

**Міністерство транспорту та зв'язку України**  
**Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації**  
**Одеська національна академія зв'язку ім. О.С.Попова**

**Кафедра теорії електричного зв'язку ім. А.Г. Зюко**

## **РАДІОАВТОМАТИКА**

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт  
з дисципліни “Радіоавтоматика”  
для студентів денної та заочної форм навчання

ЗАТВЕРДЖЕНО  
і рекомендовано до друку  
вченою Радою ННІ РТЕ.  
Протокол № 4  
від 26 грудня 2007 р.

**Одеса 2008**

Укладачі: **Іващенко П. В., Решетняк О. А.**

Викладено загальну характеристику нормативної дисципліни “Радіоавтоматика” – дисципліни освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів за напрямом вищої освіти 0907 – Радіотехніка. Визначено мету вивчення дисципліни. Наведено розподіл вивчення дисципліни на залікові модулі за кредитно-модульної системи організації навчального процесу. Викладено структуру та зміст залікових модулів, методичні вказівки до виконання 8 лабораторних робіт з дисципліни та індивідуальні завдання разом з вихідними даними. Наведено перелік літератури до вивчення дисципліни.

Методичні вказівки до вивчення дисципліни “Радіоавтоматика” призначені для студентів денної та заочної форм навчання.

СХВАЛЕНО на засіданні  
кафедри ТЕЗ ім. А.Г. Зюко  
Протокол № 7  
від 7 грудня 2007 р.

## Зміст

Вступ.....	5
Структура залікового модуля 1.....	6
Структура залікового модуля 2.....	7
ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ПІДСИЛЕННЯ.....	9
Лабораторна робота 1.2 .....	15
ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЧАСТОТНОГО АВТОПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ.....	15
Лабораторна робота 1.3 .....	22
ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ФАЗОВОГО АВТОПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ.....	22
ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ СИСТЕМИ ФАПЧ.....	30
Лабораторна робота 2.1 .....	38
ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ ФАПЧ.....	38
Лабораторна робота 2.2 .....	45
ДОСЛІДЖЕННЯ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ФАПЧ.....	45
Лабораторна робота 2.3 .....	53
ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ВІДНОВЛЕННЯ НЕСІВНОГО КОЛИВАННЯ.....	53
ЛР 2.4 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ТАКТОВОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ.....	60
Індивідуальне завдання №1 .....	68
Індивідуальне завдання №2 .....	72
Література.....	74

## ВСТУП

Радіоавтоматика – нормативна дисципліна освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів за напрямом вищої освіти 0907 – Радіотехніка.

Загальна характеристика дисципліни: кількість кредитів ECTS – 3; модулів – 2; загальна кількість годин – 108; у тому числі: лекції – 38 год.; лабораторні заняття – 18 год.; самостійна та індивідуальна робота – 52 год.; вид контролю – залік.

Вивчення дисципліни “Радіоавтоматика” базується на дисциплінах: “Вища математика”, “Теорія електричних кіл”, “Сигнали та процеси в радіотехніці”, “Аналогові електронні пристрої”. Дисципліна “Радіоавтоматика” передуює професійно-орієнтованим дисциплінам і забезпечує вивчення наступних дисциплін: “Пристрої приймання та оброблення сигналів”, “Радіопередавальні пристрої”, “Радіоприймальні пристрої”, “Пристрої телебачення”, “Системи радіозв'язку”.

Мета навчання:

Вивчення функціональних схем та принципів дії типових систем радіоавтоматики (РА), що нашли широке застосування у системах радіозв'язку та мовлення, а саме: системи автоматичного регулювання підсилення (АРП), системи частотного автопідстроювання частоти (ЧАПЧ), системи фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ).

Засвоєння методів аналізу стійкості замкнених систем РА, методів розрахунку похибки та методів оптимізації систем РА.

Вивчення прикладів застосування систем РА для розв'язання задач: відновлення несівного колювання у демодуляторах, тактової та циклової синхронізації, пошуку сигналів, демодуляції, визначення положення об'єктів у просторі, спрямування антен.

Вивчення дисципліни “Радіоавтоматика” розподілено на залікові модулі:

Модуль 1: Узагальнений аналіз систем РА.

Модуль 2: Синтез та застосування систем РА.

Основні положення програми дисципліни “Радіоавтоматика” викладаються на лекціях, відпрацьовуються на лабораторних заняттях та під час виконання індивідуальних завдань.

Викладено структуру та зміст залікових модулів, методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни та індивідуальні завдання разом з вихідними даними.

Наведено перелік літератури до вивчення дисципліни.

## СТРУКТУРА ЗАЛІКОВОГО МОДУЛЯ 1

Змістовий модуль	Лекції (годин)	Заняття		Самостійна робота (у тому числі ІНДЗ)	Інди- відуа- льна робота
		практ ичні	ла- борат орні		
<b>Модуль 1: Узагальнений аналіз систем РА (1,5 кредити; 54 год.)</b>					
1. Функціональні та структурні схеми систем РА	6	0	6	6	6
2. Аналіз систем РА	12	0	2	6	10
<b>Разом 1-й модуль, год.</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>

**Зміст змістових модулів (лекційних годин):**

### 1.1 Функціональні та структурні схеми систем РА (6 год.)

Предмет радіоавтоматики. Фундаментальні принципи керування. Класифікація систем РА.

Функціональні схеми систем АРП, ЧАПЧ, ФАПЧ. Детектори. Керовані генератори. Типові ланки та їх з'єднання у колі керування.

Правила переходу від функціональних схем до структурних. Структурні схеми систем АРП, ЧАПЧ, ФАПЧ.

### 1.2 Аналіз систем РА (12 год.)

Диференційне рівняння системи РА. Передатні функції лінійної системи РА. Логарифмічні частотні характеристики системи РА. Імпульсна реакція системи РА.

Поняття стійкості. Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца. Частотні критерії стійкості Михайлова і Найквіста. Запаси стійкості.

Похибка лінійних систем РА при детермінованому впливі. Перехідний і усталений режими лінійної системи РА. Показники якості перехідного процесу. Похибка системи РА в усталеному режимі. Поняття астатизму системи РА.

Похибка лінійних систем РА при випадковому впливі. Розрахунок дисперсії похибки замкненої системи РА. Поняття еквівалентної шумової смуги системи РА.

Аналіз нелінійних систем РА. Вплив нелінійних елементів системи РА на її роботу. Методи аналізу нелінійних систем РА. Гармонічна лінеаризація нелінійних систем РА. Аналіз стійкості нелінійних систем РА методом гармонічної лінеаризації. Визначення смуг захоплення й утримання систем ФАПЧ і ЧАПЧ.

### Перелік лабораторних робіт модуля 1

- 1.1. Дослідження системи автоматичного регулювання підсилення.
- 1.2. Дослідження системи частотного автопідстроювання частоти.
- 1.3. Дослідження системи фазового автопідстроювання частоти.
- 1.4. Дослідження стійкості системи ФАПЧ.

## СТРУКТУРА ЗАЛІКОВОГО МОДУЛЯ 2

Змістовий модуль	Лекції (годин)	Заняття		Самостійна робота (у тому числі ІНДЗ)	Інди- відуа- льна робота
		практ ичні	ла- борат орні		
<b>Модуль 2: Синтез та застосування систем РА (1,5 кредити; 54 год.)</b>					
1. Синтез та оптимізація систем РА	6	0	4	5	3
2. Системи РА в радіопередавачах і радіоприймачах	8	0	4	10	7
3. Системи АСН та АСД	4	0	0	1	2
<b>Разом 2-й модуль, год.</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>12</b>

**Зміст змістових модулів (лекційних годин):**

### 2.1. Синтез та оптимізація систем РА (6 год.)

Постановка задачі синтезу системи РА. Критерії оптимальності. Синтез систем РА при заданій структурній схемі. Оптимальна смуга пропускання системи РА. Оптимальний фільтр петлі керування.

Цифрові системи РА. Переваги і недоліки цифрових систем РА. Аналогово-цифрові системи РА. Цифрові системи РА. Особливості аналізу стійкості цифрових систем РА.

Адаптивні системи РА. Призначення і класифікація адаптивних систем РА. Узагальнена функціональна схема адаптивної системи РА. Синтез адаптивних систем РА. Синтез адаптивної системи ФАПЧ з настроюванням за зовнішнім збуренням.

### 2.2. Системи РА в радіопередавачах і радіоприймачах (8 год.)

Місце систем РА в радіопередавачах і радіоприймачах. Синтезатори частот непрямого синтезу. Схеми АРП трактів ПЧ. Схеми АПЧ трактів ПЧ.

Схеми відновлення несівного колювання. Призначення схем відновлення несівного колювання (ВН): синхронне детектування сигналів АМ, БМ, ОМ. Схема ВН з піднесенням до степеня  $M$  демодуляторів сигналів ФМ-М.

Схеми тактової синхронізації. Призначення схем тактової синхронізації (ТС). Функціональні схеми ТС: схеми зі слідкуванням переходів через нуль, схема з відстаючим та випереджуючим відліками.

Схеми пошуку сигналів. Задача пошуку сигналів. Послідовний і паралельний пошук. Багатоетапний пошук.

Демодулятори сигналів ЧМ і ЧМ-М на основі систем ФАПЧ і ЧАПЧ. Стандартний частотний детектор та його недоліки. Частотний демодулятор зі зворотним зв'язком за частотою. Синхронно фазовий демодулятор.

### 2.3. Системи АСН та АСВ (4 год.)

Призначення систем АСН та АСВ. Вимірювання відстані до об'єкта, координат та параметрів руху об'єкта. Автоматичне спрямування приймальних антен.

**Перелік лабораторних робіт модуля 2**

- 2.1. Оптимізація параметрів системи ФАПЧ.
- 2.2. Дослідження адаптивної системи ФАПЧ.
- 2.3. Дослідження системи відновлення несівного колювання.
- 2.4. Дослідження системи тактової синхронізації.

## Лабораторна робота 1.1 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ПІДСИЛЕННЯ

### 1 Мета роботи

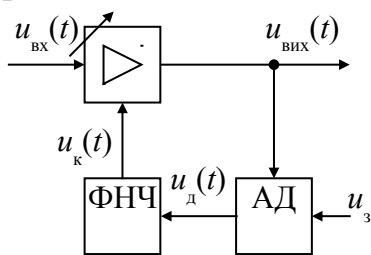
1.1 Вивчення функціональної схеми та принципу роботи системи АРП зі зворотним зв'язком.

1.2 Вимірювання робочих характеристик системи АРП зі зворотним зв'язком.

### 2 Ключові положення

2.1. Системи автоматичного регулювання підсилення (АРП) призначені для стабілізації рівня сигналу на виході підсилювача, якщо рівень вхідного сигналу відрізняється від номінального або змінюється у широкому діапазоні. Зміна рівня вхідного сигналу називається *завмиранням*. Причинами завмирань можуть бути рух засобів зв'язку або багатопроменеве поширення електромагнітних хвиль, коли хвиля відбивається від різних об'єктів і на вхід радіоприймача попадають кілька копій сигналу від передавача з різними затримками і амплітудами.

Як правило, системи АРП використовуються у трактах проміжної частоти (ПЧ) радіоприймачів, в яких здійснюється основне підсилення сигналу. Необхідність системи АРП в трактах ПЧ радіоприймачів пов'язана з метою уникнення перевантаження у вихідних каскадах, тобто для захисту сигналу від нелінійних спотворень.



**Рисунок 1** – Функціональна схема системи АРП зі зворотним зв'язком

2.2. Класичною системою АРП є система зі зворотним зв'язком, яка складається з керованого напругою підсилювача, амплітудного детектора (АД) та фільтра кола керування (ФНЧ) (рис. 1). Об'єктом керування системи АРП є підсилювач, а пристрій керування утворюється сукупністю детектора і ФНЧ.

Існують також системи АРП з прямим зв'язком, комбіновані системи АРП (в яких присутній як прямий, так і зворотний зв'язок), безшумні системи АРП (які вимикають підсилювач, якщо рівень сигналу набагато менший рівня шуму).

2.3. Принцип роботи системи АРП зі зворотним зв'язком полягає в наступному:

– сигнал з виходу підсилювача  $u_{\text{вих}}(t)$ , коефіцієнт підсилення якого керується напругою  $u_{\text{к}}(t)$ , надходить на вхід амплітудного детектора, де на виході утворюється сигнал  $u_{\text{д}}(t)$ , а його значення пропорційні рівню сигналу  $u_{\text{вих}}(t)$ ;



– сигнал  $u_d(t)$  з виходу детектора надходить на вхід ФНЧ, задача якого – ослабити складові, що виникають на виході детектора за рахунок корисної модуляції сигналу  $u_{\text{вх}}(t)$ , якщо ж ФНЧ буде пропускати такі складові, то система АРП буде зменшувати їхній рівень;

– на виході ФНЧ утворюється напруга керування  $u_k(t)$ , яка зменшує коефіцієнт підсилення підсилювача, якщо рівень вхідного сигналу  $u_{\text{вх}}(t)$  збільшується, і навпаки;

– якщо через глибокі завмирання рівень вхідного сигналу  $u_{\text{вх}}(t)$  прямує до нуля, то для забезпечення максимального підсилення систему АРП необхідно відімкнути, для чого на другий вхід амплітудного детектора подається напруга затримки  $u_3$ , яка вимикає систему АРП, тобто  $u_d(t) \equiv 0$ , коли  $u_{\text{вх}}(t) < u_3$ .

Керування коефіцієнтом підсилення може здійснюватися в підсилювачі різними способами:

- шляхом зміни крутизни підсилювальних елементів;
- шляхом підмикання до складу підсилювача керованого атенюатора;
- шляхом шунтування навантаження.

2.4. Система АРП, як і будь-яка система зі зворотним зв'язком, описується диференціальним рівнянням, яке в операторній формі має наступний вигляд:

$$u_{\text{вих}}(t) = \begin{cases} [k_0 - S_{\text{п}} S_{\text{ад}} H(p) [u_{\text{вих}}(t) - u_3]] u_{\text{вх}}(t), & u_{\text{вих}}(t) \geq u_3, \\ k_0 u_{\text{вх}}(t), & u_{\text{вих}}(t) < u_3, \end{cases} \quad (1)$$

де  $k_0$  – коефіцієнт підсилення підсилювача, коли  $u_k(t) = 0$ ;

$S_{\text{п}}$  – крутизна регулювальної характеристики підсилювача;

$S_{\text{ад}}$  – крутизна детекторної характеристики АД;

$H(p)$  – передатна функція ФНЧ;

$p = \frac{\partial}{\partial t}$  – оператор диференціювання.

Регулювальна характеристика підсилювача показує залежність коефіцієнта підсилення від напруги керування. На практиці регулювальна характеристика є нелінійною функцією, але приблизно вона може бути описана наступною лінійною залежністю:

$$k(u_k) = k_0 - S_{\text{п}} u_k. \quad (2)$$

Статична детекторна характеристика АД описується кусочно-лінійною залежністю (рис. 2):

$$u_d = \begin{cases} S_{\text{ад}} (u_{\text{вих}} - u_3), & u_{\text{вих}} \geq u_3, \\ 0, & u_{\text{вих}} < u_3. \end{cases} \quad (3)$$

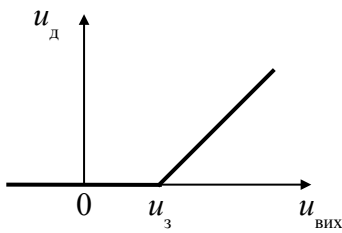


Рисунок 2 – Детекторна характеристика АД

АД працює з відсіканням значень сигналу  $u_{\text{вих}}(t)$  і напруга затримки  $u_3$  має сенс значення відсікання.

Фільтром кола зворотного зв'язку, як правило, є  $RC$ -фільтр з передатною функцією:

$$H(p) = \frac{1}{1 + RCp}. \quad (3)$$

2.5. Вираз (1) дозволяє визначити амплітудну характеристику системи АРП в усталеному режимі, тобто залежність  $u_{\text{вих}}(u_{\text{вх}})$ , коли на вході системи діє сигнал постійного рівня (рис. 3,  $E$  – напруга живлення підсилювача):

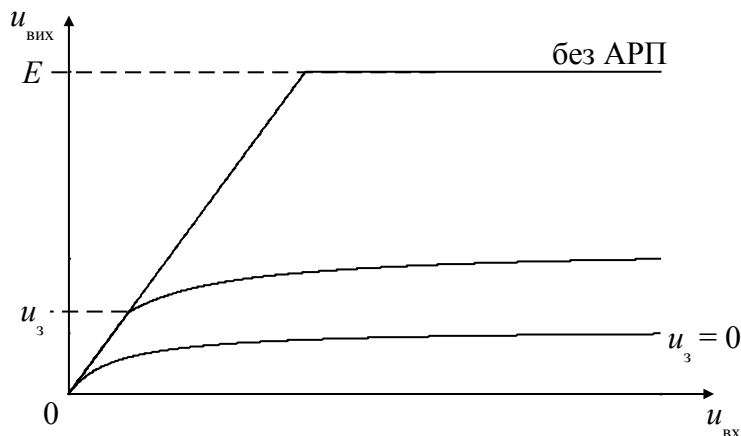


Рисунок 3 – Амплітудні характеристики підсилювача з і без системи АРП

$$u_{\text{вих}} = \begin{cases} \frac{k_0 + S_{\Pi} S_{\text{ад}} H(0) u_3}{1 + S_{\Pi} S_{\text{ад}} H(0) u_{\text{вх}}} u_{\text{вх}}, & u_{\text{вих}} \geq u_3, \\ k_0 u_{\text{вх}}, & u_{\text{вих}} < u_3. \end{cases} \quad (4)$$

З рис. 3 випливає, що дія системи АРП полягає у зменшенні значення точки насичення підсилювача, відповідно зменшується рівень, на якому стабілізується вихідний сигнал. Однак введення напруги затримки дозволяє підвищити рівень вихідного сигналу. Взагалі ідеальною вважається така система АРП, рівень вихідного сигналу якої прямує до напруги затримки і точність системи оцінюють різницею  $u_{\text{вих}} - u_3$ . Для того, щоб система АРП була близькою до ідеальної, необхідно збільшувати крутизну детекторної характеристики амплітудного детектора  $S_{\text{ад}}$ .

2.6. У реальних пристроях до входу системи АРП надходить суміш корисного сигналу і шуму. У такому випадку система стабілізує рівень сумарного сигналу, причому в усталеному режимі відношення сигнал/шум не змінюється системою АРП.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення системи АРП.
- 3.2. Зобразити функціональну схему системи АРП.
- 3.3. Пояснити принцип роботи системи АРП.
- 3.4. Пояснити призначення напруги затримки.
- 3.5. Дати визначення регульовальної характеристики підсилювача.
- 3.6. Дати визначення амплітудної характеристики системи АРП.
- 3.7. Як оцінюють точність системи АРП?
- 3.8. Як шуми впливають на роботу системи АРП?

### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ “Система автоматичного регулювання підсилення”. Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 18–22; 2, с. 39–44].

4.2. Розрахувати та побудувати графіки амплітудних характеристик системи АРП, якщо  $k_0 = 10$ ,  $S_{\text{п}} = 10$ ,  $S_{\text{ад}} = 1 + 0,1 \cdot n$ ,  $H(0) = 1$ , для двох значень напруги затримки  $u_3 = 1 \text{ В}$  і  $u_3 = 3 \text{ В}$  ( $n$  – номер лабораторного стенда).

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

### 5. Лабораторне завдання

5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макету необхідно відкрити папку “Лабораторні роботи” на робочому столі. Далі відкрити папку “РА” і знайти в ній програму “Дослідження системи АРП”.

5.2. **Вимірювання регульовальної характеристики підсилювача.** Для виконання вимірювань необхідно установити:

- генератор сигналу у положення " $s(t) = 1(t)$ " (одиничний стрибок);
- атенюатор у положення 0 дБ;
- ключ  $S1$  – замкнений;
- ключ  $S2$  – розімкнений;
- ключ  $S3$  – положення " $u_{\text{к}}$ ".

Змінюючи напругу керування  $u_{\text{к}}$  у діапазоні 0...1 В з кроком 0,2 В, зафіксувати у протоколі значення сигналу на вході і виході підсилювача. На основі отриманих даних розрахувати коефіцієнт підсилення і побудувати графік регульовальної характеристики підсилювача  $k(u_{\text{к}})$ .

**5.3. Вимірювання амплітудних характеристик підсилювача і системи АРП.** Для вимірювання амплітудної характеристики підсилювача необхідно перемикнути ключ  $S3$  у положення "земля" (інші установки такі ж самі, як у попередньому пункті). Змінюючи послаблення атенюатора від  $-6$  дБ до  $6$  дБ, зафіксувати у протоколі значення сигналу на вході і виході підсилювача.

Для вимірювання амплітудної характеристики системи АРП перемикнути ключ  $S3$  у положення "ФНЧ" й установити  $F_3 = 0,1$  кГц,  $S_{ад} = 1 + 0,1 \cdot n$ ,  $u_3 = 1$  В ( $n$  – номер лабораторного стенда). Змінюючи послаблення атенюатора від  $-6$  дБ до  $6$  дБ, зафіксувати у протоколі значення сигналу на вході і виході підсилювача. Повторити вимірювання, коли:

- $S_{ад} = 1 + 0,1 \cdot n$ ,  $u_3 = 3$  В;
- $S_{ад} = 10 + 0,1 \cdot n$ ,  $u_3 = 1$  В;
- $S_{ад} = 10 + 0,1 \cdot n$ ,  $u_3 = 3$  В.

Результати вимірювань, тобто залежності  $u_{вих}(u_{вх})$ , доцільно представити на одному рисунку.

**5.4. Дослідження якості стабілізації рівня сигналу.** Установити генератор сигналу у положення " $s(t) = 1 + 0,1 \cos(6,28Ft)$ " (рівень сигналу змінюється за гармонічним законом),  $F_3 = 0,1$  кГц,  $S_{ад} = 1 + 0,1 \cdot n$ ,  $u_3 = 1$  В. Зафіксувати у протоколі сигнали на вході і виході системи. Установити крутизну детектора  $S_{Ад} = 10 + 0,1 \cdot n$  і зафіксувати сигнал на виході.

Повторити дослідження для сигналу " $s(t) = 1 + 0,5 \cos(6,28Ft)$ " та зробити висновки про якість стабілізації рівня сигналу (ідеальна система забезпечує постійний рівень сигналу на виході).

**5.5. Вимірювання відношення сигнал/шум на вході і виході системи АРП.** Для цього необхідно установити:

- генератор сигналу у положення " $s(t) = 1(t)$ ";
- атенюатор у положення  $0$  дБ;
- ключ  $S1$  – замкнений;
- ключ  $S2$  – замкнений;
- ключ  $S3$  – положення "ФНЧ".

Зафіксувати значення напруги керування  $u_k$ , для чого використати графік сигналу на виході ФНЧ, та ввести це значення у поле введення напруги керування. Установити значення спектральної густини потужності білого шуму  $N_0 = 10^{-4}$  В<sup>2</sup>/Гц. Ключ  $S1$  розімкнути, ключ  $S2$  замкнути, а ключ  $S3$  перемикнути у положення " $u_k$ ". Зафіксувати у протоколі значення рівня шуму на вході і виході системи АРП. Ключ  $S1$  замкнути, ключ  $S2$  розімкнути. Зафіксувати у протоколі значення рівня сигналу на вході і виході системи АРП. Розрахувати відношення сигнал/шум на вході і виході системи АРП і порівняти їх.

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, структурна схема якого наведена на рис. 4, реалізована система АРП зі зворотним зв'язком. Макет складається з наступних елементів:

- генератор сигналів  $1(t)$  або  $1 + m \cos(2\pi Ft)$ , де  $m = 0,1; 0,5$ ,  $F = 0,5$  кГц ;
- атенюатор, що забезпечує змінне послаблення від  $-6$  дБ до  $+6$  дБ;
- генератор шуму, що дозволяє установлювати значення спектральної густини потужності  $N_0$ .

Макет дозволяє змінювати параметри функціональних елементів: напругу затримки, крутизну детекторної характеристики АД, частоту зрізу ФНЧ.

Макет також містить три ключа  $S1$ ,  $S2$  і  $S3$ , які необхідні для вимірювання характеристик системи АРП. Для визначення рівня сигналу у макеті використовуються вимірювачі рівня сигналу. Рівень сигналу визначається як середньоквадратичне (ефективне) значення. Для спостереження спектрів сигналів у різних точках схеми використовуються два аналізатори спектра.

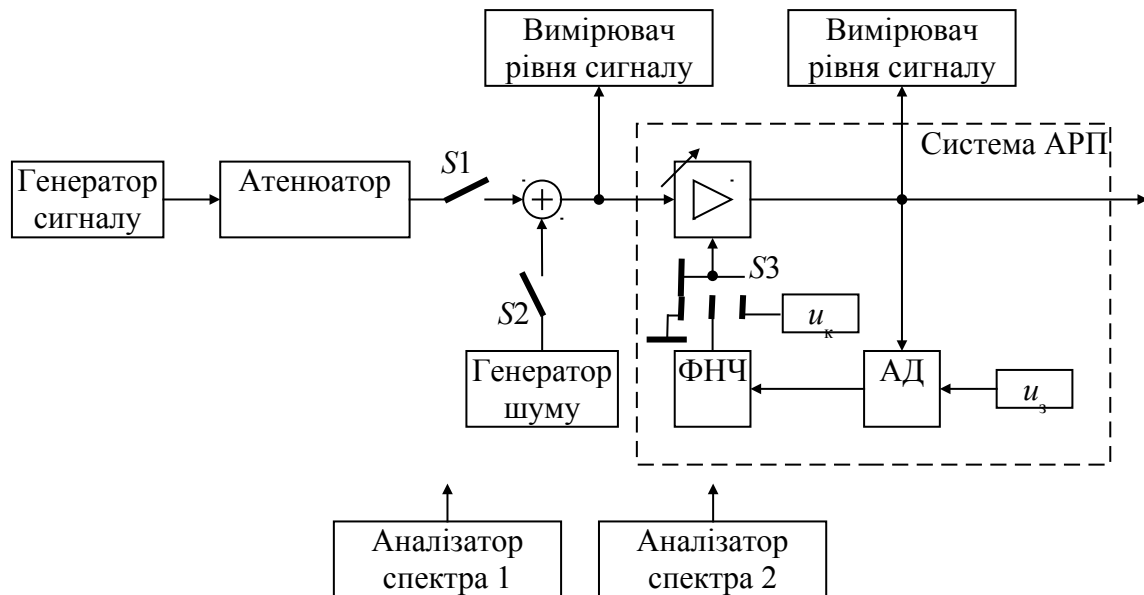


Рисунок 4 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

- 7.1. **Назва** лабораторної роботи.
- 7.2. **Мета** роботи.
- 7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.
- 7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання за пп. 5.2...5.5 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).
- 7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).
- 7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 1.2 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЧАСТОТНОГО АУТОПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ

### 1. Мета роботи

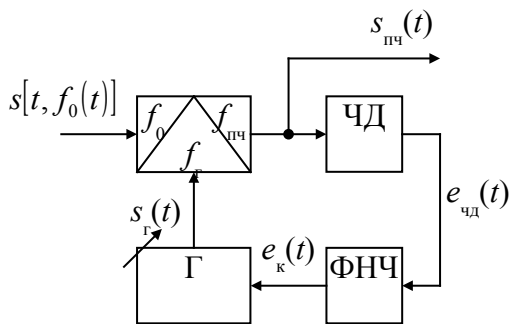
- 1.1. Вивчення функціональної схеми та принципу роботи системи ЧАПЧ.
- 1.2. Дослідження впливу параметрів функціональних елементів системи ЧАПЧ на процеси захоплення й утримання частоти сигналу.

### 2. Ключові положення

2.1. Головне функціональне призначення системи частотного автопідстроювання частоти (ЧАПЧ) – слідкувати за частотою переносника модульованого сигналу  $f_0(t)$ . Відхилення частоти переносника виникає в результаті фазової або частотної модуляції, нестабільності опорних генераторів радіопередавача і радіоприймача та в результаті ефекту Доплера.

Найчастіше системи ЧАПЧ використовуються у трактах проміжної частоти (ПЧ) радіоприймачів для стабілізації частоти сигналу на виході перетворювача частоти (змішувача). Необхідність стабілізації проміжної частоти  $f_{пч}$  пов'язана з необхідністю мінімізації смуги пропускання тракту ПЧ для мінімізації потужності шуму на його виході.

Системи ЧАПЧ також використовуються для демодуляції сигналів частотної модуляції.



**Рисунок 1** – Функціональна схема системи ЧАПЧ

2.2. Функціональна схема системи ЧАПЧ містить (рис. 1): перетворювач частоти, частотний детектор (ЧД), фільтр кола керування (ФНК) та генератор, керований напругою (Г).

Підтримка постійної проміжної частоти реалізується шляхом підстроювання частоти генератора, який керується напругою і, відповідно, є об'єктом керування. В результаті підстроювання частоти керованого генератора, проміжна частота повинна бути постійною, тобто повинна компенсуватися

як нестабільність частоти переносника, так і нестабільність самого генератора:

$$f_{пч}(t) = |f_{Г}(t) - f_0(t)| \rightarrow f_{пч0} = \text{const}, \quad (1)$$

де  $f_{пч}(t)$  – проміжна частота;

$f_{пч0}$  – номінальне значення проміжної частоти;

$f_{Г}(t)$  – частота керованого генератора;

$f_0(t)$  – частота переносника.

2.3. Системи ЧАПЧ відносяться до систем слідування і працюють за наступним принципом:

- сигнал проміжної частоти  $s_{пч}(t)$  подається на вхід частотного детектора (ЧД), перехідна частота якого дорівнює номінальному значенню проміжної частоти  $f_d = f_{пч0}$ ; перехідною частотою ЧД називається частота, на якій детекторна характеристика дорівнює нулю (рис. 2);

- якщо миттєва частота сигналу  $s_{пч}(t)$  відрізняється від перехідної частоти детектора, то на виході утворюється напруга, пропорційна різниці дійсної і номінальної проміжної частоти  $e_{чд}(t) = F[f_{пч}(t) - f_{пч0}]$ ;

- після фільтрації сигналу  $e_{чд}(t)$  сигнал керування (або похибки)  $e_k(t)$  надходить на вхід генератора, керованого напругою, частота якого зменшується, якщо сигнал помилки додатний, і навпаки, в результаті чого різниця  $f_{пч}(t) - f_{пч0}$  зменшується.

2.4. Точність системи ЧАПЧ оцінюють величиною залишкового розлагодження, тобто наступною різницею:

$$\Delta f_{зал}(t) = f_{пч}(t) - f_{пч0}. \quad (2)$$

Величина залишкового розлагодження залежить від підсилення системи ЧАПЧ і в усталеному режимі дорівнює:

$$\Delta f_{зал}(t) = \frac{\Delta f_{поч}(t)}{K_{ЧАПЧ}} = \frac{\Delta f_{поч}(t)}{1 + S_{чд}S_r}, \quad (3)$$

де  $\Delta f_{поч}(t) = f_0(t) - f_{г0} - f_{пч0}$  – початкове розлагодження;

$f_{г0}$  – власна частота генератора (спостерігається, коли  $e_k(t) = 0$ , рис. 3);

$S_{чд}$  – крутизна детекторної характеристики ЧД, В/Гц;

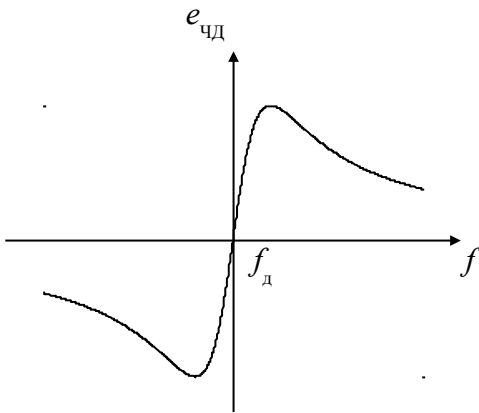
$S_r$  – крутизна регулювальної характеристики генератора, Гц/В.

Вираз (3) дозволяє зробити наступний висновок – якщо підсилення системи достатньо велике, то залишкове розлагодження прямує до нуля і відповідно виконується вимога виразу (1). Однак збільшення значення підсилення системи ЧАПЧ призводить до появи автоколивань, причиною яких є нелінійність характеристик перетворювача частоти, частотного детектора та генератора. Для усунення автоколивань необхідно зменшувати смугу пропускання ФНЧ, що призводить до зменшення робочого діапазону системи ЧАПЧ.

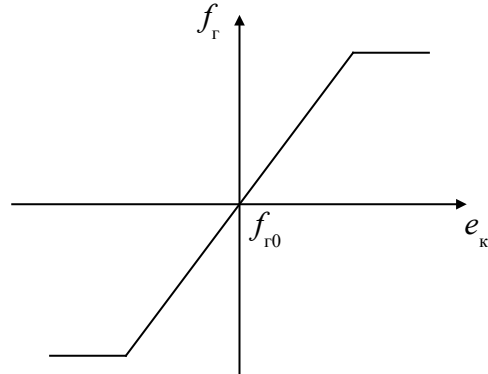
2.5. Вираз (3) є лінійним диференціальним рівнянням системи ЧАПЧ в усталеному режимі. Цей вираз справедливий, коли початкове розлагодження  $\Delta f_{поч}(t)$  не виходить за межі лінійної ділянки статичної детекторної характеристики ЧД. У протилежному випадку необхідно враховувати нелінійність функціональних елементів системи ЧАПЧ (як правило, достатньо враховувати нелінійність частотного детектора). Тоді диференціальне рівняння набуде наступного нелінійного вигляду:

$$\Delta f_{\text{зал}}(t) + S_{\Gamma} H(p) F[\Delta f_{\text{зал}}(t)] = \Delta f_{\text{поч}}(t), \quad (4)$$

де  $F[x]$  – функція, що описує статичну детекторну характеристику ЧД;  
 $H(p)$  – передатна функція ФНЧ кола керування.



**Рисунок 2** – Статична детекторна характеристика ЧД



**Рисунок 3** – Регульовальна характеристика генератора

Аналіз виразу (4) дозволяє зробити наступний висновок: коли початкове розлагодження  $\Delta f_{\text{поч}}(t)$  перевищує деяку межу, функція  $F[\Delta f_{\text{зал}}(t)]$  прямує до нуля і тоді залишкове розлагодження прямує до початкового  $\Delta f_{\text{зал}}(t) \rightarrow \Delta f_{\text{поч}}(t)$ , тобто система ЧАПЧ перестає виконувати свою головну функцію – зменшувати початкове розлагодження.

Таким чином, виділяють два режими роботи системи ЧАПЧ: режим слідкування або робочий режим, коли  $\Delta f_{\text{зал}}(t) \ll \Delta f_{\text{поч}}(t)$ ; режим зриву слідкування або неробочий режим, коли  $\Delta f_{\text{зал}}(t) \rightarrow \Delta f_{\text{поч}}(t)$ .

2.6. Оскільки система ЧАПЧ може переходити із робочого режиму в неробочий і навпаки, то для характеристики такої поведінки системи ввели два параметри, які назвали смугою захоплення та смугою утримання.

Смугою захоплення системи ЧАПЧ  $\Delta f_{\text{зах}}$  називається таке початкове розлагодження, за якого система переходить з неробочого режиму до режиму слідкування, відбувається захоплення сигналу.

Смугою утримання системи ЧАПЧ  $\Delta f_{\text{утр}}$  називається таке початкове розлагодження, за якого система переходить з режиму слідкування до неробочого режиму, відбувається зрив слідкування.

Для експериментального визначення смуги захоплення, система повинна знаходитися у неробочому режимі, тобто початкове розлагодження повинно бути великим. Зменшуючи початкове розлагодження, необхідно зафіксувати момент, коли система захопить сигнал (залишкове розлагодження значно зменшиться). Початкове розлагодження у цей момент і є смугою захоплення.

Для експериментального визначення смуги утримання, система повинна знаходитися у режимі слідкування, тобто початкове розлагодження повинно бути малим (меншим смуги захоплення). Збільшуючи початкове розлагодження необхідно зафіксувати момент, коли відбудеться зрив слідкування (залишкове



розлагодження буде дорівнювати початковому). Початкове розлагодження у цей момент і є смугою утримання.

2.7. Одним зі способів експериментального визначення смуг захоплення й утримання є подання на вхід системи ЧАПЧ сигналу з лінійно зростаючою частотою, так званий сигнал з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ сигнал).

Якщо система ЧАПЧ відсутня, то розлагодження на виході перетворювача частоти буде таким самим як і на його вході, тобто воно буде збільшуватися з наростанням частоти вхідного сигналу (рис. 4 – характеристика “без ЧАПЧ”).

Якщо ж система ЧАПЧ функціонує, то можна виділити три ділянки залежності  $\Delta f_{\text{зал}}(\Delta f_{\text{поч}})$ , яку називають регулювальною характеристикою системи ЧАПЧ:

–  $\Delta f_{\text{поч}} < \Delta f_{\text{зах}}$  – спочатку система знаходиться у режимі зриву слідкування  $\Delta f_{\text{зал}} \approx \Delta f_{\text{поч}}$ , оскільки початкове розлагодження настільки велике, що дається ознаки нелінійності характеристики ЧД;

–  $\Delta f_{\text{зах}} < \Delta f_{\text{поч}} < \Delta f_{\text{утр}}$  – система переходить у режим слідкування і  $\Delta f_{\text{зал}} \ll \Delta f_{\text{поч}}$ , оскільки починає використовуватися лінійна ділянка характеристики ЧД;

–  $\Delta f_{\text{поч}} > \Delta f_{\text{утр}}$  – система знову переходить у режим зриву  $\Delta f_{\text{зал}} \approx \Delta f_{\text{поч}}$ , оскільки знову дається ознаки нелінійності характеристики ЧД.

З рис. 4 випливає, що смуга захоплення менша смуги утримання. Ця властивість виконується для будь-якої системи ЧАПЧ, тобто завжди  $\Delta f_{\text{зах}} < \Delta f_{\text{утр}}$ . Також рис. 4 демонструє один із недоліків системи ЧАПЧ: навіть коли початкове розлагодження дорівнює нулю, залишкове розлагодження відрізняється від нуля. Причиною такої похибки системи ЧАПЧ можуть бути продукти нелінійного перетворення сигналу у змішувачі та необхідність підтримки постійної напруги на вході керованого генератора (якщо він реалізується на варикапі).

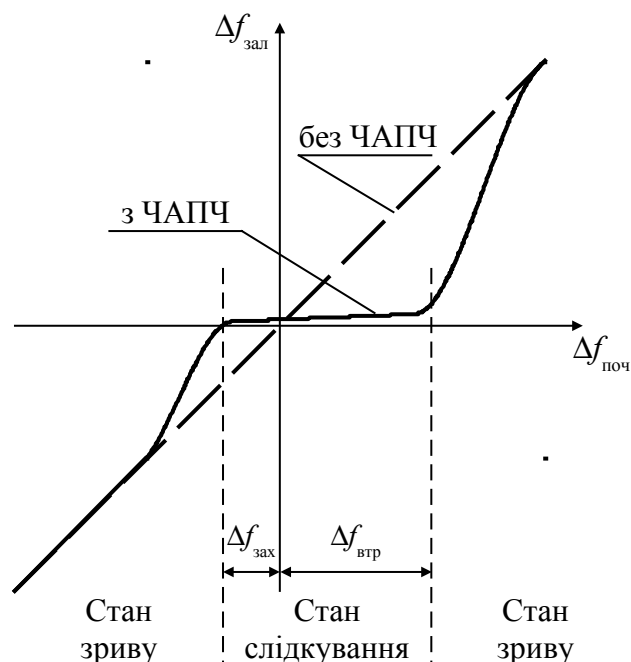


Рисунок 4 – Регулювальна характеристика системи ЧАПЧ

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення системи ЧАПЧ.
- 3.2. Зобразити функціональну схему системи ЧАПЧ.
- 3.3. Пояснити принцип роботи системи ЧАПЧ.
- 3.4. Дати визначення початкового розлагодження.
- 3.5. Дати визначення залишкового розлагодження.

3.6. Як розрахувати величину залишкового розлагодження в усталеному режимі?

3.7. Дати визначення смуги захоплення.

3.8. Дати визначення смуги утримання.

3.9. Що є причиною обмеження робочого діапазону системи ЧАПЧ?

#### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ “Система частотного автопідстроювання частоти”. Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 10–12; 2, с. 9–15].

4.2. Розрахувати та побудувати графік залежності залишкового розлагодження від підсилення системи ЧАПЧ в усталеному режимі  $\Delta f_{\text{зал}}(K_{\text{ЧАПЧ}})$ , де  $K_{\text{ЧАПЧ}} = 1 + S_{\text{чд}} S_{\text{г}}$ . Вихідні дані для розрахунків ( $n$  – номер лабораторного стенда):

–  $\Delta f_{\text{поч}} = (-1)^n (1 - 0,05n)$  кГц;

–  $S_{\text{чд}} = 1,5$  В/Гц;

–  $S_{\text{г}} = 1; 10; 20 \dots 100$ .

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

#### 5 Лабораторне завдання

5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку “Лабораторні роботи” на робочому столі. Далі відкрити папку “РА” і знайти в ній програму “Дослідження системи ЧАПЧ”.

5.2. **Дослідження залежності залишкового розлагодження від підсилення системи ЧАПЧ та від частоти зрізу ФНЧ кола керування.** Для виконання вимірювань необхідно установити:

– кнопку “Зміна розлагодження” у стан “Статичне розлагодження”;

– початкове розлагодження  $\Delta f_{\text{поч}}$  як у домашньому завданні;

– частоту зрізу ФНЧ  $F_{\text{зр}} = 1$  Гц.

Змінюючи крутизну генератора  $S_{\text{г}} = 1; 10; 20, \dots 100$ , фіксувати у протоколі величину залишкового розлагодження  $\Delta f_{\text{зал}}$ . Для вимірювання залишкового розлагодження необхідно використовувати діаграму “Початкове й залишкове розлагодження”. Побудувати графік залежності  $\Delta f_{\text{зал}}(K_{\text{ЧАПЧ}})$ .

Повторити вимірювання для частот зрізу ФНЧ  $F_{\text{зр}} = 5$  Гц та  $F_{\text{зр}} = 10$  Гц. Порівняти отримані результати з результатами домашнього завдання. Зафіксувати у протоколі  $S_{\text{гк}}$  та  $F_{\text{зр}}$ , за яких у системі виникають незгасаючі автоколивання.

5.3. Дослідження залежності смуг захоплення та утримання від підсилення системи ЧАПЧ та від частоти зрізу ФНЧ кола керування. Для виконання вимірювань необхідно установити:

- кнопку “Зміна розлагодження” у стан “Лінійне змінення”;
- частоту зрізу ФНЧ  $F_{зр} = 1$  Гц.

Змінюючи крутизну генератора  $S_{г} = 1; 10, \dots S_{гк}$ , фіксувати у протоколі значення смуг захоплення та утримання,  $S_{гк}$  – значення крутизни генератора, за якого виникають незгасаючі автоколивання. Для вимірювання смуг захоплення та утримання необхідно використовувати діаграму “Регульовальна характеристика” (див. рис. 4). Побудувати графіки  $\Delta f_{зах}(K_{ЧАПЧ})$  та  $\Delta f_{утр}(K_{ЧАПЧ})$ . Повторити вимірювання для частот зрізу ФНЧ  $F_{зр} = 5$  Гц та  $F_{зр} = 10$  Гц.

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, схема якого наведена на рис. 5, реалізована система ЧАПЧ. Макет складається з наступних елементів:

- генератора гармонічного коливання частоти  $f_0 = 10$  кГц, у режимі “Статичне розлагодження” частоту можна змінювати у межах від 8 до 12 кГц;
- генератора сигналу з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ сигнал);
- кнопки-перемикача  $S1$  – “Зміна розлагодження”;
- перемножувача та смугового фільтра (СФ), які утворюють перетворювач частоти, середня частота смуги пропускання фільтра  $f_{СФ} = 3$  кГц;
- частотного детектора (ЧД) з перехідною частотою  $f_{д} = 3$  кГц;
- ФНЧ кола керування, частоту зрізу якого можна змінювати;
- генератора (Г), керованого напругою, з власною частотою  $f_{г0} = 13$  кГц; крутизну генератора можна змінювати.

Для вимірювання значення початкового розлагодження використовується допоміжний частотний детектор ЧД1 з перехідною частотою 10 кГц, а для вимірювання залишкового розлагодження використовується допоміжний частотний детектор ЧД2 з перехідною частотою 3 кГц. Для дослідження змін величин розлагоджень у часі використовується “Осцилограф 1”. Регульовальна характеристика спостерігається за допомогою “Осцилографа 2”.

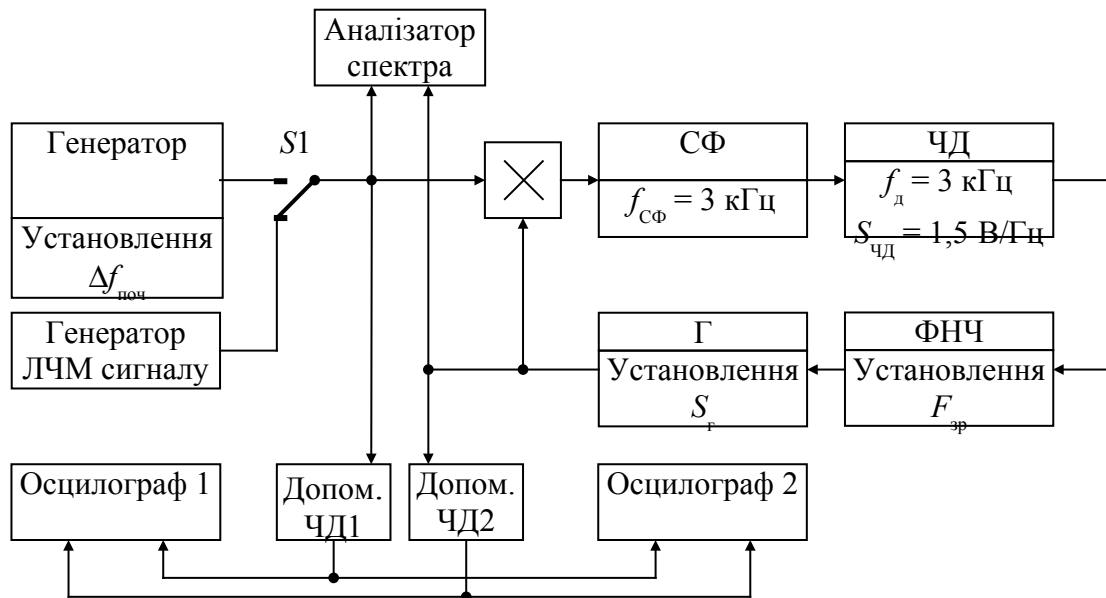


Рисунок 5 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

7.1. **Назва** лабораторної роботи.

7.2. **Мета** роботи.

7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання за п. 5.2...5.3 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).

7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 1.3 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ФАЗОВОГО АВТОПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ

### 1. Мета роботи

1.1. Вивчення функціональної схеми та принципу роботи системи ФАПЧ.

1.2. Вимірювання основних параметрів систем ФАПЧ першого та другого порядків.

### 2. Ключові положення

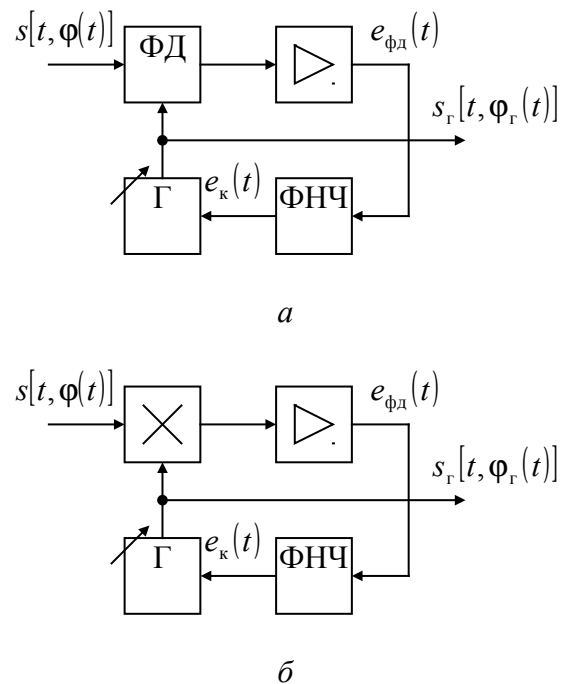
2.1. Головне функціональне призначення системи фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ) – слідкування за фазою переносника модульованого сигналу  $\varphi(t)$ . Фаза переносника може змінюватися в результаті фазової або частотної модуляції, нестабільності опорних генераторів радіопередавача і радіоприймача та в результаті ефекту Доплера.

Системи ФАПЧ використовуються: у трактах проміжної частоти (ПЧ) радіоприймачів для стабілізації частоти сигналу на виході перетворювача частоти (змішувача); для формування когерентного коливання при обробленні модульованих сигналів (системи відновлення несівної – ВН); для формування тактового коливання при обробленні цифрових сигналів (системи тактової синхронізації – ТС); для демодуляції сигналів ЧМ; для побудови синтезаторів частот.

2.2. Функціональна схема системи ФАПЧ (рис. 1, а) містить: фазовий детектор (ФД), фільтр кола керування (ФНК) та генератор (Г), керований напругою. Додатково до кола керування може бути включений підсилювач. Фазовий детектор, як правило, реалізують у вигляді перемножувача (рис. 1, б).

Слідкування за фазою вхідного сигналу реалізується шляхом підстроювання частоти генератора, який є об'єктом керування. В результаті фаза генератора змінюється за законом інтегралу частоти, тобто генератор в системі ФАПЧ виконує функцію інтегратора (функцію ФНК), що дозволяє реалізовувати системи без фільтра кола керування.

Система ФАПЧ слідкує як за приростом фази, так і за початковою фазою вхідного сигналу, на відміну від системи ЧАПЧ, яка слідкує тільки за приростом частоти сигналу.



**Рисунок 1** – Функціональні схеми систем ФАПЧ

### 2.3. Принцип роботи системи ФАПЧ:

– вхідне коливання  $s[t, \varphi(t)]$  і коливання генератора  $s_r[t, \varphi_r(t)]$  надходять на вхід фазового детектора, на виході якого утворюється напруга, пропорційна різниці фаз сигналів:  $e_{\text{фд}}(t) = F[\Delta \varphi(t)]$ , де  $\Delta \varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_r(t)$ ,  $\varphi(t)$  – приріст фази вхідного коливання,  $\varphi_r(t)$  – приріст фази коливання генератора,  $F(x) = \sin(x)$  – статична детекторна характеристика ФД;

– після фільтрації утворюється сигнал керування (похибки)  $e_k(t)$ , під дією якого змінюється миттєва частота коливання генератора, а фаза змінюється за законом інтеграла миттєвої частоти;

– у результаті різниця фаз між вхідним коливанням і коливанням генератора  $\Delta \varphi(t)$  зменшується (прямує до нуля).

2.4. Приріст фази коливання керованого генератора в операторній формі описується наступним нелінійним рівнянням:

$$\varphi_r(t) = \frac{1}{p} AS_r S_{\text{фд}} H(p) \sin[\Delta \varphi(t)]; \quad (1)$$

де  $\frac{1}{p}$  – оператор інтегрування (роль інтегратора виконує генератор);

$A$  – амплітуда вхідного коливання;

$S_r$  – крутизна регулювальної характеристики генератора, Гц/В;

$S_{\text{фд}}$  – крутизна детекторної характеристики ФД, В/рад;

$H(p)$  – передатна функція ФНЧ кола керування.

Тоді різниця фаз коливань  $\Delta \varphi(t)$  (похибка системи ФАПЧ) описується нелінійним диференціальним рівнянням:

$$p \Delta \varphi(t) + AS_r S_{\text{фд}} H(p) \sin[\Delta \varphi(t)] = p \varphi(t), \quad (2)$$

де  $p = \frac{\partial}{\partial t}$  – оператор диференціювання.

2.5. Система ФАПЧ, як і система ЧАПЧ, характеризується смугою захоплення  $\Delta f_{\text{зах}}$  та смугою втримання  $\Delta f_{\text{втр}}$ , тобто вона може перебувати у стані слідкування або у стані зриву слідкування.

Якщо система ФАПЧ перебуває у стані слідкування, то  $\Delta \varphi(t) \rightarrow 0$ , а  $\sin[\Delta \varphi(t)] \rightarrow \Delta \varphi(t)$ . У такому випадку систему можна описати лінійним диференціальним рівнянням:

$$p \Delta \varphi(t) + AS_r S_{\text{фд}} H(p) \Delta \varphi(t) = p \varphi(t). \quad (3)$$

Якщо в системі відсутній ФНЧ кола керування, а частота вхідного коливання, тобто похідна фази  $\varphi'(t)$ , змінюється у часі досить повільно, то приближене рішення диференційного рівняння (3) має наступний вигляд:

$$\Delta\varphi(t) \approx \frac{2\pi\Delta f_{\text{поч}}(t)}{AK_{\text{ФАПЧ}}} + \Delta\varphi(0)e^{-AK_{\text{ФАПЧ}}t}, \quad (4)$$

де  $\Delta f_{\text{поч}}(t) = f_0(t) - f_{г0}$  – початкове розлагодження;

$f_0(t)$  – миттєва частота вхідного коливання;

$f_{г0}$  – власна частота генератора (спостерігається, коли  $e_k(t) = 0$ );

$K_{\text{ФАПЧ}} = S_{г}S_{\text{ФД}}$  – підсилення системи ФАПЧ;

$\Delta\varphi(0)$  – похибка системи ФАПЧ у початковий момент.

У виразі (4) складова  $\Delta\varphi(0)e^{-AK_{\text{ФАПЧ}}t}$  визначає похибку фази системи ФАПЧ у перехідному режимі і ця похибка з часом прямує до нуля. Складова  $2\pi\Delta f_{\text{поч}}(t)/AK_{\text{ФАПЧ}}$  визначає похибку фази системи ФАПЧ в усталеному режимі, яка тим менша, чим більше підсилення системи.

Для визначення похибки частоти системи ФАПЧ, тобто залишкового розлагодження  $\Delta f_{\text{зал}}(t) = f_0(t) - f_{г}(t)$ , необхідно продиференціювати вираз (4) і в усталеному режимі ця похибка набуває вигляду:

$$\Delta f_{\text{зал}}(t) \approx \frac{\Delta f'_{\text{поч}}(t)}{AK_{\text{ФАПЧ}}}. \quad (5)$$

Вираз (5) демонструє важливу властивість системи ФАПЧ: якщо початкове розлагодження є постійним, то залишкове розлагодження завжди дорівнює нулю. Ця властивість системи ФАПЧ називається астатизмом, який є наслідком наявності операції інтегрування (виконується генератором).

2.6. Вирази (4) і (5) справедливі, якщо початкове розлагодження менше смуги утримання,  $\Delta f_{\text{поч}} < \Delta f_{\text{утр}}$ , яка пропорційна підсиленню системи ФАПЧ і не залежить від характеристик ФНЧ кола керування:

$$\Delta f_{\text{утр}} = AK_{\text{ФАПЧ}}. \quad (6)$$

Якщо в системі відсутній ФНЧ кола керування (система ФАПЧ першого порядку), то смуга захоплення дорівнює смузі утримання  $\Delta f_{\text{зах}} = \Delta f_{\text{утр}}$ . Якщо ж у коло керування вмикають ФНЧ, смуга захоплення зменшується, тобто  $\Delta f_{\text{зах}} < \Delta f_{\text{утр}}$ . Необхідність вмикання ФНЧ у коло керування системи ФАПЧ пов'язана з необхідністю забезпечення стійкості системи та придушення шумів. Як правило, як ФНЧ використовують звичайний RC-фільтр або пропорційно-інтегруючий фільтр (ПІФ) (рис. 2).

Передатна функція пропорційно-інтегруючого фільтра має вигляд:

$$H(p) = \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_1 p}, \quad (7)$$

де  $\tau_1 = (R1 + R2) \cdot C$  – постійна часу фільтра;

$$\tau_2 = R2 \cdot C = (0,05 \dots 0,1) \tau_1.$$

Якщо врахувати, що опір резистора  $R2$  у схемі  $RC$ -фільтра дорівнює нулю, то з виразу (7) можна отримати його передатну функцію  $RC$ -фільтра.

Частота зрізу обох фільтрів однакова і розраховується наступним чином:

$$\omega_{зр} = 1/\tau_1. \quad (8)$$

Принципова відмінність між  $RC$ -фільтром і ПФ полягає у формі АЧХ: АЧХ  $RC$ -фільтра зі зростанням частоти прямує до нуля; АЧХ ПФ зі зростанням частоти прямує до відношення  $\tau_2/\tau_1$ .

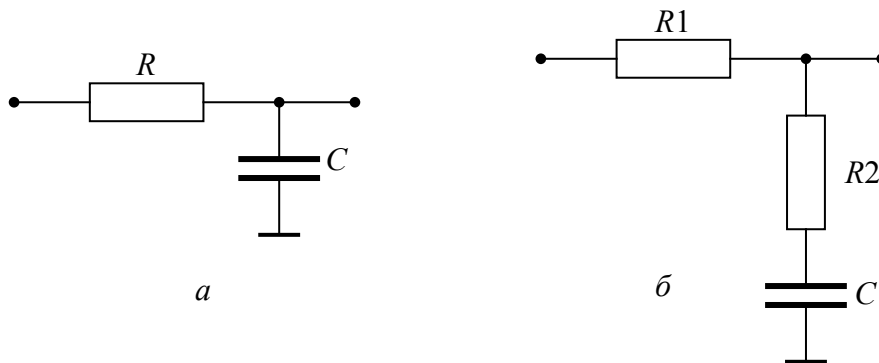


Рисунок 2 – Схеми: а –  $RC$ -фільтра; б – ПФ

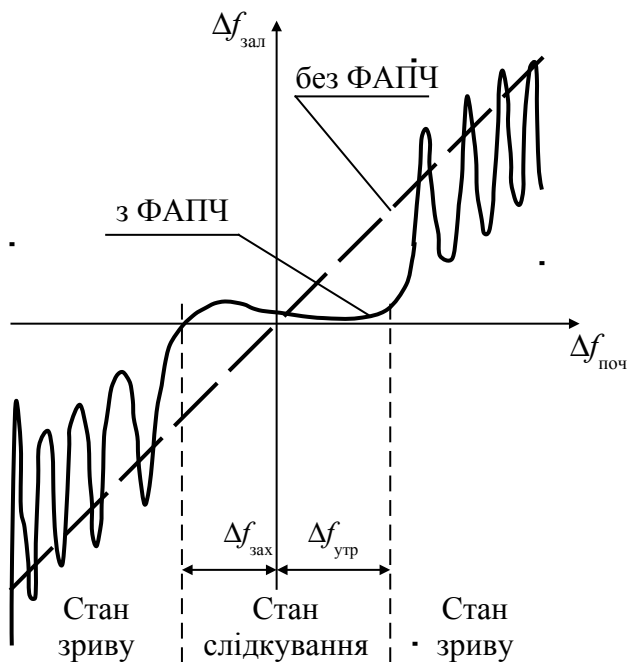


Рисунок 3 – Регулювальна характеристика системи ФАПЧ

2.7. Для приблизного визначення смуг захоплення й утримання на вхід системи ФАПЧ подається сигнал з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ сигнал) – це дає можливість отримати регульовальну характеристику (рис. 3).

У стані слідування система ФАПЧ, як і система ЧАПЧ, зменшує залишкове розлагодження, яке прямує до нуля. Межі діапазону частот, в якому  $\Delta f_{зал}(t) \rightarrow 0$  і визначають смуги захоплення  $\Delta f_{зах}$  й утримання  $\Delta f_{утр}$  (рис. 3 ілюструє стан слідування).

У стані зриву слідування поведінка системи ФАПЧ суттєво відрізняється від поведінки системи ЧАПЧ. Якщо система ЧАПЧ знаходиться у стані зриву, то  $\Delta f_{зал}(t) \rightarrow \Delta f_{поч}(t)$ . За



рахунок того, що статична детекторна характеристика ФД є періодичною, у системі ФАПЧ у стані зриву виникають биття частоти, тому передбачити значення залишкового розлагодження неможливо.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення системи ФАПЧ.
- 3.2. Зобразити функціональну схему системи ФАПЧ.
- 3.3. Пояснити принцип роботи системи ФАПЧ.
- 3.4. Яку операцію виконує генератор, керований напругою, у системі ФАПЧ?
- 3.5. Записати вирази похибок фази та частоти системи ФАПЧ.
- 3.6. У чому полягає властивість астатизму системи ФАПЧ?
- 3.7. Дати визначення смуг захоплення й утримання.
- 3.8. Як ФНЧ кола керування впливає на смуги захоплення й утримання?
- 3.9. Як експериментально визначити смуги захоплення й утримання?

### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ “Система фазового автопідстроювання частоти”. Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 12–14; 2, с. 16–23].

4.2. Визначити та побудувати графіки АЧХ RC-фільтра та ПДФ, якщо частота зрізу фільтрів  $f_{зр} = 100 + (-1)^n 5n$ , Гц;  $\tau_2 = (0,05 + 0,01n)\tau_1$  ( $n$  – номер лабораторного стенда). Для визначення АЧХ фільтра необхідно знайти модуль передатної функції  $H(p)$ , враховуючи, що  $p = j\omega$ .

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

### 5. Лабораторне завдання

5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку “Лабораторні роботи” на робочому столі. Далі відкрити папку “РА” і знайти в ній програму “Дослідження системи ФАПЧ”.

5.2. **Вимірювання АЧХ ФНЧ кола керування.** Для вимірювання АЧХ RC-фільтра необхідно установити:

- перемикач  $S1$  у стан “2” (до входу фільтра подається  $\delta$ -функція);
- значення  $\tau_1$  як у домашньому завданні;
- значення  $\tau_2 = 0$ .

Для вимірювання АЧХ ПДФ необхідно установити значення  $\tau_2$  як у домашньому завданні. Зафіксувати у протоколі графіки АЧХ фільтрів, що відображуються на аналізаторі спектра.

Повторити вимірювання для частоти зрізу, що удвічі менша ніж у домашньому завданні.

5.3. **Дослідження залежності похибки фази системи ФАПЧ від початкового розлагодження і підсилення системи.** Для виконання вимірювань необхідно установити:

- перемикач  $S1$  у стан “1” (система ФАПЧ замкнена);
- перемикач  $S2$  у стан “1” (увімкнути фільтр);
- параметри ППФ  $\tau_1$  і  $\tau_2$  як у домашньому завданні;
- перемикач  $S0$  у стан “Гармонічне коливання  $f_0 = 2000$  Гц”;
- власну частоту генератора  $f_{Г0} = 1990$  Гц, що відповідає початковому розлагодженню  $\Delta f_{\text{поч}} = 10$  Гц.

Змінюючи підсилення системи  $K_{\text{фапч}} = 10, 20, \dots, 100$ , фіксувати у протоколі залишкове розлагодження  $\Delta f_{\text{зал}}$  та похибку фази системи  $\Delta \varphi$ . Для визначення залишкового розлагодження необхідно скористатися “Регулювальною характеристикою”. Повторити вимірювання, коли початкове розлагодження  $\Delta f_{\text{поч}} = 20$  Гц. Побудувати графіки  $\Delta \varphi(K_{\text{фапч}})$ .

**5.4. Вимірювання смуг захоплення й утримання системи ФАПЧ першого порядку (без ФНЧ).** Для виконання вимірювань необхідно установити:

- перемикач  $S1$  у стан “1” (система ФАПЧ замкнена);
- перемикач  $S2$  у стан “2” (вимкнути фільтр);
- перемикач  $S0$  у стан “ЛЧМ сигнал”;
- власну частоту генератора  $f_{Г0} = 2000$  Гц.

Змінюючи підсилення системи  $K_{\text{фапч}} = 100, 150, \dots, 250$  фіксувати у протоколі значення смуг захоплення й утримання за “Регулювальною характеристикою”. Побудувати графіки  $\Delta f_{\text{утр}}(K_{\text{ФАПЧ}})$  і  $\Delta f_{\text{зах}}(K_{\text{ФАПЧ}})$ .

**5.5. Вимірювання смуг захоплення й утримання системи ФАПЧ другого порядку з ППФ.** Перемикач  $S2$  перевести у стан “1” й установити параметри ППФ як у домашньому завданні. Повторити вимірювання п. 5.4. Зменшити частоту зрізу ППФ удвічі і повторити вимірювання.

**5.6. Вимірювання смуг захоплення й утримання системи ФАПЧ другого порядку з RC-фільтром.** Встановити  $\tau_2 = 0$  і повторити вимірювання п. 5.5.

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, схема якого наведена на рис. 4, реалізована система ФАПЧ. Макет складається з наступних елементів:

- генератора гармонічного коливання частоти  $f_0 = 2000$  Гц (ГК);
- генератора сигналу з лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ);
- кнопки-перемикача  $S0$ , яка підключає один з генераторів до схеми;
- перемножувача, підсилювача, ФНЧ та генератора, які утворюють систему ФАПЧ; можна змінювати підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ}}$ , власну частоту генератора  $f_{Г0}$  та постійні часу ФНЧ  $\tau_1$  і  $\tau_2$ ;
- генератора  $\delta$ -функції, яка використовується для вимірювання АЧХ ФНЧ;
- перемикач  $S1$ , який підключає генератор  $\delta$ -функції до ФНЧ;
- перемикач  $S2$ , який виключає ФНЧ з кола керування системи.

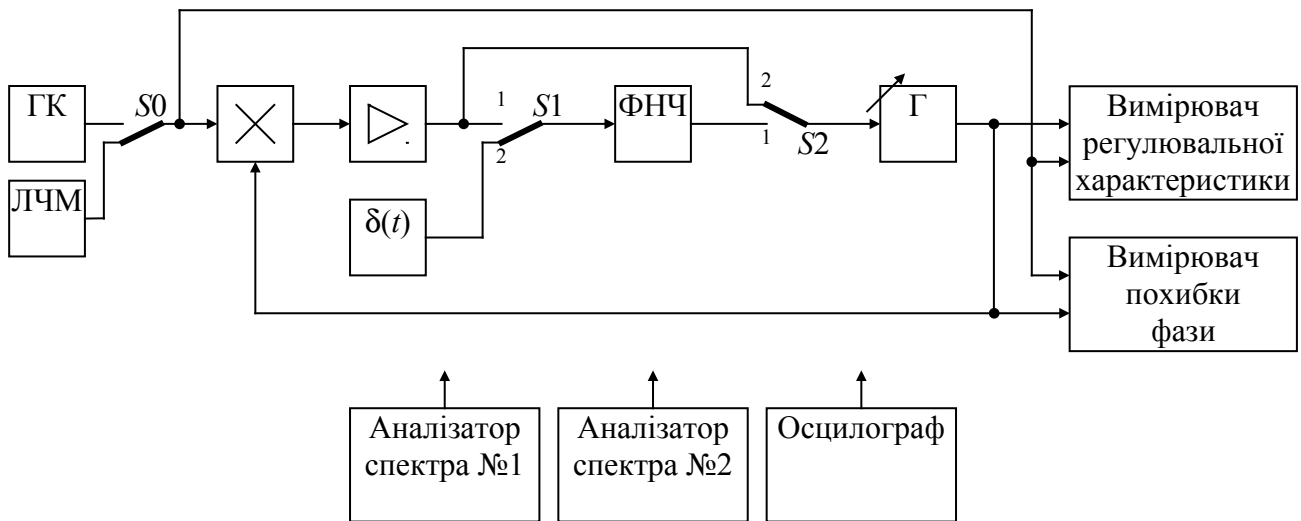


Рисунок 4 – Структурна схема макета

Для спостереження часових та спектральних діаграм сигналів у різних точках системи ФАПЧ у макеті використовуються осцилограф та два аналізатори спектра. Для дослідження точності системи ФАПЧ використовується вимірювач статичної похибки фази, а для вимірювання смуг захоплення й утримання – вимірювач регульовальної характеристики.

## 7. Вимоги до звіту

7.1. **Назва** лабораторної роботи.

7.2. **Мета** роботи.

7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання за п. 5.2...5.6 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).

7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 1.4 ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ СИСТЕМИ ФАПЧ

### 1. Мета роботи

- 1.1. Вивчення методів оцінювання стійкості лінійних систем РА.
- 1.2. Оцінювання стійкості системи ФАПЧ за її логарифмічними частотними характеристиками.

### 2. Ключові положення

2.1. Більшість систем РА відноситься до класу замкнених систем (систем зі зворотним зв'язком). Як і у будь-якій замкненій системі, зворотний зв'язок у системі РА може бути додатним (нестійка система) або від'ємним (стійка система). Для нормального функціонування системи РА необхідно, щоб вона була стійкою, оскільки у протилежному випадку її похибка стає неприпустимо великою.

Лінійна система називається стійкою, якщо при виведенні її будь-яким зовнішнім збуренням зі стану рівноваги вона повертається у свій початковий стан після припинення дії зовнішнього збурення. Якщо після припинення дії зовнішнього збурення система не повертається до початкового стану, то вона або є нестійкою, або знаходиться на межі стійкості.

Оцінювання стійкості ускладнюється тим фактом, що реальні системи РА є нелінійними. Однак, коли похибка системи мала (стосовно системи ФАПЧ це означає, що початкове розлагодження значно менше смуги захоплення), то стійкість нелінійної системи можна оцінювати тими самими методами, що і стійкість лінійної системи.

Важлива властивість лінійних систем РА полягає в тому, що умови їхньої стійкості визначаються тільки власними характеристиками і не залежать від характеристик діючих збурень.

2.2. Система РА є стійкою, якщо дійсні частини коренів її характеристичного рівняння є від'ємними:

$$\operatorname{Re}[\lambda_i] < 0, \quad (1)$$

де  $i = 1, 2, \dots, n$ ;

$n$  – порядок системи (ступінь характеристичного рівняння).

Характеристичне рівняння замкненої системи РА – це знаменник її передатної функції, який виражається через передатну функцію розімкненої системи:

$$1 + H_p(p) = 0, \quad (2)$$

де  $H_p(p)$  – передатна функція розімкненої системи (кола керування).

Недоліком представленого методу оцінювання стійкості системи РА є складність розв'язання рівняння (2), коли порядок системи (тобто рівняння) великий. Окрім того, цей метод не дозволяє експериментально визначити умови стійкості, тобто визначити – якими повинні бути характеристики системи, щоб вона була стійкою.

2.3. Виходячи з умови (1), для оцінювання стійкості системи РА немає необхідності визначати корені характеристичного рівняння, необхідно лише визначити чи від'ємні дійсні частини цих коренів. Для розв'язання такої задачі були розроблені спеціальні критерії стійкості, які дозволяють не вирішуючи характеристичне рівняння, визначити знак дійсних частин усіх коренів  $\lambda_i$ . До таких критеріїв відносяться:

- алгебраїчний критерій Гурвіца;
- частотний критерій Михайлова;
- частотний критерій Найквіста.

Перелічені критерії дозволяють визначити достатні умови стійкості системи РА. Необхідною умовою стійкості є позитивність коефіцієнтів характеристичного рівняння:

$$1 + H_p(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0; \quad a_n \geq 0. \quad (3)$$

Тобто система РА є нестійкою, якщо хоча б один з коефіцієнтів  $a_n$  від'ємний. Якщо ж всі коефіцієнти  $a_n$  додатні, то невідомо чи є система стійкою, і для оцінювання стійкості необхідно скористатися одним з перелічених критеріїв.

2.4. Для оцінювання стійкості системи РА за критерієм Гурвіца необхідно із коефіцієнтів характеристичного рівняння скласти матрицю Гурвіца за наступними правилами:

- головною діагоналлю розміщуються коефіцієнти від  $a_{n-1}$  до  $a_0$ ;
- над елементами головної діагоналі розміщуються коефіцієнти з меншими індексами;
- під елементами головної діагоналі розміщуються коефіцієнти з більшими індексами.

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Для оцінювання стійкості системи РА необхідно розрахувати детермінанти Гурвіца, які одержують шляхом креслення рівної кількості рядків і стовпців:

$$\Delta_1 = a_{n-1}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \dots \quad (5)$$

Система РА стійка, якщо всі детермінанти Гурвіца позитивні  $\Delta_1 > 0$ ,  $\Delta_2 > 0$ , ...,  $\Delta_n > 0$ .

2.5. Критерій Михайлова ґрунтується на використанні характеристичного вектора системи РА, який утворюється з характеристичного рівняння (3) шляхом заміни  $P$  на  $j\omega$ :

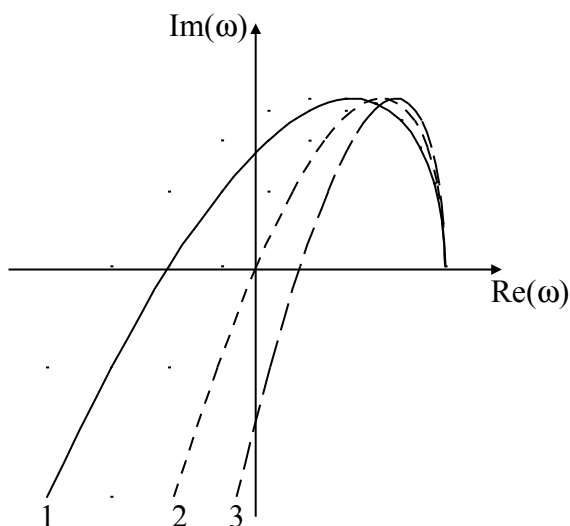
$$G(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0 = \text{Re}[\omega] + j\text{Im}[\omega]. \quad (6)$$

Для оцінювання стійкості системи за критерієм Михайлова необхідно побудувати її годограф. Годографом називається лінія на площині комплексної змінної, яка утворюється вектором  $G(j\omega)$  при зміні частоти від нуля до нескінченності.

Критерій Михайлова формулюється наступним чином: система РА є стійкою, якщо годограф, починаючись на додатній частині дійсної осі, обходить послідовно проти часової стрілки  $n$  квадрантів (рис. 1).

2.6. При використанні критерію Найквіста стійкість системи оцінюють за передатною функцією розімкненої системи  $H_p(p)$ .

Критерій Найквіста формулюється наступним чином: система РА, яка стійка у розімкненому стані, буде стійкою й у замкненому стані, якщо годограф передатної функції розімкненої системи не охоплює точку з координатами  $(-1, j0)$ .



**Рисунок 1** – Годографи систем РА 3-го порядку:

- 1) стійкої системи;
- 2) системи на межі стійкості;
- 3) нестійкої системи.

Однак оцінити стійкість системи РА за критерієм Найквіста можна не будуючи годографа, а безпосередньо за її частотними характеристиками – АЧХ та ФЧХ.

У такому випадку критерій Найквіста формулюється наступним чином: якщо  $f_{зр} < f_{кр}$ , то система РА, стійка у розімкненому стані, буде стійкою і у замкненому стані; якщо  $f_{зр} = f_{кр}$ , то система РА у замкненому стані буде знаходитися на межі стійкості; якщо  $f_{зр} > f_{кр}$ , то система РА у замкненому стані буде нестійкою.

Частота  $f_{зр}$  називається частотою зрізу системи РА і визначається вона за АЧХ розімкненої системи, як частота на

якій АЧХ стає менше одиниці або менше 0 дБ, якщо АЧХ побудована у логарифмічному масштабі.

Частота  $f_{кр}$  називається критичною частотою системи РА і визначається вона за ФЧХ розімкненої системи, як частота, на якій ФЧХ стає менше  $-\pi$ .

2.7. Розімкнена системи РА утворюється шляхом розриву кола зворотного зв'язку у точці формування сигналу керування (похибки). Як правило, це вихід ФНЧ кола керування (рис. 2).

За визначенням передатна функція розімкненої системи ФАПЧ це відношення:

$$H_p(p) = \frac{\varphi_r(p)}{\Delta\varphi(p)}, \quad (7)$$

де  $\varphi_r(p)$  – зображення за Лапласом приросту фази генератора;

$\Delta\varphi(p)$  – зображення за Лапласом похибки системи ФАПЧ.

Якщо вважати, що система ФАПЧ є лінійною, то передатна функція розімкненої системи набуває вигляду:

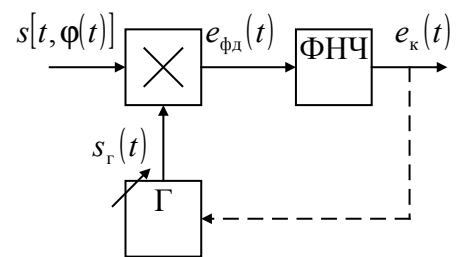


Рисунок 2 – Розімкнена система ФАПЧ

$$H_p(p) = \frac{\varphi_r(p)}{\Delta\varphi(p)} = \frac{\frac{1}{p} AS_r S_{ФД} H(p) \Delta\varphi(p)}{\Delta\varphi(p)} = \frac{1}{p} AS_r S_{ФД} H(p), \quad (8)$$

де  $\frac{1}{p}$  – оператор інтегрування (роль інтегратора виконує генератор);

$A$  – амплітуда вхідного коливання;

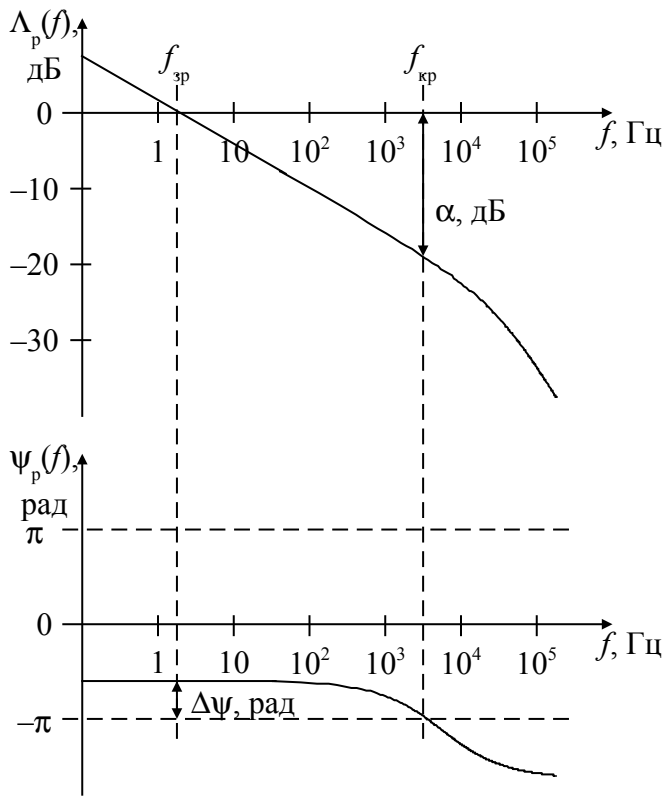
$S_r$  – крутизна регулювальної характеристики генератора, Гц/В;

$S_{ФД}$  – крутизна статичної детекторної характеристики фазового детектора (реалізується у вигляді перемножувача), В/рад;

$H(p)$  – передатна функція ФНЧ кола керування.

Вираз (8) вказує шлях для експериментального вимірювання передатної функції розімкненої системи ФАПЧ або її АЧХ та ФЧХ. Для цього необхідно послідовно з'єднати: інтегратор, підсилювач з коефіцієнтом підсилення  $AS_r S_{ФД}$ , ФНЧ з передатною функцією  $H(p)$ . Якщо подати до входу такої схеми  $\delta$ -функцію, на виході можна спостерігати імпульсну реакцію розімкненої системи  $g(t)$ . Подавши імпульсну реакцію до входу аналізатора спектра можна спостерігати АЧХ та ФЧХ розімкненої системи ФАПЧ.





**Рисунок 3** – Логарифмічні частотні характеристики розімкненої системи РА

якщо система близька до межі стійкості, вона не функціонує нормально, оскільки: проявляється нелінійність системи; тривалість перехідного процесу у системі стає великою і будь-які зовнішні збурення призводять до значного збільшення похибки системи. Тому були введені параметри, що називаються запасами стійкості системи РА, які дозволяють оцінити наскільки віддалена система від межі стійкості. Такими параметрами є запас стійкості за підсиленням  $\alpha$  і запас стійкості за фазою  $\Delta\Psi$ .

Запас стійкості за підсиленням визначають на критичній частоті  $f_{кр}$  за АЧХ розімкненої системи (рис. 3) і він показує наскільки можна збільшити поточне підсилення системи  $K$ :

$$\alpha = \frac{K_{кр}}{K} = \frac{1}{H_p(f_{кр})}, \quad (10)$$

де  $K_{кр}$  – критичне підсилення системи, за якого система перебуває на межі стійкості.

Запас стійкості за фазою визначають на частоті зрізу  $f_{зр}$  за ФЧХ (рис. 3), і він показує наскільки можна збільшити набіг фази у колі керування:

$$\Delta\Psi = \pi - |\Psi_p(f_{зр})|. \quad (11)$$

2.8. Як правило частотні характеристики систем РА будують у логарифмічному масштабі (рис. 3), причому ФЧХ  $\Psi_p(f)$  будують у радіанах, а АЧХ  $H_p(f)$  у децибелах:

$$\Lambda_p(f) = 20\log[H_p(f)]. \quad (9)$$

Як випливає з рис. 3, система РА, частотні характеристики якої наведені, є стійкою. Це так оскільки частота зрізу, яка визначена на рівні 0 дБ за АЧХ, менша критичної частоти, яка визначена на рівні  $-\pi$  за ФЧХ, тобто виконується умова стійкості критерію Найквіста  $f_{зр} < f_{кр}$ .

2.9. Якщо частота зрізу системи РА  $f_{зр}$  менша, але близька до критичної частоти  $f_{кр}$ , тобто,

Для того, щоб система нормально функціонувала, запас стійкості за підсиленням повинен бути більше двох ( $\alpha \geq 2$ ), а запас стійкості за фазою перебувати у межах  $0,5 \leq \Delta \varphi \leq 1$  рад.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Дати визначення поняття стійкості лінійної системи РА.
- 3.2. Дати визначення характеристичного рівняння системи РА.
- 3.3. Якими повинні бути корені характеристичного рівняння стійкої системи РА?
- 3.4. Перерахувати критерії стійкості систем РА.
- 3.5. Сформулювати критерій стійкості Найквіста.
- 3.6. Як експериментально визначити частотні характеристики розімкненої системи ФАПЧ?
- 3.7. Дати визначення запасу стійкості за підсиленням.
- 3.8. Дати визначення запасу стійкості за фазою.

### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ “Стійкість лінійних систем РА”. Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 64–78; 2, с. 79–91].

4.2. Розрахувати критичну частоту  $f_{кр}$  і частоту зрізу  $f_{зр}$  системи ФАПЧ, якщо: в коло керування увімкнений  $RC$ -фільтр з передатною функцією  $H(p) = \frac{1}{1 + p/\omega_{RC}}$ , де  $\omega_{RC} = 2 \cdot (1000 + 100 \cdot n) \cdot \pi$  – частота зрізу  $RC$ -фільтра;

крутизна детекторної характеристики ФД  $S_{ФД} = 0,01 \cdot n$  В/Гц; крутизна регулювальної характеристики генератора  $S_r = 1000 + 100 \cdot n$  Гц/В; амплітуда вхідного коливання  $A = 1$  В ( $n$  – номер лабораторного стенда).

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

### 5. Лабораторне завдання

5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку “Лабораторні роботи” на робочому столі. Далі відкрити папку “РА” і знайти в ній програму “Дослідження стійкості системи ФАПЧ”.

5.2. **Оцінювання стійкості системи ФАПЧ першого порядку.** Для оцінювання стійкості замкненої системи за критерієм Найквіста необхідно виміряти частотні характеристики розімкненої системи:

- розімкнути коло керування за допомогою ключа  $S1$  або  $S2$ ;
- вибрати фільтр кола керування “ФНЧ-0” (фільтр відсутній, тобто система ФАПЧ першого порядку);

– ввести значення  $S_{\text{фд}}$  та  $S_{\text{г}}$  як у домашньому завданні.

Після натискання на кнопку “ПУСК” будуть визначені і побудовані логарифмічні частотні характеристики розімкненої системи.

Зафіксувати у протоколі графіки логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи. За графіками визначити частоту зрізу системи  $f_{\text{зр}}$ , критичну частоту системи  $f_{\text{кр}}$ , запаси стійкості за підсиленням  $\alpha$  і за фазою  $\Delta\Psi$ . Збільшити підсилення системи у  $\alpha$  разів і оцінити стійкість, замкнувши коло керування (підсилення системи ФАПЧ  $K_{\text{ФАПЧ}} = S_{\text{фд}}S_{\text{г}}$ ).

**5.3. Оцінювання стійкості системи ФАПЧ другого порядку.** Повторити дослідження п. 5.2 для фільтрів ФНЧ-1 (RC-фільтр) і ФНЧ-2 (ПФ – пропорційно-інтегруючий фільтр).

**5.4. Оцінювання стійкості системи ФАПЧ третього порядку.** Повторити дослідження п. 5.2 для фільтрів ФНЧ-3 (фільтр Батерворта другого порядку).

**5.5. Оцінювання стійкості системи ФАПЧ четвертого порядку.** Повторити дослідження п. 5.2 для фільтрів ФНЧ-3 (фільтр Батерворта третього порядку).

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, схема якого наведена на рис. 4, реалізована система ФАПЧ. Макет складається з наступних елементів:

– генератора гармонічного коливання (ГК), амплітуду і початкову фазу якого можна змінювати;

– системи ФАПЧ, яка містить перемножувач (реалізує фазовий детектор), ФНЧ кола керування та генератор (Г), керований напругою; крутизну фазового детектора і генератора можна змінювати; тип ФНЧ кола керування та його частоту зрізу можна змінювати;

– кола вимірювання частотних характеристик розімкненої системи, яке містить генератор  $\delta$ -функції, підсилувачі зі змінними коефіцієнтами підсилення  $S_{\text{фд}}$  і  $S_{\text{г}}$ , ФНЧ кола керування й інтегратор;

– ключі  $S1$  і  $S2$ , які працюють синхронно і служать для розмикання кола керування системи ФАПЧ.

Для спостереження часових і частотних діаграм у різних точках системи ФАПЧ використовуються два аналізатори спектра.

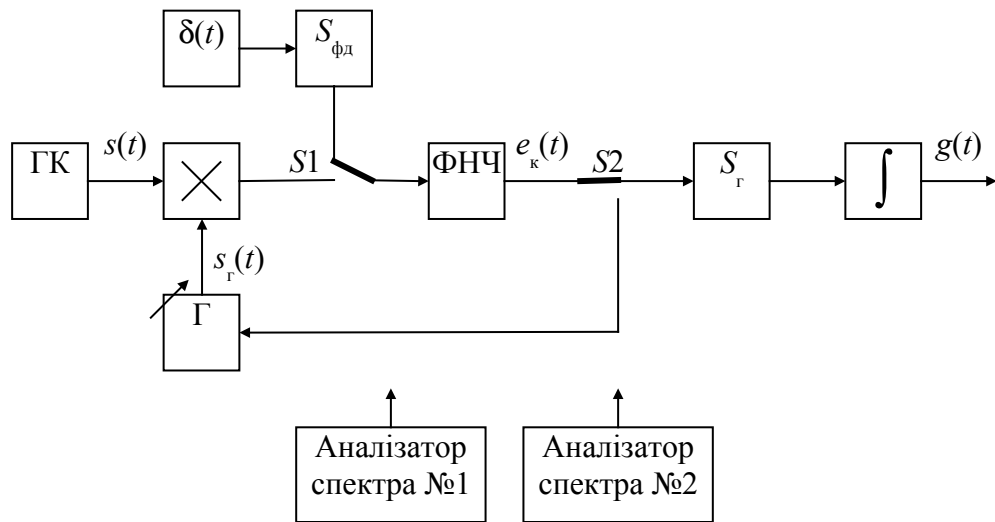


Рисунок 4 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

7.1. **Назва** лабораторної роботи.

7.2. **Мета** роботи.

7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання п. 5.2...5.5 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).

7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 2.1 ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ ФАПЧ

### 1. Мета роботи

1.1. Вивчення методу оптимізації систем РА з заданою передатною функцією за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки.

1.2. Експериментальне визначення оптимальних параметрів системи ФАПЧ.

### 2. Ключові положення

2.1. Оптимізація системи РА полягає у визначенні її передатної функції за заданими показниками якості роботи і відомих характеристиках сигналу та завади:

–  $H_z(j\omega)$  – передатної функції замкненої системи, якщо оптимізується замкнена система РА;

–  $H_p(j\omega)$  – передатної функції розімкненої системи, якщо оптимізується розімкнена система РА.

За відомою передатною функцією можна побудувати функціональну схему і визначити параметри усіх функціональних елементів системи.

Для визначення передатної функції необхідно задатися показниками якості роботи системи або критерієм оптимальності. Різним критеріям оптимальності будуть відповідати різні передатні функції системи за однакових характеристик сигналу та завади. Спроектвану таким чином систему РА називають оптимальною за заданим критерієм.

2.2. Найбільш поширеним критерієм оптимальності є критерій мінімуму середньоквадратичної похибки:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \overline{[x(t) - y(t)]^2} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $x(t)$  – параметр, що оцінюється системою (фаза вхідного сигналу у випадку системи ФАПЧ);

$y(t)$  – оцінка параметра (фаза керованого генератора у випадку системи ФАПЧ).

Цей критерій впливає з головної вимоги до будь-якої системи РА: оцінка параметра  $y(t)$  повинна прямувати до оцінюваного системою параметра  $x(t)$ . Існують інші критерії оптимальності, які дозволяють спроектувати систему РА, що задовольняє вимозі  $y(t) \rightarrow x(t)$ . Однак критерій мінімуму середньоквадратичної похибки дозволяє спроектувати систему при мінімумі вихідних даних, достатньо знати спектральні густини потужності параметра, що оцінюється  $G_x(\omega)$ , та завади  $G_n(\omega)$ .

Критерій мінімуму середньоквадратичної похибки не враховує такі показники системи як складність, надійність та інші. Для урахування подібних показників необхідно вводити додаткові обмеження.

2.3. Якщо передатна функція, тобто функціональна схема, системи РА задана, то оптимізація полягає у визначенні параметрів її функціональних елементів: крутизни характеристик детекторів і генераторів (підсилення системи), частоти зрізу ФНЧ кола керування.

У такому випадку, для здійснення оптимізації необхідно знайти вираз середньоквадратичної похибки системи як функції параметрів, що оптимізуються:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n), \quad (2)$$

де  $\beta_i$  – параметр системи.

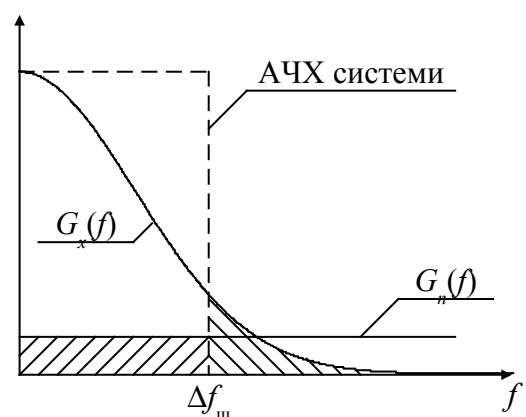
Для розрахунку оптимальних параметрів необхідно знайти мінімум виразу середньоквадратичної похибки (2), для чого розв'язується система рівнянь:

$$\frac{\partial \sigma_{\Sigma}^2}{\partial \beta_i} = 0, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (3)$$

2.4. Одним із випадків оптимізації системи РА, передатна функція якої задана, є оптимізація її еквівалентної шумової смуги  $\Delta f_{\text{ш}}$ , яку також називають ефективною смугою пропускання. Просто ця задача вирішується тоді, коли оцінюваний параметр  $x(t)$  і завада статистично незалежні. У більшості випадків на вході системи РА діє сигнал, уражений АБГШ, а, отже, позначена умова виконується. У процесі оптимізації еквівалентної шумової смуги АЧХ системи вважають прямокутною, а саму систему розглядають як звичайний ФНЧ з частотою зрізу  $\Delta f_{\text{ш}}$ .

Отже, система РА пропускає складові шуму до частоти  $\Delta f_{\text{ш}}$ , а тому потужність шуму на виході системи буде визначатися площею (інтегралом) спектральної густини потужності шуму  $G_n(f)$  у діапазоні  $(0; \Delta f_{\text{ш}})$  (рис. 1). У той самий час система придушує корисні складові оцінюваного процесу  $x(t)$ , частоти яких перевищують частоту  $\Delta f_{\text{ш}}$ , чим викликає лінійні спотворення. Потужність цих спотворень визначається площею (інтегралом) спектральної густини потужності оцінюваного процесу  $G_x(f)$  у діапазоні  $(\Delta f_{\text{ш}}; \infty)$  (рис. 1).

В результаті середньоквадратична похибка системи РА пов'язана з її еквівалентною шумовою смугою наступним рівнянням:



**Рисунок 1** – Визначення середньоквадратичної похибки системи РА

$$\sigma_{\Sigma}^2(\Delta f_{\text{ш}}) = 2 \int_0^{\Delta f_{\text{ш}}} G_n(f) df + 2 \int_{\Delta f_{\text{ш}}}^{\infty} G_x(f) df. \quad (4)$$

При збільшенні еквівалентної шумової смуги  $\Delta f_{\text{ш}}$  потужність шуму збільшується, а потужність лінійних спотворень оцінюваного процесу зменшуються. Навпаки, при зменшенні еквівалентної шумової смуги збільшується потужність лінійних спотворень, а потужність шуму зменшується.

Якщо визначити похідну виразу (4), порівняти її до нуля і вирішити одержане рівняння відносно  $\Delta f_{\text{ш}}$ , то можна одержати, що оптимальною шумовою смугою системи РА є така частота  $\Delta f_{\text{ш опт}}$ , на якій спектральні густини потужності оцінюваного процесу і шуму дорівнюють одна одній:

$$G_x(\Delta f_{\text{ш опт}}) = G_n(\Delta f_{\text{ш опт}}). \quad (5)$$

2.5. Після того як уже визначена еквівалентна шумова смуга системи РА, можна визначати оптимальні значення параметрів її функціональних елементів. Для рішення цієї задачі необхідно скористатися визначенням еквівалентної шумової смуги, яке у випадку замкненої системи з передатною функцією  $H_3(j\omega)$  має вигляд:

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_3(j\omega)|^2 d\omega. \quad (6)$$

Для систем ФАПЧ еквівалентна шумова смуга визначається наступним виразом (див. табл. 1):

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left| \frac{K_{\text{ФАПЧ}} H_{\text{ФНЧ}}(j\omega)}{j\omega + K_{\text{ФАПЧ}} H_{\text{ФНЧ}}(j\omega)} \right|^2 d\omega, \quad (7)$$

де  $K_{\text{ФАПЧ}} = S_{\text{ФД}} S_{\text{Г}}$  – підсилення системи ФАПЧ;

$S_{\text{Г}}$  – крутизна регулювальної характеристики генератора, Гц/В;

$S_{\text{ФД}}$  – крутизна детекторної характеристики ФД, В/рад;

$H_{\text{ФНЧ}}(j\omega)$  – передатна функція ФНЧ кола керування.

З табл. 1 випливає, що еквівалентні шумові смуги систем ФАПЧ без фільтра і з RC-фільтром однакові, а отже оптимальне підсилення таких систем:

$$K_{\text{ФАПЧ опт}} = 2\Delta f_{\text{ш опт}}, \quad (8)$$

де  $\Delta f_{\text{ш опт}}$  – оптимальна шумова смуга визначена рівнянням (5).

**Таблиця 1** – Еквівалентна шумова смуга систем ФАПЧ

Тип фільтра	Передатна функція фільтра $H_{\text{ФНЧ}}(j\omega)$	Еквівалентна шумова смуга системи ФАПЧ $\Delta f_{\text{ш}}$
Відсутній	1	$\frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{2}$
RC-фільтр	$\frac{1}{1 + j\tau_1\omega}$	$\frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{2}$
ПФ	$\frac{1 + j\tau_2\omega}{1 + j\tau_1\omega}$	$\frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{2} \frac{1 + K_{\text{ФАПЧ}}\tau_1 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2}{1 + K_{\text{ФАПЧ}}\tau_1 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)}$

Таким чином, системи ФАПЧ без фільтра і з RC-фільтром теоретично забезпечують однакову середньоквадратичну похибку  $\sigma_{\Sigma}^2$ . На практиці середньоквадратична похибка системи ФАПЧ з RC-фільтром буде дещо залежати від частоти зрізу фільтра, оскільки ця частота впливає на тривалість перехідних процесів у системі. Причому, чим менша частота зрізу RC-фільтра, тим триваліші перехідні процеси і тим більша середньоквадратична похибка. Сене використання RC-фільтра полягає у придушенні продуктів нелінійних перетворень. Ці продукти виникають у нелінійних елементах системи (для ФАПЧ – це фазовий детектор і керований генератор), коли підсилення системи велике.

Еквівалентна шумова смуга системи ФАПЧ з ПФ є функцією трьох параметрів  $\Delta f_{\text{ш}}(K_{\text{ФАПЧ}}, \tau_1, \tau_2)$ , де  $\tau_1$  і  $\tau_2 = (0,05 \dots 0,1)\tau_1$  – постійні часу ПФ. Отже оптимальну шумову смугу  $\Delta f_{\text{ш опт}}$  такої системи можна задати різними співвідношеннями цих трьох параметрів.

2.6. Представлений метод оптимізації систем РА за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки не враховує їх АЧХ, вона вважається прямокутною. Тому, у разі однакових еквівалентних шумових смуг систем ФАПЧ з різними фільтрами їх середньоквадратичні похибки будуть дещо відрізнятися. Тобто представлений метод не забезпечує глобального мінімуму середньоквадратичної похибки, але є найпростішим.

### 3. Ключові питання

- 3.1. У чому полягає оптимізація системи РА?
- 3.2. Дати визначення середньоквадратичної похибки системи РА.
- 3.3. Які дані повинні бути задані для здійснення оптимізації системи РА за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки?
- 3.4. Як визначити параметри системи РА оптимальні за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки?
- 3.5. Дати визначення еквівалентної шумової смуги системи РА.
- 3.6. Як визначити потужність шуму, що діє у системі РА?
- 3.7. Як визначити потужність лінійних спотворень, що діють у системі РА?



3.8. Як визначити оптимальну шумову смугу системи РА?

3.9. Як визначити оптимальне підсилення системи ФАПЧ без фільтра?

#### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ "Синтез та оптимізація систем РА". Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 138–152].

4.2. Визначити оптимальну шумову смугу системи ФАПЧ, якщо спектральна густина потужності шуму  $N_0 = 10^{-6} \text{ В}^2/\text{Гц}$ , а спектральна густина потужності приросту фази сигналу на вході системи:

$$G_\varphi(\omega) = \frac{2\pi^2}{3} \cdot \frac{\omega_\varphi}{\omega_\varphi^2 + \omega^2} \quad -\infty < \omega < \infty,$$

де  $\omega_\varphi = 2\pi \cdot (0,01 + 0,002n) \cdot 10^3$  – параметр, що визначає швидкість зміни фази вхідного сигналу, рад/с;

$n$  – номер лабораторного стенда.

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

#### 5. Лабораторне завдання

##### 5.1. Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.

Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку "Лабораторні роботи" на робочому столі. Далі відкрити папку "РА" і знайти в ній програму "Оптимізація параметрів системи ФАПЧ".

5.2. **Оптимізація підсилення системи ФАПЧ першого порядку.** Для здійснення оптимізації системи необхідно установити частоту зміни фази вхідного сигналу  $F_\varphi = (0,01 + 0,002n)$  кГц ( $n$  – номер лабораторного стенда), а тип фільтра – "Без фільтра". Змінюючи підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ}}$  необхідно фіксувати у протоколі значення середньоквадратичної похибки системи за різних значень спектральної густини потужності шуму  $N_0$ . Результати рекомендується подати у вигляді табл. 1. Визначити оптимальне підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ опт}}$ .

Таблиця 2 – Форма подання результатів вимірювань

	$\sigma_\Sigma^2$					
	$K_{\text{ФАПЧ}} = 1$	$K_{\text{ФАПЧ}} = 10$	$K_{\text{ФАПЧ}} = 50$	$K_{\text{ФАПЧ}} = 100$	$K_{\text{ФАПЧ}} = 250$	$K_{\text{ФАПЧ}} = 500$
$N_0 = 0$						
$N_0 = 10^{-7} \text{ В}^2/\text{Гц}$						
$N_0 = 10^{-6} \text{ В}^2/\text{Гц}$						
$N_0 = 10^{-5} \text{ В}^2/\text{Гц}$						

**5.3. Оптимізація параметрів системи ФАПЧ з RC-фільтром.** Установити тип фільтра “RC-фільтр”, а його частоту зрізу вдвічі більшу за частоту зміни фази, тобто  $F_3 = 2F_\varphi$ . Аналогічно п. 5.2 необхідно зафіксувати у табл. 1 результати вимірювання середньоквадратичної похибки системи.

Повторити вимірювання для частоти зрізу RC-фільтра  $F_3 = 4F_\varphi$  і визначити оптимальні параметри системи.

**5.4. Оптимізація параметрів системи ФАПЧ з ПФ.** Повторити дослідження п. 5.3 для ПФ і визначити оптимальні параметри системи ФАПЧ з ПФ. Визначити, який з фільтрів забезпечує меншу середньоквадратичну похибку системи.

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, схема якого наведена на рис. 2, реалізована система ФАПЧ. Макет складається з наступних елементів:

- генератора фази сигналу  $\varphi(t)$ , яка змінюється за гармонічним законом з частотою  $F_\varphi$  (частоту можна змінювати);
- генератора сигналу, яким є гармонічне коливання з частотою  $f_0 = 16,384$  кГц;
- генератора адитивного білого гуасового шуму (АБГШ), спектральну густину потужності  $N_0$  якого можна змінювати;
- системи ФАПЧ, підсилення  $K_{\text{ФАПЧ}}$  якої можна змінювати; можна обрати один з трьох типів фільтрів системи: “Без фільтра”, “RC-фільтр” і “ПФ”; частоти зрізу фільтрів  $F_3$  можна змінювати;
- вимірювача середньоквадратичної похибки системи ФАПЧ;
- осцилографа, який дозволяє спостерігати часові діаграми сигналів у різних точках схеми.

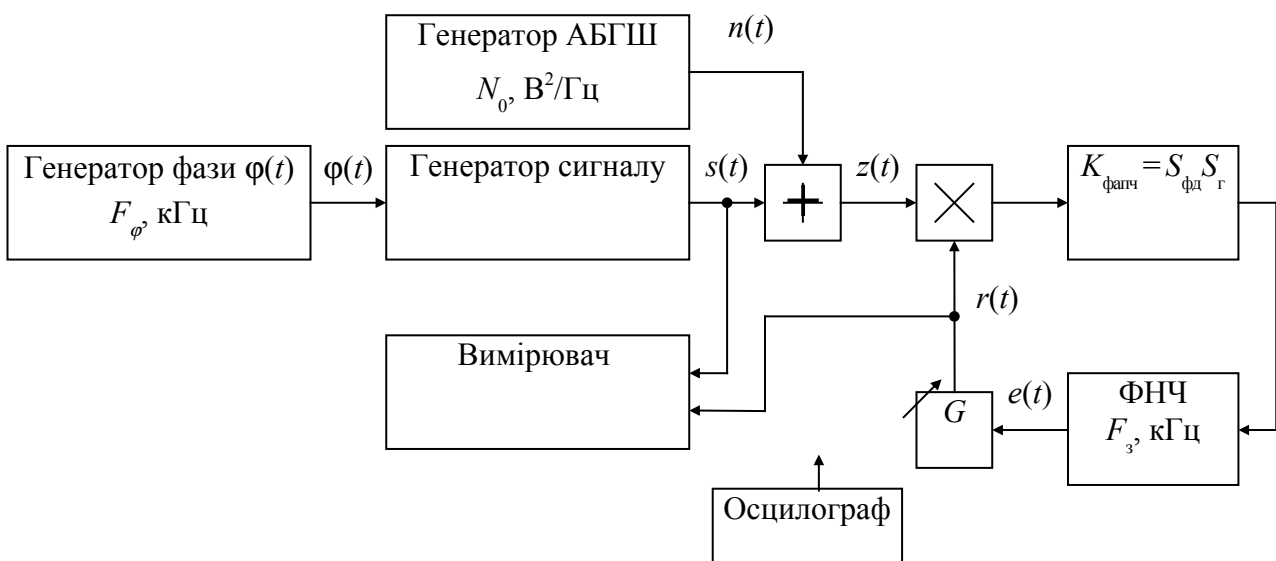


Рисунок 2 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

7.1. **Назва** лабораторної роботи.

7.2. **Мета** роботи.

7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання пп. 5.2...5.4 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).

7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 2.2 ДОСЛІДЖЕННЯ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ ФАПЧ

### 1. Мета роботи

- 1.1. Вивчення принципів побудови адаптивних систем РА.
- 1.2. Дослідження роботи адаптивної системи ФАПЧ.

### 2. Ключові положення

2.1. Оптимізація параметрів будь-якої системи РА здійснюється на основі статистичних характеристик сигналу і завади, що діють на вході. Так, для того щоб розрахувати підсилення системи та частоту зрізу фільтра кола керування, оптимальні за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки, необхідно знати спектральну густину потужності сигналу і завади. У реальних умовах статистичні характеристики сигналу і завади можуть випадково змінюватися у часі під впливом різних факторів. Наприклад, при передаванні сигналів каналами зв'язку з рухомими об'єктами спектральна густина потужності сигналу змінюється під впливом завмирань, викликаних рухом об'єкта. У результаті оптимальний режим роботи системи РА порушується, тобто середньоквадратична похибка збільшується, що може призвести до порушення роботи всієї системи передавання.

Очевидно режим роботи системи РА не повинен залежати від статистичних характеристик сигналу і завади, тобто середньоквадратична похибка системи повинна бути близькою до мінімальної за будь-яких умов. У результаті параметри системи РА повинні змінюватися (підстроюватися) відповідно до змін статистичних характеристик сигналу і завади. Система РА, параметри або навіть схема якої підстроюються для забезпечення режиму роботи близького до оптимального називається адаптивною.

2.2. У загальному випадку в процесі адаптивного настроювання системи РА можуть змінюватися не тільки її параметри, а й її структурна схема. Така адаптивна система РА називається системою, що самоорганізується. Якщо змінюються тільки параметри адаптивної системи РА, то вона називається системою, що самонастроюється. Сьогодні розповсюдження мають тільки адаптивні системи РА, що самонастроюються. Ці системи поділяють на:

- системи з настроюванням за інформаційним сигналом, коли параметри системи розраховуються шляхом функціональних перетворень вхідного модульованого сигналу;
- системи з настроюванням за пілот-сигналом, коли параметри системи розраховуються шляхом функціональних перетворень спеціального призначеного для адаптивної настройки системи пілот-сигналу, що передається окремо від модульованого сигналу; пілот-сигнал дозволяє точніше визначити параметри системи, але на його передавання необхідно витратити додаткову потужність та виділити додаткову смугу;

– системи з настроюванням за сигналами об'єкта керування, коли параметри системи розраховуються шляхом функціональних перетворень сигналу похибки (наприклад, сигналу на виході фазового детектора системи ФАПЧ) або сигналу на виході об'єкта керування (наприклад, сигналу на виході керуваного генератора системи ФАПЧ);

– комбіновані системи, коли параметри системи розраховуються шляхом функціональних перетворень і вхідного сигналу, і сигналу похибки, і сигналу на виході об'єкта керування.

Системи з настроюванням за вхідним сигналом (інформаційним або пілот-сигналом) відносяться до класу систем з настроюванням за розімкненим циклом. У таких системах відсутнє додаткове коло зворотного зв'язку. Системи з настроюванням за сигналом об'єкта керування відносяться до класу систем з настроюванням за замкненим циклом. Такі системи містять додаткове коло зворотного зв'язку.



**Рисунок 1** – Узагальнена функціональна схема адаптивної системи РА

2.3. На рис. 1 показана узагальнена функціональна схема адаптивної системи РА, яка складається з основного контура керування і пристрою адаптації (ПА).

Основний контур керування – це звичайна система РА, наприклад, система ФАПЧ. Цей контур складається з пристрою керування (ПК) та об'єкта керування (ОК). Пристрій керування, як правило, утворюється детектором і

фільтром кола керування. Об'єктом керування може бути підсилювач (у разі системи АРП) або генератор (у разі систем ЧАПЧ і ФАПЧ).

У загальному випадку пристрій адаптації на основі вхідного сигналу  $s_{\text{вх}}(t)$ , сигналу похибки  $e(t)$  та сигналу на виході об'єкта керування  $s_{\text{вих}}(t)$  формує керуючий сигнал  $\varepsilon(t)$ , під впливом якого параметри основного контура керування змінюються так, щоб забезпечувався близький до оптимального режим роботи всієї системи. Як правило змінюються параметри пристрою керування: підсилення системи і частота зрізу фільтра кола керування.

2.4. Синтез адаптивної системи РА полягає у визначенні схеми пристрою адаптації (ПА), оскільки різні адаптивні системи РА відрізняються одна від одної саме цим пристроєм.

Синтез будь-якої адаптивної системи РА поділяється на два етапи:

– первинний синтез – на цьому етапі визначаються передатна функція (схема) і параметри основного контура керування, які забезпечують оптимальний режим роботи усієї системи; визначення передатної функції і параметрів основного контура здійснюється таким самим чином, що і для звичайної (не адаптивної) системи РА, наприклад, на основі критерію мінімуму

середньоквадратичної похибки; кінцевим результатом первинного синтезу є зв'язок між характеристиками сигналу і завади та параметрами системи;

– вторинний синтез – на цьому етапі визначається передатна функція (схема) і параметри пристрою адаптації, тобто визначається алгоритм адаптивної настройки параметрів основного контура керування, причому такий алгоритм, який підтримує параметри основного контура близькими до оптимальних незалежно від характеристик сигналу і завади; як правило на цьому етапі, як і на етапі первинного синтезу, використовують критерій мінімуму середньоквадратичної похибки.

У загальному випадку синтез адаптивної системи РА характеризується надзвичайною складністю. Особливо це стосується систем з настроюванням за сигналами об'єкта керування, які містять додаткове коло зворотного зв'язку, а це ускладнює аналіз стійкості системи. Для синтезу подібних адаптивних систем використовують такі методи, як градієнтний метод та метод найшвидшого спуску.

Набагато простіше синтезувати адаптивну систему РА з настроюванням за вхідним сигналом. Для цього, як правило, вирішують диференційне рівняння, яке пов'язує середньоквадратичну похибку системи з її параметрами. У подібних систем відсутнє додаткове коло зворотного зв'язку, а тому до них не висуваються додаткові умови стійкості.

2.5. Достатньо простим прикладом синтезу адаптивної системи РА є синтез адаптивної системи ФАПЧ з настроюванням за вхідним сигналом, коли спектральна густина потужності приросту фази вхідного сигналу невідома. Навіть якщо відома спектральна густина потужності шуму, що діє на вході, заздалегідь визначити оптимальне підсилення та частоту зрізу фільтра системи ФАПЧ за таких умов неможливо.

Для того щоб підсилення системи визначалося у процесі її функціонування, тобто для синтезу адаптивної системи, необхідно визначити похибку в усталеному режимі й еквівалентну шумову смугу. У процесі синтезу вважається, що система ФАПЧ лінійна.

Коли шум відсутній, похибка системи ФАПЧ без фільтра в усталеному режимі визначається наступним виразом:

$$\Delta \varphi(t) = c_1 \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \frac{1}{K_{\text{ФАПЧ}}} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}, \quad (1)$$

де  $\varphi(t)$  – приріст фази вхідного сигналу;

$$c_1 - \text{коефіцієнти помилки, } c_1 = \left( \frac{\partial H_e(p)}{\partial p} \right)_{p=0};$$

$H_e(p)$  – передатна функція помилки системи;

$K_{\text{ФАПЧ}} = S_{\text{ФД}} S_{\text{Г}}$  – підсилення системи ФАПЧ;

$S_{\text{ФД}}$  – крутизна детекторної характеристики ФД, В/рад;

$S_{\text{Г}}$  – крутизна регулювальної характеристики керованого генератора, Гц/В.

Середньоквадратична похибка системи ФАПЧ дорівнює математичному сподіванню квадрата похибки  $\Delta \varphi(t)$ :

$$\sigma_{\varphi}^2 = \overline{\Delta \varphi^2(t)} = \frac{1}{K_{\text{ФАПЧ}}^2} \overline{\left( \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right)^2}. \quad (2)$$

Потужність шуму у системі ФАПЧ виражається через еквівалентну шумову смугу  $\Delta f_{\text{ш}}$  наступним чином:

$$\sigma_n^2 = \Delta f_{\text{ш}} \frac{N_0}{2}. \quad (3)$$

Для систем ФАПЧ без фільтра і з  $RC$ -фільтром еквівалентна шумова смуга залежить тільки від підсилення  $K_{\text{ФАПЧ}}$ :

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_3(j\omega)|^2 d\omega = \frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{2}, \quad (4)$$

де  $H_3(j\omega)$  – комплексна передатна функція замкненої системи ФАПЧ.

Для системи ФАПЧ з ППФ еквівалентна шумова смуга залежить і від параметрів фільтра:

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_3(j\omega)|^2 d\omega = \frac{K_{\text{ФАПЧ}}}{2} \frac{1 + K_{\text{ФАПЧ}} \tau_1 \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^2}{1 + K_{\text{ФАПЧ}} \tau_1 \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)}, \quad (5)$$

де  $\tau_1, \tau_2$  – постійні часу ППФ.

Якщо знехтувати, для спрощення синтезу, залежністю еквівалентної шумової смуги системи ФАПЧ з ППФ від постійних часу, можна одержати наступний вираз сумарної середньоквадратичної похибки:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{\varphi}^2 + \sigma_n^2 = \frac{1}{K_{\text{ФАПЧ}}^2} \overline{\left( \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right)^2} + \frac{K_{\text{ФАПЧ}} N_0}{4}. \quad (6)$$

У результаті, сумарна середньоквадратична похибка залежить тільки від підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ}}$ . У такому випадку роль фільтрів системи ФАПЧ полягає в усуненні продуктів нелінійності, оскільки реальні системи ФАПЧ нелінійні. Продукти нелінійності з'являються на виході фазового детектора у разі великих значень підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ}}$ .

Для визначення алгоритму адаптивного настроювання підсилення системи ФАПЧ необхідно мінімізувати вираз сумарної середньоквадратичної похибки (6), тобто визначити похідну цього виразу і прирівняти її до нуля. Одержане рівняння необхідно вирішити відносно підсилення системи:

$$\frac{\partial \sigma_{\Sigma}^2}{\partial K_{\text{ФАПЧ}}} = - \frac{2}{K_{\text{ФАПЧ}}^3} \left( \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{N_0}{4} = 0; \quad (7)$$

$$K_{\text{ФАПЧ}} = + \sqrt[3]{\frac{8}{N_0} \left( \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right)^2}. \quad (7a)$$

Для здійснення адаптивного настроювання системи ФАПЧ необхідно визначити приріст фази вхідного сигналу  $\varphi(t)$ , для чого можна використати звичайний фазовий детектор. Далі пристрій адаптації, відповідно з виразом (7a), розраховує підсилення системи  $K_{\text{ФАПЧ}}$  (див. рис. 2 – Структурна схема макета).

2.6. Недоліком синтезованої адаптивної системи ФАПЧ з настроюванням за вхідним сигналом є обернено пропорційний зв'язок підсилення  $K_{\text{ФАПЧ}}$  і спектральної густини потужності шуму  $N_0$ . Якщо  $N_0$  прямує до нуля, то підсилення  $K_{\text{ФАПЧ}}$  прямує до нескінченності, що призводить до появи нелінійних спотворень сигналу у основному контурі керування, а в результаті до самозбудження всієї системи.

Взагалі існує ще декілька перешкод, що заважають широкому впровадженню адаптивних систем:

- у системах РА ні оцінюваний параметр, ні завада, ні помилка системи безпосередньо не спостерігаються;
- мала ширина лінійної ділянки характеристик систем РА не дозволяє використовувати додаткові вимірювальні сигнали, які б дозволили контролювати якість роботи основного контура керування;
- швидкоплинність процесів у системах передавання ставить жорсткі вимоги до швидкодії пристроїв адаптації.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення адаптивних систем РА.
- 3.2. Дати класифікацію адаптивних систем РА.
- 3.3. Зобразити узагальнену функціональну схему адаптивної системи РА.
- 3.4. Сформулювати призначення пристрою адаптації.
- 3.5. Сформулювати етапи синтезу адаптивних систем РА.
- 3.6. Як розраховується помилка системи ФАПЧ в усталеному режимі?
- 3.7. Як розраховується потужність шуму, що діє у системі ФАПЧ?
- 3.8. Дати визначення еквівалентної шумової смуги системи РА.
- 3.9. Що заважає широкому втіленню адаптивних систем РА?

### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ "Адаптивні системи РА". Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [1, с. 272–281].



4.2. Розрахувати оптимальний коефіцієнт підсилення системи ФАПЧ, якщо приріст фази вхідного сигналу змінюється за гармонічним законом  $\varphi(t) = 2\pi \cos(2\pi F_\varphi t)$ ,  $F_\varphi = 0,1 + (-1)^n \cdot n \cdot 0,01$  кГц, а на вході системи діє АБГШ зі спектральною густиною потужності  $N_0 = 10^{-6}$  В<sup>2</sup>/Гц;  $n$  – номер лабораторного стенда.

**Зауваження.** Середнє значення квадрата ергодичного процесу, яким є приріст фази вхідного сигналу, визначається наступним виразом:

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-0,5T}^{0,5T} x^2(t) dt.$$

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

## 5. Лабораторне завдання

### 5.1. Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.

Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку “Лабораторні роботи” на робочому столі. Далі відкрити папку “РА” і знайти в ній програму “Дослідження адаптивної системи ФАПЧ”.

5.2. **Дослідження залежності підсилення системи на виході пристрою адаптації від спектральної густини потужності шуму.** Для здійснення вимірювань необхідно установити значення  $F_\varphi$ , як в домашньому завданні та вибрати у спадаючому списку осцилографа графік “ $K_{\text{па}} \& K_{\text{опт}}$  – розраховане й оптимальне підсилення системи ФАПЧ”.

Змінюючи значення спектральної густини потужності шуму у межах  $10^{-10}$ ,  $10^{-9}$ , ...,  $10^{-5}$  В<sup>2</sup>/Гц вимірювати за графіком і фіксувати у протоколі значення підсилення на виході пристрою адаптації  $K_{\text{па}}$ . Побудувати графік залежності  $K_{\text{па}}(N_0)$ .

5.3. **Дослідження залежності сумарної середньоквадратичної похибки адаптивної системи ФАПЧ першого порядку від спектральної густини потужності шуму.** Установити тип фільтра “Без фільтра” та значення  $F_\varphi$ , як в домашньому завданні.

Змінюючи значення спектральної густини потужності шуму  $N_0$  в межах  $10^{-10}$ ,  $10^{-9}$ , ...,  $10^{-5}$  В<sup>2</sup>/Гц фіксувати у протоколі сумарну середньоквадратичну похибку адаптивної системи ФАПЧ.

Спостерігаючи графіки сигналів  $s(t)$  і  $r(t)$  та графік похибки фази  $d\varphi(t)$ , зробити висновки про причини неефективної роботи адаптивної системи ФАПЧ за деяких значень  $N_0$ .

5.4. **Дослідження залежності сумарної середньоквадратичної похибки адаптивної системи ФАПЧ другого порядку (RC-фільтр) від спектральної густини потужності шуму.** Установити тип фільтра “RC-фільтр”, частоту зрізу фільтра  $1,5F_\varphi$  і повторити дослідження п. 5.3.

5.5. **Дослідження залежності сумарної середньоквадратичної похибки адаптивної системи ФАПЧ другого порядку (ШФ) від спектральної густини**

**ни потужності шуму.** Установити тип фільтра “ПФ”, частоту зрізу фільтра  $1,5F_\phi$  і повторити дослідження п. 5.4. Зробити загальні висновки про роботи адаптивної системи ФАПЧ, що досліджувалася.

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, схема якого наведена на рис. 2, реалізована адаптивна система ФАПЧ з настроюванням за вхідним сигналом. Макет складається з наступних елементів:

- генератора фази сигналу  $\varphi(t)$ , яка змінюється за гармонічним законом з частотою  $F_\phi$  (частоту можна змінювати);
- генератора сигналу, яким є гармонічне коливання з частотою  $f_0 = 16,384$  кГц;
- генератора адитивного білого гауссового шуму (АБГШ), спектральну густину потужності  $N_0$  якого можна змінювати;
- системи ФАПЧ, яка містить підсилювач зі змінним коефіцієнтом підсилення; можна обрати один з трьох типів фільтрів системи: “Без фільтра”, “RC-фільтр” і “ПФ”; частоти зрізу фільтрів  $F_3$  можна змінювати;
- пристрою адаптації, який містить фазовий детектор і блок розрахунку підсилення системи ФАПЧ  $K_{па}$ , який змінює коефіцієнт підсилення підсилювача у системі;
- вимірювача сумарної середньоквадратичної похибки, який розраховує середній квадрат різниці фаз заданого сигналу  $s(t)$  і сигналу керованого генератора  $r(t)$ ;
- осцилографа, який дозволяє спостерігати часові діаграми сигналів у різних точках схеми.

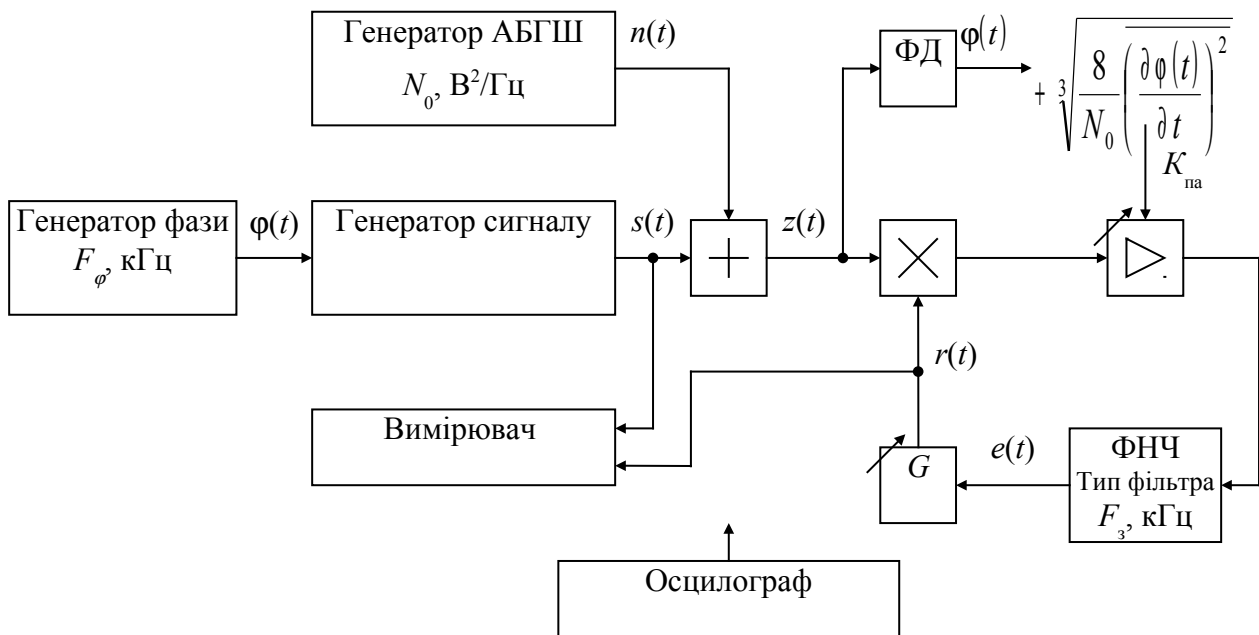


Рисунок 2 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

7.1. **Назва** лабораторної роботи.

7.2. **Мета** роботи.

7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання пп. 5.2...5.5 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).

7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## Лабораторна робота 2.3 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ВІДНОВЛЕННЯ НЕСІВНОГО КОЛИВАННЯ

### 1. Мета роботи

1.1. Вивчення принципів побудови та роботи систем відновлення несівного коливання: схеми зі зведенням сигналу до квадрату та схеми Костаса.

1.2. Дослідження роботи та вимірювання основних характеристик системи ВН зі зведенням сигналу до квадрату.

### 2. Ключові положення

2.1. Система відновлення несівного коливання (ВН) призначена для формування опорного гармонічного коливання, фаза якого збігається з фазою модульованого сигналу. Тобто система ВН призначена для розв'язання задачі фазової синхронізації у процесі демодуляції.

Необхідність фазової синхронізації пов'язана з тим, що ефективні демодулятори будують на основі синхронного детектора (рис. 1). Якщо фаза сигналу генератора ( $\Gamma$ )  $\varphi_{\Gamma}(t)$  не збігається з фазою вхідного модульованого сигналу  $\varphi(t)$ , то сигнал на виході детектора  $b(t)$  одержує множник  $\cos[\Delta\varphi(t)]$ , де  $\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_{\Gamma}(t)$  – різниця фаз вхідного сигналу і сигналу генератора. Оскільки максимальне значення косинусу дорівнює одиниці і досягається лише у випадку  $\Delta\varphi(t) = 0$ , наявність різниці фаз призводить до зменшення рівня сигналу на виході детектора. Якщо ж  $\Delta\varphi(t) = \pi/2$ , то сигнал на виході детектора взагалі відсутній. Окрім того, зміна різниці фаз  $\Delta\varphi(t)$  у часі призводить до зміщення спектра сигналу  $b(t)$ , що неприпустимо.

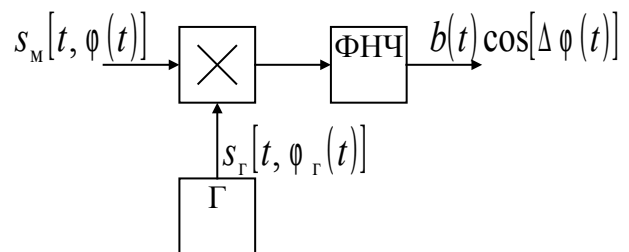
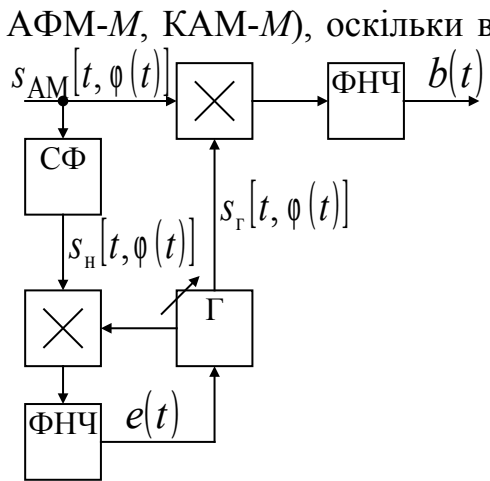


Рисунок 1 – Синхронний детектор

2.2. Найпростіше забезпечити фазову синхронізацію у разі демодуляції сигналу АМ, оскільки в спектрі цього сигналу присутня складова з частотою переносника (несівна) й у її відновлюванні немає необхідності. Для формування опорного коливання достатньо придушити бокові смуги сигналу АМ, для чого використовують вузькосмуговий фільтр (СФ) (рис. 2). Одержаний на виході фільтра сигнал є несівною  $s_n[t, \varphi(t)]$ , яка подається до входу звичайної системи ФАПЧ і тим самим синхронізує коливання керованого генератора детектора. В результаті, на виході генератора з'являється опорне коливання  $s_{\Gamma}[t, \varphi(t)]$ , фаза якого прямує до фази вхідного сигналу  $s_{AM}[t, \varphi(t)]$ .

Набагато складніше забезпечити фазову синхронізацію у разі демодуляції сигналів БМ, ОМ й усіх видів цифрової модуляції (АМ-М, ФМ-М, ЧМ-М,



**Рисунок 2** – Синхронний детектор сигналу АМ з фазовою синхронізацією

АФМ-М, КАМ-М), оскільки в спектрі цих сигналів складова з частотою переносника відсутня. За таких умов необхідно відновити несівну, тобто здійснити таке нелінійне перетворення модульованого сигналу, щоб в його спектрі з'явилася або сама несівна, або її гармоніки. Системи, які забезпечують формування опорного коливання за таких умов називають системами відновлення несівного коливання (ВН).

Взагалі система ВН це система ФАПЧ, в якій використовується спеціальний фазовий детектор, здатний працювати в умовах відсутності несівної в спектрі сигналу.

У системах радіозв'язку найбільшого поширення знайшли два типи систем ВН: схема з піднесенням сигналу до цілої степені та схема

Костаса. Достатньо просто показати принципи побудови систем ВН синхронних детекторів у разі демодуляції сигналів БМ і ФМ-2.

2.3. Нехай заданий сигнал БМ, фаза якого змінюється у часі за випадковим законом:

$$s_{\text{БМ}}(t) = A_0 b(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (1)$$

де  $A_0$  – амплітуда несівної;

$b(t)$  – первинний сигнал;

$\omega_0$  – частота несівної;

$\varphi(t)$  – паразитний приріст фази.

Нехай  $b(t) = \cos(\Omega t)$ , причому  $\Omega \ll \omega_0$ . Тоді, після зведення сигналу БМ до квадрату в спектрі з'являється друга гармоніка несівної  $s_{\text{н2}}(t) = \cos[2\omega_0 t + 2\varphi(t)]$ :

$$\begin{aligned} s_{\text{БМ}}^2(t) &= A_0^2 \cos^2(\Omega t) \cos^2[\omega_0 t + \varphi(t)] = \\ &= \frac{A_0^2}{4} [2 + \cos(2\Omega t) + \cos[2\omega_0 t + 2\varphi(t)] + \cos(2\Omega t) \cos[2\omega_0 t + 2\varphi(t)]]. \end{aligned} \quad (2)$$

Висновок про появу другої гармоніки несівної після піднесення сигналу БМ до квадрату зроблений на основі виразу (2), що справедливий для будь-якого первинного сигналу  $b(t)$ . Тоді вузькосмуговим фільтром можна виділити другу гармоніку несівної і подати її до входу системи ФАПЧ. У результаті частота та фаза сигналу керованого генератора буде прямувати до частоти та фази другої гармоніки несівної, тобто  $\omega_r = 2\omega_0$  і  $\varphi_r(t) = 2\varphi(t)$ . Для одержання опорного коливання сигнал керованого генератора подають на дільник частоти на два (рис. 3). Таким чином, система ВН у даному випадку складається з квадратора, смугового фільтра, системи ФАПЧ та дільника частоти.

2.4. Нехай задано сигнал ФМ-2, фаза якого набуває паразитного приросту  $\varphi(t)$ . У такому випадку елементарний радіоімпульс сигналу ФМ-2 описується:

$$s_i(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_i + \varphi(t)], \quad (3)$$

де  $A(t)$  – обвідна радіоімпульсу;

$\varphi_i$  – початкова фаза радіоімпульсу, яка набуває два значення:  $\varphi_0 = 0$ , якщо передається “0” і  $\varphi_1 = \pi$ , якщо передається “1”.

Оскільки фаза сигналу ФМ-2  $\varphi_i$  є інформаційним параметром, то для оцінки паразитного приросту  $\varphi(t)$  її необхідно усунути з сигналу. Кажуть, що система ВН повинна усунути або “зняти модуляцію”.

Якщо радіоімпульс  $s_i(t)$  піднести до квадрату, то як і у випадку сигналу БМ у спектрі з’явиться друга гармоніка несівної  $s_{н2}(t) = \cos[2\omega_0 t + 2\varphi_i + 2\varphi(t)]$ , причому  $2\varphi_0 = 0$  і  $2\varphi_1 = 2\pi \equiv 0$ . Тобто, якою б не була початкова фаза елементарного радіоімпульсу, після його піднесення до квадрату вона дорівнює нулю. Таким чином, піднесення сигналу ФМ-2 до квадрату дозволяє, як відновити несівну, так і “зняти модуляцію”. В результаті схема системи ВН синхронного детектора у разі демодуляції сигналу ФМ-2 така сама, як і у разі демодуляції сигналу БМ. Для відновлення несівної у загальному випадку, тобто у разі демодуляції сигналів ФМ-М, їх необхідно піднести до степеня  $M$ .

2.5. Недоліком системи ВН з піднесенням сигналу до квадрату є те, що разом з корисним сигналом до квадрату підносяться завади. Наприклад, якщо до квадрату піднести АБГШ з дисперсією  $\sigma_n^2$ , результатом буде релеєвський шум з дисперсією  $3\sigma_n^4$ . Тобто відношення сигнал/шум у колі сигналу похибки  $e(t)$  значно зменшиться, що призведе до зменшення точності системи ВН. Тому була розроблена більш досконала система ВН, побудована за квадратурним принципом.

Нехай задано сигнал БМ, фаза якого змінюється у часі за випадковим законом. Квадратурне представлення такого сигналу має наступний вигляд:

$$s_{\text{БМ}}(t) = A_0 b(t) \cos(\varphi(t)) \cos(\omega_0 t) - A_0 b(t) \sin(\varphi(t)) \sin(\omega_0 t). \quad (4)$$

Якщо, за допомогою квадратурного розщеплювача, виділити квадратурні складові  $I_{\text{БМ}}(t) = A_0 b(t) \cos(\Delta\varphi(t))$  і  $Q_{\text{БМ}}(t) = A_0 b(t) \sin(\Delta\varphi(t))$ , то можна розрахувати значення похибки фази  $\Delta\varphi(t)$ :

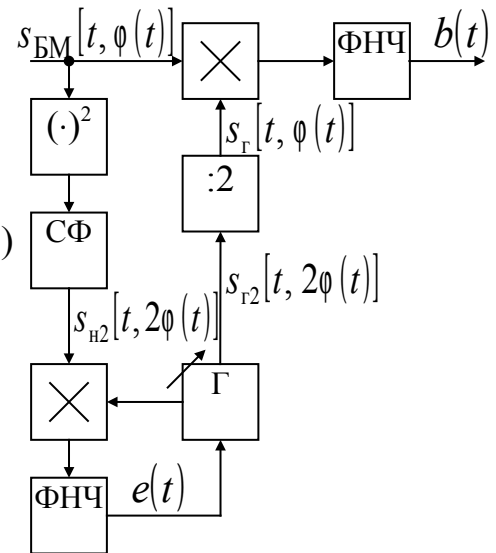


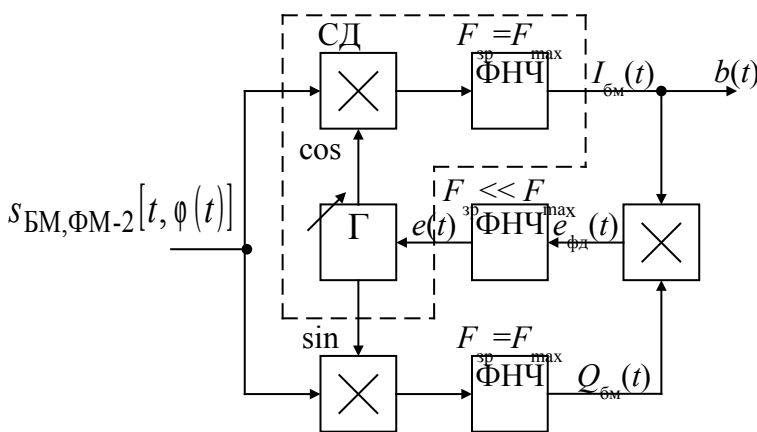
Рисунок 3 – Синхронний детектор сигналу БМ з системою ВН

$$\Delta \varphi(t) = \operatorname{arctg} \left( \frac{Q_{\text{БМ}}(t)}{I_{\text{БМ}}(t)} \right). \quad (5)$$

Оскільки арктангенс розривна функція, що може призвести до значної похибки системи, її замінюють операцією перемноження квадратурних складових. У результаті сигнал, пропорційний похибці фази, дорівнює:

$$e_{\text{ФД}}(t) = I_{\text{БМ}}(t)Q_{\text{БМ}}(t) = A_0^2 b^2(t) \cos(\Delta \varphi(t)) \sin(\Delta \varphi(t)) = 0,5 A_0^2 b^2(t) \sin(2\Delta \varphi(t)). \quad (6)$$

Складові, що виникають за рахунок піднесення первинного сигналу до квадрату усуваються за допомогою ФНЧ кола керування, в результаті чого формується сигнал похибки  $e(t)$ . Побудована за таким принципом система ВН називається схемою Костаса (рис. 4).



**Рисунок 4** – Синхронний детектор сигналу БМ з системою ВН:

СД – синхронний детектор;

$F_{\text{зр}}$  – частота зрізу ФНЧ;

$F_{\text{max}}$  – ширина спектра сигналу  $b(t)$ .

Аналогічні викладки можна зробити, якщо несівна відновлюється у процесі демодуляції сигналу ФМ-2. Тобто, у такому випадку система ВН має вигляд, аналогічний системі на рис. 4, за виключенням того, що у квадратурному розщеплювачі замість звичайних ФНЧ використовуються узгоджені фільтри. Однак представлена система є найпростішою і не придатна для відновлення несівної у загальному випадку демодуляції сигналів ФМ-М, оскільки не забезпечує “зняття

модуляції”.

2.6. Відомо, що сигнал ОМ, як і сигнал БМ, можна обробляти лише за допомогою синхронного детектора. Однак, якщо при синхронному детектуванні сигналу БМ можна відновити несівну, то у випадку детектування сигналу ОМ це зробити неможливо. Тому у реальних системах зв'язку з ОМ завжди використовують пілот-сигнал. У системах з ОМ пілот-сигнал – це залишок від несівної, який використовується для синхронізації керованого генератора. Тоді опорне коливання формується так само як і у системах з АМ (рис. 2).

Необхідність передавання пілот-сигналу можна вважати недоліком, оскільки на його передавання витрачається додаткова потужність передавача. Але з іншого боку, наявність пілот-сигналу дозволяє не тільки підвищити точність системи ВН, а й вирішити деякі інші задачі, такі наприклад, як тактова та кадрова синхронізація, адаптивна фільтрація. При цьому використовуються системи ВН, що будуються за квадратурним принципом.

2.7. При демодуляції сигналів аналогових ЧМ і ФМ задача фазової синхронізації не постає, оскільки на виході відповідного детектора спостерігається сума корисного сигналу і сигналу, викликаного паразитним приростом фази, тобто  $b(t) + \varphi(t)$ . Спектральні властивості реальних сигналів  $b(t)$  такі, що мінімальна частота спектра  $F_{b\min}$  ніколи не дорівнює нулю, наприклад, у розмовного сигналу  $F_{b\min} = 300$  Гц. Спектральні властивості сигналу  $\varphi(t)$  такі, що у більшості випадків  $F_{\varphi\max} < F_{b\min}$ . Тобто спектри сигналів  $b(t)$  і  $\varphi(t)$  не перекриваються, а тоді складові спектра паразитного сигналу  $\varphi(t)$  можна придушити за допомогою ФВЧ.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення системи відновлення несівного коливання.
- 3.2. Зобразити схему синхронного детектора сигналу АМ з фазовою синхронізацією.
- 3.3. Сформулювати принцип побудови системи ВН зі зведенням до квадрату.
- 3.4. Зобразити схему синхронного детектора сигналу БМ з системою ВН, побудованою за принципом піднесення до квадрату.
- 3.5. Сформулювати недолік системи ВН, побудованої за принципом піднесення до квадрату.
- 3.6. Зобразити схему синхронного детектора сигналу БМ з системою ВН, побудованою за схемою Костаса.
- 3.7. Сформулювати призначення пілот-сигналу у системах зв'язку з ОМ.

### 4. Домашнє завдання

- 4.1 Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ "Системи відновлення несівного коливання". Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [4, с. 634–637].
- 4.2 Побудувати графік амплітудного спектра піднесеного до квадрату сигналу БМ, якщо  $b(t) = \cos(2\pi Ft)$ ,  $A_0 = 1$  В,  $F = (100 + 5n)$  Гц і  $f_0 = 2000$  Гц,  $n$  – номер лабораторного стенда. Зобразити на побудованому графіку амплітудно-частотну характеристику фільтра для виділення другої гармоніки несівної.
- 4.3 Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

### 5. Лабораторне завдання

- 5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку "Лабораторні роботи" на робочому столі. Далі відкрити папку "РА" і знайти в ній програму "Дослідження системи відновлення несівного коливання".



**5.2. Дослідження перетворень спектра сигналу БМ у процесі відновлення несівної.** Для проведення досліджень необхідно:

- установити значення частоти первинного сигналу  $F$  як у домашньому завданні;

- установити приріст фази несівної у стан  $\varphi(t) = 0$ ;

- установити відношення сигнал/шум у каналі  $\rho_{\text{вх}} = \infty$ .

Після запуску програми зафіксувати у протоколі наступні графіки:

- спектра сигналу БМ, для чого необхідно у спадаючому списку обрати пункт “Спектр сигналу БМ”;

- спектра сигналу на виході квадратора системи ВН, для чого у спадаючому списку обрати пункт “Спектр зведеного до квадрату сигналу БМ”;

- спектр сигналу на виході смугового фільтра системи ВН, для чого у спадаючому списку обрати пункт “Спектр відновленої несівної”.

Зменшити значення частоти первинного сигналу удвічі і зафіксувати у протоколі спектр сигналу на виході смугового фільтра системи ВН.

**5.3. Вимірювання виграшу синхронного детектора сигналу БМ з системою ВН.** Вимірювання здійснюються за наступних умов:

- значення частоти первинного сигналу  $F = 100$  Гц;

- приріст фази несівної  $\varphi(t) = 0$ .

Змінюючи відношення сигнал/шум у каналі  $\rho_{\text{вх}} = 20, 30, \dots, 60$  дБ, фіксувати у протоколі відношення сигнал/шум на виході детектора  $\rho_{\text{вих}}$ . За одержаними значеннями розрахувати виграш детектора  $g = \rho_{\text{вих}} / \rho_{\text{вх}}$ . Побудувати графік  $g(\rho_{\text{вх}})$ . Повторити вимірювання, коли  $\varphi(t) = \pi/6$  і  $\varphi(t) = \frac{\pi}{6} \cos(2\pi 10t)$ .

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, структурна схема якого наведена на рис. 5, реалізована система передавання сигналів БМ. Макет складається з наступних елементів:

- генератора первинного сигналу (ГПС), значення частоти якого можна змінювати;

- модулятора сигналу БМ, генератора несівної з частотою  $f_0 = 2000$  Гц і генератора приросту фази несівної, який можна перемикає в один із трьох станів  $\varphi(t) = 0$ ,  $\varphi(t) = \pi/6$  і  $\varphi(t) = \frac{\pi}{6} \cos(2\pi 10t)$ ;

- ідеального каналу з АБГШ; відношення сигнал/шум у каналі  $\rho_{\text{вх}}$  можна змінювати від 0 до 60 дБ з кроком 5 дБ; також можна установити нескінченне відношення  $\rho_{\text{вх}}$ ;

- синхронного детектора з системою ВН, побудованою за схемою зі зведенням сигналу до квадрату;

- вимірювача відношення сигнал/шум на виході синхронного детектора;

– осцилографа і аналізатора спектра для спостереження часових та спектральних діаграм сигналів у різних точках схеми.

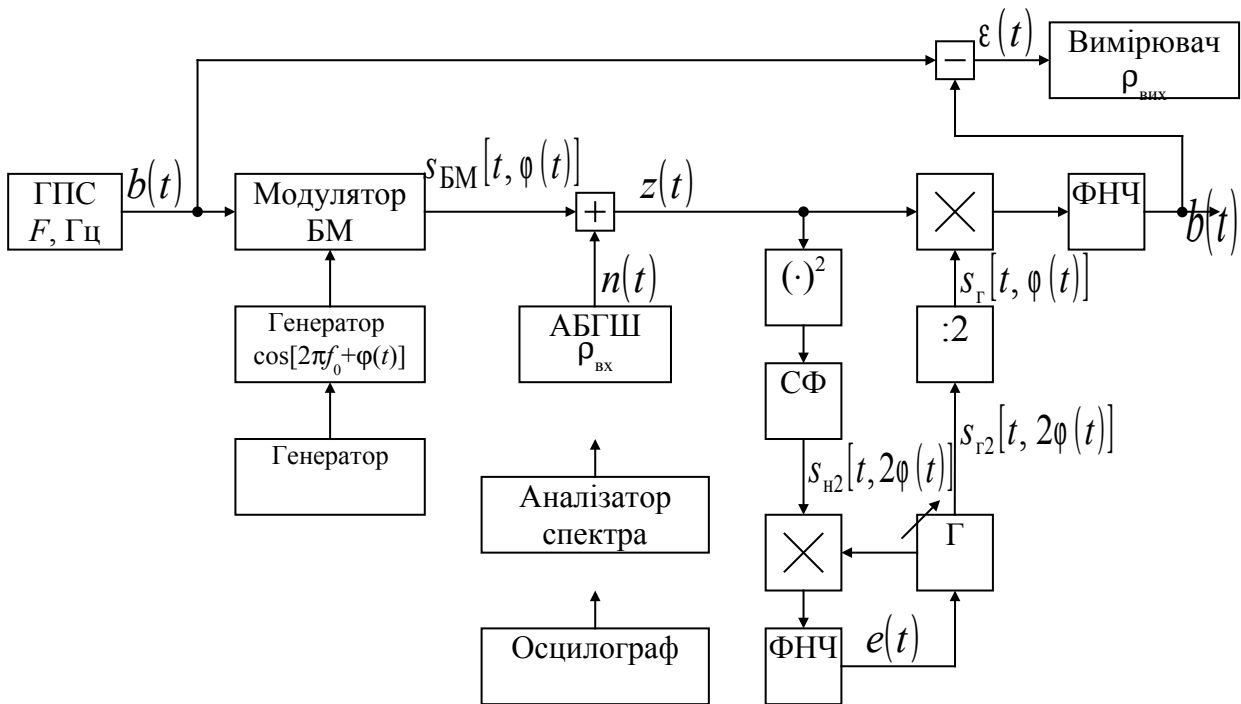


Рисунок 5 – Структурна схема макета

## 7. Вимоги до звіту

- 7.1. **Назва** лабораторної роботи.
- 7.2. **Мета** роботи.
- 7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.
- 7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання п. 5.2...5.3 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).
- 7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).
- 7.6. **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

## ЛР 2.4 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ТАКТОВОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ

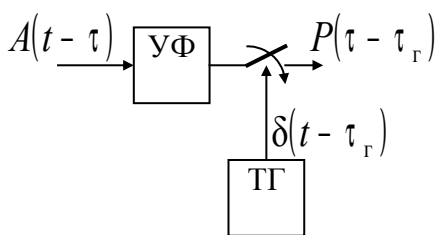
### 1. Мета роботи

1.1. Вивчення принципів побудови та роботи систем тактової синхронізації: схеми з відновленням фронтів, схеми з відстаючим та випереджувальним відліками, схеми Гарднера.

1.2. Дослідження роботи та вимірювання дисперсії похибки цифрової системи тактової синхронізації на основі схеми Гарднера.

### 2 Ключові положення

2.1. У самому широкому сенсі системи тактової синхронізації (ТС) призначені для формування тактових імпульсів, що синхронізують роботу цифрових схем при обробленні сигналів. У вузькому сенсі, в процесі демодуляції цифрових сигналів, системи ТС призначені для формування відлікових тактових імпульсів, що забезпечують взяття відліків сигналу на виході узгодженого фільтра в моменти максимуму відношення сигнал/шум.



**Рисунок 1** – Схема оброблення цифрових сигналів узгодженим фільтром

Відомо, що в процесі демодуляції цифрових сигналів відбувається узгоджена фільтрація елементарних імпульсів  $A(t - \tau)$  (рис. 1). Затримка елементарного імпульсу  $\tau$  визначається відстанню між передавачем та приймачем. Затримка є випадковою величиною, якщо відстань не змінюється (фіксований зв'язок) і випадковим процесом  $\tau(t)$ , якщо відстань змінюється (рухомий

зв'язок). Отже, величина затримки є невідомою. За таких умов на виході узгодженого фільтра (УФ) спостерігається затриманий на час  $\tau$  імпульс  $P(t - \tau)$ , максимум якого  $P(0)$  спостерігається у невідомий момент  $t = \tau$ .

Тактовий генератор (ТГ) на кожному такті тривалістю  $T$  формує імпульс  $\delta(t - \tau_r)$ , який повинен замкнути ключ у момент  $t = \tau$ . Однак імпульс формується (ключ замикається) у невідомий момент  $t = \tau_r$ . Величина затримки імпульсу тактового генератора  $\tau_r$  є невідомою, оскільки момент часу вмикання генератора є випадковим і сам генератор характеризується кінцевою стабільністю частоти.

У результаті, відлік імпульсу  $P(t - \tau)$  не буде максимальним –  $P(\tau - \tau_r) < P(0)$ , оскільки  $\tau_r \neq \tau$ . Окрім того, порушується умова відліковості і з'являється міжсимвольна інтерференція.

Таким чином, у процесі демодуляції будь-яких цифрових сигналів необхідно є система ТС, яка повинна забезпечити правильний вибір відлікових моментів. Ця задача вирішується шляхом підстроювання тактового генератора сигналом похибки, який формується спеціальним детектором.

2.2. Один з принципів, що найчастіше використовується при побудові систем ТС, полягає у використанні властивості цифрового сигналу змінювати

знак. Нехай задано двійковий цифровий сигнал, який складається з послідовності фільтрованих елементарних імпульсів:

$$s_{ц}(t - \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_i A(t - \tau - nT), \quad (1)$$

де  $a_i$  – амплітуда елементарного імпульсу; випадкова величина, що набуває два значення  $a_0 = -1$  і  $a_1 = 1$ ;

$A(t)$  – елементарний імпульс зі спектром  $\sqrt{N(f)}$ ;

$N(f)$  – спектр Найквіста;

$T$  – тривалість тактового інтервалу;

$n$  – номер тактового інтервалу;

$\tau$  – затримка цифрового сигналу.

Приклад сигналу (1) наведено на рис. 3, з якого випливає, що зміна знаку відбувається приблизно посередині тактового інтервалу. Цей факт можна використати для одержання опорного гармонічного коливання, частота і початкова фаза якого відповідають тактовій частоті  $\omega_T = 2\pi/T$  і затримці  $\tau$  цифрового сигналу. Для формування такого опорного гармонічного коливання використовується схема відновлення фронтів (рис. 2).

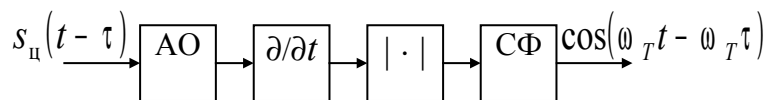


Рисунок 2 – Схема відновлення фронтів

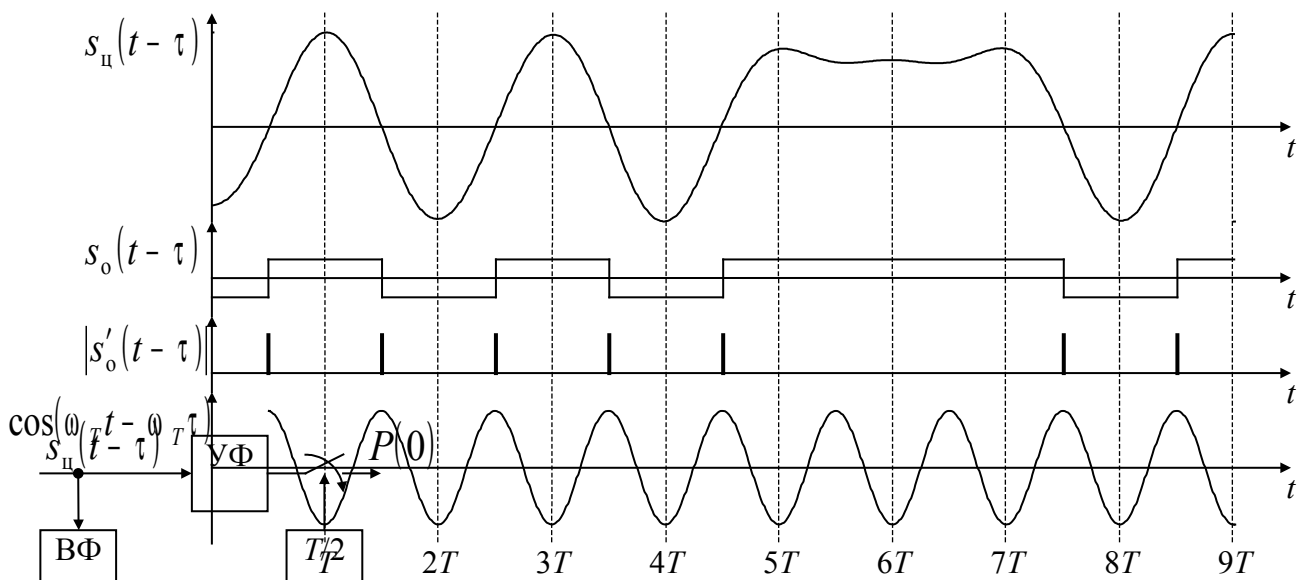


Рисунок 3 – Перетворення цифрового сигналу в процесі відновлення фронтів

У схемі відновлення фронтів цифровий сигнал подається на амплітудний обмежувач (АО), на виході якого спостерігається послідовність імпульсів близьких до прямокутних  $s_о(t - \tau)$ . Фронти

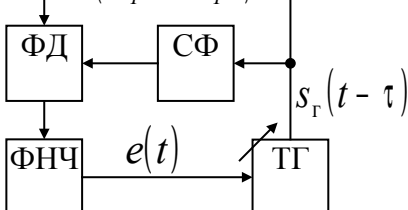


Рисунок 4 – Система ТС з відновленням фронтів

імпульсів збігаються з нулями цифрового сигналу, тобто з моментами змін знаку. Якщо взяти похідну послідовності прямокутних імпульсів, то можна одержати послідовність імпульсів близьких до дельта-функцій, знаки яких будуть чергуватися. Операція обчислення модуля усуває чергування знаків дельта-функцій. В результаті, на вході смугового фільтра (СФ) спостерігається послідовність дельта-функцій зміщених у часі на половину тактового інтервалу від істинних відлікових моментів (істинні відлікові моменти позначені пунктиром, рис. 3). На виході СФ спостерігається перша гармоніка цієї послідовності, частота і початкова фаза якої відповідають тактовій частоті  $\omega_T$  і затримці  $\tau$  цифрового сигналу. Одержане гармонічне коливання використовується для синхронізації тактового генератора (ТГ) за допомогою системи ФАПЧ (рис. 4, ФД – фазовий детектор). Оскільки тактовий генератор формує послідовність відлікових імпульсів близьких до дельта-функцій, то смуговим фільтром виділяється перша гармоніка сигналу генератора. Оскільки сигнал на виході схеми ВФ зміщений у часі на половину тактового інтервалу, то відлікові імпульси  $s_T(t - \tau)$  також повинні бути зміщені у часі на  $T/2$  (рис. 4).

**Рисунок 5** – Формування сигналу похибки в схемі з відстаючим та випереджувальним відліками

Необхідно відзначити, якщо цифровий сигнал не змінює знак, то в схемі ВФ не відбувається формування відлікових імпульсів, тобто виділення фронтів стає неможливим. У результаті, амплітуда опорного гармонічного коливання буде зменшуватися, що не відображено на рис. 3. Важливішим наслідком є те, що фаза опорного коливання за цей час може значно змінитися, тобто похибка системи ТС збільшиться. Ця властивість характерна для будь-яких систем ТС, тому при формуванні цифрового сигналу необхідно усунути тривалі послідовності однакових символів. Для розв'язання цієї задачі у передавачі цифровий сигнал подається до входу спеціального пристрою – скремблера, в якому відбувається додавання цифрового сигналу і псевдовипадкової послідовності.

2.3. Більш досконалою системою ТС є схема з відстаючим та випереджувальним відліками. Принцип роботи цієї схеми полягає у такій властивості цифрового сигналу: два відліки, взяті на час  $\nu$  раніше і пізніше відліку, за яким виноситься рішення, дорівнюють один одному. Якщо ж відлік, за яким виноситься рішення, береться не в істинний відліковий момент, то відліки, взяті на час  $\nu$  раніше і пізніше, будуть відрізнятися, і знак їх різниці однозначно вказує положення істинного відлікового моменту (рис. 5).

У схемі системи ТС, що будується за описаним принципом і називається схемою з відстаючим та випереджувальним відліками, частота взяття відліків утричі більша, ніж у схемі з відновленням фронтів (рис. 6). Детектор похибки (ДП) на основі відстаючого  $P(-\nu)$  та випереджувального  $P(\nu)$  відліків розраховує сигнал похибки  $e(t)$ . Після фільтрації сигналу похибки підстроюється фаза тактового генератора.

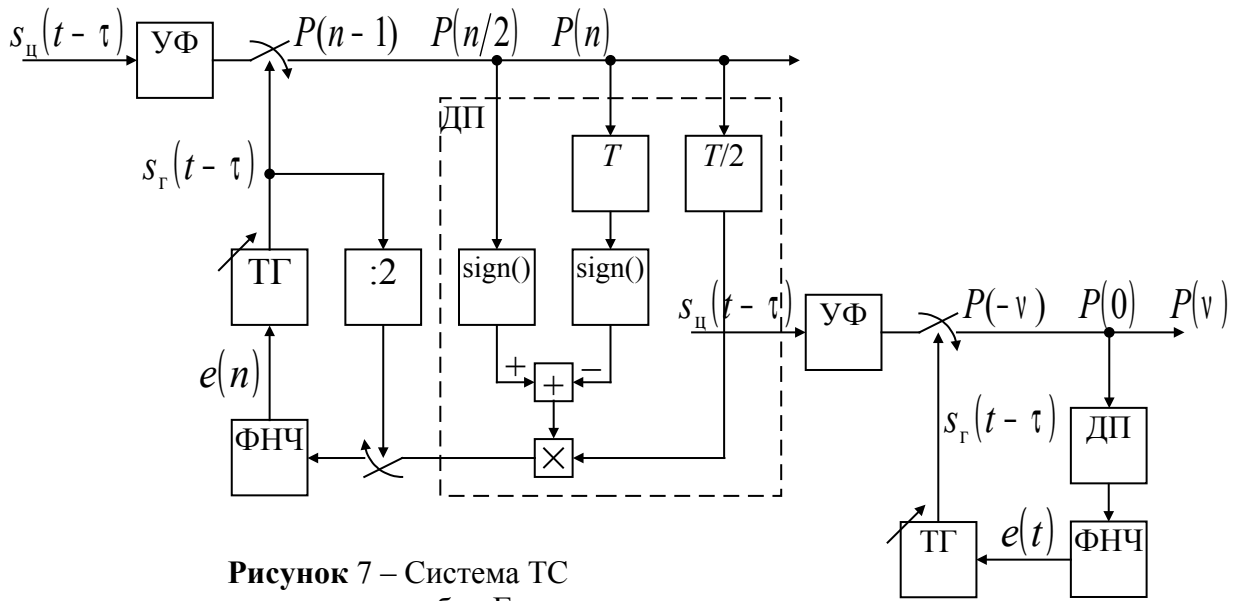


Рисунок 7 – Система ТС з детектором похибки Гарднера

Рисунок 6 – Система ТС з відстаючим та випереджувальним відліками

Як і в попередньому випадку, схема з відстаючим та випереджувальним відліками ефективно працює лише тоді, коли цифровий сигнал змінює знак. Недоліком цієї схеми є те, що сигнал похибки запізнюється відносно моменту взяття відліку, за яким виноситься рішення.

2.4. Якщо відомо, що цифровий сигнал дорівнює нулю посередині тактового інтервалу, то можна побудувати детектор похибки системи ТС за наступним принципом: на кожному такті береться відлік посередині тактового інтервалу  $P(n/2)$ , якщо  $P(n/2) = 0$ , то відліки за якими виноситься рішення беруться в істинні відлікові моменти, у протилежному випадку формується сигнал похибки:

$$e(n) = P(n - 1/2) \{ \text{sign}[P(n)] - \text{sign}[P(n - 1)] \}, \quad (2)$$

де  $P(n)$  – відлік, за яким виноситься рішення на заданому тактовому інтервалі;

$P(n - 1)$  – відлік, за яким виноситься рішення на попередньому тактовому інтервалі;

$\text{sign}[x]$  – функція визначення знака.

Необхідність множника  $\{ \text{sign}[P(n)] - \text{sign}[P(n - 1)] \}$  у виразі формування сигналу похибки (2) викликана наступним: якщо у цифровому сигналі не змінюється знак, то  $P(n/2) \neq 0$ , навіть якщо відліки  $P(n - 1)$  і  $P(n)$  беруться в істинні відлікові моменти. Тому у такій ситуації необхідно, щоб сигнал похибки дорівнював нулю  $e(n) = 0$ . Дійсно, якщо знаки відліків  $P(n - 1)$  і  $P(n)$  однакові, то їх різниця буде дорівнювати нулю.

Вираз сигналу похибки (2) був одержаний Гарднером і відповідна система ТС представлена рис. 7. У схемі враховано, що частота взяття відліків

удвічі більша тактової частоти. Тому у колі керування увімкнений ключ, який працює з тактовою частотою.

Гарднер доказав, що порівняно з попередньо розглянутими системами, система ТС, побудована на основі виразу (2), забезпечує меншу похибку, особливо в умовах відсутності змін знаку цифрового сигналу. Окрім того, частота тактового генератора менша, порівняно зі схемою з відстаючим та випереджувальним відліками. Але найважливішою властивістю схеми Гарднера є незалежність її похибки від роботи системи ВН. Головним недоліком схеми Гарднера є те, що її похибка збільшується зі зменшенням коефіцієнта скату спектра Найквіста  $\alpha$ . Однак це властиво усім розглянутим системам ТС. Системи ТС з детектором похибки Гарднера широко застосовуються у сучасних модемах.

### 3. Ключові питання

- 3.1. Сформулювати призначення системи тактової синхронізації.
- 3.2. Сформулювати принцип, що використовується для побудови систем ТС.
- 3.3. Зобразити схему відновлення фронтів.
- 3.4. Зобразити схему системи ТС з відновленням фронтів.
- 3.5. Сформулювати призначення скремблера при формуванні цифрового сигналу.
- 3.6. Сформулювати принцип роботи системи ТС з відстаючим та випереджувальним відліками.
- 3.7. Навести вираз формування сигналу похибки у системі ТС з детектором Гарднера.

### 4. Домашнє завдання

4.1. Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ "Системи тактової синхронізації". Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [4, с. 645–651].

4.2. Задана послідовність відліків на виході узгодженого фільтра:  
 $P(0) = 1 - 0,01n$ ;  $P(0,5) = -0,029 - 0,01n$ ;  $P(1) = -1 + 0,01n$ ;  $P(1,5) = -0,043 + 0,01n$ ;  
 $P(2) = 1 - 0,01n$ ;  $P(2,5) = 1,114 - 0,01n$ ;  $P(3) = 1 - 0,01n$ ;  $P(3,5) = -0,021 - 0,01n$ ;  
 $P(4) = -1 + 0,01n$ ,  $n$  – номер лабораторного стенда. Розрахувати сигнал похибки  $e(n)$  на виході детектора похибки Гарднера.

4.3. Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

### 5. Лабораторне завдання

5.1. **Ознайомлення з віртуальним макетом та порядком роботи з ним.** Для завантаження віртуального макета необхідно відкрити папку "Лабораторні роботи" на робочому столі. Далі відкрити папку "РА" і знайти в ній програму "Дослідження системи тактової синхронізації".

5.2. **Вимірювання детекторної характеристики детектора Гарднера.** Для вимірювання детекторної характеристики необхідно: розімкнути коло

зворотного зв'язку системи ТС за допомогою ключа  $S3$ ; вимикнути шум (відношення  $E_6/N_0 = \infty$ ); установити коефіцієнт  $\alpha = 1$ . Змінюючи величину затримки  $\tau$  від  $-T$  до  $T$ , необхідно фіксувати у протоколі середнє значення сигналу похибки  $\bar{e}$ . За результатами вимірювань побудувати графік детекторної характеристики  $\bar{e}(\tau)$ .

**5.3. Дослідження залежності дисперсії похибки системи ТС від коефіцієнта розширення спектра.** Для здійснення дослідження необхідно: замкнути коло зворотного зв'язку ключем  $S3$ ; вимикнути шум (відношення  $E_6/N_0 = \infty$ ); вимикнути скремблер за допомогою ключа  $S1$ ; установити величину затримки  $\tau = T/4$ . Змінюючи коефіцієнт скату спектра  $\alpha$  від 0,2 до 1 фіксувати у протоколі значення дисперсії похибки системи ТС. Побудувати графік  $\sigma^2(\alpha)$ .

Увімкнути скремблер за допомогою ключа  $S1$  і повторити дослідження. Порівняти результати роботи системи ТС за наявності та відсутності скремблера.

**5.4. Дослідження залежності дисперсії похибки системи ТС від відношення  $E_6/N_0$ .** Для здійснення дослідження необхідно: замкнути коло зворотного зв'язку ключем  $S3$ ; увімкнути скремблер за допомогою ключа  $S1$ ; установити величину затримки  $\tau = T/4$ ; установити коефіцієнт  $\alpha = 1$ . Змінюючи відношення  $E_6/N_0$  від 0 дБ до 16 дБ фіксувати у протоколі значення дисперсії похибки системи ТС. За результатами вимірювань побудувати графік  $\sigma^2(E_6/N_0)$ .

## 6. Опис лабораторного макета

У макеті, структурна схема якого наведена на рис. 8, реалізована цифрова система передавання ФМ-2. Макет складається з наступних елементів:

- генератора двійкового цифрового сигналу (ГЦС);
- скремблера (СКР) та дескремблера (ДСКР), які складаються з генератора псевдовипадкової послідовності (ПВП) та суматора за модулем 2; скремблер та дескремблер можна вмикати і вимикати ключами  $S1$  та  $S2$ ;
- формуючого фільтра (ФФ), на виході якого спостерігається послідовність імпульсів зі спектром  $\sqrt{N(f)}$ ; коефіцієнт скату спектра  $\alpha$  можна змінювати;
- формуючий фільтр і перемножувач на несівну утворюють модулятор ФМ-2;
- лінії затримки, величину  $\tau$  якої можна змінювати;
- каналу з АБГШ, в якому можна установлювати відношення  $E_6/N_0$ , де  $E_6$  – енергія, що витрачається на передавання одного біта;  $N_0$  – спектральна густина потужності АБГШ;
- синхронного детектора, який утворюється перемножувачем на опорне коливання й узгодженим фільтром (УФ); фаза опорного коливання співпадає з фазою вхідного сигналу, тобто вважається, що система ВН працює ідеально;
- системи ТС з детектором похибки Гарднера; коло керування системи можна розімкнути ключем  $S3$ ;
- схеми рішення (СР);



- вимірювача середнього значення сигналу похибки  $\bar{e}$  (вмикається тільки при розімкненому колі керування системи ТС) і дисперсії похибки системи ТС  $\sigma^2$  (вмикається тільки при замкненому колі керування);
- осцилографа для спостереження часових діаграм сигналів у різних точках схеми.

## **7. Вимоги до звіту**

- 7.1. **Назва** лабораторної роботи.
- 7.2. **Мета** роботи.
- 7.3. **Результати** виконання домашнього завдання.
- 7.4. **Структурні схеми** досліджень та результати виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).
- 7.5. **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз одержаних результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних тощо).
- 7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.



**ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №1**  
для виконання самостійної роботи на тему  
”Аналіз стійкості лінійної системи ФАПЧ”

Завдання складається з трьох задач, дві з яких є теоретичними питаннями, а остання є розрахунковою. Вихідні дані для виконання завдання наведені у таблиці. Номер варіанта збігається з порядковим номером прізвища студента в журналі академічної групи. Студент денної форми навчання виконує завдання за варіантом, номер якого збігається з порядковим номером його прізвища в журналі академічної групи. Студент заочної форми навчання виконує завдання за варіантом, номер якого визначається останніми двома цифрами номера студентського квитка, а саме, якщо дві останні цифри номера студентського квитка відповідають числу  $N$ , то номер варіанта – це залишок від ділення  $N$  на 30.

**Таблиця** – Вихідні дані для виконання індивідуального завдання № 1

№ варіанта	$S_{\text{фд}}$ , В/рад	$S_{\text{орг}}$ , Гц/В	$F_{\text{зр}}$ , Гц
00	2,7	60	675
01	2	10	150
02	2,5	5	1000
03	1	20	250
04	0,5	150	300
05	0,7	100	500
06	1,2	75	350
07	2,1	25	200
08	0,8	120	450
09	2,3	15	700
10	0,2	250	800
11	0,9	210	50
12	1,9	30	750
13	2,4	40	550
14	0,3	300	650
15	1,1	20	900
16	0,4	250	950
17	1,7	175	850
18	0,1	200	400
19	2,2	85	600
20	2	280	1050
21	0,6	360	125
22	1,3	240	575
23	2,6	70	625
24	1,4	95	375
25	3	55	75
26	1,5	115	475
27	1,6	190	825
28	2,9	10	525
29	0,05	1000	325

**Задача 1.** Зобразити функціональну схему системи ФАПЧ. Описати призначення і характеристики окремих функціональних елементів системи. Описати роботу системи у цілому.

**Задача 2.** Перелічити і дати стисло характеристику відомих методів аналізу стійкості лінійних систем РА.

**Задача 3.** Задана лінійна система ФАПЧ та її характеристики:

- крутизна фазового детектора  $S_{\text{ФД}}$ ;
- крутизна генератора керованого напругою  $S_{\text{Г}}$ ;
- фільтр петлі керування, який утворюється послідовним з'єднанням двох  $RC$ -фільтрів з передатними функціями  $H_1(p) = H_2(p) = \frac{1}{1 + p/\omega_{\text{зр}}}$ ;
- частоти зрізу фільтрів  $F_{\text{зр}}$ .

Необхідно:

- проаналізувати стійкість системи ФАПЧ за допомогою логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи;
- розрахувати запаси стійкості.

### Вказівки до виконання

Для розв'язання задачі 1 можна скористатися конспектом лекцій і літературою [1, с. 12–14, 37–39, 47–51], [2, с. 16–23, 49–56], [3, с. 17–19, 49–58, 60–63].

Для розв'язання задачі 2 можна скористатися конспектом лекцій і літературою [1, с. 64–78], [2, с. 79–91], [3, с. 74–85].

Для аналізу системи ФАПЧ необхідно знайти передатну функцію розімкненої системи:

$$H_p(p) = S_{\text{ФД}} S_{\text{Г}} \frac{1}{p} H_{\text{ФНЧ}}(p), \quad (1)$$

де  $S_{\text{ФД}}$  – крутизна фазового детектора, В/рад;

$S_{\text{Г}}$  – крутизна опорного керованого генератора, Гц/В;

$H_{\text{ФНЧ}}(p)$  – передатна функція фільтра петлі керування.

Оскільки фільтр петлі керування утворюється послідовним з'єднанням двох  $RC$ -фільтрів, то його передатна функція розраховується за наступним виразом:

$$H_{\text{ФНЧ}}(p) = H_1(p) H_2(p). \quad (2)$$

Оскільки передатна функція розімкненої системи є достатньо складною, то для визначення АЧХ і ФЧХ системи можна скористатися наступною властивістю: АЧХ послідовно увімкнених систем перемножуються:

$$H_p(\omega) = S_{\text{АЛ}} S_{\text{Г}} H_i(\omega) H_1(\omega) H_2(\omega), \quad (3)$$

а ФЧХ послідовно увімкнених систем складаються:

$$\varphi_p(\omega) = \varphi_i(\omega) + \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega), \quad (4)$$

де  $H_i(\omega)$  – АЧХ інтегратора з передатною функцією  $H_i(p) = 1/p$ ;  
 $\varphi_i(\omega)$  – ФЧХ інтегратора з передатною функцією  $H_i(p) = 1/p$ .

АЧХ системи – це модуль передатної функції, а ФЧХ це аргумент передатної функції:

$$H(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}^2[H(p)] + \operatorname{Im}^2[H(p)]}, \quad (5)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im}[H(p)]}{\operatorname{Re}[H(p)]} \right), \quad (5a)$$

де  $p = j\omega$  – комплексна частота.

При побудуванні логарифмічних характеристик частоту відкладають у логарифмічному масштабі, причому логарифмічна АЧХ будується у децибелах:

$$\Lambda(\omega) = 20 \lg(H(\omega)), \quad (6)$$

а логарифмічна ФЧХ у радіанах (рис. 1).

Запаси стійкості можна визначити як графічно, на основі побудованих графіків (рис. 1), так і аналітично:

$$\alpha = \frac{1}{H_p(\omega_{кр})}; \quad (7)$$

$$\Delta\varphi = \pi - |\varphi_p(\omega_{сп})|, \quad (7a)$$

де  $\alpha$  – запас стійкості за підсиленням;

$\Delta\varphi$  – запас стійкості за фазою.