq 1; n),$$

а верхня границя для хибних «стирань» дорівнює $1 - P(\geq 1; n) = P(l - 0; n)$. Для коду, що має певну відшукуючи здатність і $P_c < 1$,

$$\hat{P}_{\rm nc} = P(\gamma_1; n);$$
$$\hat{P}_{\rm xc} = P(\gamma_0; n).$$

Таким чином, величини оцінок ймовірностей правильних та хибних «стирань» залежать від розподілу крайностей помилок на тривалості КК, виявляючої здатності коду та умовних ймовірностей «стирань» P_1 та $P_2(t_i)$. Величини останніх залежать від порога аналізу параметра лінійного сигналу або, що рівнозначно, від P_c .

Для знаходження виразу, що визначає зміщення оцінок ΔP_c , подамо перший дріб правої частини виразу (3.132) у вигляді

$$\hat{P}_{nc} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i P_i P(t_i; n)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i P_i P(t_i; n) P(\gamma_0 / t_i)}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{n} (n - t_i) P_2(t_i) P(t_i; n) P(\gamma_1 / t_i)}{n}, \qquad (3.133)$$

де перший доданок визначає ймовірність правильних «стирань», другий – визначає зменшення оцінки ймовірності правильних «стирань» за рахунок незнаходження кодом деяких спотворень у КК, а третій доданок визначає добавку за рахунок хибного «стирання» у спотворених КК, знайдених кодом,

$$\hat{P}_{\rm nc} = P_{\rm nc} - \Delta P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm xc}.$$

Цей вираз збігається з (3.115). Таким чином, за зроблених допущень, доведена справедливість рівності (3.115). Запишемо аналогічні вирази для оцінки ймовірності хибних «стирань». Для цього подамо другий дріб виразу (2.51) у вигляді

$$\hat{P}_{xc} = P_{c}(t=0)P(t=0;n) + \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{i}P_{i}P(\gamma_{0} / t_{i})P(t_{i};n)}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_{i})P_{2}(t_{i})P(t_{i};n)P(\gamma_{0} / t_{i})}{n}.$$
(3.134)

До правої частини (3.134) додамо та обчислимо

$$\sum_{i=1}^{n} (n - t_i) P_2(t_i) P(t_i; n)$$

тоді

$$P_{2}(t=0)P(t=0;n) + \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_{i})P_{2}(t_{i})P(t_{i};n)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_{i})P_{2}(t_{i})P(t_{i};n)}{n}.$$
(3.135)

Визначає ймовірність хибних «стирань», а

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(t_i) P(t_i;n)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(t_i) P(\gamma_0 / t_i) P(t_i;n)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(t_i) P(\gamma_0 / t_i) P(t_i;n)}{n}.$$
(3.136)

визначає зменшення оцінки ймовірності хибних «стирань».

3 урахуванням (3.135) і (3.136) запишемо (2.134) у вигляді

$$\hat{P}_{xc} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(t_i) P(t_i;n)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_1(\gamma_0 / t_i) P(t_i;n)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(\gamma_1 / t_i) P(t_i;n)}{n},$$
(3.137)

де другий та третій члени збігаються з аналогічними членами виразу (3.133), але взято зі зворотними знаками. Тому запишемо

$$\hat{P}_{\rm xc} - P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm xc}.$$

Цей вираз збігається з (3.116). Із рівняння (3.133) з (3.134) випливає, що зміщення оцінок ймовірностей правильних і хибних «стирань» залежить від $\Delta P_{\rm c} = \Delta P_{\rm xc} - \Delta P_{\rm nc}$:

$$\Delta P_{xc}^{\wedge} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (n-t_i) P_2(t_i) P(\gamma_1 / t_i) P(t_i; n)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i P_1 P(\gamma_0 / t_i) P(t_i; n)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \{(n-t_i) P_2(t_i) P(\gamma_1 / t_i) - t_i P_1 P(\gamma_0 / t_i)\} P(t_i; n)}{n}.$$
(3.138)

У результаті нескладних перетворень приведемо (3.138) до виду

$$\Delta P_{\rm c} = \frac{P(\gamma_1; n)(n - t_1)P_2(\gamma) - t_0P_1P(\gamma_0; n)}{n} =$$

$$=P_{2}(\gamma_{1})[P(\gamma_{1};n)-P_{\Pi OM}]-\frac{\bar{t}_{0}P(\gamma_{0};n)[P_{1}-P_{2}(\gamma_{1})]}{n}.$$
(3.139)

Вияснимо, як змінюється ΔP_c при зміні $0 \le P \le 1$ з врахуванням виявляючої здатності коду. Припустимо, що $P_c = 1$. Тоді $P_2(\gamma_1) = P_1 = 1$, а

$$\Delta P_{\rm c} = P(\gamma_{\rm I}; n) - P_{\rm nom} = P(\ge 1; n) - P_{\rm HIIOM}^{\rm K} - P_{\rm nom}.$$
(3.140)

Подамо *Р*_{пом} у вигляді

$$P_{\text{пом}} = \frac{\bar{t}_{\text{сп}} P(\geq 1; n)}{n},$$

де \bar{t}_{cn} – кратність помилки у спотворених КК.

Підставляючи цей вираз до (3.140), отримаємо

$$\Delta P_{\rm c} = P(\ge 1; n) - P_{\rm HIIOM}^{\rm K} - \frac{\bar{t}_{\rm cII} P(\ge 1; n)}{n}.$$
(3.141)

Визначимо, за яких значень $P_{\rm HHOM}^{\kappa}$ і $\bar{t}_{\rm cm}$

$$\Delta P_{\rm c} > P_{\rm IIOM}, \qquad (3.142)$$

якщо $P_{\rm c} = 1$.

Подамо нерівність (3.142) у вигляді

$$P(\geq 1; n)\left(\frac{n-\bar{t}_{\text{сп}}}{n}\right) - P_{\text{нпом}}^{\kappa} > P_{\text{пом}}.$$

Розв'язуючи її, отримаємо

$$P_{\text{HIIOM}}^{\kappa} < P(\geq 1; n) \left(\frac{n - 2\bar{t}_{\text{CII}}}{n} \right).$$
(3.143)

Отже, поки $\overline{t_{cn}} < \frac{n}{2}$, є такі значення $P_{\text{нпом}}^{\kappa}$, для яких максимальні значення $\Delta P_{c} > P_{\text{пом}}$. Припустимо, що $\overline{t_{cn}} = \frac{n}{2}$, а канал зв'язку задовольняє моделі. Тоді, враховуючи рівність $\overline{t_{cn}} = n^{\alpha}$, знаходимо із виразу (3.143) значення коефіцієнта групових помилок у дискретному каналі зв'язку α , за якого $P_{\text{нпом}}^{\kappa} = 0$

$$\alpha^* = 1 - \frac{\ln 2}{\ln n}$$

Отже, для усіх $\alpha < \alpha^*$ завжди є область значень $P_{\text{нпом}}^{\kappa}$, для яких $\Delta P_{\text{c}} > P_{\text{пом}}$. Слід зазначити, що зі зростанням *n* ця область збільшується. Так, вже при $n = 8 \alpha = 0,67$ й практично для будь-якого реального каналу (див. експериментальні дані вимірювань α для дискретного каналу зв'язку) виконується нерівність (3.143).

На рис. 3.26 для каналів, що задовольняють моделі суцільними лініями подано залежності $\Delta P_{\rm c}$ від $P_{\rm c}$ при $P_{\rm пом} = 10^{-3}$; n = 23 та



Рисунок 3.26 – Залежності ΔP_{c1} , ΔP_{c2} та ΔP_{c} , що враховують виявляючу здатність коду (суцільні лінії). Залежність P_c для $\alpha = 0,4$ при $P_{HTOM}^{\kappa} = 0$ (пунктирна крива 2) і $P_{HTOM}^{\kappa} = 0,3P(\geq 1; n)$ (пунктирна лінія 2)

 $P_{\rm HIIOM}^{\kappa} = 0, 1P(\geq 1; n) P_2(\gamma_1) = P_c, P_c = 1$. Точки перетину кривих ΔP_c із залежностями ΔP_{c1} визначають значення ΔP_c^* , для яких оцінка $P_{\rm IIOM}$,

обчислена за оцінками правильних та хибних "стирань", не має зміщення. Причому величини цих значень залежать від ступеня групування помилок у каналі зв'язку. Зростання ступеня групування помилок призводить при $P_{\rm c}$ = const до зменшення $\Delta P_{\rm c}$, а щоб досягти рівності $\Delta P_{\rm c} = \Delta P_{\rm c1}$, необхідно збільшити величину $P_{\rm c}$.

Проведемо аналіз залежності ΔP_c від виявляючої здатності коду, тобто від величини $P(\gamma; n)$. Якщо код виявляє усі помилки, то

$$\Delta P_{\rm c} = [P(\geq 1; n) - P_{\rm IIOM}]P_2(\gamma_1).$$

Якщо *P*(*γ*₁; *n*) = 0, то

$$\Delta P_{\rm c} = \frac{\overline{t} P_{\rm l}}{n} = -P_{\rm nc}.$$

При цьому оцінка для Р_{пс} дорівнює

$$\hat{P}_{\rm nc} = P_{\rm nc} + \Delta P_{\rm c} = 0,$$

а

$$\dot{P_{\rm xc}} = P_{\rm xc} + \Delta P_{\rm c} = P_{\rm c}.$$

Визначимо умови, при виконанні яких оцінки $P_{\rm xc}$ та $P_{\rm nc}$ не зміщені. Прирівняємо праву частину рівності (3.139) до нуля і розв'язуємо його відносно $\frac{P_2(\gamma_1)}{P_1}$. Якщо

$$\frac{P_{2}(\gamma_{1})}{P_{1}} = \frac{\overline{t}_{0}P(\gamma_{0};n)}{(n-\overline{t}_{1})P(\gamma_{1};n)} = \frac{(\overline{t}_{cn}-t_{1})P(\geq 1;n) + \overline{t}_{1}P_{nom}^{\kappa}}{(n-\overline{t}_{1})[P(\geq 1;n) - P_{nom}^{\kappa}]},$$
(3.144)

το, $\Delta P_{\rm c} = 0$, a $P_{\rm nc} = P_{\rm nc}$ i $P_{\rm xc} = P_{\rm xc}$.

Тепер визначимо умови, аналогічно (3.144), при виконанні яких $\Delta P_{\rm c} = \Delta P_{\rm c1}$.

Подамо ΔP_{c1} у вигляді

$$\Delta P_{c1} = \Theta P_{nc}, \ 0 \le \Theta \le 1.$$

Справедливість такого подання ΔP_{c1} випливає з того, що зміщення ΔP_c , отримане з врахуванням виявляючої здатності коду, зростає зі збільшенням P_c та перетинає криву $\Delta P_{c1} = f(P_c)$ у точці ΔP_c^* , значення якої набагато менше $P_{\text{пом}}$ (див. рис. 3.26). Враховуючи, що $P_{\text{пс}}$ і $P_{\text{пом}}$ дуже близькі величини, можна записати нерівність

$$P_{\rm nc} > \Delta P_{\rm nc1} = \Delta P_{\rm c}^*$$

Якщо до лівої частини останньої нерівності підставити коефіцієнт θ, величина якого змінюється від 0 до 1, то можна підібрати таке θ, за якого виконується рівність

$$\Delta P_{c1} = \Theta * P_{\pi c} = \Delta \Delta P_{c}^{*}$$
.

Підставивши $\theta^* P_{nc}$ у (3.139) та розв'язуючи його відносно $\frac{P_2(\gamma_1)}{n}$,

отримаємо

$$\frac{P_{2}(\gamma_{1})}{P_{1}} = \frac{(\theta^{*}+1)\overline{t}_{cn}P(\geq 1;n) - \overline{t}_{1}P(\gamma_{1};n)}{(n-\overline{t}_{1})[P(\geq 1;n) - P_{nom}^{\kappa}]} = \frac{[(\theta+1)\overline{t}_{cn}-\overline{t}_{1}]P(\geq 1;n) + \overline{t}_{1}P_{nom}^{\kappa}}{(n-\overline{t}_{1})[P(\geq 1;n) - P_{nom}^{\kappa}]}.$$
(3.145)

Рівність (3.145) виконується тільки у тому випадку, якщо виконується умова

$$P_{\text{nom}}^{\kappa} \leq \frac{n - (\theta + 1)\overline{t}_{\text{cn}}}{n} P(\geq 1; n),$$

яка не накладає значних обмежень на виконання рівностей (3.145) і завжди виконується для кодів, що працюють реальними каналами зв'язку. Так, для n = 260 навіть при $\alpha = 0.8$ і $\theta = 1$

$$P_{\text{HOM}}^{\kappa} \leq 0,34P(\geq 1;n),$$

при $\alpha = 0,3, n = 260, \theta = 1$ вже має місце $P_{\text{пом}}^{\kappa} \le 0.98P(\ge 1; n).$

Для n = 32 та тих самих значень α і θ відповідно

$$P_{\text{HOM}}^{\kappa} \leq 0 \text{ i } P_{\text{HOM}}^{\kappa} \leq 0,82P(\geq 1;n).$$

Беремо до уваги, що для реальних каналів $\alpha < 0.8$, а $\theta^* < 1$, переконуємося у справедливості раніше висловлюваного твердження. Із аналізу виразів (3.144) і (3.145) слідує, що для виконання умови $\Delta P_c = 0$ або $\Delta P_c - \theta^* P_{\rm nc}$ при зниженні виявляючої здатності коду необхідно збільшувати величину ймовірності "стирання" P_c . Справедливість останнього висновку ілюструється на рис. 3.26, де подано залежності ΔP_c від P_c при $\alpha = 0.4$ та різних значеннях $P_{\rm nom}^{\kappa}$. При цьому припускалося, що канал містить пристрій оцінки якості каналу, що задовольняє моделям.

Таким чином, значення величини ΔP_c зростає від 0 до $P(\ge 1; n) P_{\text{пом}}^{\kappa} - P_{\text{пом}}$ при зміні P_c від 0 до 1, $P_{\text{пом}}^{\kappa} = \text{const}$, а при зміні $P_{\text{пом}}^{\kappa}$ від 0 до $P(\ge 1; n), P_c$ = const зменшується від $[P(\ge 1; n) - P_{\text{пом}}]P_2(\gamma_1)$ до P_c . Отже, у пристрої оцінки якості каналу, що використовує відомості про результати декодування та який працює реальним каналом зв'язку, регулюючи пороги аналізу параметрів лінійного сигналу, можна домогтися рівності

$$\Delta P_{\rm c} = \Delta P_{\rm c1},$$

при виконанні якої оцінка $P_{\text{пом}}$, обчислена з використанням оцінок $P_{\text{пс}}$ та $P_{\text{хс}}$, не має зміщення.

Із проведеного аналізу встановлено зв'язок між $P_{\text{пом}}^{\kappa}$, $P_{\text{с}}$ та $\Delta P_{\text{с}}$. Проте $P_{\text{пом}}^{\kappa}$ і $P(\geq 1; n)$ складаються з n доданків

$$P_{\text{nom}}^{\kappa} = \sum_{i=1}^{n} Z(t_i) P(t_i; n); \qquad (3.146)$$

$$P(\geq 1; n) = \sum_{i=1}^{n} P(t_i; n).$$
(3.147)

Вплив кожного доданка на величину ΔP_c неоднаковий. З'ясуємо цей вплив. Для цього, прирівнюючи рівність (3.138) до нуля та розв'язуючи його з урахуванням (3.146) і (3.147), знаходимо значення $Z^*(t_i)$, що визначає границю між позитивними та від'ємними доданками суми (3.138)

$$Z^{*}(t_{i}) = \frac{(n-t_{i})P_{2}(t_{i})}{t_{i}P_{1} + (n-t_{i})P_{2}(t_{i})} = \frac{1}{1 + \frac{\overline{t_{\text{cn}}}}{n-\overline{t_{\text{cn}}}} \cdot \frac{P_{1}}{P_{2}(t_{i})}}.$$
(3.148)



Рисунок 3.27 – Залежність граничного значення $Z^*(t_i)$ від t_i при n = 23

Відповідно до цієї границі розіб'ємо усі множини припустимих значень кратностей помилок на тривалість кодової комбінації на дві підмножини. До першої підмножини (Z_1) віднесемо ті кратності помилок, для яких виконується нерівність

$$Z(t_1) \leq Z^*(t_i),$$

тобто $t_1 \in Z_1$, якщо $Z(t_1) < Z^*(t_i)$. До цієї підмножини будуть входити позитивні складові виразу (3.138). До другої підмножини (Z_2) віднесемо ті кратності помилок, для яких $Z(t_1) > Z^*(t_i)$, тобто $t_1 \in Z_2$, якщо $Z(t_1) > Z^*(t_i)$. Друга підмножина буде підмножиною від'ємних станів суми (3.138). З урахуванням визначених підмножин запишемо (3.138) у вигляді

$$\Delta P_{c} = \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{i}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - Z(t_{i})t_{i}P_{1}(t_{i})\}P(t_{i};n)}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - t_{i}P_{1}(t_{i})Z(t_{i})\}P(t_{i};n)}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - t_{i}P_{1}(t_{i})Z(t_{i})}P(t_{i};n)}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - t_{i}P_{1}(t_{i})Z(t_{i})}P(t_{i})}}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - t_{i}P_{1}(t_{i})Z(t_{i})}}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})] - t_{i}P_{1}(t_{i})Z(t_{i})}}{n} + \frac{\sum_{t_{i} \in Z_{2}} \{P_{2}(t_{i})(n-t_{i})[1-Z(t_{i})]$$

У загальному випадку зміщення оцінок ймовірностей правильних і хибних "стирань" залежить від розподілу помилок у каналі зв'язку, що виявляють здатності використовуваного коду і величина $Z^*(t_i)$, яка є функцією відношення умовних ймовірностей $P_1/P_2(t_i)$. У свою чергу, відношення умовних ймовірностей залежить від величини порога аналізу лінійного сигналу. Як наслідок, для реального каналу з розподілом, що склався, і заданим кодом змінює величину зміщення ΔP_c можна тільки, змінюючи ймовірність "стирання".

На рис. 3.27 подано залежності $Z^*(t_i)$ від t_i для каналу зі стиранням, що задовольняє моделі, для яких

$$P_{2}(t_{i}) = \begin{cases} \frac{t_{i}}{n-t_{i}}P_{1} + \frac{n-2t_{i}}{n-t_{i}}P_{2}(t=0), t_{i} \leq \frac{n}{2}, \\ P_{1}, & t > \frac{n}{2}. \end{cases}$$
(3.149)

Слідуючи позначенням, уведеним у, подамо

$$V(t_i) = \frac{P_2(t_i)}{P_1}.$$
(3.150)

Підставимо (3.149) у (3.150), а отриманий результат – у (3.148), отримаємо

$$Z^{*}(t_{i}) = \begin{cases} \frac{t_{in}P_{1} + (n - 2t_{i})(n - t_{i})P_{2}(t = 0)}{2t_{in}nP_{1} + (n - 2t_{i})(n - t_{i})P_{2}(t = 0)}, t_{i} \leq \frac{n}{2}, \\ \frac{n - t_{i}}{n}, t > \frac{n}{2}. \end{cases}$$
(3.151)

Область, обмежена віссю абсцис, віссю ординат та залежністю (3.151), збільшується зі зростанням ймовірності "стирання". Збільшення підмножини Z_1 відбувається переважно за рахунок помилок малої кратності. Враховуючи, що помилки малої кратності складають основну

частку у сукупності спотворених КК, можна говорити, що величини оцінок правильних і хибних «стирань» змінюються у широких межах за рахунок регулювання величини порога аналізу лінійного сигналу. На підтвердження зазначеного, із (3.139), (3.133) і (3.134) випливає, що при зміні P_c від 0 до 1 величини оцінок правильних та хибних "стирань" збільшуються відповідно від о до $P(\gamma_1; n)$ та від 0 до $P(\gamma_0; n)$.

3.2.4. Управління порогами аналізу лінійного сигналу

Подамо (3.114) у вигляді

 $P(\gamma_1; n)P(c/\gamma_1)[1 - P(\gamma_1; n)]P(c/\gamma_0) = P_c P_{\text{пом}}(1 - P_{\text{пом}}).$ (3.152) Подамо ймовірність $P_{\text{пом}}$ у вигляді

$$P_{\text{nom}} = \frac{\overline{t}_{\text{cn}} P(\geq 1; n)}{n} = \frac{\overline{t}_{\text{cn}} P(\gamma_1; n) + \overline{t}_{\text{cn}} P_{\text{Hnom}}^{\kappa}}{n}.$$
 (3.153)

Iз (3.153) та (3.152) випливає

$$P(c/\gamma_0)P(c/\gamma_0) = P_c \frac{\overline{t}_{cn} P(\gamma_1; n)[n - \overline{t}_{cn} P(\gamma_1; n)]}{n^2 P(\gamma_1; n)[1 - P(\gamma_1; n)]} + \frac{\overline{t}_{cn} P_{\text{HIDM}}^{\kappa}[n - 2\overline{t}_{cn} P(\geq 1; n) + \overline{t}_{cn} P_{\text{HIDM}}^{\kappa}}{n^2 P(\gamma_1; n)[1 - P(\gamma_1; n)]}.$$
(3.154)

Порівняємо чисельники першого та другого доданків правої частини виразу (3.154). Другий доданок порівняно з першим є величиною більш високого порядку малості, тому що

$$P_{\text{HIDM}}^{\text{K}} << P(\gamma_1; n);$$

$$n - 2\overline{t}_{\text{crr}} P(\geq 1; n) + \overline{t}_{\text{crr}} P_{\text{HIDM}}^{\text{K}} < n - 2\overline{t}_{\text{crr}} P(\gamma_1; n).$$

У свою чергу, перший доданок можна подати у вигляді

$$\frac{\overline{t}_{\rm cn}}{n[1-P(\gamma_1;n)]} - \frac{\overline{t}_{\rm cn}^2 P(\gamma_1;n)}{n^2 [1-P(\gamma_1;n)]},$$
(3.155)

у якому

$$\frac{\bar{t}_{cn}^2 P(\gamma_1; n)}{n^2 [1 - P(\gamma_1; n)]} - \frac{\bar{t}_{cn}}{n [1 - P(\gamma_1; n)]}$$
(3.156)

Опускаючи другий доданок у виразі (3.154) та враховуючи нерівність (3.156), запишемо приблизну рівність

$$\frac{P(c / \gamma_1)P(c / \gamma_0)}{P_c} = \frac{\overline{t}_{cn}}{n[1 - P(\gamma_1; n)]}.$$
(3.157)

Припускаючи при цьому, що відносна похибка визначається виразом

$$\delta = \left| \frac{P_{\text{nom}}^{\kappa} [n - 2\overline{t}_{\text{cn}} P(\geq 1; n)] + \overline{t}_{\text{cn}} P_{\text{nom}}^{\kappa}] - \overline{t}_{\text{cn}} [P(\geq 1; n)] - P_{\text{nom}}^{\kappa}]}{P(\geq 1; n) [n - \overline{t}_{\text{cn}} (\geq 1; n)]} \right| =$$

$$= \frac{nP_{\text{пом}}^{\kappa} - \overline{t}_{\text{сп}} P^2(\geq 1; n)}{P(\geq 1; n) [n - \overline{t}_{\text{сп}}(\geq 1; n)]}.$$

Верхня границя б визначається нерівністю

$$\delta < \frac{P_{\text{пом}}^{\kappa}}{P(\geq 1, n)}$$

Таким чином, у алгоритмі, що визначається виразом (3.157), необхідно фіксувати "стирання" у виявлених кодом помилкових кодових комбінаціях та визнаних кодом як такі, що не містять помилок, оцінювати середню кратність помилок у помилкових кодових комбінаціях та ймовірність виявлення кодом помилкових кодових комбінацій.

Для каналів, що задовольняють моделі, умовна кратність помилки t_{cn} визначається виразом

$$\bar{t}_{c\pi} = n^{\alpha}$$
.

Структурну схему пристрою керування порогами аналізу лінійного сигналу подано на рис. 3.28. За допомогою блоків 1, 4, 7, 8, 11, 12 і 13 визначаються оцінки умовних частот «стирань» $K(c/\gamma)$, $K(c/\gamma_0)$, а також оцінка частості «стирань» K_c . У 15 блоці обчислюється для кожного інтервалу аналізу величина, що дорівнює лівій частині рівності (3.157). Блоки 5, 6, 9, 10 і 14 дозволяють отримати оцінку умовної кратності помилки. За допомогою блоків 22, 23, 24 і 25 визначається необхідне число КК, які створюють блок. Уведення цих блоків дозволяє суттєво зменшити похибку в оцінці α . У 17 блоці обчислюється величина, що дорівнює правій частині рівності (3.157). У 16 блоці порівнюються результати обчислень 15 та 17 блоків. Якщо результати обчислення блоку 15 більші результатів, визначених блоком 17, то блок 16 виробляє сигнал, під дією якого збільшується довільна зона контрольованого параметра лінійного сигналу, визначувана порогами аналізу. Наслідком такого підстроювання є зменшення частоти частості «стирання».

На рис. 3.28:

1 – лінія затримки; 2 – формувач блока з m і m–1 кодових комбінацій; 3 – давач інтервалу аналізу; 4 – комутатор; 5, 6, 22 – схема заборони; 7, 8 – лічильники «стирань»; 9 – лічильник помилкових кодових комбінацій; 10 – лічильник помилкових блоків, що складається з m кодових комбінацій; 11 – схема визначення умов частості «стирань»; 12 – схема визначення частоті «стирань»; 13 – схема визначення умовної частості «стирань»; 14 – визначник середньої умовної кратності помилки; 15 – визначник лівої частини рівності (3.155); 16 – розв'язувальний пристрій; 17 – визначник правої частини рівності (3.155); 18 – сигнал «стирання», що надходить з детектора якості сигналу; 19 – сигнал «помилка», що надходить з декодера; 20 – сигнал, що визначає початок наступної та кінець попередньої кодової комбінації; 21 – вихід сигналу управління; 23 – лічильник помилкових блоків, що складаються з m + 1 кодових комбінацій; 24 – блок визначення тангенса кута нахилу характеристики $P(\geq 1; mn) = f(m_n);$ 25 – блок визначення лінійності характеристики $P(\geq 1; mn) = f(m).$



Рисунок 3.28. Структурна схема пристрою керування порогами аналізу лінійного сигналу

3.2.5. Визначення втрат надійності оцінок за умовними ймовірностями

Для *m*-го каналу, у якого множина припустимих значень *Y* сприйманого сигналу розбито на *m*, які не перетинаються підмножин, і будь-яке розв'язання про приймання повідомлення супроводжується сигналом ненадійного прийому («стирання»), безумовна ймовірність «стирання» у загальному випадку може бути подана у вигляді

$$P_{i} = \sum_{i=1}^{m-1} P(x_{i}) P(y_{i} \mid x_{i}) (c \mid y_{i}; x_{i}) + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{m-1} P(x_{i}) P(y_{ki} \mid x_{i}) P(c \mid x_{i}; y_{k}) \Big|_{i+k},$$
(3.158)

де $P(x_i)$ – апріорна ймовірність передавання *i*-го повідомлення;

 $P(y_i/x_i)$ – ймовірність переходу *i*-го повідомлення до *k*-го;

 $P(c/y_i; x_i), P(c/y_i; x_k) - ймовірність «стирання» відповідно при правильному розв'язанні та помилковому.$

Враховуючи, що за заданого x_i

$$\sum_{k=1}^{m-1} P(y_k / x_i) = 1,$$

запишемо (3.158) у вигляді

$$P_{i} = \sum_{l=1}^{m-1} P(x_{l})(c \mid x_{l}; y_{l}) + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{m-1} P(x_{l})P(y_{k} \mid x_{l})[P(c \mid x_{l}; y_{k}) - P(c \mid y_{l}; x_{l})]_{l \neq k}$$
(3.159)

Якщо до виразу (3.159) застосувати теорему про середнє, то він може легко розв'язуватися відносно середньої величини ймовірності переходу:

$$P(y \mid x) = \frac{P_c - \sum_{i=1}^{m-1} P(x_i)(c \mid x_i; y_i)}{\sum_{l=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{m-1} P(x_i)[P(c \mid x_i; y_k) - P(c \mid y_i; x_i)]}\Big|_{i \neq k}, \quad (3.160)$$

де

$$\sum_{i=1}^{m-1} P(x_i)(c \mid x_i; y_i) = P(c \mid \Pi \Pi) = P_2;$$

$$\sum_{l=0}^{m-1} \left. \sum_{k=1}^{m-1} P(x_i)[P(c \mid x_i; y_k) - P(c \mid y_i; x_i)] \right|_{i \neq k} = P(c \mid \Pi \Omega) = P_1.$$

Отже, для віднаходження середньої ймовірності помилкового приймання у *m*-му каналі необхідно оцінити ймовірності стирання при помилковому та правильному прийманні незалежно від того, який сигнал був переданий.

Для двійкового каналу вираз (3.160) набуде вигляду

$$\overline{P}_{\text{пом}} = \frac{P_{\text{c}} - \sum_{i=0}^{i} P(x_i)(\text{c} / x_i; y_i)}{\sum_{k=0}^{1} \sum_{i=1}^{1} P(x_i)[P(\text{c} / x_i; y_k) - P(\text{c} / y_i; x_i)]} = \frac{P_{\text{c}} - P_2}{P_1 - P_2},$$
(3.161)

Слід зазначити, що, визначена виразом (3.161), є середньою величиною

$$\overline{P}_{\text{nom}} = \frac{\sum_{i=0}^{1} \sum_{k=1}^{1} P(x_i) P(y_k \mid x_i) [P(c \mid x_i, y_k) - P(c \mid y_i; x_i)]}{\sum_{i=0}^{1} \sum_{k=1}^{1} P(x_i) [P(c \mid x_i; y_k) - P(c \mid y_i; x_i)]} \bigg|_{i \neq k}$$

Якщо при цьому

$$P(c/x_0, y_1) = P(c/x_1, y_0); P(c/x_0, y_0) = P(c/x_1, y_1),$$

тобто канал зв'язку є симетричним, то дорівнює безумовній ймовірності помилки, обчисленій за формулою повної ймовірності:

$$\overline{P}_{\Pi OM} = P(x_0) P(y_1/x_0) + P(x_1) P(y_0/x_1).$$

Подамо ймовірність ненадійного приймання та ймовірність помилкового приймання одиничного елемента у вигляді

$$P_{\rm c} = \frac{\sum_{l=0}^{n} \bar{l}_l P(t_l; n)}{n}; \ P_{\rm nom} = \frac{\sum_{i=0}^{n} t_i P(t_i; n)}{n},$$
(3.162)

де \bar{l}_l – середнє число «стертих» одиничних елементів у *n*-значній кодовій комбінації з *t*-кратною помилковою.

Запишемо вираз для безумовної ймовірності «стирання» у вигляді

$$P_1 P_{\text{пом}} + P_2 (1 - P_{\text{пом}}) = P_c.$$
 (3.163)
Підставляючи (3.161) і (3.162) у (3.163), отримаємо

$$\sum_{l=0}^{n} t_l P_1 P(t_l; n) + \sum_{l=0}^{n} (n - t_l) P_2 P(t_l; n) = \sum_{l=0}^{n} \bar{l}_i P(t_l; n).$$
(3.164)

Випишемо *l*-у складову виразу (3.164)

$$P_1 t_1 + (n - t_i) P_2 = \bar{l}_i$$

Далі припустимо, що «стирання», зафіксовані у виявлених кодом помилкових кодових комбінаціях, є вірними, а інші – хибними. Тоді математичне очікування оцінки P_1 запишемо у вигляді

$$M[\hat{P}_{1}] = \frac{M[\hat{P}_{nc}]}{P(\gamma_{1};n)} = \frac{\sum_{l=0}^{\infty} \overline{l}_{jl} P(t_{l};\gamma_{1};n)}{n}, \qquad (3.165)$$

де $\bar{l}_{j1} = \sum_{j=0}^{n} l_j P(l_j / t_i; \gamma_1)$ – середнє число «стертих» одиничних елементів у

п-значній кодовій комбінації з *t*-кратною помилковою, що виявляється кодом. Вираз, що визначає середнє число «стертих» одиничних елементів, запишемо у вигляді

$$\bar{l}_l = \sum_{j=0}^n l_j \sum_{k=0}^n P(\gamma_k, l_i / t_i).$$

Змінюючи порядок сумування та природи перетворення, отримаємо

$$\bar{l}_{i} = \sum_{k=0}^{1} P(\gamma_{k} / t_{i}) \sum_{j=1}^{n} l_{j} P(l_{j} / \gamma_{k}, t_{i}) = P(\gamma_{1} / t_{i}) \bar{l}_{i1} + P(\gamma_{0} / t_{i}) \bar{l}_{i0},$$

де ймовірність

$$P(\gamma_0, t_i) = \frac{P(\gamma_0, t_i; n)}{P(t_i; n)}$$

визначає частку невиявлених кодом комбінацій з *t*-кратною помилковою. Позначимо

$$P(\gamma_0, t_i) = Z(t_i).$$

3 врахуванням цього позначення запишемо
 $\bar{l}_i = [1 - Z(t_i)]\bar{l}_{i1} + Z(t_i)\bar{l}_{i0}.$ (3.166)

3 (3.166) випливає, що

$$P_{1} = P_{1}(\gamma_{1}) P(\gamma_{1}; n) + P_{1}(\gamma_{0}) P(\gamma_{0}; n);$$

$$P_{2} = P_{2}(\gamma_{1}) P(\gamma_{1}; n) + P(\gamma_{0}) P(\gamma_{0}; n),$$

де $P_1(\gamma_1)$; $P_1(\gamma_0)$ – ймовірність «стирання» помилкового одиничного елемента у спотвореній кодовій комбінації, відповідно виявленої та невиявленої кодом;

 $P_2(\gamma_1)$; $P_2(\gamma_0)$ – ймовірність «стирання» правильно прийнятого одиничного елемента відповідно у спотворених кодових комбінаціях, виявлених кодом та визнаних кодом як такі, що не містять помилок.

Значення *P*₁ не залежать від кратності помилок у кодовій комбінації. Значить

$$P_1(\gamma_1) \approx P_1(\gamma_0) \approx P_1.$$

З аналізу (3.166) випливає, що для тих спотворених кодових комбінацій з кратністю помилок *t*, які повністю виявляються кодом,

$$l_l = l_{l_0}$$

Для кодових комбінацій, прийнятих без помилок, виконується рівність $\bar{l}_0 = \bar{l}_{00}$.

Якщо ж $Z(t_i) \neq 0$, то справедливий загальний вираз (3.166). Численні дослідження розподілу помилок на тривалості кодової комбінації вказують на те, що зі зростанням кратності помилок спадає ймовірність їх появи. З іншого боку, є повідомлення, згідно з якими

$$\frac{P_{\text{пом}}^{\kappa}}{P(\geq 1;n)} << 1$$

Отже, питома вага невиявлених помилкових кодових комбінацій у загальній масі спотворених кодових комбінацій невелика. Тому, враховуючи рівності

$$P_1(\gamma_1) \approx P_1(\gamma_0) \approx P_1,$$

припустимо

 $\bar{l}_{l} = \bar{l}_{l_{1}}$, якщо помилкова КК виявлена кодом;

 $\bar{l}_{l} = \bar{l}_{l0}$, якщо КК визнана як правильно прийнятою.

Після виконаних припущень запишемо приблизну рівність

$$M[\hat{P}_{1}] = \frac{\sum_{l=0}^{n} [t_{i}P_{1} + (n - t_{i})P_{2}]P(\gamma_{1}, t_{i}; n)}{nP(\gamma_{1}; n)} = \frac{\sum_{l=0}^{n} [t_{i}P_{1} + (n - (t_{i})P_{2}]P(t_{i} / \gamma_{1})}{n}.$$
(3.167)

Позначаючи

$$\sum_{l=0}^{n} t_i P(t_i / \gamma_1) = \bar{t}_1,$$

перепишемо (3.167) у вигляді

$$M[\hat{P}_1] = \frac{\bar{t}_1 P_1 + (n - \bar{t}_1) P_2}{n}.$$
(3.168)

Вираз

$$M[\hat{P}_2] = \frac{M[\hat{P}_{xc}]}{P(\gamma_0;n)}$$

зводиться до вигляду

$$M[\hat{P}_2] = \frac{\bar{t}_0 P_1 + (n - \bar{t}_0) P_2}{n}.$$
(3.169)

Визначимо зміщення оцінки *P*₁. Помноживши та поділивши праву частину (3.168) на *P*₁, отримаємо

$$M[\hat{P}_1] = \frac{P_1[\bar{t}_1 + (n - \bar{t}_1)V]}{n}, \qquad (3.170)$$

де $V = P_2/P_1$.

Тому що $V \le 1$, то $\frac{\bar{t}_1 + (n - \bar{t}_1)V}{n}$ і, отже, P_1 більше своєї оцінки у

 $\frac{n}{\bar{t}_1 + (n - \bar{t}_1)V}$ разів.

Тепер проведемо аналіз рівності (3.169). Після нескладних перетворень отримаємо

$$M[\hat{P}_2] = \frac{P_2[t_0 + (n - \bar{t}_0)V]}{nV} = P_2 + \frac{P_1\bar{t}_0(1 - V)}{n}, \qquad (3.171)$$

звідки випливає, що

 $M[\hat{P}_2] \ge P_2.$ Якщо код виявляє усі помилки, то $\bar{t}_0=0,\ \bar{t}_1=\bar{t}_{
m cn},$ а

$$M[\hat{P}_2] = P_2.$$

Ця рівність є наслідком припущень (3.167), (3.168), згідно з якими $P_2(\gamma_1) = P_2(\gamma_0) = P_2.$

Насправді для коду, виявляючого усі помилки,

$$M[\hat{P}_2] = P_2(\gamma_0) < P_2,$$

а

$P_2(\gamma_1) > P_2.$

Систематична відносна похибка в оцінці P_2 , пов'язана з припущеннями (3.167), (3.168), а також способом визначення оцінки, визначається виразом
$$M[\delta(P_2)] = \left| 1 - \frac{P_2(\gamma_1)}{P_2} \left[\frac{P(\gamma_1; n)}{P(\gamma_0; n)} + \frac{\bar{t}_0(1 - V)}{nV} \right].$$
(3.172)

Для коду, що виявляє усі помилки,

$$M[\delta(P_2)] = \left| 1 - \frac{P_2(\gamma_1)}{P_2} \right| \frac{P(\ge 1; n)}{P(t = 0; n)}$$

У каналах, для яких

$$\frac{P(\geq 1;n)}{P(t=0;n)} << 1$$

 $M[\delta(P_2)]$ достатньо мала, тому що

$$\frac{P_{2}(\gamma_{1})}{P_{2}} = \frac{P(\gamma_{1};n) - P_{\text{HIOM}}^{\kappa}}{P(t=0;n) + P_{\text{HIOM}}^{\kappa}} \le \frac{P(\gamma_{1};n)}{P(t=0;n)};$$

$$\frac{\bar{t}_{0}(1-V)}{nV} < \frac{t(1-V)}{nV} = \frac{P_{\text{IIC}}P_{\text{IIOM}}P_{c}}{P_{\text{Xc}}} < \frac{P_{\text{IIC}}}{P_{\text{Xc}}} < 1.$$
(3.173)

Слід зазначити, що при $P(\gamma_1; n)/P(\gamma_0; n)$, що наближається до нескінченності, відношення $P_2(\gamma_1)/P_2$ наближається до одиниці, а відношення $\bar{t}_0(1-V)/nV$ — до нуля. При цьому систематична відносна похибка

$M[\delta(P_2)] \le 1.$

Таким чином, виконується приблизна рівність

$$P_2 = P_2 (\gamma_0).$$

Отже, для знаходження оцінок P_1 і P_2 з найменшим зміщенням необхідне «стирання», зафіксованих у помилкових кодових комбінаціях, виявлених кодом, оброблювати з вагою $\frac{n}{\bar{t}_1 + (n - \bar{t}_1)V}$, а «стирання» в інших

кодових комбінаціях - з вагою, що дорівнює одиниці.

Автором разом з Шуваловим В.П., Бичковим В.І. було подано заявку на винахід й отримано авторське свідоцтво, в якому описано пристрій оцінки якості каналу, що здійснює вагове оброблення сигналів «стирання». Величина ваги у (3.105) залежить тільки від результату декодування. Далі буде розглянуто приклад реалізації детектора якості каналу, що враховує при формуванні вагового коефіцієнта відомостей про V і \bar{t}_1 .

Література

1. Александров Н.А., Амосов А.А. Об одном классе кодов, корректирующих пачки ошибок с синхронизацией // IV Конференция по теории передачи и кодированию информации и метода кодирования и декодирования. – М., 1969.

2. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука. – 1965. – 775 с.

3. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. – Мир, 1971. – 477 с.

4. Бесперстов Э.А. Синхронизирующая способность смежных классов укороченных циклических кодов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС. 1970. – Вып. 6.

5. Блейхман В.С., Квято С.Л. Групповая синхронизация сообщений при передаче циклическими кодами // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС. 1966. – Вып. 2.

6. Блох З.А., Попов О.В., Турин В.Я. Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации. – М.: Связь, 1971. – 312 с.

7. Боженков А.Ф. Матричный метод расчета времени вхождения в синхронизм // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС. – 1965. – Вып. 7. – С. 57–61.

8. Боженков А.Ф. Фазирование по циклам при передаче дискретной информации: Автореферат канд. диссертации. – Л., 1966.

9. Бомштейн Б.Д. и др. Методы борьбы с помехами в проводной связи. – М.: Связь, 1975. – 248 с.

10. Блейкман В.С., Брусиловский К.А., Бобрешов Е.Н., Емельянов Г.А. Достоверность стартстопной передачи при искажениях краев кодовых импульсов. М.: Электросвязь, 1966, № 8.

11. Брусиловский К.А. Измерение искажений импульсов в системах передачи дискретной информации. – М.: Наука, 1965. – 112 с.

12. Буга Н.М. Основы теории связи и передачи данных. – Л.: Ленинградская военная инженерная академия им. А.Ф. Можайского, 1968. – 546 с.

13. Васильев В.И. и др. Системы связи: Учеб. пособие для ВТУЗов. – М.: Высшая школа, 1987. – 280 с.

14. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 328 с.

15. Витерби А.Д., Омура Дш. К. Принципы цифровой связи и кодирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 536 с.

16. Власенко А.А., Захарченко В.Н. Инвариантность автоматических систем по отклонению с прямыми связями по управляемому объекту. // Сб. науч. тр. Укр. гос. морск. техн. ун-та. – Николаев, 1994. – С. 27 – 31.

17. Возенкрафт Дж., Джекобе И. Теоретические основы техники связи. – М.: Мир, 1969. – 640 с.

18. Возенкрафт Дж., Рейфен Б. Последовательное декодирование. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 153 с.

19. Волков Е.А. Матричный метод анализа системы синхронизации // Труды ВКАС. – Л., 1965. – № 7. – С. 45–53.

20. Вольфбейн С.П. О структуре пересечений линейного кода // Труды КФ ЦНИИС. – Киев, 1967. – Вып. 1.

21. Вольфбейн С.П. Цикловая синхронизация при передаче дискретной информации // Тезисы докладов НТК. – Минск, 1966.

22. Гетачеу Ф. Среднее время передачи сигналов при неравномерных MBC // Вопросы помехоустойчивости системы связи: Сб. науч. трудов ОЭИС. – Одесса, 1950. – С. 132–136.

23. Гут Р.Э., Миневин М.Л. О передаче информации с адаптацией длительности элементарного сигнала и характеристики кода // Радиотехника. –1980. – № 4.

24. Дельгадо Э.В., Лещук И.А. Об одном алгоритме реализации циклического кода /Помехоустойчивость и эффективность системы передачи информации: Сб. науч. тр. Одес. электротехн. ин-та связи. – 1983. – № 21 – С. 36–37.

25. Добрушин Р.Л. Теоремы Шеннона для каналов с ошибками синхронизации проблемы передачи информации. – М.: Наука, 1967. – Т. III. – Вып. 4.

26. Драганов А.В. Порівняння систем з послідовним і паралельним ме-тодами циклового фазування // Наук. праці ОНАЗ ім. О.С.Попова. – 2002. № 3.

27. Драганов А.В., Гринь А.А. Ефективність систем зі зворотним зв'язком при таймерному кодуванні // Системы и средства передачи и обработки информации: Тр. VI Междунар. науч.–практич. конф. 3–8 сентября 2002 г. – Одесса, 2002. – С. 79–80.

28. Драганов О.В. Оптимізація базового елемента багатопозиційних часових кодів при зміні параметрів каналу // Наук. праці ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2002. – №1. – С. 104–107.

29. Емельянов Г.А., Рабинович М.Б. Влияние дроблений телеграфных посылок на устойчивость проводной телеграфной связи // Электросвязь. – № 8, 1959. – С. 57–66.

30. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.: Наука, 1970.

31. Жодзинский. Цифровые системы фазовой синхронизации. – М.: Радио и связь, 1980.

32. Закраснянский Ф.Д. Определение рассогласования фаз по циклам при применении циклических кодов в системах с РОО // Системы передачи данных. Монография. – Л., 1968. – Вып. 2.

33. Захарченко Н.В., Дельгадо Э.В. Эффективность исправления части ошибок в системах с РОС при использовании МВК // Техника средств

связи; Сер. ТИС, 1985. – Вып. 10. – С. 94–99.

34. Захарченко Н.В., Киреев И.А., Платонов А.Г. Исследование характеристик потока ошибок на коммутируемых трактах ГТС // Электросвязь. –1981. – № 12. – С. 21–24.

35. Захарченко Н.В., Кононович В.Г., Рейнбах П.С. Функция распределения вероятности появления пакетов ошибок при дроблениях // Труды учебных институтов связи. – Вып. 56. – Л., 1971. – С. 137–141.

36. Захарченко В.М., Драганов О.В., Гринь О.О. Залежність пропускної здатності каналу при БЧС від співвідношення сигнал/завада // Наук. праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – Вип. 1999. № 2. – С. 76–80.

37. Захарченко В.Н. Вероятность ошибочного приема сигнальной конструкции избыточного МВК при і–кратном повторении // Тр. УНИИРТ. – 1998. –№ 2. – С. 55–58.

38. Захарченко В.Н. Коэффициент эффективности системы с РОС при использовании многопозиционных временных сигналов // Сборник научных работ Киевск. воен. ин-та управл. и связи. – 1991. – № 1. – С. 129–136.

39. Захарченко В.Н. О возможности уменьшения избыточности блочных кодов для каналов с группированием ошибок // Тр. УНИИРТ. – 1997. – № 3. – С. 73–77.

40. Захарченко В.Н. О целесообразности декорреляции ошибок в системах с РОС // Тр. УНИИРТ. – 1998. – № 3. – С. 55–58.

41. Захарченко В.М. Синтез багатопозиційних часових кодів. – К.: Техніка, 1999. – 285 с.

42. Захарченко В.Н. Статистические характеристики коммутируемых каналов // Зб. наук. праць, Київськ. військ. ін-т управл. зв'язку. 1999. – № 4. – К. – С. 51–61.

43. Захарченко В.Н. Уменьшение числа запросов в системе с РОС на базе МВК // Информатика и связь: Сб. науч. тр. УГАС им. А.С. Попова. – Одесса, 1996. – С. 161–165.

44. Захарченко В.Н. Эффективность многопозиционных временных сигналов при использовании итеративных кодов // Повышение производительности, достоверности и универсальности контрольно-измерительных операций: Сб. науч. тр. конф. – Киев, 1988. – С. 54–56.

45. Захарченко В.Н., Гайдар В.П., Улеев А.П. Методы повышения эффективности использования каналов связи. – К.: Техніка, 1998. – 245 с.

46. Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гайдар В.П., Липчанский А.И. Оптимизация базового элемента △ при многопозиционных временных сигналах. Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Всеукр. межведомств. науч.–технич. сб. – 1999. – № 109.

47. Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гринь А.А. Исправление одиночных ошибок смещений ЗМВ величиной $e = \pm 2$ // Радиотехника (ХДТУРЕ). – 2001. № 48. – С. 121 – 125.

48. Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гринь А.А. Оптимизация базового элемента ∆ в адаптивных системах с решающей обратной связь на базе многопозиционных временных кодов // Наук. праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2000. –№ 2. – С. 38–42.

49. Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гринь А.А. Эффективность синдромного динамического декодирования избыточных сигнальных конструкций МВК // Наук. праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2000. – № 1. – С. 61–65.

50. Захарченко В.Н., Йона Л.Г. Защита сигнальной конструкции избыточного МВК на интервале 9–элементного кода // Информатика и связь: Сб. науч. тр. УГАС им. А.С. Попова. – 1994. – С. 35–41.

51. Захарченко В.Н., Кильдишев В.И., Буряченко Б.Д., Драганов А.В. Эффективность использования сигнальных конструкций на базе таймерных сигналов // Наук. праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2002. № 2.

52. Захарченко В.Н., Киреев И.А., Топалов В.В., Липчанский А.И. Эффективность использования МВС в односторонних системах передачи. /Збірник наукових праць ХДТУРЕ. Радіоелектроніка. – 1999. – Вип. 106. – С. 210–216.

53. Захарченко В.Н., Костенко Н.М. Расчет параметров многопозиционных временных кодов. ОЭИС им. А.С. Попова. – Одесса, 1990. – 32 с.

54. Захарченко В.Н., Рейнбах П.С. Моделирование на ЭВМ дискретного канала передачи данных // Эффективность систем передачи информации: Сб. науч. тр. ОЭИС им. А.С. Попова. – Одесса, 1987. – С. 30–33.

55. Захарченко В.Н., Рейнбах П.С. Программная реализация основных узлов систем передачи дискретной информации на микро-ЭВМ. – К.: Знание, 1988. – 19 с.

56. Захарченко В.Н., Рудый Е.М., Ещенко А.И. Эффективность систем электросвязи // Системы электросвязи. – Т. 2. – К.: Техніка, 1998. – С. 176–207.

57. Захарченко В.Н., Рудый Е.М., Сосин А.М. Системы передачи информации // Системы электросвязи. – Т. 1. – К.: Техніка, 1998. – 305 с.

58. Захарченко В.Н., Топалов В.В., Улеев А.П., Липчанский А.И. Группирование ошибок на интервале сигнальной конструкции разрядноцифрового кода // Радіоелектроніка. Зб. наук. праць ХДТУРЕ. – 1999. – Вип. 106. – С. 227–231. 59. Захарченко Н. В., Тарасов Г.И. К вопросу вхождения в фазу стартстопных приемников // Труды учебных институтов связи. – 1974. – Вып. 67. – С. 79–87.

60. Захарченко Н.В. Эффективность использования многопозиционных кодов в низкоскоростных системах ПДИ: Учеб. пособие. – Одесса, 1984. – 82 с.

61. Захарченко Н.В. Влияние статистических параметров краевых искажений на достоверность телеграфной связи: Дисс. канд. техн. наук. – Одесса, 1968.

62. Захарченко Н.В. Выбор средств связи в АСУ: Учеб. пособие // ОЭИС. – Одесса, 1975. – 112 с.

63. Захарченко Н.В. К вопросу выбора кода оконечных устройств передачи данных средств связи // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС, 1984. – Вып. 10. – С. 99–106.

64. Захарченко Н.В. Повышение пропускной способности и скорости передачи в каналах телеграфной сети // Сети, узлы связи и распределение информации с использованием ЭВМ: Сб. НТУИС. – Л., ЛЭИС, 1986. – С. 146–154.

65. Захарченко Н.В. Повышение эффективности использования каналов связи в СИДИ с РОС. ОЭИС. – Одесса, 1983. – 37 с.

66. Захарченко Н.В. Эффективность обнаружения дроблений в канале по наличию переходов в контрольных зонах // Проблемы, методы и средства электрической связи. – Киев: Техника, 1980. – С. 61–67.

67. Захарченко Н.В., Горохов С.В., Драганов А.В., Хижняк А.А. Параметры потока ошибок на выходе кодопреобразователя МВК–РЦК при работе по каналам модели Гильберта // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2001. – № 1.– С. 14–17.

68. Захарченко Н.В., Дельгадо Э.В., Мариевич А.В. Среднее время передачи символа при кодировании сигналов с постоянным числом значащих моментов // Помехоустойчивость систем передачи данных: Сб. науч. тр. ОЭИС. – 1984. – № 22. – С. 18–23.

69. Захарченко Н.В., Ибрагим С.Х. Влияние параметров канала на пропускную способность при MBC // Информатика и связь: Сб. научн. тр. ОЭИС. – Одесса, 1991.

70. Захарченко Н.В., Киреев И.А. Эффективность отдельных методов повышения качества передачи дискретной информации по коммутируемым каналам ГТС // Техника средств связи. Сер. ТПС. – 1983. – Вып. 7.

71. Захарченко Н.В., Крысько А.С., Захарченко В.Н. Основы кодирования. – Одесса: УГАС, 1999. – 235 с.

72. Захарченко Н.В., Николаев А.С. Уменьшение времени вхождения в фазу стартстопных систем // Радиоэлектроника на службе народного хозяйства: мат. НТК: – Калуга: Приокское книжное изд-во, 1982. – С. 68–71.

73. Захарченко Н.В., Нудельман П.Я. Выбор узлов аппаратуры передачи данных: Учеб. пособ. – Ч. II. – Одесса. 1988. – 92 с.

74. Захарченко Н.В., Охрименко И.А. Эффективность сверхнайквистовой передачи при поэлементном приеме дискретных сигналов // Помехоустойчивость и системы связи: Сб. науч. тр. ОЭИС. – Одесса, 1990. – С. 7–11.

75. Захарченко Н.В., Тарасов Г.И. Влияние дроблений на параметры стартстопной системы коррекции // Вопросы электросвязи. – Киев: Техника, 1974. – С. 44–49.

76. Захарченко Н.В. Влияние системы коррекции на верность передачи информации стартстопными системами // ОЭИС. – Одесса, 1979. – 32 с.

77. Зелигер А.Н. Вторичные статистические характеристики каналов передачи данных. – Л.: ЛЭИС, 1986.

78. Зелигер А.Н. Процессы регистрации и фазирования в аппаратуре передачи данных. – Л.: ЛЭИС, 1986.

79. Зелигер Н.Б. Основы передачи данных. – М.: Связь, 1974. – 200 с.

80. Зименко А.В., Улеев А.П., Драганов А.В., Гайдар В.П. Скорость вхождения в фазу стартстопного приемника системы, использующей МВК // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. – Харьков, 1998. – № 108/98. – С. 190–198.

81. Зурман А.Р. Практика проектирования сетей с оборудованием синхронной цифровой иерархии. М.: Электросвязь, 1997. – № 1.

82. Зюко А.Г. и др. Помехоустойчивость и эффективность СПИ. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.

83. Ибрагим С.Х. и др. Особенности построения систем при использовании многопозиционных временных бинарных сигналов // Эффективные системы связи: Сб. науч. тр. ОЭИС. – Одесса, 1988. – С. 93–95.

84. Ибрагим С.Х. Параметры системы фазирования при использовании неравномерных МВС // Помехоустойчивость системы связи: Сб. науч. тр. ОЭИС. – Одесса, 1990.

85. Ибрагим С.Х., Юнес А.А. вероятность ошибочного приема элемента при сверхнайквистовой передаче // Помехоустойчивость системы связи: Сб. научн. тр. ОЭИС. – Одесса, 1990. – С. 76–79.

86. Ильин В.А. Телеуправление и телеизмерение. 3-е изд. – М.: Энергия, 1982. – 560 с.

87. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974.

88. Каналы передачи данных // Под ред. В.О. Шварцмана – М.: Связь, 1970.

89. Катиков В.М., Черных В.Н. Точность оценки временного положения многопозиционного интервального кода // Известия вузов МВиССО СССР. Сер. Радиоэлектроника. – 1985. – № 4. – С. 77–82.

90. Ким Л.Т. Синхронные, асинхронные и плезиохронные системы передачи. – М.: Электросвязь, 1998. – № 1.

91. Киреев И.А., Захарченко В.Н., Улеев А.П. Сжатие информации в системах передачи данных при использовании MBC // Системный анализ, управление и информационные технологии: Вестник Харьковского политехнического университета: – Харьков. – 1999. – С. 77–81.

92. Кисель В.А. Синтез гармонических корректоров для систем связи. – М.: Связь, 1979. – 252 с.

93. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М.: Радио и связь, 1962. – 304 с.

94. Клеппер Дж., Фрэнке Дж. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты / Пер. с англ.; Под ред. А.Ф. Фомина. – М.: Энергия, 1977. – 440 с.

95. Клюев В.И. Частотно-временные преобразования и прием дискретных сигналов в системах связи. – М.: Радио и связь, 1980. –208 с.

96. Копничев Л.Н., Емельянов Г.А. Влияние искажений посылок на величину достоверности связи при синхронной передаче двоичной информации // Сб. науч. тр. ЦНИИС. – 1963. – Вып. 3.

97. Котов П.А. Выбор кодов для передачи информации дискретными сигналами: – М.: ВКАС, 1966.

98. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука. – 1970. – 720 с.

99. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 376 с.

100. Лещук И.А. Основы передачи дискретной информации и телеграфии: Учеб. пособ. – Одесса, 1969.

101. Макаров С.Б., Цикин И.А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 340 с.

102. Мановцев А.П. Введение в цифровую радиотелеметрию. – М.: Энергия, 1967. – 343 с.

103. Мартынов Е.М. Синхронизации в системах передачи дискретных сообщений. – М.: Связь, 1972. – 216 с.

104. Михайлов А.В. Высокоэффективные оптимальные системы связи. – М.: Связь, 1980. – 344 с.

105. Михайлов А.В. Помехоустойчивость интегрального приема с учетом случайной межсимвольной интерференции // Радиотехника. – 1977. – Т. 32. – № 8.

106. Мовшович А.М. Кольцо ФАПЧ с микропроцессором // Радиотехника. – 1980. – Т. 35. – № 7. – С. 67–70.

107. Морев В.Л. Передача данных по телефонным каналам в информационно-вычислительных системах. – М.: Связь, 1971. – 46 с.

108. Немировский М.С. Цифровая передача информации в радиосвязи. – М.: Сов. радио, 1976.

109. Нетес В.А. Синхронная цифровая иерархия. – М.: НТЦ "КОМСЕТ", 50 с.

110. Николаев А.С. Потери достоверности из-за расфазирования стартстопных систем. III Всесоюзное НТО: Развитие систем и средств передачи данных для совершенствования технической базы ОГАС; Тезисы докладов. – М., 1980. – С. 66.

111. Осипов В.Г. Влияние дробления на устойчивость стартстопного корректирования при автоматической работе // Сб. науч. тр. ЦНИИС, 1968. – Вып. 1.

112. Осипов В.Г. Процесс установления коррекции в стартстопных системах и потери достоверности при ее нарушении // Сб. науч. тр. ЦНИИС, 1968. – Вып. 3. – С. 102–111.

113. Панкратов В.П., Чайка К.И. Влияние ограничения спектра и фазовых искажений на достоверность передачи данных ФМ колебаниями // Электросвязь. – 1972. – № 2.

114. Передача дискретной информации и телеграфия / В.С.Гуров и др. – М.: Связь. – 2 изд., 1974. – 526 с.

115. Петров В.А., Титенко В.Ф. Захарченко В.Н. Способы повышения быстродействия систем фазовой автоподстройки частоты // Техника средств связи: Сер. Техника радиосвязи. – 1991. – Вып. 1. – С. 36–40.

116. Пистровский Г.Б. Исследование особенностей систем ПДИ при стартстопном корректировании: Дисс. ... канд. техн. наук. – Киев, 1970.

117. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки / Пер. с англ.; Под ред. Р.Л. Добрушина. – М.: Мир, 1978. – 534 с.

118. Прохоров А.В. и др. Задачи по теории вероятностей; основные понятия, предельные теоремы – случайные процессы. – М.: Наука, 1986. – 328 с.

119. Пуртов Л.П. и др. Элементы теории передачи дискретной информации. – М.: Связь, 1972. – 232 с.

120. Разработка и испытание системы ПД с РОС и косвенными методами обнаружения ошибок: Отчет о НИР ВНТ и центр: № ГР 81050415.

121. Романовский В.М. Дискретные цепи Маркова. – М.: ТТИ, 1949.

122. Савицкий Ю.И. Исследование потерь достоверности в синхронных и стартстопных телеграфных системах: Дисс. канд. техн. наук. – Одесса, 1966.

123. Системы передачи данных / Н.В.Захарченко и др. // ОЭИС. – Одесса, 1983. – 76 с.

124. Скорняков Л.А. Элементы алгебры. – М.: Наука, 1960. – 240 с.

125. Сницар В.Н., Стайкуца С.В., Кильдишев В.И., Драганов А.В. Аппроксимация зависимости кратности ошибки от длины кодового слова и коэффициента группирования // Системы и средства передачи и обработки информации: Тр. VI Междунар. научн.-практ. конф. 3–8 сентября 2002 г. – Одесса. С. 22–23.

126. Сосин А.М., Захарченко В.Н., Шкуренко А.С. Пропускная способность канала при неравномерных MBC // Информатика и связь: Сб. Укр. гос. акад. связи им. А.С.Попова. – К.: Техніка, 1997. – С. 37–40.

127. Сукачев Э.А. Сотовые сети радиосвязи с подвижными объектами. Учебн. пособ. – Одесса, УГАС, 1996. – 82 с.

128. Стеклов В.К., Созоник Г.Д. Цифровые системы автоматического управления. – К.: Техніка, 1991. – 199 с.

129. Стиффлер Дж. Дж. Теория синхронной связи / Пер. с англ. Б.С. Цыбанова; Под ред. Э.М. Габидулина. – М.: Связь, 1975. – 489 с.

130. Стеклов В.К., Беркман Л.Н. Телекомунікаційні мереж. – К.: Техніка, 2001. – 385 с.

131. Теплов Н.Л. Помехоустойчивость системы передачи дискретной информации. – М.: Связь, 1964. – 360 с.

132. Тепляков И.М. и др. Радиосистемы передачи информации. – М.: Радио и связь, 1982. – 264 с.

133. Тонг С.Я. Методы синхронизации при передаче сообщений двоичными циклическими кодами. Некоторые вопросы кодирования / Пер. с англ. М.: Мир, 1970.

134. Фельдбаум А.А. и др. Теоретические основы связи и управления. – М.; 1963. – 932 с.

135. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – 2 изд. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.

136. Харкевич А.А. Борьба с помехами. – М., 1963. – 276 с.

137. Хомич И.Ф. О самосинхронизирующих свойствах блочных корректирующих кодов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС. – 1968. – Вып. 1.

138. Цымбал Н.В. Теория информации и кодирования. – К.: Вища школа, 1977. – 288 с.

139. Чепорнюк О.Н. Дискретно-аналоговые методы приема сигналов в СПД с МЧМ: Дисс. канд. техн. наук. – Киев, 1983. – 277 с.

140. Шахгильдян В.В. и др. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации. – 2-е изд. / Под ред. В.В. Шахгильдяна. – М.: Радио и связь, 1989. – 320 с.

141. Шварцман В.О., Емелъянов Г.А. Теория передачи дискретной информации. – М.: Связь, 1979. – 424 с.

142. Шеннон К. Работы по теории информации кибернетики. – М.: ИЛ. 1963. – 829 с.

143. Шляпоберский В.И. Основы техники передачи дискретных сообщений. – М.: Связь, 1973.

144. Шувалов В.И. Прием сигналов с оценкой их качества. – М.: Связь, 1979. – 283 с.

145. Шувалов В.П., Захарченко Н.В., Шварцман В.О. и др. Передача дискретных сообщений. – М.: Радио и связь, 1990. – 464 с.

146. Lucky R.W., Salz J., Weldon E.J. Principles of data communication // New York Mc. Grow–Hill Inc. 1968. – 433 p.

147. Scholts R.A. Codes with Synchronization capability —— IEEE Trans on Inform. Theory; vol. IT–12, 1965, pp. 135—142.

148. Tavares S.E., Fukada M. Synchronization of cuelic codes in the codes in the presence of burst errors "Inform and control" 1969, 14. № 5.

149. Zimenko A.V., Uleev A.P., Draganov A.V., and Gaidar V.P. Start– Stop Receiver Lock–In Time in Systems Using Multiposition Time Duration Codes. Telecommunications and Radio Engineering, 52(8), 1998. (Originally published in Radiotekhnika, 108, 1998, 190–198). Навчальне видання

Захарченко Микола Васильович

СИСТЕМИ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ Том. 2. По елементне та циклове фазування в системах з блоковим кодуванням

Підручник

Видано в авторській редакції

Редактор Л.А. Кодрул, В.В. Терземан Верстання О.М. Мартинова, Ж.А. Гардиман Обкладинка Ж.А. Гардиман

> Видавник ПП "Фенікс" (Свідоцтво ДК № 1044 від 17.09.02) м. Одеса, вул. Зоопаркова 25. Тел. 7777-591.

Здано в набір 10.12.2010. Підписано до друку 20.12.2010. Формат 60х90/16. № 44 Наклад 200 прим. Обсяг 15,58 д.а. Віддруковано у РВЦ ОНАЗ ім. О.С. Попова м. Одеса, вул. Ковалевського, 5 Тел. 720-78-94