

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

ТЕКСТИ ЛЕКЦІЙ

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальності 051 «Економіка»
всіх форм навчання

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри
економіки, обліку і
оподаткування
Протокол №7 від 24.04.2024 р.

Чернігів 2024

Прогнозування економічної діяльності. Тексти лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 051 «Економіка» всіх форм навчання / Укладачі: Мініна О.В., Дерій Ж.В., Шадура-Никипорець Н.Т. Чернів: НУ «Чернігівська політехніка», 2024. 110 с.

Укладачі: Мініна Оксана Валеріївна, кандидат економічних наук, доцент
Дерій Жанна Володимирівна, доктор економічних наук, професор
Шадура-Никипорець Наталія Тимофіївна, кандидат економічних наук, доцент

Відповідальний за випуск: Дерій Жанна Володимирівна, завідувач кафедри економіки, обліку і оподаткування, доктор економічних наук, професор

Рецензент: Іванова Наталія Володимирівна, доктор економічних наук, професор, зав. кафедри підприємництва і торгівлі Національного університету «Чернігівська політехніка»

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
Тема 1. Прогнозування економічної діяльності: основні поняття	6
1 Загальна характеристика прогнозування.....	6
2 Функції прогнозування.....	7
3 Принципи прогнозування	8
4 Класифікація прогнозів	8
5 Роль прогнозування в процесі прийняття управлінських рішень.....	13
Тема 2. Зміст прогнозування економічної діяльності	16
1 Етапи прогнозування	16
2 Вимоги до вихідних даних для побудови прогнозів	17
3 Методи і моделі прогнозування	19
4 Основи прогнозувальних систем.....	22
5 Обмеженість можливостей технік прогнозування	23
Тема 3. Випадкові процеси та часові ряди.....	25
1 Визначення та типологія часових рядів.....	25
2 Декомпозиція часового ряду.....	28
3 Основні підходи до моделювання часових рядів	32
4 Основні методи дослідження часових рядів	33
5 Основні характеристики динаміки часового ряду.....	34
Тема 4. Прості методи екстраполяції	38
1 Кількісні методи прогнозування. Екстраполяція в прогнозуванні.....	38
2 Перевірка гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду.....	40
3 Прості методи екстраполяції тенденції	41
3.1 Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки.....	41
3.2 Екстраполяція на основі плинної середньої	42
3.3 Екстраполяція на основі індексу сезонності	43
4 Метод інтерполяції	44
Тема 5. Екстраполяція трендів	46
1 Загальна характеристика методу	46
2 Вибір виду рівняння	49
3 Побудова прогнозу	53
4 Оцінка якості прогнозу. Інтервали довіри	54
Тема 6. Адаптивні методи прогнозування. Прогнозування методом експоненційного згладжування	57
1 Адаптивні методи прогнозування	57
2 Загальна характеристика методу експоненційного згладжування	59
3 Алгоритм прогнозування методом експоненційного згладжування.....	60
Тема 7. Моделювання як метод прогнозування	63
1 Поняття і сутність моделювання як інструментарію прогнозування.....	63
2 Кореляційне моделювання.....	65
3 Процес побудови економіко-статистичних моделей	66
3.1 Постановка проблеми, її теоретичне і логічне формулювання	66

3.2 Відбір системи показників моделі – результативного і факторних	68
3.3 Вибір і обґрунтування форми зв'язку	70
3.4 Розрахунок параметрів і характеристик моделі	72
3.5 Оцінка статистичної надійності моделі	75
3.6 Методи надання моделям статистичної надійності	78
3.7 Економічний аналіз та прогнозування на основі застосування економіко-статистичних моделей	80
Тема 8. Методи експертних оцінок	83
1 Сутність експертних методів прогнозування	83
2 Індивідуальні експертні методи	85
3 Колективні експертні методи	88
Тема 9. Механізм колективної експертної оцінки	95
1 Етапи проведення колективної експертної оцінки	95
2 Визначення складу та чисельності експертної групи	97
3 Статистична обробка експертних оцінок	101
4 Методи оцінювання узгодженості думок експертів	106
5 Сталість групових експертних оцінок	108
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	110

ПЕРЕДМОВА

*Якщо, обернувшись назад, ти бачиш своє майбутнє,
значить ти все зробив правильно...*

Підготовка висококваліфікованих фахівців з економіки в умовах динамічності економічних процесів вимагає опанування блоку обов'язкових дисциплін, однією з яких є «Прогнозування економічної діяльності». Прогнозування – це, фактично, моделювання реальної ситуації, її здійснення в абстрактній сфері з перевіркою кінцевих результатів й аналізом перебігу визначеної прогнозованої ситуації.

Метою даної навчальної дисципліни є формування теоретичних знань і набуття практичних навичок використання інструментів прогнозування економічних процесів, а також використання їх результатів як інформаційної бази прийняття ефективних управлінських рішень.

Предметом навчальної дисципліни є теоретичні основи та практичний інструментарій методів і моделей для розроблення економічних прогнозів, формування у здобувачів знань, вмінь та навичок прогнозування економічних процесів.

В результаті вивчення дисципліни «Прогнозування економічної діяльності» здобувачі отримують теоретичні знання методів і моделей прогнозування економічних процесів, а також їх застосування при прогнозуванні процесів в економічних системах на мікро- та макрорівні.

Даний конспект лекцій має на меті систематизувати основну теоретичну інформацію, що стосується дисципліни, допомогти розібратися зі складними моментами та методиками прогнозування, закласти базу для успішного розв'язання практичних завдань прогнозування економічної діяльності різних об'єктів національної економіки, що дозволить приймати обґрунтовані економічні рішення в умовах невизначеності та мінімізувати ризики і втрати.

Тема 1. Прогнозування економічної діяльності: основні поняття

1. Загальна характеристика прогнозування.
2. Функції прогнозування.
3. Принципи прогнозування.
4. Класифікація прогнозів.
5. Роль прогнозування в процесі прийняття управлінських рішень.

1 Загальна характеристика прогнозування

Для ефективного виконання функцій управління економічними процесами потрібно спрогнозувати наслідки багатьох економічних явищ, щоб правильно вирішити теперішні завдання. Для цього необхідне прогнозування на всіх ієрархічних рівнях управління.

Під **прогнозом** (лат. – forecast) розуміють науково обґрунтоване міркування про можливий стан об'єкта в майбутньому. Прогноз – це пошук реалістичного й економічно виправданого рішення, це зусилля, які докладаються з метою розрахувати майбутнє.

Основні властивості даного поняття:

1. Прогноз пов'язаний з певним майбутнім станом і (або) шляхами та термінами його досягнення.
2. Прогноз ґрунтується на проведенні певного дослідження, деякого обґрунтування.
3. Прогноз має ймовірнісний характер, тому він не може мати директивний характер.

Укладача прогнозу називають **прогнозистом**, а процес розробки прогнозу – **прогнозуванням**.

Головна функція прогнозування – формування наукових передумов прийняття управлінських рішень у ринкових умовах.

Прогнозування має відповісти на два питання:

- а) чого найбільш імовірно слід очікувати в майбутньому?
- б) яким чином слід впливати на умови, щоб досягти в майбутньому бажаної мети?

Важливою складовою прогнозування є **прогнозування економічне** – науково-практична діяльність, спрямована на визначення тенденцій економічного розвитку об'єкта, оцінку можливих його станів у майбутньому та пошук альтернативних шляхів і термінів їх досягнення. Воно дає базу для вибору та обґрунтування економічної політики.

До основних понять прогнозування відносяться такі:

Етап прогнозування – частина процесу розробки прогнозів, що характеризується завданнями, методами та результатами. Розподіл на етапи пов'язаний зі специфікою побудови систематизованого опису об'єкта прогнозування, збору даних, з побудовою моделі, верифікацією прогнозу.

Модель прогнозування – образ об'єкта, дослідження якого дозволяє отримати інформацію про можливі стани об'єкта в майбутньому та (або) шляхи і

терміни їх досягнення.

Метод прогнозування – сукупність способів і прийомів мислення, що дозволяють на основі аналізу ретроспективних, екзогенних (зовнішніх) та ендегенних (внутрішніх) даних, а також їх змін у розглянутому періоді часу вивести судження певної вірогідності відносно майбутнього розвитку об'єкта. Методи прогнозування формують методики прогнозування.

Методика прогнозування – упорядкована сукупність прийомів, процедур, операцій, правил дослідження на основі одного або частіше певного поєднання декількох методів.

Верифікація прогнозу – оцінювання вірогідності, точності або обґрунтованості прогнозу, визначення ступеня його відповідності дійсному стану об'єкта прогнозування в майбутньому.

Прогнозний фон – сукупність зовнішніх чинників, що впливають на розвиток об'єкту дослідження і, відповідно, на прогноз.

Прийом прогнозування – одна або кілька математичних чи логічних операцій, спрямованих на отримання конкретного результату в процесі розробки прогнозу.

Об'єкт прогнозування – процеси, явища та події, на які спрямована діяльність суб'єкта прогнозування.

Система прогнозування (прогнозувальна система) – сукупність методик, технічних засобів, призначених для прогнозування складних явищ або процесів.

2 Функції прогнозування

Головними **функціями** економічного прогнозування є:

1. Науковий аналіз економічних, соціальних, науково-технічних процесів і тенденцій. Ця функція за змістом передбачає три *стадії*:

– ретроспективу (погляд у минуле) – етап, на якому досліджується історія розвитку об'єкта для одержання його систематизованого опису;

– діагностику – етап, на якому досліджуваний об'єкт аналізується з метою виявлення тенденцій його розвитку і вибору методів та моделей прогнозування;

– проєкцію – етап, на якому за даними діагностики розробляється прогноз, здійснюється оцінка його вірогідності, точності та обґрунтованості.

2. Дослідження об'єктивних зв'язків соціально-економічних явищ розвитку в конкретних умовах – здійснюється через виявлення в них причинно-наслідкових зв'язків. При цьому враховується невизначеність, що зумовлює ймовірність дії економічних законів, неповноту їх знання, наявність суб'єктивного фактора при прийнятті рішень, неповноту і недостатню надійність інформації.

3. Оцінка сформованого рівня розвитку конкретної ситуації і виявлення тенденцій, які можуть скластися у майбутньому, передбачення нових ситуацій та їхня оцінка.

4. Виявлення можливих альтернатив розвитку економічної системи у перспективі.

5. Нагромадження наукового матеріалу для обґрунтування вибору управлінських рішень.

3 Принципи прогнозування

Для виконання зазначених функцій економічне прогнозування має ґрунтуватися на певних принципах, а саме: цілеспрямованості, системності, наукової обґрунтованості, альтернативності, адекватності, багаторівневого описання.

Цілеспрямованість означає змістовну характеристику системи під кутом зору поставлених перед дослідженням завдань, що дозволяє вирішити проблему невизначеності.

Принцип системності прогнозування означає, що, з одного боку, економічну систему розглядають як єдиний об'єкт, а з іншого, – як сукупність порівняно самостійних напрямів (блоків) прогнозування. Цей підхід передбачає побудову прогнозу на підставі системи методів і моделей. Системність означає певну черговість використання моделей для формування прогнозу економічного і соціального розвитку країни, регіону, галузі тощо.

Наукова обґрунтованість означає, що в економічних прогнозах усіх рівнів потрібно враховувати вимоги об'єктивних економічних законів, вітчизняний та іноземний досвід формування прогнозів. Наукова обґрунтованість прогнозу не сумісна з ігноруванням реальних умов та особливостей економіки.

Принцип альтернативності прогнозування ґрунтується на потребі побудови альтернатив у разі передбачення майбутнього розвитку об'єкта прогнозування, на можливості існування якісно різних варіантів розвитку.

Адекватність прогнозу об'єктивним закономірностям характеризує не тільки процес виявлення, а й оцінку стійких тенденцій і взаємозв'язків у розвитку економіки та створення теоретичного аналога реальних економічних процесів з їхньою повною і точною імітацією. Для цього потрібно, щоб методи і моделі, які використовують під час формування прогнозів, пройшли експериментальну перевірку щодо точності у визначенні змісту процесів, які прогнозують.

Принцип багаторівневого описання передбачає, що суб'єкт має бути описаний, по-перше, як елемент більш широкої системи, по-друге, як цілісне явище, по-третє, як певна складна структура, внутрішню будову якої необхідно уявити з достатніми подробицями для досягнення поставлених цілей. Тобто три – це мінімально необхідна кількість рівнів опису системи. В реальному прогнозуванні до уваги береться значно більша кількість рівнів.

Принцип інформаційної єдності – застосування інформації на одному рівні узагальнення і цілісності ознак.

Принцип послідовного розв'язання невизначеності передбачає, що в процесі прогнозування треба рухатися від виявлення цілей та умов, що склалися, до визначення можливих напрямків розвитку економічної системи.

4 Класифікація прогнозів

Прогнози можна умовно розділити на три види. *Загальний прогноз* визначає можливість або неможливість настання деякої події, *якісний* – передбачає опис майбутньої ситуації, *кількісний* – передбачає визначення числових характеристик майбутньої ситуації на основі точкових чи інтервальних оцінок (рис. 1.1).

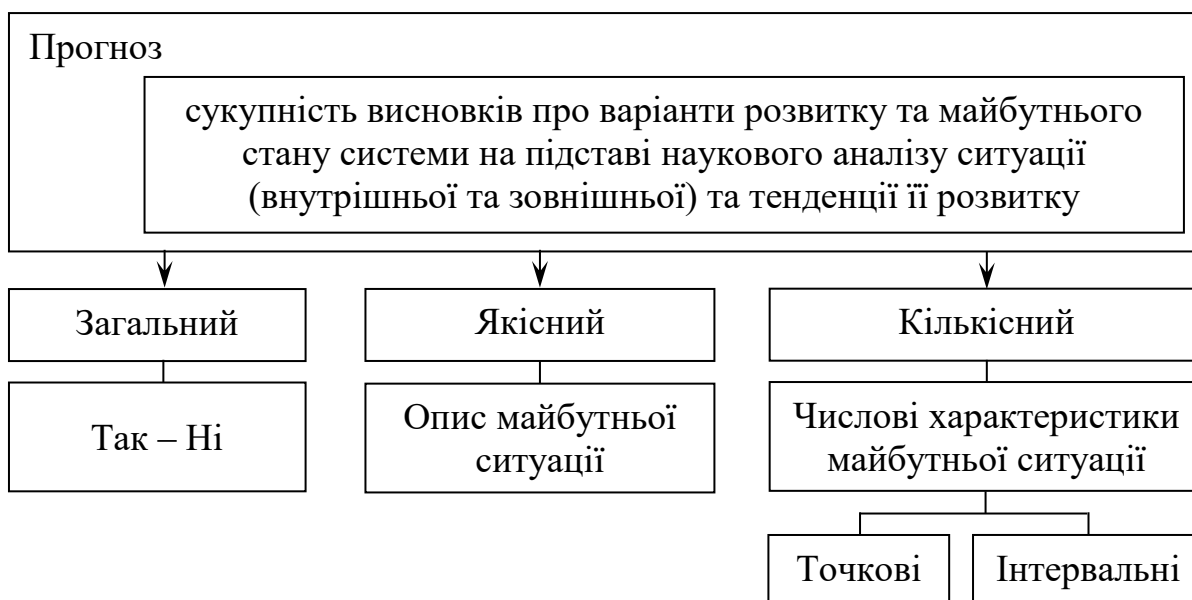


Рисунок 1.1 – Види прогнозів

Більш докладна класифікація прогнозів будується за різноманітними критеріями (класифікаційними ознаками). До числа найбільш важливих з них відносяться:

- масштаб прогнозування;
- час (горизонт, термін) прогнозування;
- характер об'єкта;
- функції прогнозу;
- можливість впливу на хід процесу прогнозування;
- ступінь імовірності майбутніх подій;
- спосіб представлення результатів;
- розподіл ймовірності та ін.

1. За *масштабом прогнозування* розрізняють:

- макроекономічні прогнози (на рівні національної економіки);
- мікроекономічні прогнози (на рівні підприємств, об'єднань).

Між зазначеними рівнями можна виділити і проміжні рівні (міжгалузеві і галузеві прогнози, регіональні прогнози і прогнози окремих господарських комплексів тощо).

Наприклад, менеджер фірми може бути зацікавлений у прогнозуванні чисельності робітників, потрібних на наступні кілька місяців (мікропрогноз), тоді як уряд прогнозує загальну кількість зайнятих робітників у цілому по країні (макропрогноз). Знову ж таки, різні рівні менеджменту в організації фокусуються на різних рівнях мікро- та макроієрархії: керівник фірми може бути зацікавлений у прогнозуванні продажу всієї компанії, тоді як персональні продавці – в прогнозуванні їхніх власних обсягів продажу.

2. За *періодом (горизонтом)* – проміжком часу, на який розробляється прогноз, розрізняють:

- оперативні (поточні);
- короткострокові;
- середньострокові;
- довгострокові;

– дальнострокові.

Під *оперативним прогнозом* розуміють прогноз, розрахований на час, протягом якого не очікується істотних змін характеристик (станів) процесу або системи. Як правило, горизонт в цьому випадку сягає до місяця. Оперативні прогнози використовуються для прийняття рішень в умовах, що склалися, без спроби, як правило, змінити ці умови. Невизначеність в результаті короткострокового періоду часу незначна. Методи, які використовуються для розробки оперативних прогнозів, мають бути простими і недорогими.

Під *короткостроковим* розуміють прогноз, протягом якого змінюються кількісні характеристики. Цей прогноз містить тільки загальні кількісні оцінки. Короткострокові прогнози (до 1 року) використовуються при розробці квартальних і річних планів. Невизначеність тут дещо вища в порівнянні з оперативним прогнозуванням. Особа, яка приймає рішення, може активно впливати на хід процесів, що відбуваються.

Середньостроковим називається прогноз, протягом якого змінюються окремі якісні характеристики. Горизонт даного прогнозу – від одного до п'яти років.

Довгостроковим є прогноз, протягом якого змінюються як кількісні, так і переважно якісні характеристики. Горизонт – більше п'яти років. Довгостроковий прогноз використовується для розробки стратегічних планів. Для нього характерне використання комбінації кількісних і якісних методів прогнозування.

Дальнострокові прогнози складаються на перспективу. На цей період очікуються значні якісні зміни, і тому робляться тільки загальні висновки про очікувані зміни.

Зазначена градація прогнозів за часом (горизонтом) є відносною і залежить від характеру об'єкта дослідження і цілей прогнозу, оскільки стосовно часового поділу прогнозів однозначної думки не існує. Наприклад, іноді в літературі доводиться бачити, що до короткострокових відносять прогнози до півроку і навіть до трьох місяців.

Середньострокові, довгострокові і дальнострокові прогнози мають три *властивості*, що відрізняють їх від короткострокових та оперативних:

а) вони розглядають питання, що вимагають більш глибокого пропрацювання і підтримують рішення менеджера у відношенні планування товарів, розвитку підприємств і процесів. Впровадження деяких рішень про підприємства, таких як, наприклад, відкриття нового заводу з виробництва автоматики, може займати від п'яти до восьми років від початку до завершення;

б) короткострокове прогнозування, на відміну від довгострокового, звичайно використовує інші (як правило, математичні) методи;

в) прогнози з меншим часовим періодом мають тенденцію бути більш точними, ніж довгострокові. Фактори, що впливають на попит, змінюються кожен день, тобто при збільшенні часових меж точність прогнозу буде зменшена.

3. За *об'єктами дослідження* розрізняють:

Економічні прогнози – наукове передбачення основних напрямів розвитку економічної системи або її окремих елементів. Таке передбачення ґрунтується на вивченні закономірностей розвитку різних економічних явищ і процесів, виявляє найбільш імовірні альтернативні шляхи їх розвитку і дає базу для вибору та обґрунтування економічної політики як окремого підприємства, так і держави в

цілому. До економічних прогнозів відносять:

- *прогнози ресурсів* (природних ресурсів, запасів природної сировини і стану довкілля);
- *прогнози розвитку економіки* (галузей економіки або господарських комплексів, динаміки, темпів і факторів економічного зростання, міжгалузевих структурних зрушень, розміщення продуктивних сил);
- *прогнози суспільних потреб* (виробничих, особистих, загальнодержавних потреб, підвищення життєвого рівня населення);
- *прогнози попиту* – це передбачення попиту на товари і послуги компанії;
- і т.п.

Науково-технічні прогнози стосуються рівня розвитку науково-технічного прогресу, який приводить до народження нових товарів, що вимагають нових видів устаткування, технологій тощо.

Соціально-політичні прогнози дають інформацію про можливі ситуації та розташування політичних сил усередині країни, їхні соціально-економічні, зовнішньоекономічні та військово-політичні наслідки.

Демографічні прогнози стосуються прогнозування природного і механічного (міграції) руху населення країни та регіонів, відтворення трудових ресурсів за статевовіковим складом, рівня зайнятості працездатного населення, кваліфікації професійного складу.

Зовнішньоекономічні прогнози базуються на аналізі кон'юнктури і тенденцій розвитку світового ринку, визначають можливості країни в експорті наукомісткої конкурентоспроможної продукції та необхідному імпорті інвестиційної й споживчої продукції.

Зовнішньополітичні прогнози дають інформацію про можливі політичні відносини з іншими країнами.

Військово-стратегічні прогнози містять інформацію щодо ймовірних конфліктів з іншими країнами, можливих воєнних блоків інших країн, а також стосовно можливих воєнних блоків і договорів за участю своєї країни.

Кримінологічні прогнози – це висновки, які отримують у результаті прогнозування, тобто судження, про майбутній рівень, структуру і динаміку злочинності, а також про небезпеку вчинення злочину конкретною особою.

4. За *функціонально-методичною ознакою* розрізняють:

- дослідницькі (пошукові) прогнози;
- нормативні прогнози;
- прогнози, засновані на творчому баченні.

Дослідницький (пошуковий) прогноз базується на інерційній системі, тобто на припущенні про збереження в прогнозованому періоді закономірностей і тенденцій, що склалися в минулому. Такий прогноз ніби абстрагується від можливих радикальних змін. Прогнозування починається від сьогоднішнього дня, спирається на наявну інформацію і поступово проникає в майбутнє. Такий прогноз відповідає на запитання: що найімовірніше відбудеться за умови збереження існуючих тенденцій?

Пошукове прогнозування може бути двох видів:

- традиційним (екстрополятивним);

– новаторським (альтернативним).

Екстраполятивний підхід припускає, що економічний та інший розвиток відбувається гладко і безупинно, тому прогноз може бути простою проекцією (екстраполяцією) минулого в майбутнє.

Цей підхід означає, по-перше, оцінку минулих показників системи і тенденцій їх розвитку і, по-друге, перенесення цих тенденцій у майбутнє. Таким чином, головне припущення екстраполятивного підходу в прогнозуванні полягає у визнанні того, що в діапазоні ключових інтересів системи сили минулого в змозі контролювати майбутнє.

Альтернативний підхід виходить з того, що зовнішнє і внутрішнє середовище бізнесу піддається постійним змінам і внаслідок цього:

- розвиток системи відбувається не тільки гладко і неперервно, але й стрибкоподібно і дискретно;
- існує визначене число варіантів майбутнього розвитку системи.

Таким чином, у рамках альтернативного підходу, по-перше, створюються прогнози, що включають взаємодію різних варіантів розвитку обраних показників і явищ. По-друге, альтернативне прогнозування може поєднувати в єдиній логіці два способи розвитку – гладкий і стрибкоподібний, створюючи синтетичну картину майбутнього.

Нормативний прогноз – визначення шляхів і строків досягнення можливих станів явища, прийнятих за мету. Такий прогноз відповідає на запитання: якими шляхами досягти бажаного? Орієнтація нормативного прогнозу в часі – від майбутнього до сьогодення.

Наприклад, на підставі інформації про ріст споживання продуктів харчування пошуковий прогноз дозволяє визначити, наскільки воно зросте за даний період. При нормативному прогнозі досліджуються шляхи зміни тенденції за рахунок інтенсифікації виробництва, поліпшення його структури, підвищення продуктивності праці тощо.

Найчастіше нормативний підхід використовується тоді, коли фірма не володіє необхідними вихідними (історичними) даними.

Прогнозування, засноване на творчому баченні майбутнього, використовує суб'єктивне знання прогнозиста, його інтуїцію. Часто прогнози такого роду мають форми «утопій» чи «антиутопій».

5. За *можливістю впливу на хід процесу* розрізняють *активні прогнози* (передбачає можливий вплив на хід процесу через фактори) і *пасивні прогнози* (можливість впливу виключається).

6. Прогнози поділяються на варіантні та інваріантні в залежності від *ступеня ймовірності майбутніх подій*.

Якщо імовірність прогнозованих подій велика, чи, іншими словами, система розраховує на високий ступінь визначеності майбутнього середовища, то прогноз містить у собі тільки один варіант розвитку, тобто є *інваріантним*. Звичайно інваріантний прогноз ґрунтується на екстраполятивному підході, тобто простому продовженні сформованої тенденції.

Варіантний прогноз заснований на припущенні про значну невизначеність майбутнього середовища і, отже, наявності декількох ймовірних варіантів розвитку. Кожний з варіантів враховує специфічний стан майбутнього середовища системи і, виходячи з цього, визначає основні параметри майбутнього. Такого роду варіант майбутнього стану системи називають *сценарієм*.

7. Прогнози поділяються за *способом представлення результатів* на

точкові та інтервальні.

Точковий прогноз припускає, що даний варіант включає єдине значення прогнозованого показника (наприклад: через 6 місяців ціни на певний товар виростуть на 10%).

Інтервальний прогноз – це таке передбачення майбутнього, в якому пропонується деякий інтервал, діапазон значень прогнозованого показника (наприклад: через 6 місяців ціни на певний товар виростуть на 10-15%).

8. За розподілом ймовірності прогнози поділяються на *симетричні* й *асиметричні*.

Наприклад, у випадку, коли в абсолютному вимірі похибка прогнозу складає 8%, реально можливі два варіанти +8% або –8%. В окремих випадках різниці між позитивним і негативним значеннями нема (*прогноз симетричний*). Проте на практиці це не завжди так. Наприклад, у випадку, коли прогноз складався для обсягів продажу, його зростання швидше, ніж очікувалося (+8%), є добрим, але якщо продажі зростають більш повільними темпами, ніж очікувалося (–8%), може відбутися катастрофа (*прогноз асиметричний*).

Інший істотний момент, на який слід звернути увагу – присутність в прогнозі людського фактора. В багатьох компаніях практикуються як суттєві винагороди за перевищення плану (премії тощо), так і штрафи за невиконані завдання (включаючи перспективу втрати роботи). В таких ситуаціях багато плановиків свідомо буде занижувати прогнозний рівень.

5 Роль прогнозування в процесі прийняття управлінських рішень

Деякі фахівці поряд із загальновідомими функціями управління як окрему функцію також виділяють прогнозування. Це пов'язано з тим, що всі елементи управління знаходяться в неперервному взаємозв'язку, створюючи замкнений цикл діяльності економічної системи (рис. 1.2).

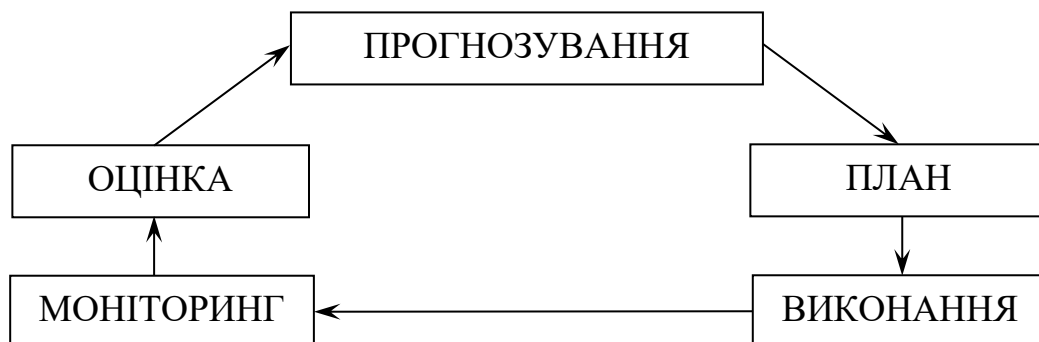


Рисунок 1.2 – Цикл прийняття рішень у діяльності підприємства

Згідно наведеної схеми прогнозування розглядається як дослідницька основа конкретного плану, а з іншого боку – як оцінка наслідків планових рішень і ступеня виконання плану на кінець планового періоду. В цьому відображається неперервність процесу прогнозування.

Взагалі найбільш типовими «споживачами» результатів прогнозування є дві функції управління: планування і контроль (моніторинг). Планування і прогнозування досить тісно пов'язані у тому сенсі, що будь-яке планування

спирається на результати прогнозування. Прогнозування в загальному випадку використовується для передбачення (опису) того, що станеться за певних обставин. Планування ж використовує результати прогнозування, щоб забезпечити прийняття найкращого рішення про найбільш привабливу для організації альтернативу. Таким чином, прогноз намагається описати, що станеться, тоді як план базується на понятті, що здійснюючи певні дії, менеджер фірми (відповідного рангу) може впливати на послідовні події в певній ситуації і таким чином впливати на фінальні результати в бажаному напрямку.

Прогнозування є «вхідним» потоком інформації і для функції контролю, що реалізується через моніторинг діяльності економічної системи на різних рівнях: від операційного до стратегічного. Очікувані результати діяльності системи порівнюються з тими, що мали місце насправді. Проводиться детальний аналіз причин їх розбіжностей. Часто це допомагає виявити проблеми або «вузькі» місця, що стримують розвиток економічної системи і не дозволяють досягти або затримують досягнення визначених цілей. Ця інформація є основою для поточного коригування планів у відповідності до змін, що відбуваються у самій системі та її зовнішньому середовищі.

В управлінні виробництвом основним процесом є *прийняття рішення*. **Рішення** – це по суті вибір альтернативи. Рішення можуть прийматися як в умовах визначеності, так і в умовах невизначеності. В умовах визначеності результат рішення відомий, а в умовах невизначеності – результат далеко не відомий. В сфері економіки рішення, як правило, приймаються в умовах невизначеності. Задача прогнозування в системі управління саме і полягає в тому, щоб за допомогою певної інформації, наскільки це можливо, зменшити рівень невизначеності.

В процесі прийняття рішень кожен спеціаліст бажає отримати найбільш прийнятний, найкращий прогноз, вважаючи таким *достовірний прогноз*. І дійсно, на перший погляд, чим точніше співпадуть прогнозні оцінки і реальна ситуація, тим, за інших рівних умов, є очевиднішою можливість з більшою впевненістю досягти бажаних результатів. Однак є дві обставини, які не відповідають наведеному критерію оцінки прогнозу.

Перша обставина, не дуже важлива, полягає в тому, що достовірність прогнозу може бути оцінена тільки після завершення події. Наприклад, про точність прогнозу одержання прибутку за поточний рік можна буде робити висновки тільки після завершення прогнозного періоду, тобто на початку наступного року.

Друга і більш важлива за значенням обставина полягає в тому, що такий критерій оцінки якості прогнозу ігнорує той підхід, за допомогою якого прогнози використовуються для прийняття рішення.

Розглянемо такі поняття як прогноз, що «самоздійснюється» або «самоанулюється»:

– прогноз, що «самоздійснюється», – це такий прогноз, який стає достовірним лише тому, що був зроблений;

– прогноз, що «самоанулюється», – це такий прогноз, який, навпаки, виявиться недостовірним лише тому, що він був зроблений.

Припустимо, що в засобах масової інформації виступили відомі й авторитетні спеціалісти зі своїми прогнозами про значне посилення інфляції. Реакція більшості громадян в таких

випадках достатньо відома: почнеться масове позбавлення від готівкових заощаджень, придбання товарів «про запас». Наплив грошових коштів на ринок приведе до росту цін, і інфляція таким чином неминуча. Це характерний приклад прогнозу, що «самоздійснюється».

Інший випадок. Короткостроковий прогноз обіцяє зрив виконання плану з реалізації продукції з певних причин. В такому випадку компетентна особа, що приймає рішення, здійснить всі залежні від неї заходи, щоб усунути перешкоди, і тим самим запобігти або хоча б пом'якшити небажані наслідки, взявши під контроль ситуацію. І якщо ці дії своєчасні та ефективні, поставлені цілі будуть досягнуті, а прогноз в такому випадку виявиться недостовірним. Це характерний приклад прогнозу, що «самоанулюється».

Спеціаліст, що приймає рішення, буде робити все можливе, щоб прогноз, який він вважає бажаним, був реалізований. Якщо ж прогноз небажаний, то спеціаліст уживе всі заходи, щоб виключити або хоча б перешкодити наслідки його реалізації. Таким чином в реалізації подій завжди будуть мати місце елементи або прогнозу, що «самоздійснюється», або що «самоанулюється».

Чи можна в прикладі прогнозу, що «самоанулюється», стверджувати, що оскільки прогноз виявився недостовірним, а отже, і помилковим, він не має цінності для спеціаліста, що приймає рішення? Якщо б прогнозу не існувало, спеціаліст не став би докладати зусиль, щоб виключити небажане для себе розгортання подій, і наслідки в такому випадку були б у край негативні. В протилежному випадку, якщо розгортання подій бажане, то спеціаліст своїми діями намагається всіляко досягти бажаного результату.

Отже, і в тому, і в іншому випадку спеціалісти виходять не з достовірності прогнозу, а з його корисності в процесі прийняття рішень. Звідси випливає важливий висновок: *не достовірність є критерієм якості прогнозу, а його корисність в прийнятті рішень*. Корисність же прогнозу для цілей прийняття рішень залежить від логічної структури, що прийнята в прогнозі, і якості використаної інформації.

Прогноз – це своєрідна розвідка майбутнього з урахуванням досвіду минулого і сучасного. Вивчення минулого і сучасного необхідне для виявлення стійких тенденцій, можливих змін багатьох показників, що дозволяє більш обґрунтовано забезпечити планування найважливіших показників діяльності. Прогнози ніби створюють наукову базу для планування, і плани в свою чергу повинні ґрунтуватися на висновках економічних прогнозів. Таким чином, прогнози служать основним видом інформаційного забезпечення внутрішньофірмового планування.

Тема 2. Зміст прогнозування економічної діяльності

1. Етапи прогнозування.
2. Вимоги до вихідних даних для побудови прогнозів.
3. Методи і моделі прогнозування.
4. Основи прогнозувальних систем.
5. Обмеженість можливостей технік прогнозування.

1 Етапи прогнозування

Процес прогнозування складається з ряду етапів, кожен з яких виконує свої функції (рис. 2.1):



Рисунок 2.1 – Основні етапи процесу прогнозування

– *постановка задачі* – уточнюється об'єкт прогнозування, формуються мета і завдання, визначається точність і час випередження прогнозу;

– *формування об'єкта прогнозу відповідно до поставленої задачі* – визначається структура об'єкта, виділяються його елементи, з'ясовується їх підпорядкованість, взаємозв'язок;

– *збір ретроспективної інформації про об'єкт* – визначаються джерела інформації, розробляється методика обробки і подання інформації, встановлюються її обсяги;

– *формалізація задачі* – розробляється методика формалізованого подання інформації та здійснюється вибір класу моделей опису об'єкта прогнозування;

– *вибір методів і алгоритмів* – серед відомих вибирається найбільш придатний алгоритм і оцінюється точність прогнозу;

– *моделювання* на основі ретроспективних даних оцінки якості моделі;

– *видача результатів прогнозу*.

Перші три етапи ще називають *вибором типу прогнозової техніки*. На цьому етапі слід визначитися, на що буде покладатися прогноз, щоб досягти поставленої мети: на експертні оцінки або на кількісні техніки; наскільки повно будуть враховуватися інші фактори; чи треба зосереджуватися тільки на історичному минулому досліджуваної проблеми тощо. Вибираючи техніку прогнозування, слід перш за все відповісти на запитання:

- Чому цей прогноз є потрібним?
- Хто буде використовувати цей прогноз?
- Які властивості доступних даних?
- Який часовий період має бути спрогнозовано?
- Якою є мінімальна потреба в даних?
- Наскільки точним має бути прогноз?
- Скільки коштів потребує побудова прогнозу?

Визначення прогнозової техніки визначає у значній мірі наступні дії прогнозіста.

Збір та підготовка даних до наступного використання (коригування, уточнення, сортування та ін.) є часто найбільш складним і трудомістким етапом побудови прогнозу. Якщо дані виявляться некоректними або невідповідними до вимог, прогноз також буде некоректним.

Вибір типу моделі означає, що в рамках вибраної техніки знаходиться відповідний тип моделі, яка може бути використана для зібраних даних.

Наявний досвід показує, що чим простіша модель, тим частіше вона використовується на практиці. І річ не тільки у тому, що простіші моделі більш зрозумілі. Часто більш складні модельні конструкції здатні забезпечити лише незначне збільшення точності прогнозу у порівнянні з менш складними процедурами, одночасно суттєво поступаючись останнім у витратах часу і коштів на їх створення.

Оцінювання моделі означає, що за зібраними даними будується відповідна модель обраного на попередньому етапі типу. Типова стратегія оцінювання моделі наступна:

Крок 1. Множина наявних статистичних даних ділиться на 2 частини: базову частину для оцінювання та тестову (перевірочну) частину.

Крок 2. Будується модель по базовій частині.

Крок 3. Отримана на попередньому кроці модель використовується для побудови прогнозу на тестовій частині. Розраховуються та оцінюються помилки прогнозування.

Крок 4. Приймається рішення про модель. Це може бути рішення про використання моделі в поточній формі, чи про модифікацію моделі, чи про побудову прогнозу за допомогою іншої моделі та порівнянні результатів, або про відхилення моделі та спробу отримати відповідь іншим чином.

Побудова прогнозу – це використання вибраної моделі для прогнозування майбутніх величин досліджуваних змінних.

2 Вимоги до вихідних даних для побудови прогнозів

Однією з найбільш складних і тривалих у часі частин прогнозування є збір достовірних та якісних даних. Прогноз не може бути більш точним, ніж дані, на яких він побудований. У вік колосальних можливостей комп'ютерних технологій накопичено великі об'єми найрізноманітнішої інформації, але менеджери, що намагаються прийняти рішення, все ще мають значні проблеми з пошуком потрібних даних, оцінкою їх якості і попередньою обробкою для подальшого використання при прогнозуванні.

Основні вимоги до вихідних даних охоплюють ряд аспектів. Вони мають бути:

- надійними і точними;
- репрезентативними, тобто мають давати досить точну уяву про досліджуваний об'єкт;
- послідовними впродовж усього історичного періоду;
- своєчасними.

Необхідна для прогнозування інформація може бути отримана з різних джерел. Зазвичай їх поділяють на первинні і вторинні.

В якості *первинних джерел даних* може бути використана внутрішня інформація фірми, наприклад, дані з інформаційної бази про витрати сировини і матеріалів, об'єми поставок, заробітну плату тощо. Це також може бути зовнішня інформація безпосередньо від споживачів, дистриб'юторів чи економістів-експертів, отримана в результаті оглядів, персональних інтерв'ю, опитувань.

Вторинні джерела даних – це вже опубліковані дані, зібрані не для конкретного дослідження чи складання прогнозу, а з іншою метою. Вони отримуються з органів державної статистики, приватних організацій, що спеціалізуються на зборі інформації (рейтингові та консалтингові агенції тощо), комп'ютерних баз даних і т.п.

Первинні джерела інформації містять більш повні та достовірні дані, ніж вторинні.

При складанні прогнозу слід визначитися не тільки з тим, які саме дані потрібні, але й *скільки спостережень необхідно*, щоб прогноз був достовірним.

Відомо, що чим більше залучено спостережень, тим кращі статистичні властивості буде мати побудована модель, і відповідно, тим кращим буде зроблений за її допомогою прогноз. Найбільш часто вважають, що для достовірного прогнозу треба мати не менш ніж 25-30 спостережень, але такі довгі часові ряди є рідкістю в економіці, особливо для річних даних. Як вихід можна запропонувати *деталізацію річних даних*, наприклад, використання щомісячної або щоквартальної інформації. Проте в цьому випадку треба пам'ятати про необхідність врахування сезонності, яку не приймають до уваги при зборі річних даних.

Інша проблема, яка безпосередньо пов'язана з вибором вихідної інформації, є *проблема браку чи неповноти статистичних даних*. Іноді досить просто сконструювати модель для прогнозу економічного процесу з теоретичної точки зору, але статистичні дані, потрібні для її реалізації, не існують в потрібному для моделі вигляді. В такому разі використовуються *симптоматичні зв'язки*, що існують між економічними процесами. В модель замість тієї змінної, дані з якої недоступні, вводять так звану *проксі-змінну* або просто *проксі* (проху).

Типовим прикладом такої ситуації є побудова моделі, де однією із змінних є розмір фірми. Безпосередньо його врахувати неможливо, тому найчастіше використовують такі проксі, як кількість зайнятих працівників або обсяг обороту фірми. Часто в ролі проксі-змінної виступає час – для зображення змін розвитку науково-технічного процесу, для зображення змін моди, смаків, поглядів споживачів і т.п.

Окремим випадком змінних проксі є так звані *штучні змінні* або *фіктивні даммі-змінні* (dummy). Найчастіше вони приймаються як 1 або 0, але взагалі можливі й інші їх значення. Використовуються вони, як правило, щоб описати в моделі вплив факторів, які важко чи неможливо врахувати кількісно, але які тим

не менш можна досить легко ідентифікувати і які суттєво впливають на досліджуваний процес.

Ними можуть бути, наприклад, номери місяців (кварталів) для відображення місячних сезонних коливань продажу фірми, освіта працівників фірми (наприклад, працівник з вищою освітою враховується зі значенням «1», а працівник без неї – зі значенням «0»), дані про належність фірми до певного району міста (кожен район отримує свій «номер»), різноманітна інформація про споживачів, наприклад, стать («1», якщо споживач – жінка, і «0» – якщо чоловік).

3 Методи і моделі прогнозування

Методи прогнозування – це сукупність прийомів мислення, способів, які дають змогу на підставі аналізу ретроспективних даних зробити висновки про можливий розвиток об'єкта в майбутньому. В наш час, за оцінками фахівців, нараховується понад 200 різних методів прогнозування, з них на практиці використовується не більше 15-20.

Методи прогнозування, як і самі прогнози, можна класифікувати за *різними ознаками*, до найважливіших з них належать: ступінь формалізації; загальні принципи дії; спосіб отримання й обробки інформації; напрям і призначення прогнозування; процедура отримання параметрів прогнозування тощо.

На рис. 2.2 подана класифікаційна схема методів прогнозування. Наведена класифікація не претендує на повноту – в ній виділені тільки деякі класифікаційні ознаки, які дозволяють показати складність і різнобічність проблеми прогнозування та розвиненість методів, застосовуваних при розв'язанні завдань прогнозування.



Рисунок 2.2 – Класифікація методів прогнозування

До групи **формалізованих** відносяться методи екстраполяції та моделювання.

Прогнозна екстраполяція може здійснюватися з використанням методів:

- найменших квадратів;
- експоненційного згладжування;
- ковзних середніх;
- адаптивного згладжування.

Екстраполяційні методи є одними з найпоширеніших і найбільш розроблених серед усієї сукупності методів прогнозування.

У соціально-економічному прогнозуванні широко використовуються різні моделі. **Моделювання** – це спосіб прогнозування, що передбачає конструювання моделі реального процесу чи явища, які можуть відбутися у майбутньому. Процес моделювання включає попереднє вивчення об'єкта (явища), виділення його характеристик (ознак) та закономірностей розвитку, теоретичне та експериментальне конструювання моделі, порівняння результатів моделювання з фактичними даними про об'єкт, коригування й уточнення моделі.

До методів моделювання прогнозів відносяться структурне, сітьове, матричне та імітаційне моделювання.

Структурні моделі описують зв'язки між окремими елементами єдиного цілого (міжгалузовий баланс).

Сітьові моделі забезпечують оптимізацію прогнозних рішень за допомогою методів математичного програмування.

Матричну структуру мають усі моделі, що описують взаємозв'язки потоків (товарних, фінансових, робочої сили тощо) між регіонами чи видами економічної діяльності. До класу матричних моделей належить балансова модель «витрати – випуск» В. Леонтьєва, яка формалізує взаємозв'язки між обсягами виробництва окремих видів продукції і сукупною потребою в цій продукції у вигляді системи лінійних рівнянь.

Імітаційні моделі відтворюють розвиток об'єкта прогнозування відповідно до очікуваної ситуації або аналогічного явища.

Інтуїтивні методи використовуються в основному в таких випадках:

- об'єкт прогнозування не піддається математичному опису, формалізації;
- відсутня достатньо представлена статистична вибірка, яка дозволяє зробити висновок;
- неможливо врахувати вплив багатьох факторів через значну складність об'єкту прогнозування;
- виникли екстремальні ситуації, коли необхідне прийняття швидких рішень.

У цьому випадку використовуються думки експертів щодо поведінки об'єкта прогнозування. Вони можуть бути індивідуальні та колективні.

У практиці прогнозування найпоширенішими серед методів **індивідуальної експертної оцінки** є методи анкетування, інтерв'ю, аналітичний та написання сценарію.

Анкетування – це спілкування з експертом у письмовій формі. З цією метою розробляється спеціальна анкета, що містить перелік запитань, на які

експерта просять дати відповіді. При методі *інтерв'ю* здійснюється безпосереднє опитування експерта-спеціаліста. *Аналітичний метод* передбачає всебічний аналіз прогнозованого соціально-економічного явища з підготовкою відповідної доповідної записки. *Метод написання сценарію* ґрунтується на визначенні логіки розвитку прогнозованого об'єкта за різних умов.

До *колективних методів експертних оцінок* включають методи колективної експертної комісії, колективної генерації ідей, Дельфі, матричний.

Застосування цих методів, засноване на колективному мисленні, дозволяє, по-перше, знизити ступінь суб'єктивізму думок експертів та, як наслідок, підвищити точність результатів і, по-друге, при обробці незалежних оцінок експертів можуть виникнути продуктивні ідеї.

Залежно від способу отримання прогнозованої інформації виділяють *експертні* та *фактографічні методи*. Останні засновані на фактографічній інформації, тобто інформації про об'єкт прогнозування і його минулий розвиток. Експертні методи базуються на інформації, отриманій від експертів.

За ступенем просторової та часової узгодженості результатів прогнозу виділяють:

- *одномірне прогнозування* – паралельне прогнозування окремих об'єктів без наступного узгодження розрізнених прогнозів;
- *багатомірне прогнозування* – паралельне прогнозування окремих об'єктів зі спробою наступного узгодження результатів;
- *перехресне прогнозування* – встановлення причинно-наслідкових залежностей між екзогенними змінними та їх впливом на прогнозований об'єкт;
- *наскрізне прогнозування* – імітація поведінки системи в цілому, включаючи просторове і часове її дослідження та повне узгодження результатів.

Значне місце серед методів соціально-економічного прогнозування займають так звані *комбіновані методи*. До них належать методи зі змішаною інформаційною основою, в яких як первинна використовується фактографічна й експертна інформація. Наприклад, при проведенні експертного опитування може бути використана фактографічна інформація і, навпаки, при екстраполяції тенденції поряд з фактичними даними – експертні оцінки.

Комбіновані методи використовують під час побудови досить складних соціально-економічних прогнозів, де дуже важлива обробка як якісної, так і кількісної інформації.

Більшість авторів книг та публікацій з прогнозування економічних процесів згодні в тому, що не існує кращих або гірших методів прогнозування. Особливість роботи з економічними процесами є такою, що іноді більш простий метод дає кращі, надійніші прогнозні результати, ніж більш складний і трудомісткий, який потребує значних обчислень і об'ємів інформації. Доцільність використання того чи іншого методу для конкретної задачі визначається тим, наскільки специфіка цієї техніки, обумовлена перш за все закладеними в її основу припущеннями, співпадає з характером задачі та потребами його кінцевого споживача – менеджера певного рівня.

Вибір методу прогнозування залежить від таких факторів:

- цілей прогнозу, його завдань;
- періоду, на який формується прогноз;
- специфіки об'єкта прогнозування;

- вірогідності і повноти вхідної та вихідної інформації;
- обмежуючих факторів прогнозування (ресурсів, алгоритмів, програм тощо).

Коло застосування основних класів методів прогнозування може бути приблизно наступним:

Таблиця 2.1 – Застосування класів методів прогнозування

Вид прогнозу	Клас методів прогнозування		
	екстраполяційні	моделювання	експертні
Короткостроковий	+	+	+
Середньостроковий	–	+	+
Довгостроковий	–	–	+

4 Основи прогнозувальних систем

Прогнозувальні системи визначаються як сукупність методів, прийомів і процедур, що дозволяють отримувати прогнози при заданій цільовій функції розвитку об'єкта, при заданому обсязі прогнозної інформації.

Прогнозувальні системи виконують дві *основні операції*:

- формування безлічі альтернатив;
- порівняння та вибір альтернатив.

Синтез цих операцій визначає комплексну проблему, засобом рішення якої є прогнозувальна система, що реалізує розглянуті раніше принципи. У цих системах формується інформація про прогнозні альтернативи, про витрати на їх створення, про сукупність кращих альтернатив. Система є, по суті, динамічною системою управління зі зворотними зв'язками від об'єкта управління до керівної системи. Вони визначають тенденції та закономірності розвитку об'єкта, а також неузгодженість між прогнозною інформацією про розвиток об'єкта з реальним його розвитком, який зазнає збурювальних впливів зовнішнього середовища. Загальна схема прогнозувальної системи наведена на рис. 2.3.

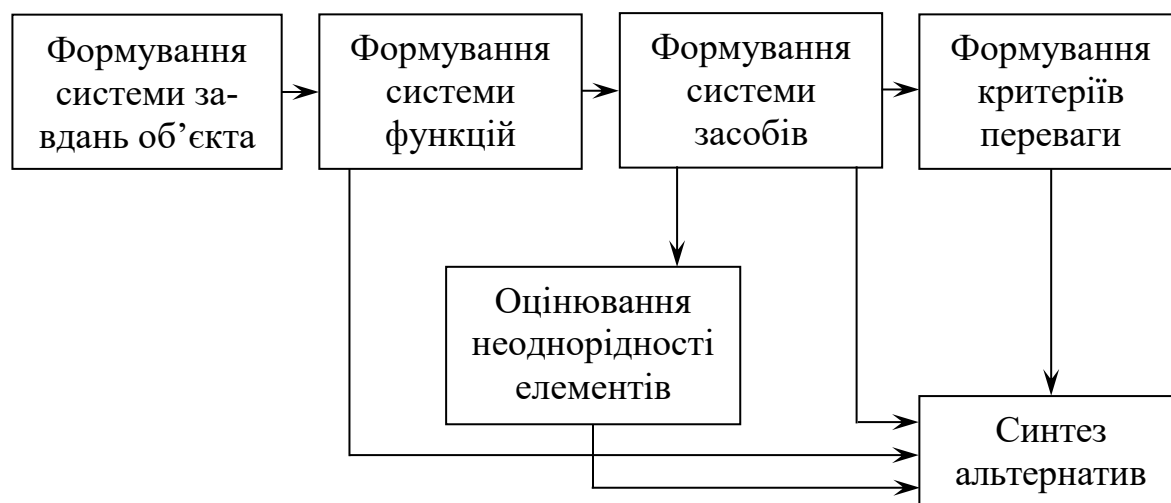


Рисунок 2.3 – Загальна схема прогнозувальної системи

Основою прогнозування є інформація про об'єкт прогнозування, яка пов'язана з поведінкою об'єкта в сьогоденні та минулому. Це дає можливість визначити закономірності поведінки об'єкта у відповідних ситуаціях, побудувати його математичну модель. Остання суттєво залежить від цілей і завдань прогнозування, а також від величини інтервалу попередження. Після визначення (або уточнення) раніше невідомих параметрів моделі здійснюється прогнозування стану об'єкта в деякий майбутній момент. При цьому прогнозувальна система повинна забезпечити найбільшу точність прогнозу.

Особливістю прогнозувальної системи є те, що вона не повинна бути розімкненою стосовно результатів прогнозування, які є засобом внесення відповідних виправлень і змін в елементи системи.

Прогнозувальна, як і будь-яка інша система, складається з підсистем. До таких підсистем, виділених за принципом локалізації проблем, належать:

- підсистема формування множини завдань розвитку об'єкта прогнозування;
- підсистема формування множини функцій, що забезпечують рішення поставлених завдань;
- підсистема формування засобів виконання заданих функцій;
- підсистема оцінювання неоднорідності елементів системи засобів;
- підсистема формування комплексних критеріїв переваги альтернатив;
- підсистема синтезу сукупності кращих альтернатив об'єкта прогнозування.

Зв'язки із зовнішнім середовищем визначаються сукупністю тенденцій розвитку досліджуваної системи, її функціонуванням у системах вищого порядку, переліком критеріїв переваги, комплексом заходів, спрямованих на виконання цільових вимог системи. Зовнішнє середовище призводить до зміни цільових вимог у системах вищого порядку, зміни економічних та інших потреб. Воно формує необхідні параметри цільової ефективності, діапазони зміни яких є своєрідним фільтром відбору елементів, що є засобами реалізації цілей.

5 Обмеженість можливостей технік прогнозування

У процесі практичної діяльності слід пам'ятати про окремі особливості, зокрема про певну обмеженість можливостей технік прогнозування, як суб'єктивних, що можуть бути усунуті по мірі розвитку прогностики, так і об'єктивних, що, напевно, не зможуть бути усунені ніколи. Розглянемо основні з них.

1. Прогноз завжди містить у собі певну помилку, її наявність у прогнозі об'єктивна і не може бути усунена за допомогою найбільш досконалих технік і методів.

Історично склалося так, що після певного періоду занадто оптимістичних очікувань, викликаних бурхливим розвитком прикладної математики та появою потужної обчислювальної техніки, наступила зворотна реакція – склався стійкий скептицизм щодо самої ідеї отримати корисні і досить надійні прогнози майбутніх подій. Це було викликано тим, що розвиток реальних подій не завжди був передбачений прогнозами; в той же час окремі прогнози так і не відбулися; спостерігалися занадто великі погрішності окремих прогнозів і т.д.

Тут слід розуміти, що неможливо отримати зовсім вільний від помилок 100%-во точний

прогноз. Цього не дозволяє сучасний стан прогностики і навряд чи буде реалізовано коли-небудь в майбутньому. Але це не має означати неможливість отримання корисної інформації від прогнозів і недоцільність їх побудови та використання.

2. Усі типи технік прогнозування, незалежно від того, чи базуються вони на обробці статистичних даних спеціальними методами, чи на думці окремого експерта, є екстраполяційними за своєю суттю.

Це означає, що прогнози будуються на виявлених в минулому тенденціях розвитку. Саме тому виникає одна з найбільших проблем сучасної прогностики – обмежена можливість методів прогнозування передбачити в прогнозному періоді структурні (системні) зміни у тенденціях розвитку або у співвідношеннях між різними економічними процесами. Як показує практика, не існує методів, які б у довгостроковій перспективі стабільно давали точні прогнози глобальних змін краще за інших. Розуміння цього факту є також фундаментальним для оцінки можливостей та обмежень прогнозування.

3. Не існує універсальних методів, які б дозволяли отримувати більш-менш якісні прогнози, наприклад, обсягів продажу для довільної фірми за будь-яких умов.

Вибір техніки прогнозування повинен спиратися перш за все на детальний аналіз поточної ситуації як всередині фірми, так і зовнішнього її середовища, а також історії її розвитку. Наприклад, не можна стверджувати «Задача отримання прогнозу продажу фірми вирішується застосуванням методу експоненційного згладжування». Таке ствердження буде справедливим, але тільки в досить обмеженій кількості випадків.

4. Кожна техніка прогнозування спирається на певні припущення, що спрощують економічні реалії і дозволяють відкинути надлишкову інформацію та спростити спосіб отримання розрахункових результатів.

Так, факторні моделі, передбачають, що досліджуваний економічний процес, наприклад, обсяг продажу фірми, протягом досить значного періоду змінюється в середньому за однією й тією ж певною закономірністю. Очевидно, не для кожної економічної задачі є припустимим використання такої методики, зокрема тоді, коли прогнозисту наперед відомо, що характер динаміки процесу не має певної вираженої тенденції або має на досліджуваному інтервалі часу змінну тенденцію.

З іншого боку, одна і та ж методика може бути успішно запроваджена для різних типів задач – за умови її коректного використання. Розуміння механізму дії тієї чи іншої техніки прогнозування, усвідомлення її сильних та слабких сторін є ключем до формування рішення щодо можливостей її застосування в реальних ситуаціях.

Тема 3. Випадкові процеси та часові ряди

1. Визначення та типологія часових рядів.
2. Декомпозиція часового ряду.
3. Основні підходи до моделювання часових рядів.
4. Основні методи дослідження часових рядів.
5. Основні характеристики динаміки часового ряду.

1 Визначення та типологія часових рядів

Динаміка темпів інфляції, курсів акцій, валют або темпів зростання ВВП є предметом детального вивчення економістів. Основним завданням таких досліджень є прогнозування з метою прийняття економічних рішень, вживання заходів економічної політики, що спрямована на антикризове (антициклічне) регулювання тощо. Для складання прогнозів зазвичай використовують економетричні моделі динаміки, які дозволяють дослідити тенденцію процесу, періодичність його коливань та можливі непередбачувані впливи екзогенних факторів.

Динамічні процеси, що відбуваються в економічних системах, найчастіше проявляються у вигляді ряду послідовно розташованих у хронологічному порядку значень того чи іншого показника, який у своїх змінах відображає хід розвитку досліджуваного явища в економіці. Ці значення, зокрема, можуть служити для обґрунтування (або заперечення) різних моделей соціально-економічних систем. Вони також служать основою для розробки прикладних моделей особливого виду, званих *трендовими моделями*.

Економетричну модель можна побудувати, використавши два типи вихідних даних:

- дані, що характеризують сукупність різних об'єктів у певний момент (період) часу;
- дані, що характеризують один об'єкт за ряд послідовних моментів (періодів) часу.

Моделі, побудовані за даними першого типу, називаються *просторовими моделями*, за даними другого типу – *моделями часових рядів*.

Часовим рядом вважають послідовність значень статистичного показника (ознаки), впорядковану в хронологічному порядку. Застосовують також терміни «ряд динаміки», «динамічний ряд», в англomовній літературі – «*time series*».

Окремі спостереження часового ряду називають його *рівнями* або *елементами*. Кожен рівень ряду відповідає певному моменту часу. Рівні ряду можуть набувати як детермінованих, так і випадкових значень. Порядок розташування рівнів є істотною характеристикою ряду і не може змінюватися довільно.

Часові ряди відрізняються від простих статистичних вибірок, адже мають такі *ознаки*:

- послідовні в часі показники часових рядів є взаємозалежними, особливо це відноситься до близько розташованих спостережень;
- залежно від моменту спостереження показники часового ряду мають різну інформативність, інформаційна цінність спостережень зменшується за

ступенем їх віддалення від поточного моменту часу;

– зі збільшенням кількості показників часового ряду точність статистичних характеристик не збільшується пропорційно числу спостережень, а за появи нових закономірностей розвитку вона може навіть зменшуватися.

Основними завданнями дослідження часових рядів є:

- визначення та опис основних характерних особливостей ряду;
- підбір статистичної моделі, що найкращим у певному розумінні способом відображає ряд;
- прогнозування майбутніх значень показників, що утворюють ряд, за попередніми спостереженнями;
- підготовка рекомендацій з управління процесом, що породжує досліджуваний часовий ряд.

Аналіз часових рядів – сукупність математико-статистичних методів аналізу, призначених для виявлення структури часових рядів і для їх прогнозування. Виявлення структури часового ряду необхідно для того, щоб побудувати математичну модель того явища, яке є джерелом часового ряду.

Аналіз часових рядів, як правило, складається з таких *основних етапів*:

- графічне подання й попередній аналіз поведінки часового ряду;
- виокремлення і видалення закономірних складових ряду (тренду, сезонних та циклічних компонент);
- виокремлення і видалення низько- та високочастотних складових (фільтрація);
- дослідження випадкової складової часового ряду, що залишилася після видалення вищезазначених компонент;
- побудова і перевірка адекватності моделі випадкової складової;
- побудова загальної моделі досліджуваного ряду;
- дослідження отриманої моделі і прогнозування майбутньої поведінки об'єкта, що вивчається;
- вивчення взаємодії між різними часовими рядами, що характеризують об'єкт дослідження.

Основна мета аналізу часового ряду полягає у створенні прогнозу його значень на майбутні періоди, а головним завданням аналізу часового ряду є визначення типу ряду.

Якщо кожному моменту часу відповідають значення лише одного показника, ряд є **одновимірним**. Іноді кожному моменту часу приводять у відповідність декілька значень різних показників досліджуваного об'єкта. Тоді отримують **багатовимірний часовий ряд**.

Розрізняють також **детерміновані** та **випадкові** часові ряди. У першому випадку майбутнє значення часового ряду можна точно визначити за допомогою певної функції – моделі часового ряду. У другому випадку зі значенням часового ряду пов'язаний певний закон розподілу випадкової величини. Визначення випадкового часового ряду опирається на поняття **випадкової функції** $\xi(t)$, що залежить від змінної t , яка інтерпретується як час. Тобто мова йде про однопараметричне сімейство випадкових величин $\xi(t)$.

Крім розглянутих, існують й інші види часових рядів (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Класифікація часових рядів

Класифікаційна ознака	Види рядів динаміки
Спосіб вираження рівнів ряду	Абсолютних значень
	Середніх величин
	Відносних величин
Спосіб подання хронології	Моментні ряди
	Інтервальні ряди
Відстань між періодами та датами	Рівновіддалені (повні)
	Нерівновіддалені (неповні)
Наявність основних тенденцій у ряді	Стаціонарні
	Нестаціонарні
Кількість показників	Ізольовані
	Багатовимірні

Зокрема, якщо час, через який проводиться чергове вимірювання величини, ділиться на рівні проміжки (такти, кроки), то ряд називається **повним дискретним**, якщо принцип рівних інтервалів не дотримується, то ряд – **неповний**.

Прикладом такту повного дискретного часового ряду економічного показника може бути день, тиждень, місяць тощо. Надалі будуть розглядатися саме повні дискретні часові ряди показників, наявних в інтервальній шкалі. Тому при дослідженні часового ряду час можна задавати величиною t або номером рівня ряду j .

Рівні рядів динаміки можуть бути *абсолютними*, *відносними* або *середніми* значеннями певних показників. Якщо вони є не величинами, вимірюваними безпосередньо, а похідними від них – середніми, відносними тощо, то відповідні ряди називають **похідними**.

Зокрема, похідними є ряди середньодобового або середньомісячного виробництва певної продукції.

Залежно від характеру часового параметра розрізняють моментні та інтервальні часові ряди. У **моментних рядах** рівні характеризують значення показника станом на певний момент часу. Їм відповідають змінні типу запасу (stock variables).

Зокрема, моментними є ряди цін на різноманітні товари станом на певні моменти часу, курсів валют, кількості населення, маси об'єкта, електричної напруги в мережі, температури хворого тощо.

В **інтервальних рядах** рівні характеризують значення показника за певні періоди (інтервали) часу. Їм відповідають змінні типу потоку (flow variables).

Прикладами є ряди динаміки виробництва продукції (річного, квартального, місячного, добового), міграції населення, прибутку підприємства, валового національного доходу, розсіюваної потужності, витрат реагентів у хімічному реакторі тощо.

Співвідношення між моментними та інтервальними часовими рядами аналогічно співвідношенню між функціями та їх похідними.

Особливістю інтервальних рядів є можливість підсумовування їх рівнів. Результатом цього є так звані **нагромаджені підсумки**, які представляють собою значення певного показника за відповідний період часу.

Наприклад, підсумовуючи добові обсяги виробництва продукції протягом місяця, отримаємо загальний обсяг її виробництва за відповідний місяць.

Суми рівнів моментного ряду не мають змісту.

Зокрема, якщо ці рівні є значеннями середньодобової температури, то, підсумовуючи їх протягом певного періоду, ми не отримаємо величини, яка б мала фізичний зміст. Для цього нам потрібно поділити результат на кількість діб у досліджуваному періоді. Тоді ми отримаємо величину, що є середнім значенням температури за відповідний період часу.

Різниця рівнів моментного ряду є зміною показника за відповідний період.

Динамічні ряди, характер яких не змінюється з часом, мають назву **стаціонарних**. Якщо ряд вважається стаціонарним, то середнє, дисперсія і значення варіації ряду дисперсії y_{t+m} мають бути такими ж, як і для y_t . Якщо ж ці показники змінюватимуться з часом, то ряд буде **нестационарним**.

Отже, з одного боку, класифікація може бути продовжена, а з іншого – ряди мають відмінну природу, містять відмінні компоненти та вимагають відмінних методів дослідження.

Соціально-економічним явищам властиві дві взаємопов'язані риси: динамічність та інерційність. **Динамічність** проявляється зміною рівнів і варіацією показників, що характеризують процес; **інерційність** – сталістю механізму формування процесу, напрямку та інтенсивності динаміки протягом певного часу. Поєднуючи ці риси, динамічний ряд у будь-який момент часу містить залишки минулого, основи сучасного і зародки майбутнього.

Діалектична єдність мінливості й сталості, динамічності й інерційності формує **закономірність розвитку**. Під впливом безлічі факторів довгострокової і короткострокової дії в одних рядах рівні протягом тривалого часу зростають або спадають більш-менш стало, в інших зростання і спадання рівнів чергується з певною періодичністю (як правило, в декілька років). З року в рік регулярно повторюються сезонні піднесення і спади (попит на паливо, попит на окремі споживчі товари, наприклад, одяг, взуття). Окрім закономірних коливань, динамічним рядам притаманні також випадкові коливання, пов'язані з масовими процесами.

Ряди, які характеризують економічні процеси, як правило, **нестационарні**. Для більшості з них характерна систематична зміна рівнів з нерегулярними коливаннями.

2 Декомпозиція часового ряду

Нестационарний часовий ряд може мати трендову, сезонну, циклічну та випадкову компоненти, що ускладнює його аналіз і прогнозування. Перші три складові є регулярними – якщо їх виключити, то вийде стаціонарний ряд. Випадкова складова присутня завжди.

Для аналізу нестационарного часового ряду використовують одну з базових концепцій, закладених в основу кількісних методів прогнозування, – **концепцію декомпозиції часового ряду**. Її суть полягає в тому, що будь-який часовий ряд може бути проаналізований і спрогнозований з точки зору окремих його компонент, кожна з яких може бути розрахована окремо (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Компоненти класичної моделі часового ряду

Компонента	Класифікація	Визначення	Причини впливу	Тривалість
Тренд	Систематична	Загальна стійка довгострокова тенденція	Зміни в технології, чисельності населення, добробуті, системі цінностей	Кілька років
Циклічна компонента	Систематична	Повторювані підйоми і спади, що проходять 4 фази: пік, рецесія, депресія, підйом	Взаємодія множини комбінацій факторів, що впливають на економіку	Зазвичай 2-10 років зі змінюваною інтенсивністю
Сезонна компонента	Систематична	Досить регулярні періодичні флуктуації, що відбуваються в кожному 12-місячному періоді щорічно	Погодні умови, соціальні звички, релігійні традиції	Протягом 12 місяців (квартальні, місячні та інші спостереження)
Нерегулярна компонента	Випадкова	Залишкова флуктуація, що розглядається як «пов'язана з похибкою» і залишається після того, як враховано систематичні ефекти	Випадкові варіації в даних, викликані непередбаченими подіями	Зазвичай, короткотривалі і неповторювані

1. **Тренд** або **системна компонента (T)** – характеризує загальну тривалу тенденцію зміни динамічного ряду (економічного процесу) в довгостроковому періоді. Він є результатом стійких змін, що відбуваються в економічному середовищі та всередині самої системи. Тренд може бути зростаючим або спадним, але, незважаючи на це, він представляє собою гладку криву (рис. 3.1).

Тренд є *основою* прогнозованого числового ряду, на яку вже накладаються інші складові.

Поряд із тривалими тенденціями у часових рядах економічних процесів часто мають місце регулярні коливання, тобто періодичні складові рядів динаміки. Якщо період коливань не перевищує одного року, то їх називають сезонними. За більшого періоду коливання вважають, що в часових рядах має місце циклічна складова.

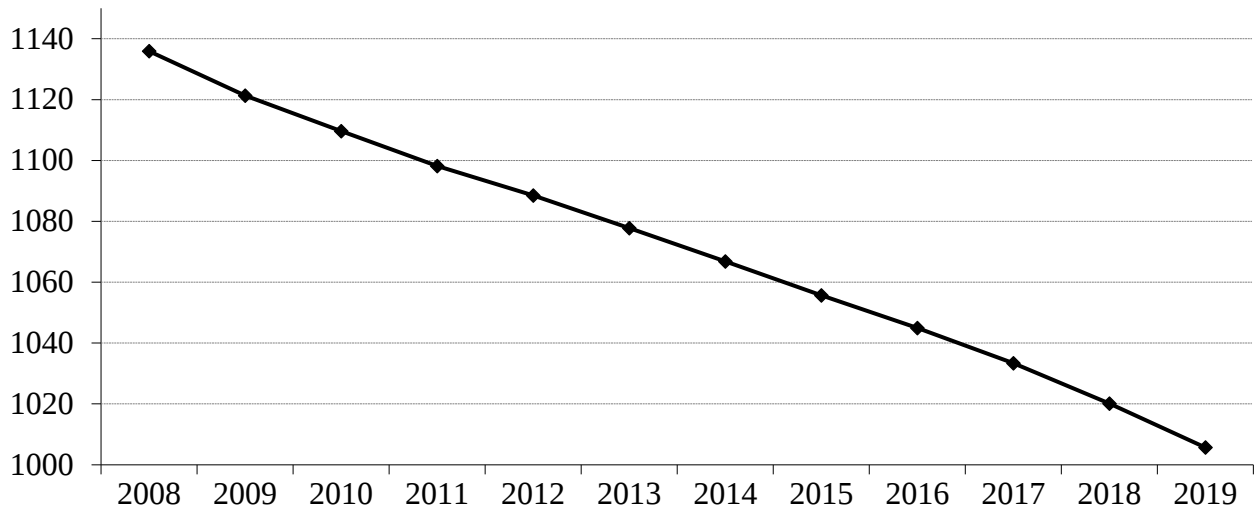


Рисунок 3.1 – Приклад трендової компоненти часового ряду

2. **Цикли** або **циклічна компонента (C)** – це серія хвилеподібних коливань даних, що зустрічаються періодично і охоплюють періоди, як правило, в декілька років, відображуючи економічні підйоми та спади. Цикли не є регулярними чи стійкими, а в основному, пов’язані з циклами в бізнесі і, головним чином, важливі при короткостроковому аналізі та плануванні (рис. 3.2).

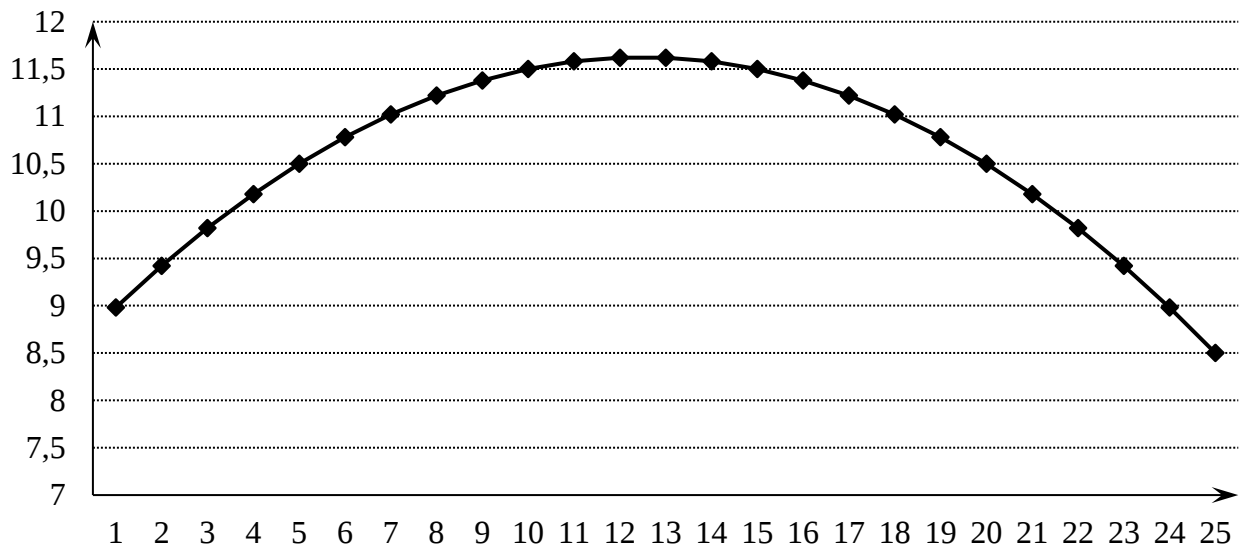


Рисунок 3.2 – Приклад циклічної компоненти часового ряду

3. **Сезонність** або **сезонна компонента (S)** – повторення даних через визначені проміжки часу: дні, тижні, місяці чи квартали (найчастіше термін «сезонність» відноситься до настання зими, весни, літа й осені). Сезонні коливання відбуваються через погодні умови, календарні події. Вони демонструють більш-менш стабільну схему змін, що повторюється з року в рік (рис. 3.3).

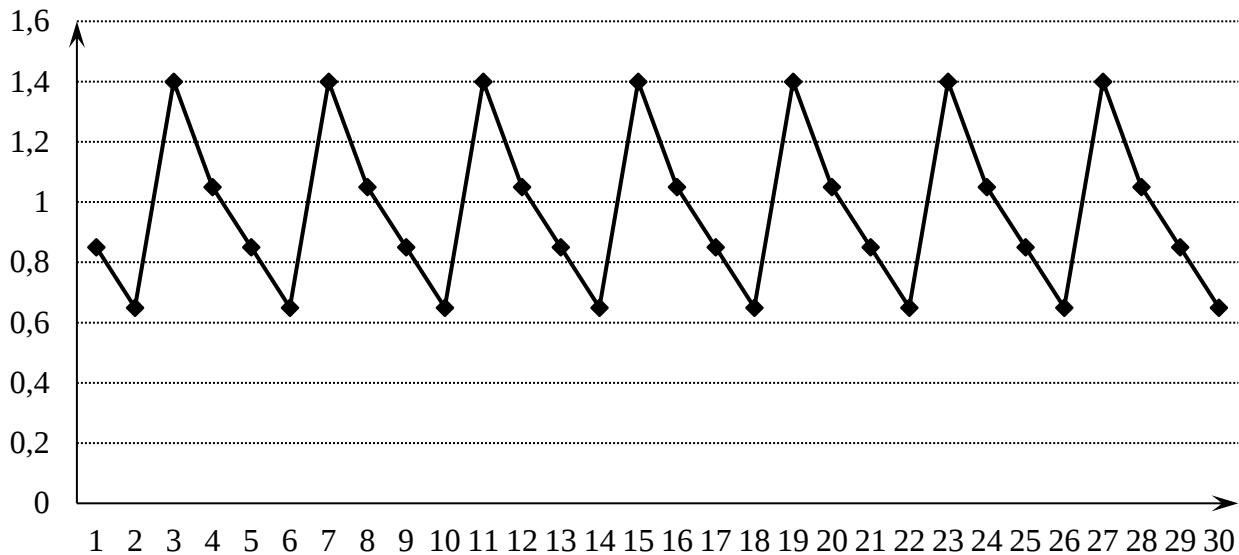


Рисунок 3.3 – Приклад сезонної компоненти часового ряду

4. Випадкові варіації (R) або *іррегулярні події (випадкова компонента)* – це відхилення даних, пов’язані з непередбачуваними і незвичайними ситуаціями: страйками, стихійними кліматичними чи природними явищами, конфліктами або війнами (рис. 3.4).

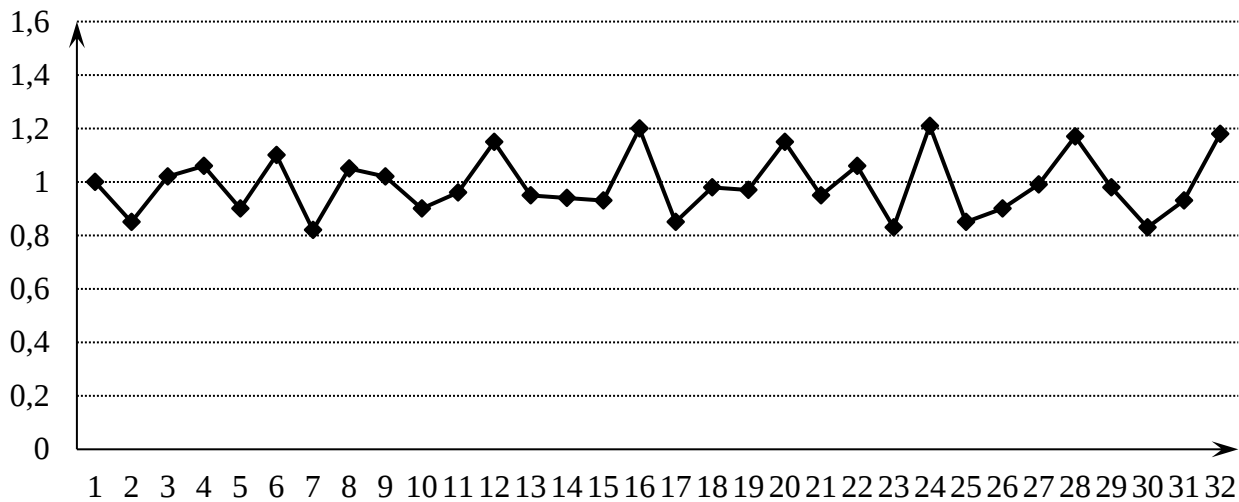


Рисунок 3.4 – Приклад випадкової компоненти часового ряду

Ці коливання є результатом тисяч подій, кожна з яких сама по собі може не бути особливо важливою, але ефект їх комбінації може виявитися великим. По суті, вона відображує ефект усіх факторів окрім тренду, сезонних та циклічних коливань. Саме ці нерегулярні сили є занадто непередбачуваними для прогнозування.

При екстраполяції закономірностей розвитку будь-який процес з усіма властивими йому особливостями розглядається як функція часу. При цьому час не є фактором соціально-економічного процесу, він просто акумулює весь комплекс постійно діючих умов і причин, які визначають цей процес.

3 Основні підходи до моделювання часових рядів

Залежно від конкретних умов при складанні прогнозів зв'язок між розглянутими в попередньому пункті компонентами часового ряду математично виражають двома підходами. Найбільш широко використовується **мультиплікативний підхід**, який припускає, що значення рівня динамічного ряду є добутком чотирьох компонент:

$$\hat{y}(t) = T \cdot C \cdot S \cdot R. \quad (3.1)$$

Адитивний підхід передбачає прогнозування додаванням компонент:

$$\hat{y}(t) = T + C + S + R. \quad (3.2)$$

Такі конструкції дають змогу, залежно від мети дослідження, надавати більшої ваги тій чи іншій компоненті, розглядаючи їх незалежно.

На практиці успішно використовуються обидва підходи. Вважається, що адитивні моделі працюють краще, коли часовий ряд має приблизно однакову варіацію вздовж усієї своєї довжини (тобто його можна «накрити» стрічкою однакової ширини з центром вздовж лінії тренду). Мультиплікативні моделі працюють краще, коли варіація ряду змінюється (збільшується або зменшується) з часом.

Циклічна компонента на практиці складно ідентифікується, оскільки основні характеристики циклу – його довжина і величина (різниця між верхнім та нижнім піками) – не є постійними у часі. Іноді важко відокремити циклічну компоненту від змін тренду. Тоді вважається, що її вплив враховується у тренді, а часовий ряд розкладається на три компоненти:

$$\hat{y}(t) = T \cdot S \cdot R \quad \text{або} \quad \hat{y}(t) = T + S + R.$$

Проблема врахування сезонності залежить від характеру прогнозованого процесу і періодичності даних (щоденні, щомісячні, щоквартальні, річні). Відповідно, якщо метою дослідження є аналіз попиту на продукцію підприємства протягом року, прогноз не може бути складений без урахування сезонності, а для вирішення задачі потрібні щонайменше поквартальні статистичні дані. Якщо ж поставлено завдання оцінити, в якій точці життєвого циклу товару знаходиться підприємство (тобто виявлення довгострокової тенденції його продажу) використання, наприклад, квартальних даних вимагає спочатку усунення з них сезонності (процедура десезоналізації даних), і тільки потім – виділення тренду.

За умови, коли для аналізу використовуються річні дані або сезонність слабо виражена чи майже відсутня, вважається, що сезонна компонента також входить до тренду, як і циклічність, і отже, часовий ряд розкладається на дві компоненти – тренд і випадкову компоненту:

$$\hat{y}(t) = T \cdot R \quad \text{або} \quad \hat{y}(t) = T + R.$$

У більшості реальних моделей припускають, що випадкові варіації усереднюються за розглянутий період. Тоді основна увага концентрується тільки на виявленні тренду або на сезонних компонентах та компонентах, що є комбінацією тренду і циклічних факторів.

4 Основні методи дослідження часових рядів

Більшість методів аналізу належить до стаціонарних (в широкому або вузькому сенсі) процесів. Це пов'язане з тим, що для стаціонарних випадкових процесів доведені теореми, які дають змогу отримувати коректні оцінки параметрів відповідних розподілів за даними спостережень, тобто по деякому часовому ряду. Нестационарний часовий ряд, як уже зазначалося, містить детерміновану компоненту, що складається з трендової, сезонної і циклічної складових, та випадкову. При виключенні детермінованої компоненти отримуємо стаціонарний ряд.

Основні методи дослідження часових рядів представлено на рис. 3.5.

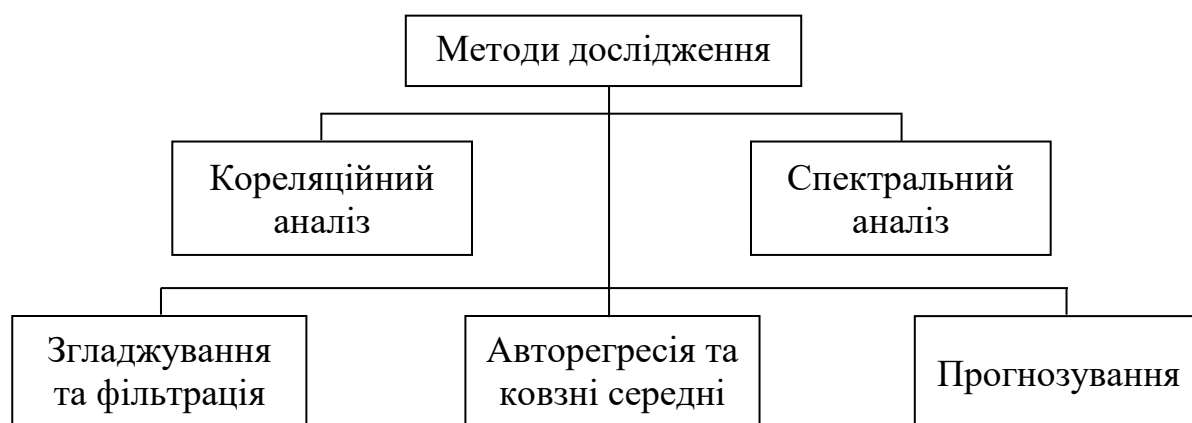


Рисунок 3.5 – Основні методи дослідження часових рядів

Кореляційний аналіз – популярний метод статистичного дослідження, який використовується для виявлення ступеня залежності одного показника від іншого. Тобто, визначається, чи впливає зменшення або збільшення одного показника на зміну іншого. Кореляційний аналіз дає змогу виявляти істотні *періодичні залежності* та їх лаги (затримки) всередині певного процесу (автокореляція) або між декількома процесами (кроскореляція).

Спектральний аналіз застосовують для визначення періодичних та квазі-періодичних компонент часового ряду, для дослідження циклічної поведінки, не обов'язково пов'язаної із сезонністю.

Наприклад, активність сонячних плям змінюється протягом 11-річних циклів. До інших звичних прикладів належать небесні явища, погодні умови, нейронна активність, ціни на біржові товари, економічна активність.

Методи згладжування та фільтрації призначені для перетворення часових рядів з метою видалення з них високочастотних та сезонних коливань.

Методи авторегресії та ковзних середніх використовують для опису і прогнозування процесів, що здійснюють випадкові коливання навколо певного середнього значення.

Методи прогнозування дають можливість на основі обраної моделі часового ряду оцінювати його найбільш імовірні значення в майбутньому.

Часовий ряд може мати і більш складну структуру, наприклад мати стохастичний тренд або хаотичну складову чи бути фракталом. В такому разі його неможливо привести до стаціонарного виду. Його подальший аналіз проводиться

за допомогою спеціальних методів, а саме фрактального та хаос-динамічного аналізу. Для нестационарного ряду важливо зрозуміти, під впливом яких компонент формується його значення, і привести його, якщо це можливо, до стаціонарного типу.

Методи фрактального аналізу часових рядів – це складова частина методів дискретної нелінійної динаміки, призначена для дослідження нелінійностей в динаміці часових рядів. Ці методи дозволяють визначити деякі важливі їх характеристики: характер змін, наявність неперіодичних циклів, пам'яті та інших. За допомогою фрактального аналізу можна показати, що ефект довготривалої пам'яті існує та є ознакою фрактальності (циклічності, повторюваності) ряду.

Методи хаос-динамічного аналізу включають об'єднану групу методів нелінійного аналізу та теорії хаосу, таких як метод автокореляційної функції, мультифрактальний формалізм, вейвлет-аналіз, метод взаємної інформації, метод кореляційного інтеграла, алгоритми помилкових найближчих сусідів і сурогатних даних, аналіз на основі показників Ляпунова та ентропії Колмогорова, формалізм функцій пам'яті, нейромережеві алгоритми й ін.

5 Основні характеристики динаміки часового ряду

Для аналізу соціально-економічних показників абсолютні рівні моментних або інтервальних часових рядів, а також рівні середніх величин часто доводиться перетворювати на відносні величини. Загалом, показники динаміки класифікують залежно від бази порівняння і характеру динаміки (рис. 3.6):



Рисунок 3.6 – Основні види показників динаміки

Для визначення змін, що відбуваються з досліджуваним явищем, передусім обчислюють швидкість розвитку цього явища за часом. Показником швидкості слугує **абсолютний приріст**, який характеризує величину зміни показника за інтервал часу між порівнюваними періодами й обчислюється за формулою:

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-k}, \quad (3.3)$$

де y_i – i -й рівень часового ряду ($i = 2, 3, \dots, n$);

k – індекс початкового рівня; $k = 1, 2, \dots, n - 1$ і може бути обраний будь-яким залежно від мети дослідження: за $k = 1$ отримують **ланцюгові** показники, за $k = i - 1$ отримують **базисні** показники із базисним початковим рівнем ряду тощо.

Точніше швидкість зміни показника характеризує приріст за одиницю часу – ця величина має назву **середнього абсолютного приросту**:

$$\bar{\Delta}y_k = \frac{y_i - y_{i-k}}{k}. \quad (3.4)$$

Середній абсолютний приріст за весь період спостереження для заданого часового ряду дорівнює:

$$\bar{\Delta}y = \frac{y_n - y_1}{n - 1} \quad (3.5)$$

і характеризує середню швидкість зміни часового ряду, де n – індекс останнього спостереження.

Для визначення відносної швидкості зміни економічного явища як одиницю часу використовують відносні показники: коефіцієнти зростання й приросту (якщо ці показники виражені у відсотках, їх називають відповідно темпами зростання й приросту). Зазначимо, що в усіх наступних формулах індекс початкового рівня, стосовно якого здійснюють порівняння, також визначають за допомогою індексу k , як і раніше для показника абсолютного приросту.

Коефіцієнт зростання для i -го періоду обчислюють за формулою:

$$K_{зр_i} = \frac{y_i}{y_{i-k}}, \quad (3.6)$$

$K_{зр_i} > 1$, якщо рівень підвищується; $K_{зр_i} < 1$, якщо рівень зменшується; за $K_{зр_i} = 1$ рівень не змінюється.

Коефіцієнт приросту дорівнює:

$$K_{пр_i} = K_{зр_i} - 1 \quad \text{або} \quad K_{пр_i} = \frac{y_i - y_{i-k}}{y_{i-k}}. \quad (3.7)$$

На практиці часто застосовують показники **темпу зростання** і **темпу приросту**:

$$T_{зр_i} = \frac{y_i}{y_{i-k}} \cdot 100\%, \quad (3.8)$$

де $T_{зр_i}$ – темп зростання для i -го періоду;

$$T_{пр_i} = T_{зр_i} - 100\% \quad \text{або} \quad T_{пр_i} = \frac{y_i - y_{i-k}}{y_{i-k}} \cdot 100\%, \quad (3.9)$$

де $T_{пр_i}$ – темп приросту для i -го періоду.

Темп приросту показує, на скільки відсотків рівень одного періоду збільшився відносно рівня іншого періоду, тобто цей показник характеризує відносну

величину приросту у відсотках.

Порівняння абсолютного приросту та темпу приросту за той самий інтервал часу демонструє, що в реальних економічних процесах уповільнення темпу приросту часто не супроводжується зменшенням абсолютних приростів.

Абсолютне значення одного відсотка приросту визначають як відношення абсолютного приросту Δy_i до темпу приросту у відсотках $T_{пр_i}$.

Середню швидкість зміни показника, що вивчається, за певний період характеризує також **середній темп зростання**. Його розраховують за формулою середньої геометричної:

$$\bar{T}_{зр} = \sqrt[n-1]{T_{зр_1} \cdot T_{зр_2} \cdot \dots \cdot T_{зр_n}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%, \quad (3.10)$$

де $T_{зр_1}, T_{зр_2}, \dots, T_{зр_n}$ – середні темпи зростання за окремі інтервали часу.

Відповідно **середній темп приросту** визначають як:

$$\bar{T}_{пр} = \bar{T}_{зр} - 100\%. \quad (3.11)$$

Показник середнього темпу зростання, обчислюваний за формулою середньої геометричної (3.10), має суттєві недоліки, оскільки ґрунтується на зіставленні останнього та початкового рівнів часового ряду, проміжні рівні до уваги не беруться. У разі суттєвого коливання рівнів використання показника середнього геометричного темпу зростання для статистичного аналізу може призвести до серйозних помилок, внаслідок чого реальна тенденція часового ряду буде викривлена. Сучасні способи розрахунків середнього темпу зростання певною мірою позбавлені недоліків середньої геометричної.

Наприклад, для розрахунків середнього темпу зростання пропонується використовувати формулу:

$$\bar{T}_{зр} = \sqrt[n-1]{\frac{\hat{y}_n}{\hat{y}_1}} \cdot 100\%, \quad (3.12)$$

де $\hat{y}_1, \hat{y}_n$ – згладжені за рівнянням тренду (рівнянням кривої зростання) перший та останній рівні часового ряду.

У моделі тренду враховано коливання проміжних рівнів часового ряду, тому обчислені за нею значення $\hat{y}_1$ і $\hat{y}_n$ та середній темп зростання (3.12) точніше характеризуватимуть зміну економічного явища впродовж інтервалу дослідження.

Якщо тенденція часового ряду не змінюється, використовують характеристики **середнього рівня ряду**. В інтервальному ряду динаміки з однаково розташованими в часі рівнями середній рівень ряду обчислюють за формулою простої середньої арифметичної (тут і далі додавання ведеться за всіма періодами спостережень):

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}. \quad (3.13)$$

Якщо інтервальный ряд має неоднаково розташовані в часі рівні, тоді

середній рівень ряду (так звану *середню хронологічну*) обчислюють за формулою зваженої арифметичної середньої, де вагою є тривалість часу (наприклад, кількість років), упродовж якого рівень постійний:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \cdot t}{t}. \quad (3.14)$$

де t – кількість періодів часу, для яких значення рівня y_i не змінюється.

Для моментного ряду з однаково розташованими в часі рівнями середню хронологічну розраховують за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot y_n}{n-1}. \quad (3.15)$$

де n – кількість рівнів ряду.

Середню хронологічну для моментного часового ряду з неоднаково розташованими в часі рівнями розраховують за формулою:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot t_1 + (y_2 + y_3) \cdot t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n) \cdot t_{n-1}}{2 \cdot \sum t}. \quad (3.16)$$

Тут n – кількість рівнів ряду, а t – період часу, що відокремлює 1-й рівень ряду від $(t + 1)$ -го рівня.

Тема 4. Прості методи екстраполяції

1. Кількісні методи прогнозування. Екстраполяція в прогнозуванні.
2. Перевірка гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду.
3. Прості методи екстраполяції тенденції.
 - 3.1. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки.
 - 3.2. Екстраполяція на основі плинної середньої.
 - 3.3. Екстраполяція на основі індексу сезонності.
4. Метод інтерполяції.

1 Кількісні методи прогнозування. Екстраполяція в прогнозуванні

Як уже було зазначено раніше, визначальною рисою кількісних методів прогнозування є використання формалізованих процедур (які, як правило, містять у своїй основі той чи інший математичний апарат). Це означає, що маючи заданий набір статистичних даних щодо динаміки процесу, шляхом застосування певного математичного апарату, покладеного в основу обраного методу прогнозування, можна отримати прогноз майбутнього стану цього процесу. Причому результат не залежатиме від думки та особистих якостей конкретного дослідника, від його суб'єктивного очікування. Іншими словами, при використанні цих методів припускають існування деяких правил, що можуть бути формально описані (наприклад, у вигляді певного алгоритму), знаючи які можна на основі статистичних даних про минулий розвиток процесу досить точно спрогнозувати його майбутній стан. Щоб визначити таке правило, треба лише виявити, що саме впливає на зміну динаміки досліджуваного процесу.

Кількісні методи є одними з найбільш розроблених і найчастіше використовуваних методів прогнозування, навіть незважаючи на те, що вони не мають механічного і тісного зв'язку з економічною теорією.

Основний інструмент кількісних методів прогнозування – екстраполяція. Суть **прогновної екстраполяції** полягає у поширенні закономірностей, зв'язків і відношень, виявлених у певному минулому періоді, за його межі. Робиться припущення, що ці зв'язки є достатньо стійкі в часі, і за відсутності різких змін в найближчому майбутньому вони також залишаться у силі.

Застосування екстраполяції можливе лише за наступних умов:

- у часовому ряді існує статистично значуща тенденція;
- досліджуваний процес є інерційним, тобто закономірності, що існували в минулому, зберігатимуться й у майбутньому;
- фактори, що визначають розвиток процесу, залишаються незмінними.

Залежно від особливостей зміни рівнів ряду динаміки методи екстраполяції можуть бути простими і складними. **Прості методи** засновані на припущенні щодо незмінності в майбутньому певних характеристик ряду, **складні** – базуються на аналітичному вирівнюванні ряду за допомогою методу найменших квадратів. При цьому графік динамічного ряду має демонструвати певну чітку тенденцію зростання або зниження досліджуваного показника.

Залежно від гіпотез щодо механізму формування і подальшого розвитку

процесу методи прогновної екстраполяції можна об'єднати у дві групи:

- екстраполяція закономірностей розвитку – тенденцій і коливань;
- екстраполяція причинно-наслідкового механізму формування процесу – багатofакторне прогнозування (або моделювання).

Ці методи розрізняються за способом опису об'єкта прогнозування.

Під **тенденцією** розуміють деякі загальні напрямки розвитку процесу (явища), довгострокову закономірність.

Екстраполяція закономірностей розвитку ґрунтується на вивченні передісторії процесу, на виявленні загальних і усталених тенденцій, траєкторії їх зміни в часі. Закономірності розвитку процесу розглядають лише як функцію часу. При цьому не виявляються стійкі взаємозв'язки прогнозованого процесу з іншими економічними явищами, його внутрішня структура, не відокремлюються причини, які змушують його змінюватися. Вважається, що все це акумулює у собі один показник – час.

Методи прогнозування, побудовані на такому підході, стають більш мобільними, оскільки не треба додатково займатися вивченням цілої структури та її елементів (а отже, менше шансів для помилки прогнозу через невірно визначені фактори чи їх зв'язок).

Інформаційною базою прогнозування тенденцій слугують одномірні динамічні ряди. Типовими прикладами в цій частині є методи екстраполяції трендів, адаптивні прогнози та ін.

При **багатofакторному прогнозуванні** процес розглядається як *функція* певної множини факторів, вплив яких аналізується одночасно або з деяким зміщенням. Специфіка методів побудови прогнозу цієї групи полягає в тому, що для опису (і відповідно передбачення) поведінки прогнозованого процесу використовуються знання про поведінку інших змінних, факторів, які суттєво на нього впливають і тому в значній мірі детермінують його зміни.

Інформаційною базою багатofакторного прогнозування виступає система взаємозв'язаних динамічних рядів. Типовим прикладом факторних прогнозів, які широко використовуються на практиці, є прогнози за регресійними моделями.

Методи прогнозування на основі екстраполяції широко використовуються в управлінні виробництвом, оскільки мають **ряд переваг**, до яких слід віднести:

- потреба у відносно невеликому масиві легкодоступної інформації;
- достатньо простий апарат дослідження, що привертає до нього широке коло спеціалістів;
- швидкість виконання розрахунків в оперативному режимі;
- можливість використання для виконання розрахунків портативних і нескладних обчислювальних засобів;
- відсутність значних вимог до прогнозистів, яким достатньо мати лише базові навички;
- досить висока точність результатів, особливо для короткострокового прогнозування;
- результати прогнозування мало залежать від суб'єктивних міркувань прогнозиста.

Разом з тим, оскільки методи екстраполяції виходять з минулого, їм притаманні певні **недоліки**:

- вони дають позитивні результати лише при прогнозуванні найближчої перспективи, і їх дієвість обмежується, як правило, періодом до трьох років (рідко 5-7 років);
- ці методи не можуть бути використані за відсутності ретроспективних даних (наприклад, для нового продукту чи нових видів обладнання);
- їм притаманна сильна схильність до проекції у майбутнє старих схем;
- аналіз часових рядів, як правило, не враховує випадкових чинників, що впливають на процес, а дає лише імовірнісну базу для аналізу.

2 Перевірка гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду

Основу екстраполяційних методів прогнозування, як уже зазначалося, складають динамічні ряди. Існує ряд способів перевірки гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду.

Один з найпростіших методів базується на порівнянні середніх рівнів ряду. Для цього динамічний ряд розбивається на дві приблизно рівні частини за кількістю елементів. Кожна частина розглядається умовно як самостійна сукупність. Якщо динамічний ряд має певну тенденцію, то середні, які обчислені для кожної сукупності, повинні суттєво розрізнятися між собою. Якщо ж розходження будуть незначними, тобто випадковими, то динамічний ряд тенденції не має.

Для оцінки істотності відмінності між середніми значеннями двох динамічних рядів використовується t -критерій Стьюдента. Розходження буде істотним, якщо розрахункове значення t -критерія Стьюдента (t_p) буде не менше його табличного значення (t_T).

Розрахункове значення t -критерія обчислюється за формулою:

$$t_p = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sigma_{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}}, \quad (4.1)$$

де $\bar{y}_1, \bar{y}_2$ – середнє значення рівня відповідно першої та другої частин ряду, розрахованих для інтервальних динамічних рядів як середнє арифметичне;

$\sigma_{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}$ – середньоквадратичне відхилення різниць середніх:

$$\sigma_{\bar{y}_1 - \bar{y}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot \sigma_1^2 + (n_2 - 1) \cdot \sigma_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}, \quad (4.2)$$

де n_1, n_2 – кількість елементів відповідно першої та другої частин ряду;

σ_1^2, σ_2^2 – дисперсія відповідно першої та другої частин ряду:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1}; \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1}. \quad (4.3)$$

Існують й інші методи перевірки гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду. Вони будуть розглянуті на практичних заняттях.

3 Прості методи екстраполяції тенденції

При побудові ряду оперативних соціально-економічних прогнозів дослідник стикається з проблемою отримання достатнього обсягу необхідної інформації. Як правило, в цій ситуації доводиться мати справу з короткими часовими рядами, довжина яких може не перевищувати десяти точок. У зв'язку з неповнотою кількісної інформації використовувати досить складні методи формального прогнозування не доцільно, тому на практиці користуються відносно простими методами екстраполяції. Вони дозволяють отримати хоча і «грубі», однак кількісні оцінки, на основі яких приймаються управлінські рішення.

Прості методи екстраполяції засновані на припущенні про практично незмінний характер поточного процесу, про відсутність істотних змін у стані зовнішнього та внутрішнього середовища об'єкту прогнозування. Це, у свою чергу, накладає певні обмеження на можливість використання даних методів – як правило, для отримання оперативних і короткострокових прогнозів.

Прості методи прогнозування на основі екстраполяції тенденції використовуються в управлінні виробництвом, оскільки мають **ряд переваг**:

- достатньо простий апарат дослідження, що привертає до нього широке коло спеціалістів;
- можливість використання для виконання розрахунків портативних і нескладних обчислювальних засобів;
- швидкість виконання розрахунків в оперативному режимі;
- достатність відносно невеликого масиву інформації.

Нижче наведені прості методи екстраполяції тенденції на основі застосування аналітичних показників динамічних рядів, плинної середньої та індексу сезонності.

3.1 Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки

В темі 3 (п. 5) розглянуто основні характеристики динаміки часового ряду (формули (3.3)-(3.16)). На основі цих аналітичних показників, які широко застосовуються для оцінки динамічних рядів, можна вивести залежності, що можуть бути використані для побудови прогнозів:

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \bar{\Delta}y, \quad \bar{\Delta}y = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad (4.4)$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n + \bar{\Delta}y \cdot T \quad (4.5)$$

$$\hat{y}_{n+1} = y_n \cdot K_{зп_n}, \quad K_{зп_n} = \frac{y_n}{y_{n-1}} \quad (4.6)$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n \cdot \bar{K}_{зп}^T, \quad (4.7)$$

де $\hat{y}$ – тут і далі таким чином позначаються прогнозні значення показника;

T – величина горизонту прогнозу ($T = 1; 2; 3, \dots$).

Суттєвим недоліком показників середнього абсолютного приросту та

середнього коефіцієнта зростання є те, що значення їх цілком залежать тільки від крайніх рівнів динамічного ряду. Проміжні значення, які багато в чому, а іноді й у вирішальній мірі визначають тенденцію змін показників, по суті в розрахунках участі не приймають. Цей недолік певною мірою усувається шляхом аналітичного вирівнювання рядів динаміки, що буде розглянуто далі.

3.2 Екстраполяція на основі плинної середньої

Метод плинної середньої базується на використанні залежності:

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \Delta \hat{y}_{n+1}, \quad (4.8)$$

де $\hat{y}_{n+1}$ – прогноз показника на основі плинної середньої;

y_n – останнє значення динамічного ряду;

$\Delta \hat{y}_{n+1}$ – прогнозний приріст показника, який розраховується за формулою:

$$\Delta \hat{y}_{n+1} = \lambda_n \cdot \Delta y_n + \lambda_{n-1} \cdot \Delta y_{n-1} + \lambda_{n-2} \cdot \Delta y_{n-2} + \dots + \lambda_1 \cdot \Delta y_1, \quad (4.9)$$

де n – кількість періодів «передісторії», дані за які будуть використовуватись як база для складання прогнозів на майбутнє;

$\Delta y_n, \Delta y_{n-1}, \Delta y_{n-2}, \Delta y_1$ – ланцюгові абсолютні прирости статистичних даних;

$\lambda_n, \lambda_{n-1}, \lambda_{n-2}, \lambda_1$ – коефіцієнти, розраховані для кожного періоду.

Коефіцієнт λ визначається за формулою:

$$\lambda_i = \frac{i \cdot \varepsilon}{n}, \quad (4.10)$$

де i – число, яке відображає послідовний натуральний ряд періодів «передісторії» (починаючи з найбільш раннього $i = 1$ і до останнього $i = n$);

ε – визначається залежно від n з таблиці 4.1:

Таблиця 4.1 – Розрахункові значення показника ε

n	3	4	5	6	7	8
ε	0,500	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222

Розрахуємо значення λ для п'яти років.

Згідно з даними наведеної вище таблиці при $n = 5$, $\varepsilon = 0,333$.

Звідси:

$$\lambda_1 = \frac{1 \cdot 0,333}{5} = 0,067,$$

$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot 0,333}{5} = 0,133,$$

$$\lambda_3 = \frac{3 \cdot 0,333}{5} = 0,200,$$

$$\lambda_4 = \frac{4 \cdot 0,333}{5} = 0,267,$$

$$\lambda_5 = \frac{5 \cdot 0,333}{5} = 0,333.$$

Якщо підставити розраховані значення λ у формулу (4.9), отримаємо:

$$\Delta \hat{y}_{n+1} = 0,333 \cdot \Delta y_n + 0,267 \cdot \Delta y_{n-1} + 0,200 \cdot \Delta y_{n-2} + 0,133 \cdot \Delta y_{n-3} + 0,067 \cdot \Delta y_{n-4}.$$

Особливістю методу плинної середньої є те, що рівень показників, який знаходиться ближче до прогнозованого періоду, чинить більший вплив на значення прогнозованих показників порівняно з віддаленими періодами. Досягається це завдяки коефіцієнту λ .

Прогнозні значення показників розраховуються наступним чином:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{n+1} &= y_n + 0,333 \cdot \Delta y_n + 0,267 \cdot \Delta y_{n-1} + 0,200 \cdot \Delta y_{n-2} + 0,133 \cdot \Delta y_{n-3} + 0,067 \cdot \Delta y_{n-4}, \\ \hat{y}_{n+2} &= \hat{y}_{n+1} + 0,333 \cdot \Delta y_n + 0,267 \cdot \Delta y_{n-1} + 0,200 \cdot \Delta y_{n-2} + 0,133 \cdot \Delta y_{n-3}, \\ \hat{y}_{n+3} &= \hat{y}_{n+2} + 0,333 \cdot \Delta y_n + 0,267 \cdot \Delta y_{n-1} + 0,200 \cdot \Delta y_{n-2}, \\ \hat{y}_{n+4} &= \hat{y}_{n+3} + 0,333 \cdot \Delta y_n + 0,267 \cdot \Delta y_{n-1}, \\ \hat{y}_{n+5} &= \hat{y}_{n+4} + 0,333 \cdot \Delta y_n.\end{aligned}$$

Перевагою методу плинної середньої є те, що на значення прогнозованих показників впливають в тій чи іншій мірі усі дані «передісторії», в той час, коли значення середньорічного коефіцієнта зростання визначається тільки крайніми рівнями динамічного ряду.

Наявність альтернативних варіантів прогнозу дозволяє спеціалістам на основі досвіду, знання, інтуїції відібрати найбільш прийнятний.

3.3 Екстраполяція на основі індексу сезонності

В процесі господарської діяльності окремі галузі промисловості, сільське господарство, торгівля, побут стикаються з циклічними коливаннями, які викликані сезонним характером виробництва та споживання товарів і послуг.

Сезонні коливання – це більш чи менш сталі внутрішньорічні коливання в ряді динаміки, що обумовлені специфічними умовами виробництва і споживання даного товару чи послуг. Для організації виробництва і реалізації продукції сезонних виробництв надзвичайно важливо вивчити тенденцію сезонних коливань, що склалися, і розробити прогноз на найближчу перспективу, головним чином, на наступний рік.

Для вивчення сезонних коливань використовуються спеціальні показники, які називаються **індексами сезонності**, а їх сукупність утворює **сезонну хвилю**. Індекс сезонності визначається за формулою:

$$i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}; \quad \bar{y}_i = \frac{\sum_i y_i}{k}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_j \bar{y}_i}{n} = \frac{\sum_j \sum_i y_{ij}}{k \cdot n}, \quad (4.11)$$

де $\bar{y}_i$ – середнє значення показника за прийнятий проміжок часу;

$\bar{y}$ – середнє значення показника за весь період;

k – кількість років ($k = 1; 2; 3; \dots$);

n – кількість місяців ($n = 1; 2; 3; \dots; 12$).

Застосування індексу не обмежується тільки дослідженням сезонного характеру виробництва і споживання продукції. В деяких галузях промисловості коливання виробництва продукції пов'язані з особливостями технології, характером сировини та іншими факторами.

Так, наприклад, у цукровій промисловості встановлена добова норма переробки цукрового буряка на початку виробничого сезону і в кінці його, як правило, не виконується, а в середині виробництва є умови для перевиконання. Це пов'язано, головним чином, з технологічними властивостями сировини – цукрового буряка. Звідси важлива задача визначення таких добових норм переробки цукрового буряка по декадах на наступний сезон, щоб в середньому була забезпечена норма переробки не менше 100%.

4 Метод інтерполяції

Часто необхідно побудувати прогноз для значень показників якого-небудь ряду усередині періоду спостережень (на ретроспективному інтервалі). Наприклад, це характерно для даних з пропусками, коли деякі значення ряду відсутні (не проводилися вимірювання; дані за ці періоди не подані в статистичних збірниках або іншій звітності). При цьому, аналізуючи розташування точок часового ряду на площині, береться до уваги деяка нелінійна тенденція, яка відображує ділянки зростання та спаду значень показників. Для відносно невеликої кількості точок часового ряду (до 10 спостережень) в якості такої тенденції, що не має властивості суворої монотонності, може бути підібрана функція у вигляді полінома відповідного ступеня. Коефіцієнти для цих поліномів знаходять за допомогою *методу інтерполяції*.

Дані поліноми (їх називають інтерполяційними) можуть бути подані в різноманітних формах (у формі Ньютона, у формі Лагранжа тощо). Особливість інтерполяційного полінома полягає в тому, що значення часового ряду (так звані вузлові точки) точно розташовані на поліноміальній кривій. Таким чином, відкидається припущення про можливі випадкові погрішності у вимірюванні значень часового ряду або про дію на часовий ряд випадкових чинників. А це, як правило, не характерно для багатьох соціально-економічних процесів. Крім того, прогноз на основі інтерполяційного багаточлена на ретроспективній ділянці буде точніший, ніж на перспективній, тобто за межами наявного часового інтервалу. Ця властивість пояснюється особливістю поліномів, які на кінцях інтервалів можуть показувати сильне зростання або спад. Для завдання прогнозування – інтерполяції – даний метод доцільніший, ніж для завдання екстраполяції. Однак завдання екстраполяції можна розв'язувати за допомогою цього методу, не віддаляючись суттєво від межі ретроспективного інтервалу, тобто для здобуття короткострокових прогнозів. Проте, попри недоліки, метод прогнозування на основі інтерполяційного полінома може бути використаний як перше наближення наявної залежності в інших складніших методах і завданнях.

Розглянемо сутність інтерполяції. Нехай на відрізку $[a; b]$ задані $(n + 1)$ опорних вузлових точок $a \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq b$. Крім того, задані $n + 1$ дійсних чисел y_i ($i = 0, \dots, n$), де y_i – значення деякої функції $f(x)$ у вузлових точках.

Завдання інтерполяції полягає в тому, щоб знайти такий многочлен $J_n(x_i)$ ступеня не більше n , що $J_n(x_i) = y_i$, $i = 0, \dots, n$. Інтерполяція застосовується головним чином тоді, коли відносно функції f відомі лише дискретні значення функції $y = f(x)$. Щоб обчислити значення цієї функції в інших внутрішніх точках відрізка $[a; b]$ (інтерполяція) або за межами відрізання вузлових точок (екстраполяція), її наближають многочленом $J_n(x_i)$, причому необхідне виконання умови:

$$f(x_i) = J_n(x_i) = y_i, \quad i = 0, \dots, n. \quad (4.12)$$

Багаточлен, що задовольняє співвідношенню (4.12), існує лише один. Його можна подати в різноманітних формах.

Інтерполяційний багаточлен Лагранжа можна подати наступною формулою:

$$J_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \cdot L_i(x),$$

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0) \cdot \dots \cdot (x - x_{i-1}) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x - x_n)}{(x_i - x_0) \cdot \dots \cdot (x_i - x_{i-1}) \cdot (x_i - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i - x_n)}. \quad (4.13)$$

Очевидно, що множники $L_i(x)$ задовольняють рівності $L_i(x_i) = 1$, $L_i(x_k) = 0$ при $k \neq i$. Отже, $J_n(x_i) = y_i$.

Тема 5. Екстраполяція трендів

1. Загальна характеристика методу.
2. Вибір виду рівняння.
3. Побудова прогнозу.
4. Оцінка якості прогнозу. Інтервали довіри.

1 Загальна характеристика методу

Для аналізу тенденції на основі динамічних рядів і побудови прогнозу з урахуванням закономірностей, що склалися в «передісторії», широко застосовується залежність, яка має назву **рівняння тренду**:

$$y = f(t) + \xi_t, \quad (5.1)$$

де $f(t)$ – детермінована не випадкова компонента процесу (явища);

ξ_t – стохастична випадкова компонента процесу.

Якщо у функціональній залежності кожному значенню аргументу (аргументів) відповідає одне єдине значення функції, то в стохастичній закономірності значенню аргументу (аргументів) відповідає не одне певне значення функції, а декілька, тобто певний розподіл цих значень. У стохастичних залежностях зв'язки не жорсткі і виявляються не в кожному окремому випадку, а лише в масі, в середньому. Це пов'язано з тим, що в стохастичних залежностях, а вони частіше мають місце у реальному житті, з ряду причин не можуть бути враховані всі аргументи (фактори). Ось чому рівняння, яке ґрунтується на стохастичних залежностях, складається з двох частин: **детермінованої**, яка формується під впливом врахованих, відомих факторів, і **випадкової**, яка виникає в результаті випадкових неврахованих факторів.

Тренд описує фактичну усереднену для «передісторії» тенденцію процесу, що вивчається, у часі, його зовнішні прояви. Результат при цьому пов'язується виключно з плином часу. Припускається, що через фактор часу (t) можна виразити вплив усіх основних факторів, іншими словами, хоча час не є механізмом прояву закономірностей і тенденцій, він мовби акумулює дії основних факторів і виражає їх у рівнянні тренду. Реальний механізм впливу на значення рівнів динамічного ряду в наявному вигляді не враховується.

Аналітичне вирівнювання тренду – це досить поширений метод прогнозування. Екстраполяція тренду може бути застосована лише у тому випадку, якщо розвиток явища достатньо добре описується побудованим рівнянням, і умови, які визначають тенденцію розвитку в минулому, не зазнають значних змін у майбутньому. При дотриманні цих умов екстраполяція здійснюється шляхом підстановки у рівняння тренду (5.1) значення незалежної змінної t , яка відповідає величині горизонту прогнозування:

$$\hat{y}_{t+P} = f(t_{n+P}), \quad (5.2)$$

де P – величина горизонту прогнозування (період, на який складається прогноз).

У рівнянні (5.1) випадкова компонента ξ_t необхідна в подальшому для

визначення уточнених характеристик прогнозу.

Рівняння тренду може бути описане широким спектром залежностей, зокрема:

$$\text{лінійна} \quad y = a_0 + a_1 \cdot t \quad (5.3)$$

$$\text{квадратична} \quad y = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 \quad (5.4)$$

$$\text{степенева} \quad y = a_0 \cdot t^{a_1} \quad (5.5)$$

$$\text{показникова} \quad y = a_0 \cdot a_1^t \quad (5.6)$$

$$\text{експоненційна} \quad y = a_0 \cdot e^{a_1 \cdot t} \quad (5.7)$$

$$\text{експоненційно-степенева} \quad y = a_0 \cdot t^{a_1} \cdot e^{a_2 \cdot t} \quad (5.8)$$

$$\text{логістична} \quad y = \frac{a_0}{1 + a_1 \cdot e^{a_2 \cdot t}} \quad (5.9)$$

$$\text{Гомперца} \quad y = a_0 \cdot a_1^{a_2^t} \quad (5.10)$$

$$\text{гіперболічна} \quad y = a_0 + \frac{a_1}{t} \quad (5.11)$$

Загалом, перелік функцій, які можуть бути використані для екстраполяції трендів, налічує кілька десятків рівнянь, що описують різні процеси розвитку. Вибір типу моделі у конкретному випадку ґрунтується на теоретичному аналізі специфіки процесу, його внутрішньої структури, взаємозв'язків з іншими процесами. На основі такого аналізу в загальних рисах визначається характер динаміки (рівномірний, рівноприскорений, з насиченням тощо) та окреслюється коло функцій, здатних апроксимувати цей процес.

Для використання тренду як інструменту прогнозу слід чисельно оцінити **параметри (коефіцієнти) рівнянь (a_0, a_i)**. Вони визначаються за допомогою методу найменших квадратів:

$$\sum (y_t - \hat{y}_t)^2 = \min, \quad (5.12)$$

де y_t – фактичне значення функції;

$\hat{y}_t$ – розрахункове значення функції, яке визначається на основі відібраного рівняння.

Для лінійного рівняння залежність (5.12) може бути записана таким чином:

$$\sum (y_t - a_0 - a_1 \cdot t)^2 = \min. \quad (5.13)$$

У рівнянні (5.13) змінні y_t і t є відомими величинами, а параметри рівняння (a_0, a_i) – невідомими. Для їх визначення слід прирівнювати до нуля похідні від виразу (5.13) по кожному початковому параметру окремо. Після відповідних перетворень отримуємо систему нормальних рівнянь, які для лінійного рівняння тренду мають вигляд:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum t \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2. \end{cases} \quad (5.14)$$

Для квадратичного рівняння $y = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$ система нормальних

рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum t + a_2 \cdot \sum t^2 \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 + a_2 \cdot \sum t^3 \\ \sum y_t \cdot t^2 = a_0 \cdot \sum t^2 + a_1 \cdot \sum t^3 + a_2 \cdot \sum t^4. \end{cases} \quad (5.15)$$

Головна проблема, яка виникає при реалізації системи нормальних рівнянь, – це приведення, де це можливо, рівнянь до лінійного вигляду, а в деяких випадках, наприклад, для логістичної кривої і кривої Гомперца, застосовують різні види перетворень, спрощення.

Якість рівняння оцінюється за системою показників (характеристик).

Найбільш суттєвим показником для оцінки кожного рівняння є **коефіцієнт парної кореляції** – для лінійного рівняння, і **парне кореляційне відношення** – для всіх нелінійних рівнянь, які відображають щільність зв'язку між результативним показником (функцією) і факторіальною ознакою (аргументом).

Коефіцієнт парної лінійної кореляції для рівняння $y = a_0 + a_1 \cdot t$ розраховується за формулою:

$$r = \frac{n \cdot \sum y \cdot t - \sum y \cdot \sum t}{\sqrt{(n \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2) \cdot (n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2)}}. \quad (5.16)$$

Парне кореляційне відношення розраховується за формулою:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}}. \quad (5.17)$$

Про щільність зв'язку роблять висновки з таких значень показників:

$r, \eta \leq 0,5$ – зв'язок слабкий;

$0,5 \leq r, \eta \leq 0,7$ – зв'язок середній;

$r, \eta \geq 0,7$ – зв'язок сильний.

Крім щільності зв'язку для оцінки адекватності рівняння реальним процесам служать наступні показники:

Середня помилка апроксимації:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \cdot \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100. \quad (5.18)$$

Середнє квадратичне відхилення між фактичними і розрахунковими значеннями функції:

а) абсолютне

$$\sigma_{\text{абс}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - 1}}, \quad (5.19)$$

б) відносне

$$\sigma_{\text{відн}} = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right)^2}{n-1}} \cdot 100. \quad (5.20)$$

Середнє відхилення між фактичними і розрахованими значеннями функції:

а) абсолютне

$$\bar{\Delta}_{\text{абс}} = \frac{\sum |y_t - \hat{y}_t|}{n}, \quad (5.21)$$

б) відносне визначається аналогічно показнику, що розраховується за формулою (5.18).

Чим менше значення показників, які розраховані за формулами (5.18)-(5.21), тим вище якість відібраного рівняння. Граничний рівень встановлює дослідник, опираючись на знання, досвід, особливість даних, що аналізуються, оскільки науково обґрунтованих рекомендацій з цих питань немає.

2 Вибір виду рівняння

Першим етапом екстраполяції тренду є вибір оптимального виду рівняння, який описує емпіричний ряд.

При виборі виду рівняння необхідно вирішити два питання. *По-перше*, чи адекватно, у повному розумінні цього слова, рівняння відповідає досліджуваним процесам, а у відношенні часового тренду – наскільки воно відображає закономірність тенденції, що склалася. *По-друге*, чи відповідає воно статистичним критеріям. Ці два питання повинні дати відповідь – наскільки логічно і статистично відібране рівняння відповідає процесам і явищам, що досліджуються.

Під **логічною адекватністю** розуміють здатність рівняння адекватно або, іншими словами, найбільш точно відображати природу явищ, що досліджуються.

Статистична адекватність означає відповідність рівняння окремим критеріям, які виражаються системою статистичних характеристик, що розраховуються за допомогою формул (5.16)-(5.21).

Є різні підходи до вибору виду рівняння. Так, рекомендується оцінити природу зв'язку методом послідовних різниць, розрахувавши для цього перші, другі і т.д. різниці рівнів ряду, тобто:

$$\begin{aligned} u_t^{(1)} &= y_t - y_{t-1}, \\ u_t^{(2)} &= u_t^{(1)} - u_{t-1}^{(1)}, \\ u_t^{(3)} &= u_t^{(2)} - u_{t-1}^{(2)} \\ &\text{і т.д.,} \end{aligned}$$

визначення на їх основі середніх приростів шляхом згладжування ряду плинною середньою, а за значенням останніх оцінити характер зміни показників у часі.

Якщо приблизно рівними є різниці 1-го порядку $u_t^{(1)}$, то процес описується лінійним трендом, якщо однакові різниці 2-го порядку $u_t^{(2)}$ – слід використовувати параболу і т.д.

Певні складнощі можуть виникнути при виборі S-подібної кривої, яка до точки перегину описує експоненційний тренд, а сама точка перегину може бути за межами динамічного ряду. Перевага S-подібній кривій віддається, якщо межа насичення теоретично можлива і процес у майбутньому може згасати або існують певні обмеження для процесу (правові, матеріальних ресурсів, виробничих потужностей тощо).

Вибір виду рівняння можна здійснити ще одним шляхом, виходячи з можливості зображення динамічного ряду на графіку. Це дасть змогу виявити характерні особливості ряду і відповісти на питання:

- чи є він відносно гладким або сильно «порізаним»;
- чи має виражену тенденцію до зміни і яку – на зростання чи на спад, лінійну або виражену нелінійну, з точкою перегину або з насиченням;
- чи простежується сезонність;
- наскільки великою є різниця між найменшими та найбільшими значеннями часового ряду;
- чи має він раптові відхилення в більшу чи меншу сторони у порівнянні з основною масою спостережень тощо.

Розглянемо цей процес на прикладі. Нехай відомі статистичні спостереження про досліджуваний процес за дев'ять періодів ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_9$). Це так звані реальні дані, тобто ті, що були задокументовані в момент t для досліджуваного процесу. Нанесемо їх на графік в координатах $y - t$ (рис. 5.1). Графічне відображення реальних даних (реальних спостережень) називається **хмарою спостережень**.

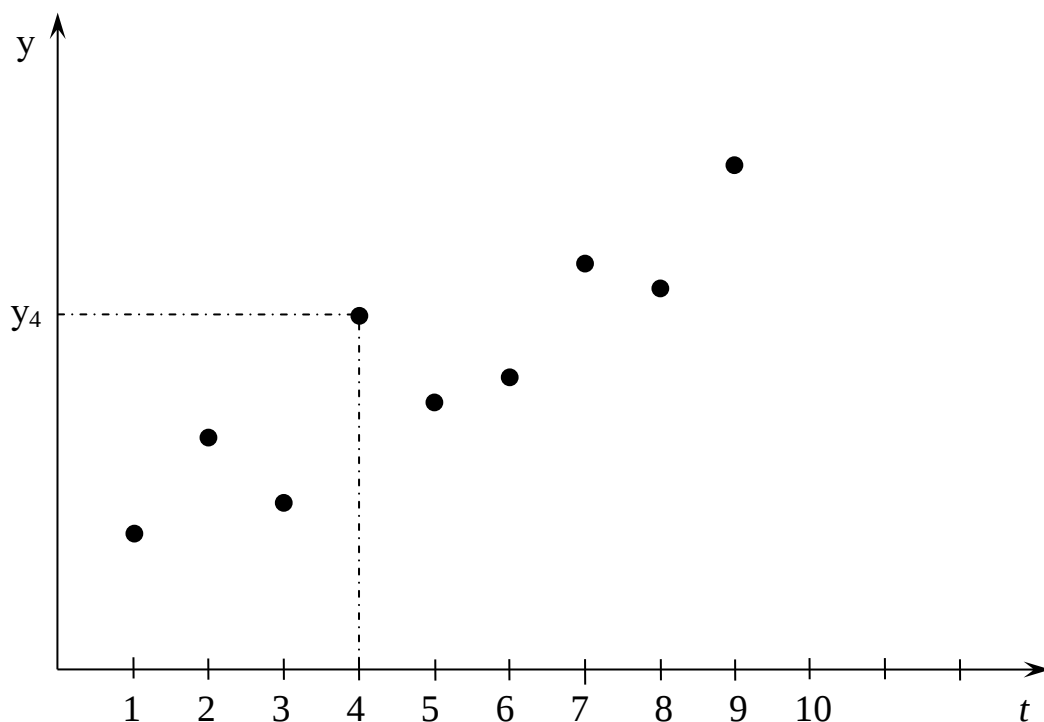


Рисунок 5.1 – Хмара спостережень

При візуальному аналізі видно, що між y і t існує певний зв'язок: зі зростанням t зростає і y . Але цей зв'язок не є абсолютно ідеальним. Тому його називають **статистичним**, на відміну від **функціонального**, де він може бути точно і однозначно виражений формулою (наприклад, якщо б усі точки ідеально лягли

на одну лінію).

Складність полягає у встановленні виду зв'язку. На перший погляд досить добре описує тенденцію розвитку пряма лінія (рис. 5.2, а). Проте зробити такий однозначний висновок важко, тому при аналізі слід враховувати тенденції процесу, який описується.

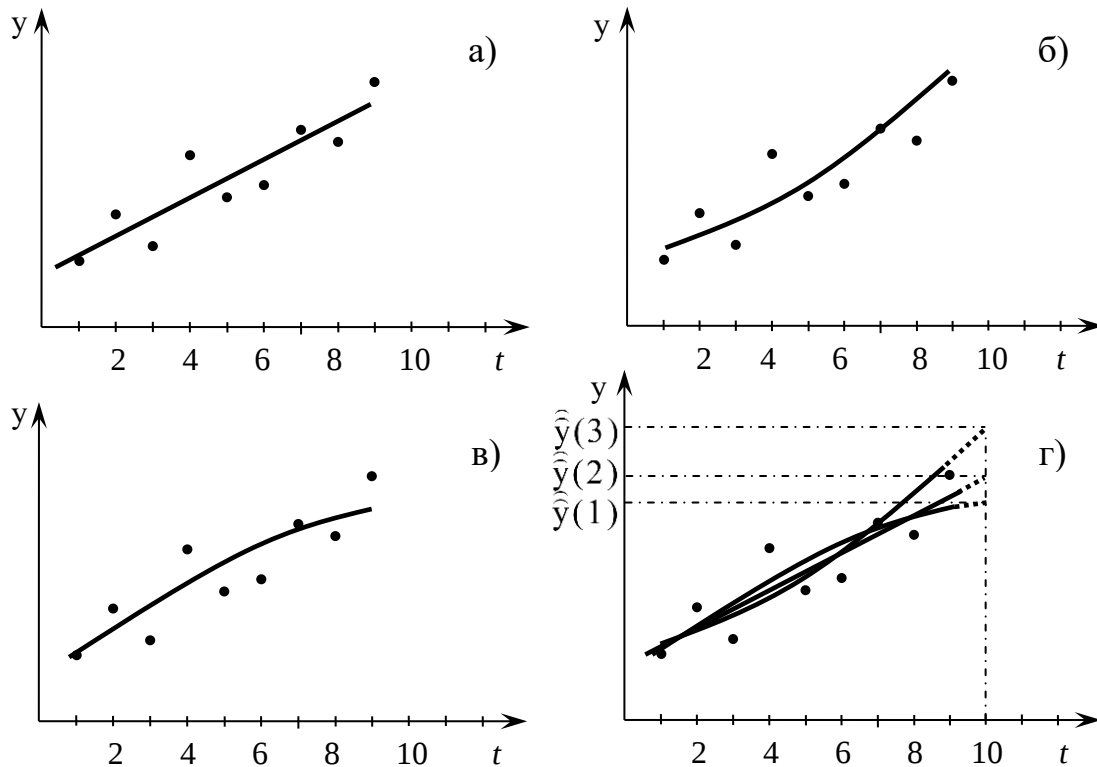


Рисунок 5.2 – Можливі варіанти опису тенденції розвитку процесу та складання прогнозів з використанням різних видів функцій

Наприклад, якщо y відображає обсяг продажу певного товару, то слід визначити, на якій стадії життєвого циклу знаходиться цей товар. Можливо, розглядається обсяг продажу товару, що знаходиться на підйомі свого життєвого циклу, і ймовірно, що деякий час його продажі будуть мати виражену тенденцію до прискореного зростання (рис. 5.2, б). На етапі сталого зростання процес найкраще відображатиметься саме прямою лінією (рис. 5.2, а). Разом з тим обсяг продажу не може зростати нескінченно, адже з часом відбувається певне насичення товаром, і якщо процес близький до насичення ринку, зростання продажу сповільниться (рис. 5.2, в).

Таким чином, якщо на основі відомих дев'яти статистичних спостережень скласти прогноз на наступний період за допомогою трьох названих варіантів розвитку процесу (трьох різних функціональних залежностей), то результат буде істотно різнитися (продовження кожної з ліній до точки $t = 10$, значення ординат якої позначено пунктирними лініями (рис. 5.2, г)).

Як можна бачити, коректна оцінка тенденції є критично важливою. Помилка з вибором форми залежності (специфікації моделі) може виявитися руйнівною для прогнозу.

Обґрунтування вибору найбільш оптимальної залежності базується на

гіпотезі, що оцінка тенденції буде тим краща, чим меншими будуть відхилення реальних спостережень від розрахункової функції.

Наприклад, існує два можливих варіанти опису процесу за допомогою прямих ліній (рис. 5.3).

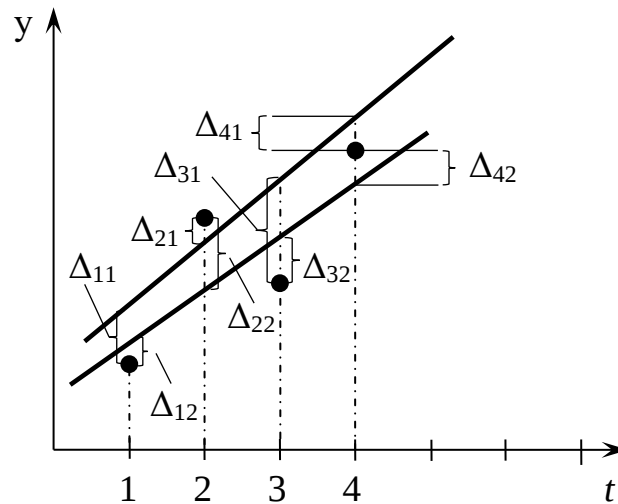


Рисунок 5.3 – Схема оптимізації вибору розрахункової функції

Для вибору оптимального варіанту слід у кількісній формі розрахувати величини різниць між реальними спостереженнями y_i і значеннями відповідної функції-оцінки $\hat{y}_i$:

$$\Delta_i = y_i - \hat{y}_i. \quad (5.22)$$

Чим вони будуть меншими, тим кращою буде оцінка. Ці різниці відображено на рисунку 5.3 фігурними дужками, повернутими вліво, – для однієї лінії та вправо – для другої.

Обчислені різниці між реальними даними та оціночною функцією називаються **залишками**. На перший погляд найпростіший варіант вибору оптимальної функції полягає у сумуванні залишків кожної оціночної функції за всі періоди. Та функція, для якої ця сума була б найменшою, могла б вважатися найкращою. Проте у цьому випадку є один важливий аспект: як видно з рис. 5.3, частина залишків розташована вище своєї оціночної функції, а частина – нижче. Відповідно деякі різниці між реальними даними та функціями є додатними, а деякі – від'ємними. При простому сумуванні їх вплив буде взаємно погашатися, тобто отримати реальну інформацію про якість оцінки таким шляхом важко.

Існують різні виходи з цієї ситуації: можна брати абсолютну величину залишків (їх модулі), і в окремих випадках так і вчиняють. Але практичніше з розрахункової точки зору просто піднести залишки у квадрат. Суми квадратів залишків і є тією мірою, яка найбільш часто використовується для визначення кращої функції. На цьому принципі базується **метод найменших квадратів**, згідно якого кращою оціночною функцією буде та, яка забезпечує мінімальну суму квадратів залишків (див. формулу (5.12)).

Оскільки вибір функції для опису тренду є принциповим моментом, слід пам'ятати, що функція, яку ми вибираємо, повинна змінюватися приблизно так,

щоб описати економічну логіку розвитку досліджуваного процесу. Вона зовсім не обов'язково має проходити максимально близько до усіх даних спостережень, оскільки вони завжди містять у собі окрім тренду нерегулярну, сезонну і циклічну компоненти. Вона має показувати саме стійку тенденцію змін.

3 Побудова прогнозу

Для побудови якісного прогнозу використовується вже відомий метод «прогноз екс-пост»: рівняння тренду обирається на основі даних першої половини динамічного ряду, а прогноз складається для другої половини ряду, що, в кінцевому підсумку, дозволяє порівняти прогнозні і фактичні дані і тим самим оцінити як передбачувальну здатність побудованого рівняння тренду, так і сам прогноз.

Щоб скласти прогноз на наступні періоди, можна обрати два шляхи: побудувати новий часовий тренд за весь період або використати вже наявне рівняння, побудоване на основі початкових даних «передісторії». Перший варіант на відміну від другого включає всю «передісторію» і тим самим повніше відображає тенденції.

Область застосування рівняння часового тренду не обмежується тільки аналізом динаміки і побудови прогнозу на основі рівняння. Часовий тренд використовується одночасно для вдосконалення методики розрахунку ряду статистичних показників, які в свою чергу можуть бути успішно застосовані в прогнозуванні (плануванні), або іншими словами, *опосередковане використання часового тренду для задач управління*.

Як уже зазначалося, суттєвим недоліком показників середнього абсолютного приросту і середнього коефіцієнта зростання (формули (3.4), (3.5) і (3.10)) є залежність їх рівня тільки від крайніх значень динамічного ряду. Цей недолік в значній мірі усувається, якщо у формули підставляються не фактичні значення ряду, а вирівняні за певним рівнянням тренду. В такому випадку середній абсолютний приріст розраховується наступним чином:

$$\Delta \bar{y} = \frac{f(y_n) - f(y_1)}{n - 1}, \quad (5.23)$$

а середній коефіцієнт зростання дорівнює:

$$\bar{K}_{\text{зр}} = \sqrt[n-1]{\frac{f(y_n)}{f(y_1)}}, \quad (5.24)$$

де $f(y_1)$, $f(y_n)$ – значення відповідно першого і останнього рівнів ряду, отриманих в результаті вирівнювання ряду за відібраним рівнянням.

На відміну від фактичних даних на рівень крайніх значень вирівняного ряду впливають проміжні значення, що пояснюється процедурою реалізації системи нормальних рівнянь.

Прикладом застосування середнього коефіцієнту зростання є формування асортименту продукції. В багатомоноклітурних галузях формування структури асортименту – дуже важлива і разом з тим складна задача. На практиці для цієї

мети часто застосовується оцінка питомої ваги кожного виду продукції в загальній сукупності. Однак цей метод має вагомий недолік, оскільки він не враховує тенденції.

За наявності відповідного технічного і програмно-методичного забезпечення доцільно досліджувати тенденцію випуску різних видів продукції за допомогою часового тренду, а потім на основі значень середнього темпу приросту ($\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{K}_{\text{зр}} \cdot 100 - 100$), використавши при цьому вирівняні крайні значення динамічного ряду, слід визначити **коефіцієнт структури**:

$$K_{ij} = \frac{\bar{T}_{\text{пр}}(i)}{\bar{T}_{\text{пр}}(j)}, \quad (5.25)$$

де K_{ij} – коефіцієнт структури i -го елементу по відношенню до j -ї сукупності;
 $\bar{T}_{\text{пр}}(i)$ – середній темп приросту i -го елементу за період, що досліджується;
 $\bar{T}_{\text{пр}}(j)$ – середній темп приросту j -ї сукупності за той же період.

При збереженні відносно стійких тенденцій випуску продукції коефіцієнт структури можна використати для прогнозування структури продукції у натуральному вимірі, застосувавши для цього залежність:

$$\hat{y}_{i(t+p)} = \frac{(T_{\text{пр}}(j) \cdot K_{ij} + 100) \cdot y_{i(t)}}{100}, \quad (5.26)$$

де $\hat{y}_{i(t+p)}$ – очікуваний обсяг виробництва i -го елементу в прогнозованому періоді;

$T_{\text{пр}}(j)$ – темп приросту j -ї сукупності в прогнозованому періоді;

K_{ij} – коефіцієнт структури (співвідношення середніх темпів приросту i -го елементу та j -ї сукупності (формула (5.25));

$y_{i(t)}$ – значення i -го елементу в базисному періоді.

Поняття сукупності i -того елементу не є щось постійне. Якщо, наприклад, уся продукція ділиться на декілька груп, то останні є елементами по відношенню до всієї сукупності. В тому випадку, якщо групи діляться на окремі підгрупи, то останні є елементами, а перші по відношенню до них сукупністю і т.д.

За відсутності технічного і програмно-методичного забезпечення для реалізації на ЕОМ рівнянь тренду значення коефіцієнту структури в крайньому випадку можна визначити на основі застосування середніх темпів приросту, розрахованих за формулою (3.11).

4 Оцінка якості прогнозу. Інтервали довіри

Заключним етапом розробки прогнозу є **верифікація**, що представляє собою процедуру оцінки достовірності, точності чи обґрунтованості прогнозу. Оцінити точність прогнозу можна тільки в двох випадках: після завершення прогнозованого періоду (здійснення події) або з використанням методу «прогноз експост».

Показники, які використовуються для оцінки точності прогнозу, можна

розділити на три групи: абсолютні, порівняльні та якісні.

До абсолютних показників відносяться:

– різниця між фактичними і прогнозними значеннями

$$\hat{\Delta}_{\text{абс}} = y_t - \hat{y}_t; \quad (5.27)$$

– середня помилка прогнозу

$$\bar{\bar{\Delta}}_{\text{абс}} = \frac{\sum |y_t - \hat{y}_t|}{P}, \quad (5.28)$$

де P – горизонт прогнозу;

– відносна помилка прогнозу

$$\hat{\Delta}_{\text{відн}} = \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \cdot 100; \quad (5.29)$$

– середня відносна помилка прогнозу (середня помилка апроксимації)

$$\bar{\bar{\Delta}}_{\text{відн}} = \frac{1}{P} \cdot \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100 \quad (5.30)$$

– середня квадратична абсолютна помилка прогнозу

$$\hat{\sigma}_{\text{абс}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{P}}. \quad (5.31)$$

Порівняльні показники точності прогнозів ґрунтуються на порівнянні помилки даного прогнозу з еталонним прогнозом:

$$K = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2}{\sum (\hat{y}_t^* - y_t)^2}}, \quad (5.32)$$

де $\hat{y}_t^*$ – прогнозоване значення еталонного прогнозу.

До порівняльних показників можна також віднести:

– коефіцієнт невідповідності Г. Тейла:

$$u = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2}{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}}; \quad (5.33)$$

– коефіцієнт кореляції між прогнозованими та фактичними значеннями показників:

$$R = \frac{\frac{1}{P} \cdot \sum (\hat{y}_t - \bar{\bar{y}}_t) \cdot (y_t - \bar{y}_t)}{\sqrt{\frac{1}{P} \cdot \sum (\hat{y}_t - \bar{\bar{y}}_t)^2 \cdot \frac{1}{P} \cdot \sum (y_t - \bar{y}_t)^2}}. \quad (5.34)$$

Вибір показників оцінки точності прогнозу залежить від об'єкта прогнозування і тих задач, які ставить перед собою дослідник у відношенні точності

прогнозу.

Отримані на основі обраного рівняння прогнознi значення відображають точкову оцінку. Збіг точкового прогнозу з фактичними даними мало ймовірний. Тому в прогнозуванні використовуються інтервальні значення прогнозу у вигляді «вилки» – максимальна і мінімальна величина.

В загальному розумінні **довірчий інтервал** – це метод оцінки, що дозволяє обмежити пару або кілька пар значень, в межах яких буде знайдено бажану точкову оцінку (з певною ймовірністю). Іншими словами, довірчий інтервал дозволяє обчислити два значення навколо середнього значення вибірки (одне верхнє та одне нижнє), що обмежуватимуть діапазон, в якому з певною ймовірністю буде знаходитись параметр сукупності.

Інтервали довіри прогнозу можуть бути записані наступним чином:

$$\hat{y}_{n+P} \pm t_T \cdot \sigma_P, \quad (5.35)$$

де n – довжина часового ряду;

P – величина прогнозного горизонту (наприклад, для п'яти років P , відповідно, набуває значення 1; 2; 3; 4; 5);

$\hat{y}_{n+P}$ – точковий прогноз на момент $n + P$;

t_T – значення t -критерію Стюдента (табличне) з $(n - 1)$ ступенями свободи;

σ_P – середня квадратична помилка ряду:

$$\sigma_P = \sigma_y \cdot \sqrt{\frac{(n+1)}{n} + \frac{3 \cdot (n+2 \cdot P - 1)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}}; \quad (5.36)$$

σ_y – дисперсія відхилень фактичних спостережень від розрахункових:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{f}}, \quad (5.37)$$

де y_t і $\hat{y}_t$ – відповідно фактичне і розрахункове значення рівнів ряду;

f – число ступенів свободи, яке визначається в залежності від числа спостережень ряду (n) і числа параметрів тренду, що оцінюються (для прямої лінії $f = n - 2$).

Наявність мінімального і максимального значення прогнозованого показника дозволяє, по суті, розробити альтернативні варіанти стратегії дій підприємства з урахуванням можливих ситуацій на ринку.

Тема 6. Адаптивні методи прогнозування. Прогнозування методом експоненційного згладжування

1. Адаптивні методи прогнозування.
2. Загальна характеристика методу експоненційного згладжування.
3. Алгоритм прогнозування методом експоненційного згладжування.

1 Адаптивні методи прогнозування

Методи простої екстраполяції динамічних рядів і методи, що використовують рівняння часового тренду, базуються на припущенні зберігання тенденцій, що склалися в «передісторії» (ретроспектива), і в прогнозованому періоді. Якби середні коефіцієнти зростання і параметри рівняння тренду залишалися незмінними для різних відрізків часу, взятих з одного і того ж періоду, то названі методи прогнозування через нескладність їх використання були б бездоганні.

Однак, як показує досвід, значення параметрів рівняння визначаються кількістю періодів «передісторії». І якщо динаміка деяких показників може демонструвати більш-менш стабільне зростання чи падіння, то для більшості економічних процесів характерні як стабільні, так і стрибкоподібні зміни, що істотним чином відбивається на величині параметрів рівняння, розрахованих для різних періодів, а отже і на результатах прогнозу. Крім того, при використанні в прогнозуванні рівняння тренду всі рівні ряду в однаковій мірі впливають на параметри рівняння і, таким чином, в однаковій мірі визначають і рівень прогнозованих показників.

Вказані недоліки привели до необхідності вдосконалення методів прогнозування, що базуються на використанні одного часового ряду, в результаті чого були розроблені так звані *адаптивні методи прогнозування*. Сутність цих методів полягає в тому, що здійснюється постійна адаптація результатів прогнозів до нової інформації, тобто прогнози стають більш чутливі до нових даних. Це, природно, значною мірою збільшує точність прогнозів.

Розглянемо цей підхід на прикладі. Нехай на основі динамічного ряду з трьох статистичних даних розрахований лінійний тренд (рис. 6.1). За його допомогою побудовано прогноз на наступний четвертий період. Прогнозне значення знаходиться на продовженні лінії тренду на один період вперед до $t = 4$. Коли четвертий період проміне, стане відомо, як саме реалізувався процес насправді. З надходженням реальних даних за цей період можна буде з'ясувати, наскільки зроблений прогноз виправдався. Різниця між реальним значенням y_4 спостереження і прогнозом $\hat{y}_4$ складе похибку Δ_4 .

Наявність реального значення похибки дає можливість скоригувати модель, за якою буде розраховуватися прогноз на період $t = 5$ (тоді, можливо, прогноз $\hat{y}_5$ буде більш точним). Найпростішим видається варіант коригування на величину всієї похибки, але, оскільки реальні спостереження завжди містять певну випадкову компоненту, логічно «виправити» тренд не на усю величину похибки Δ_4 , а на деяку її частину (як правило, вона позначається α), наприклад, на її половину ($\alpha = 0,5$). Тоді адаптований до змін тренд пройде за іншою

(відхиленою) лінією. Формально це проявиться у зміні коефіцієнтів рівняння лінії, що описувала тренд.

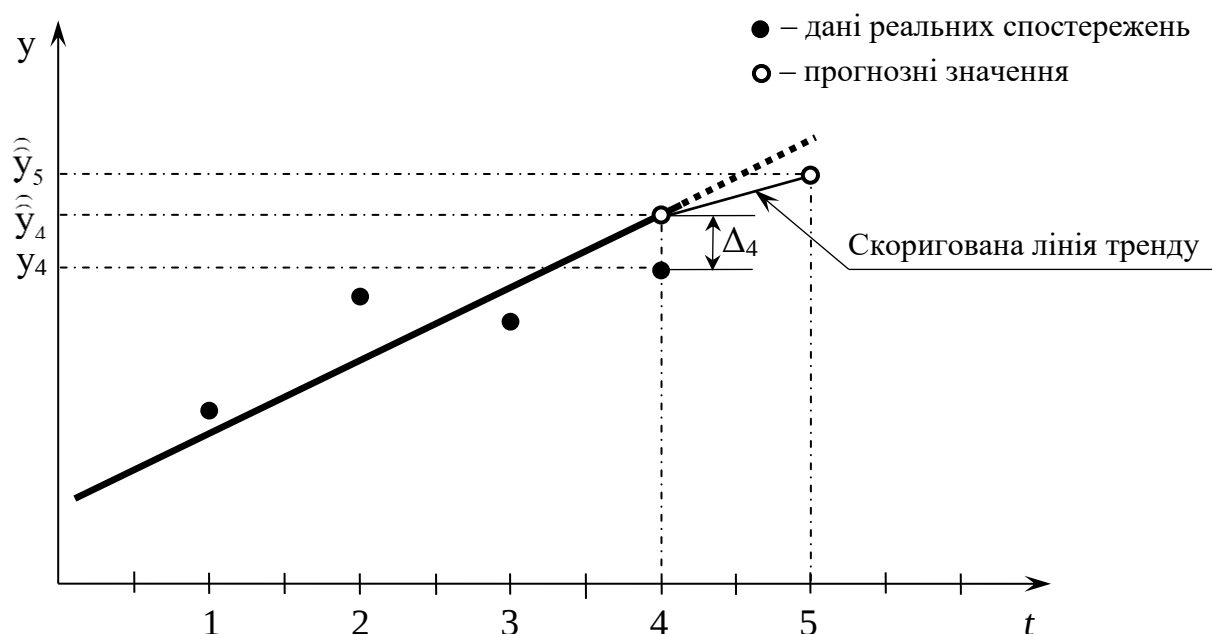


Рисунок 6.1 – Схема адаптації прогнозів до реальних даних

Таким чином, тренд постійно адаптується до реальних даних. Він більше не показує середньоочікувану поведінку процесу, а навпаки, максимально близько проходить до вихідних даних, змінюючи свої коефіцієнти з кожною новою інформацією, що надходить. Цим значно підвищується ефективність прогнозування. Величина α регулює частку нової інформації, яка не була врахована трендом при його побудові на попередніх етапах, але буде врахована при побудові прогнозу на наступний період. В залежності від значення α тренд оновлюватиметься швидше або повільніше, тому α іноді називають **параметром адаптації**, але частіше – **константою згладжування**.

Слід також зазначити, що адаптивні методи прогнозування передбачають різну цінність рівнів динамічного ряду, що є основою для побудови прогнозу. По мірі віддалення від кінця динамічного ряду його рівні чинять все менший вплив на результати прогнозу, звідси останні головним чином залежать від рівнів ряду, які ближче всього знаходяться до початку прогнозного періоду, тобто більш пізні і віддалені у часі спостереження.

Перевага адаптивних методів прогнозування полягає не лише в ясності та простоті математичного формулювання, але і в тому, що неоднорідність часових рядів та їх зв'язків знаходить віддзеркалення в адаптивній еволюції параметрів або структури моделей. Основним *недоліком* є їх ефективність лише при обробці рядів з помірними змінами в часі. Тому вони виявляються неефективними при довгостроковому прогнозуванні.

При побудові конкретних моделей необхідно враховувати найбільш ймовірні закономірності розвитку реального процесу. Дослідник повинен закладати в модель ті адаптивні властивості, яких достатньо для стеження за реальним процесом із заданою точністю.

2 Загальна характеристика методу експоненційного згладжування

Одним з методів адаптивного прогнозування є метод експоненційного згладжування.

Експоненційне згладжування – це метод математичного перетворення, який застосовується при прогнозуванні часових рядів. Свою назву він отримав через те, що при кожній наступній ітерації враховуються всі попередні значення ряду, але ступінь врахування зменшується за експоненційним законом.

Сутність цього методу полягає в тому, що кожен елемент (рівень) часового ряду згладжується за допомогою зваженої плинної середньої, причому вага її зменшується по мірі віддалення від кінця ряду за експонентою.

Мета використання методу – зменшити коливання та мати можливість спостерігати тенденцію, яка часом незрозуміла неозброєним оком.

Метод простий у використанні і може бути успішно застосований у банківській сфері, виробничих компаніях, оптовій торгівлі та інших організаціях. Особлива ефективність методу досягається за наявності комп'ютерного забезпечення, оскільки воно дозволяє значно пришвидшити розрахунки.

Суть методу можна описати формулою:

Новий прогноз = α поточне спостереження + $(1 - \alpha)$ старий прогноз

або
$$\hat{y}_{t+1} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_t, \quad (6.1)$$

де $\hat{y}_{t+1}$ – нове згладжене значення, або прогнозна величина на наступний період;

α – константа згладжування ($0 < \alpha < 1$);

y_t – реальна величина спостереження досліджуваного процесу в період t ;

$\hat{y}_t$ – старе згладжене значення прогнозу на період t .

Метод експоненційного згладжування був запропонований Р.Г. Брауном. Він дає найбільш точне наближення до початкового динамічного ряду. Виведена Брауном рекурентна формула¹ для визначення експоненційної середньої має такий вигляд:

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[k-1]}(y) + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[k]}(y), \quad (6.2)$$

де $S_t^{[k]}(y)$ – експоненційна середня k -го порядку в точці t .

Виходячи з рекурентної формули (6.2) для всіх показників динамічного ряду, починаючи з другого елемента «передісторії», отримують формули експоненційних середніх:

¹ Рекурентна формула – формула вигляду $a_n = f(n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_{n-p})$, що виражає кожен член послідовності a_n через p попередніх членів та номер члена послідовності n

$$\begin{aligned}
S_t^{[1]}(y) &= \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[1]}(y), \\
S_t^{[2]}(y) &= \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[2]}(y), \\
&\dots\dots\dots \\
S_t^{[k]}(y) &= \alpha \cdot S_t^{[k-1]}(y) + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[k]}(y), \\
(t = 2 \div k).
\end{aligned}
\tag{6.3}$$

3 Алгоритм прогнозування методом експоненційного згладжування

Розрахункові формули, що застосовуються в рамках даного методу прогнозування, розглянемо для двох випадків: часовий тренд описується лінійним рівнянням; часовий тренд описується квадратичним рівнянням.

Якщо часовий тренд описується лінійним рівнянням

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot t, \tag{6.4}$$

експоненційні середні розраховуються за формулами:

$$\begin{aligned}
S_t^{[1]}(y) &= \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[1]}(y), \\
S_t^{[2]}(y) &= \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}^{[2]}(y).
\end{aligned}
\tag{6.5}$$

Оскільки згідно з формулами (6.5) неможливо розрахувати $S_{t-1}^{[1]}$ і $S_{t-1}^{[2]}$ при $t = 1$, то для першого елемента, тобто $t = 1$, визначаються *початкові умови* за формулами:

$$\begin{aligned}
S_1^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot a_1, \\
S_1^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2 \cdot (1 - \alpha)}{\alpha} \cdot a_1.
\end{aligned}
\tag{6.6}$$

У формулах (6.6) a_0 і a_1 відповідають коефіцієнтам рівняння часового тренду, що був одержаний методом найменших квадратів.

Щоб виразити коефіцієнти рівнянь тренду (6.4) через експоненційні середні, використовується система рівнянь, що пов'язує оцінки коефіцієнтів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$ з названими експоненційними середніми:

$$\begin{cases} S_t^{[1]}(y) = \hat{a}_0 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \hat{a}_1, \\ S_t^{[2]}(y) = \hat{a}_0 - \frac{2 \cdot (1 - \alpha)}{\alpha} \cdot \hat{a}_1. \end{cases}
\tag{6.7}$$

Реалізувавши систему рівнянь відносно $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$, отримаємо:

$$\begin{aligned}
\hat{a}_0 &= 2 \cdot S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y), \\
\hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)].
\end{aligned}
\tag{6.8}$$

Прогноз розраховується за формулою:

$$\hat{y}_{t+P} = \hat{a}_0 + P \cdot \hat{a}_1. \quad (6.9)$$

де P – величина горизонту прогнозу.

Помилка прогнозу обчислюється за такою формулою:

$$\sigma_{\hat{y}_{t+P}} = \sigma_{\varepsilon_t} \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{(2-\alpha)^2} (1 + 4 \cdot (1-\alpha) + 2 \cdot (1-\alpha)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot (4-3 \cdot \alpha) \cdot P + 2 \cdot \alpha^2 \cdot P^3)}. \quad (6.10)$$

$$\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{\frac{\sum (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^2}{k-1}}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\sum |\varepsilon_t|}{k-1}; \quad \varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t,$$

де σ_{ε_t} – середньоквадратична похибка апроксимації вихідного ряду.

Якщо часовий тренд описується квадратичним рівнянням

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2, \quad (6.11)$$

експоненційні середні визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}^{[1]}(y), \\ S_t^{[2]}(y) &= \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}^{[2]}(y), \\ S_t^{[3]}(y) &= \alpha \cdot S_t^{[2]}(y) + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}^{[3]}(y). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Початкові умови розраховуються за формулами:

$$\begin{aligned} S_1^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot a_1 + \frac{(1-\alpha) \cdot (2-\alpha)}{2 \cdot \alpha^2} \cdot a_2, \\ S_1^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2 \cdot (1-\alpha)}{\alpha} \cdot a_1 + \frac{(1-\alpha) \cdot (3-2 \cdot \alpha)}{\alpha^2} \cdot a_2, \\ S_1^{[3]}(y) &= a_0 - \frac{3 \cdot (1-\alpha)}{\alpha} \cdot a_1 + \frac{3 \cdot (1-\alpha) \cdot (4-3 \cdot \alpha)}{2 \cdot \alpha^2} \cdot a_2. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Як і для лінійного рівняння, коефіцієнти a_0 , a_1 і a_2 відповідають параметрам рівняння (6.11) і визначаються за допомогою методу найменших квадратів.

Для зв'язку коефіцієнтів $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ з експоненційними середніми використовується система рівнянь:

$$\begin{cases} S_t^{[1]}(y) = \hat{a}_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha) \cdot (2-\alpha)}{2 \cdot \alpha^2} \cdot \hat{a}_2, \\ S_t^{[2]}(y) = \hat{a}_0 - \frac{2 \cdot (1-\alpha)}{\alpha} \cdot \hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha) \cdot (3-2 \cdot \alpha)}{\alpha^2} \cdot \hat{a}_2, \\ S_t^{[3]}(y) = \hat{a}_0 - \frac{3 \cdot (1-\alpha)}{\alpha} \cdot \hat{a}_1 + \frac{3 \cdot (1-\alpha) \cdot (4-3 \cdot \alpha)}{2 \cdot \alpha^2} \cdot \hat{a}_2. \end{cases} \quad (6.14)$$

Розв'язавши систему рівнянь (6.14) відносно $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$, одержимо:

$$\begin{aligned}\hat{a}_0 &= 3 \cdot [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)] + S_t^{[3]}(y), \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{2 \cdot (1-\alpha)^2} \cdot [(6-5 \cdot \alpha) \cdot S_t^{[1]}(y) - 2 \cdot (5-4 \cdot \alpha) \cdot S_t^{[2]}(y) + (4-3 \cdot \alpha) \cdot S_t^{[3]}(y)], \\ \hat{a}_2 &= \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} \cdot [S_t^{[1]}(y) - 2 \cdot S_t^{[2]}(y) + S_t^{[3]}(y)].\end{aligned}\quad (6.15)$$

Прогноз розраховується за формулою:

$$\hat{y}_{t+p} = \hat{a}_0 + P \cdot \hat{a}_1 + \frac{1}{2} \cdot P^2 \cdot \hat{a}_2. \quad (6.16)$$

Помилка прогнозу визначається таким чином:

$$\sigma_{\hat{y}_{t+p}} = \sigma_{\varepsilon_t} \cdot \sqrt{2 \cdot \alpha + 3 \cdot \alpha^3 + 3 \cdot \alpha^2 \cdot P}. \quad (6.17)$$

Важливу роль у методі експоненційного згладжування відіграє *вибір оптимального параметра згладжування α* , який визначає оцінку коефіцієнтів моделі та результати прогнозу. Залежно від величини параметра α прогнозні оцінки по-різному враховують вплив вихідного ряду спостережень: чим більше α , тим більше внесок останніх спостережень у формування трендової складової, а вплив початкових умов швидко зменшується. При малому α прогнозні оцінки враховують усі спостереження, при цьому зменшення впливу застарілої інформації відбувається повільно.

Точного методу для вибору величини α на даний момент не відомо. Автор методу експоненційного згладжування англійський вчений Р.Г. Браун рекомендує таку формулу для розрахунку α :

$$\alpha = \frac{2}{m+1}, \quad (6.18)$$

де m – число рівнів, що входять в інтервал прогнозування.

Для прогнозу на п'ять років $\alpha = \frac{2}{5+1} = 0,33$. Це число у більшості випадків округлюється до 0,35.

Тема 7. Моделювання як метод прогнозування

1. Поняття і сутність моделювання як інструментарію прогнозування.
2. Кореляційне моделювання.
3. Процес побудови економіко-статистичних моделей.
 - 3.1. Постановка проблеми, її теоретичне і логічне формулювання.
 - 3.2. Відбір системи показників моделі – результативного і факторних.
 - 3.3. Вибір і обґрунтування форми зв'язку.
 - 3.4. Розрахунок параметрів і характеристик моделі.
 - 3.5. Оцінка статистичної надійності моделі.
 - 3.6. Методи надання моделям статистичної надійності.
 - 3.7. Економічний аналіз та прогнозування на основі застосування економіко-статистичних моделей.

1 Поняття і сутність моделювання як інструментарію прогнозування

Моделювання – це наукова теорія побудови і реалізації моделей, за допомогою яких досліджуються явища і процеси в природі і суспільному житті.

Досліджуючи будь-яке явище (процес, об'єкт), ми будуємо у свідомості їх моделі. Ось чому по суті кожна наукова робота – це в основній частині моделювання: створення моделей в лабораторних установках, створення графічних моделей у вигляді схем і креслень, побудова математичних моделей.

Модель – це умовне зображення об'єкта, що відбиває його найістотніші характеристики, які необхідні для проведення дослідження.

Економічна модель відображає взаємозв'язок окремих параметрів явищ і процесів економічного життя.

Будь-яка модель виконує в першу чергу *прогностичну функцію*, без якої побудова її була б недоцільною для теорії і тим більше для практичного використання.

В економічному прогнозуванні модель замінює неіснуючий процес (явище, об'єкт) і тому стає єдиним інструментом перевірки гіпотези про майбутній розвиток. Побудована на інформації минулого і сучасного, модель дозволяє теоретично відображати майбутнє.

Економічне моделювання тісно пов'язано з математикою. По суті застосування математичних методів в економіці зводиться до побудови економіко-математичних моделей. Задача побудови економічних моделей є не що інше, як переклад з «мови економіки» на «мову математики».

Економіко-математична модель – це не дзеркальне відображення реальної дійсності. Модель повинна відображати лише найбільш істотні, найбільш характерні риси, основні властивості, відношення реального життя.

Найважливіша вимога до економіко-математичної моделі полягає в її можливості адекватного відображення економічних процесів. Разом з тим надмірне бажання посилити адекватність моделі призводить до її ускладнення, що часом не дозволяє реалізувати її сучасними програмно-методичними і технічними засобами. Тому потрібен *компроміс* між складністю моделі і можливістю її реалізації для практичного застосування. Значення моделі у вивченні навколишнього

світу полягає в тому, що вона повинна бути проміжною ланкою між теорією і дійсністю, схематично спрощуючи останню.

Побудова економіко-математичних моделей – складний процес. Він потребує від дослідника глибоких знань економічної теорії, предмета дослідження, математичного інструментарію. Досвід показує, що високий рівень економіко-математичного моделювання під силу лише економістам, які вміло володіють математичним апаратом.

Отже, економіко-математична модель має пізнавальну і практичну цінність, якщо вона відповідає певним *вимогам*:

- опирається на основні положення економічної теорії;
- адекватно відображає реальну економічну дійсність;
- враховує найбільш важливі фактори, які визначають рівень досліджуваних показників;
- відповідає встановленим критеріям;
- дозволяє отримати такі знання, які до її реалізації були невідомими;
- бути достатньо абстрактною, щоб допустити варіювання великим числом змінних, але не настільки, щоб виникли сумніви в її надійності і практичній корисності отриманих результатів;
- задовольняти умовам, які обмежують строк розв'язування задачі;
- дозволяє реалізувати її існуючими засобами.

За характером взаємозв'язку прогнозованого (або аналізованого) показника з факторними ознаками усю різноманітність економіко-математичних моделей можна поділити на дві групи: детерміновані і стохастичні.

До **детермінованих** відносять ті моделі, результат реалізації яких повністю і однозначно визначений набором заданих параметрів. Ці моделі ґрунтуються на застосуванні лінійної алгебри і являють собою систему рівнянь, які спільно розв'язуються з орієнтацією на заданий оптимум.

Стохастичні моделі описуються ймовірними (стохастичними) залежностями (див. п. 1 теми 5). Стохастичні моделі ґрунтуються лише на законах теорії ймовірності. При побудові цих моделей досліджуваний процес умовно розглядається як детермінований, але в модель вводять елементи оцінки ймовірності отримання певного результату.

До стохастичних моделей відносять в першу чергу моделі, які базуються на принципі вирівнювання статистичних рядів. Це так звані **факторні моделі**, де рівень результативної ознаки (функції) визначається впливом факторних ознак (аргументів). Факторні моделі можуть включати різну кількість змінних величин і відповідних їм параметрів.

Найпростішими видами факторних моделей є однофакторні. В цьому випадку аналіз і прогноз досліджуваного показника здійснюється в залежності від однієї факторної ознаки. Різновидом однофакторної моделі є часовий тренд.

На відміну від однофакторної моделі **багатофакторна модель** дозволяє одночасно враховувати вплив двох або більше факторів на рівень і динаміку аналізованого (прогнозованого) показника.

За масштабом дослідження розрізняють **макро-** і **мікроекономічні моделі**. Перші орієнтовані на прогнозування макроекономічних показників (валовий

національний дохід, інфляція, безробіття та ін.), другі – на мікроекономічні показники (попит і пропозиція, ціни на окремі види товарів, витрати виробництва, прибуток та ін.).

На відміну від точних наук, в економіці, як правило, не існує суворих функціональних залежностей. На рівень економічних показників впливає багато факторів, як закономірних, так і випадкових, причому деякі з них не можуть бути виражені кількісно, а про інші неможливо отримати інформацію. Тому метод моделювання, який використовується для прогнозування економічних показників, базується головним чином на стохастичних моделях, які реалізуються на основі статистичної інформації. Моделі такого виду носять назву **економіко-статистичних**.

2 Кореляційне моделювання

Однією з форм економіко-статистичного моделювання є **кореляційне моделювання**. Суть його полягає в тому, щоб знайти математичний вираз (формулу), який відображає зв'язок досліджуваного показника і факторів, що його визначають, тобто реалізувати залежність:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (7.1)$$

Історично кореляційне моделювання було першим інструментарієм моделювання економічних процесів.

Кореляційна модель реалізується за допомогою методів кореляції та регресії (кореляційний та регресійний аналіз).

Кореляційний та регресійний аналіз тісно пов'язані між собою. При виконанні передумов кореляційного аналізу одночасно виконуються і передумови регресійного аналізу. Але проведення регресійного аналізу не пред'являє таких жорстких вимог, як проведення кореляційного аналізу. Регресійний аналіз припустимий, якщо навіть початкова інформація не відповідає нормальному закону розподілу, що характерно для техніко-економічних величин. Кореляційний же аналіз оперує з нормальним розподілом випадкових величин. В якості залежної змінної в регресійному аналізі використовується випадкова змінна, в якості незалежної – невідповідна змінна (змінні).

В економічних дослідженнях використовуються можливості обох напрямків аналізу, і тому метод у цілому отримав назву **кореляційно-регресійний аналіз**.

Кореляційну модель прийнято називати **рівнянням регресії**, внаслідок чого **економетричною моделлю** називають систему регресійних рівнянь і тотожностей.

Весь процес прогнозування на основі економетричних моделей охоплює ряд етапів:

1. Постановка проблеми, її теоретичне і логічне формулювання.
2. Аналіз об'єкта прогнозування.
3. Вибір прогнозованого показника і відбір факторів, які визначають його рівень.
4. Побудова моделі, що відповідає вимогам логічної і статистичної адекватності.
5. Збір початкових даних і заповнення абстрактної економічної моделі

(системи рівнянь) необхідними емпіричними (статистичними) даними.

6. Реалізація моделі по завчасно розробленому алгоритму і початковій інформації.

7. Оцінка якості і надійності параметрів моделі і власне самої моделі.

8. Проведення ретроспективного аналізу на основі інформації «передісторії».

9. Побудова прогнозу на основі відібраної моделі.

10. Оцінка якості і достовірності прогнозу.

11. Складання пояснювальної записки на основі прогнозу і прийняття по його результатах управлінських рішень.

У загальному весь процес використання економіко-статистичних моделей, як інструментарію прогнозування, можна поділити на дві частини:

- побудова прогностичної моделі, яка відповідає необхідним умовам;
- складання прогнозу на основі використання побудованої моделі.

Застосування економіко-статистичних методів в економічних дослідженнях пов'язано з рішенням цілого ряду складних теоретико-методологічних проблем. І хоча цей метод найбільш ефективний, він найскладніший в прогнозуванні.

3 Процес побудови економіко-статистичних моделей

Процес побудови прогностичної моделі включає ряд етапів, послідовність яких представлена на рис. 7.1.

3.1 Постановка проблеми, її теоретичне і логічне формулювання

Рішенню будь-якої проблеми неодмінно передують точно визначена постановка задачі та її формулювання. В постановці задачі повинні міститися:

- мета і призначення дослідження;
- строки проведення досліджень;
- замовники результатів дослідження;
- відповідальні за проведення досліджень.

Коректно, точно сформульована постановка, врахування можливостей реалізації поставленої мети (організаційне, технічне, методичне, математичне, програмне забезпечення, наявність підготовлених кадрів) – усе це сприяє вирішенню поставлених задач.

Складність вирішення поставленої проблеми залежить в першу чергу від масштабності прогнозування (макро- і мікрорівень) та особливості об'єкта прогнозування. Звідси і важливість ретельного аналізу об'єкта прогнозування, який по суті визначає розробку прогностичної моделі і вибір методів її реалізації.

Аналіз об'єктів прогнозування починається вже на стадії передпрогнозних досліджень, коли визначаються цілі та задачі прогнозування. Далі аналіз поглиблюється, стає більш конкретним і детальнішим. Тільки детальний і поглиблений аналіз дозволяє розробити прогностичну модель і вибрати відповідні методи прогнозування. Аналіз об'єкта проводиться на всіх етапах побудови і реалізації прогностичної моделі, забезпечуючи при цьому необхідну інформацію для уточнення, корегування моделі, хоча роль його на різних етапах неоднакова.

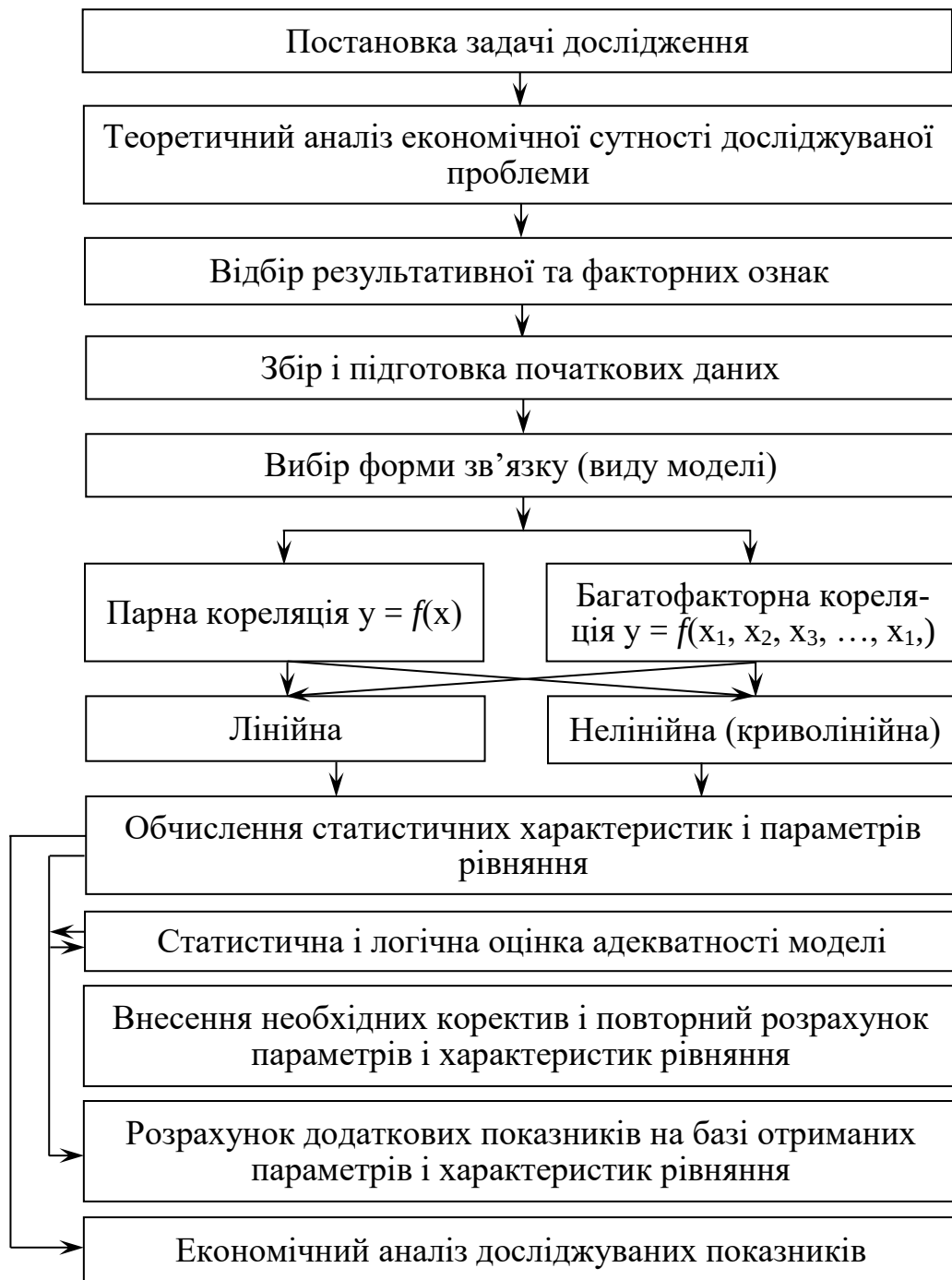


Рисунок 7.1 – Етапи побудови прогностичної моделі

Якщо процес прогнозування неперервний, то аналіз об'єкта прогнозування також неперервно супроводжує усі етапи розробки прогнозів, здійснюючи прямий і зворотний зв'язок між реальним об'єктом і його прогностичною моделлю.

Опираючись на економічну теорію, дослідник встановлює, які фактори визначають зміни прогнозованого показника і які напрямки їх дій.

Дуже важливо в цьому зв'язку встановити смислове значення знаків при змінних. Між економічними показниками існують певні взаємозв'язки, які впливають з їх змісту, внутрішньої природи. Наприклад, між продуктивністю праці і собівартістю за інших рівних умов, існує зворотний зв'язок. Тому в рівнянні знак перед фактором продуктивності праці повинен бути від'ємним. Навпаки, в моделі випуску продукції знаки перед факторами виробництва мають бути додатними. В протилежному випадку можна прийти до абсурдних висновків.

Тому, як це неодноразово зазначалося раніше, моделювання повинно спиратися на глибокі фундаментальні знання економічної теорії і об'єкта прогнозування. Ніякі математичні хитрощі не допоможуть отримати об'єктивні знання про реальні процеси. За висловленням Гекслі, «математика, подібно жорнам, перемелює те, що під них засипають, і як, засипаючи лободу, ви не отримаєте пшеничного борошна, так, списуючи цілі сторінки формулами, ви не отримаєте істини з неправдивих передумов».

3.2 Відбір системи показників моделі – результативного і факторних

Найважливішим етапом побудови прогностичної моделі є науково-обґрунтований відбір аналізованого (прогнозованого) показника і системи факторів. Склад факторів визначає логічну структуру економіко-статистичної моделі. Відбір системи показників, які включені до прогнозованої моделі, має базуватися, як це зазначалося у п. 3.1, на ретельному якісному аналізі змісту досліджуваного явища (процесу, об'єкта), рушійних сил його розвитку, характеру найважливіших причинно-наслідкових взаємозв'язків, природи формування останніх.

В якості *прогнозованого* рекомендується брати показник, який у значній мірі відображає прогнозоване явище. В якості *факторних ознак* слід обирати показники, які визначають сутність, зміст, рівень прогнозованих явищ.

Рівень більшості економічних показників визначається впливом значного числа різноманітних факторів. Дослідник рідко може назвати усі фактори, які в тій або іншій мірі впливають на прогнозований показник, але якщо він навіть знає достатньо багато факторів, включення їх в модель або неможливе, або небажане: одні невимірні, по інших неможливо отримати інформацію, треті – завчасно відомо, що слабо впливають на прогнозований показник. Нарешті, включення значного числа факторів робить модель надто великою і незручною у використанні. До того ж, як показує досвід, надмірне розширення складу факторів не завжди покращує кількісні характеристики моделі.

В модель слід включити переважно основні, найбільш значущі фактори, які визначені на основі теорії або наукових гіпотез. Щоб виключити суб'єктивну оцінку ролі окремих факторів, застосовується двостадійний відбір. На першій стадії в модель включаються усі передбачені фактори; на другій – шляхом кількісного і якісного аналізу відсіюються несуттєві.

До включених у модель факторів пред'являються певні *умови*:

– *по-перше*, фактори, що входять до складу моделі, повинні знаходитися в причинно-наслідкових зв'язках з досліджуваним показником. Такі зв'язки встановлюються на основі внутрішньої логіки досліджуваного процесу, обґрунтованої економічною теорією, в протилежному випадку виникає так звана «фальшива кореляція».

Якщо йдеться про малодосліджену галузь науки чи практики, і загальноприйнятих теорій про природу взаємозв'язків немає, то дослідження можуть спиратися на висунуті робочі гіпотези, логічно обґрунтовані, але фактично не підтверджені. Реалізація моделей на емпіричних даних дозволяє підтвердити або навпаки, спростувати висунуту гіпотезу. Відсутність теоретичних даних не має перешкоджати вивченню причинно-наслідкових взаємозв'язків у малодосліджених галузях;

– *по-друге*, всі включені в модель фактори повинні бути кількісно вимірювані, оскільки процедура реалізації моделей передбачає дії тільки з кількісними ознаками. Змінні можуть бути виражені у різних одиницях виміру: натуральних, вартісних, трудових, абсолютних та відносних;

– *по-третє*, включені в модель фактори не повинні знаходитися між собою у тісному взаємозв'язку. Такий взаємозв'язок називається **мультиколінеарним**.

Наявність мультиколінеарності перешкоджає встановленню дійсного впливу кожного фактора на прогнозований показник. У такому випадку система нормальних рівнянь стає виродженою і отримані результати не можна вважати надійними.

Для визначення мультиколінеарності розраховується система парних коефіцієнтів кореляції, які відображають тісноту зв'язку пар факторів, що входять у модель. З практичною метою рекомендується вважати зв'язок мультиколінеарним, якщо коефіцієнт парної кореляції між двома факторами за абсолютною величиною дорівнює або більше 0,8.

Оскільки вказана межа визначена довільно і нічим не обґрунтована, існують спроби певним чином її обґрунтувати. Зокрема, рекомендується вважати мультиколінеарність відсутньою, якщо виконуються наступні умови:

$$\begin{aligned} r_{oi} &> r_{ij}, \\ r_{oj} &> r_{ij}. \end{aligned} \tag{7.2}$$

де o – індекс досліджуваного показника;

i, j – індекси факторів;

– *по-четверте*, не допускається включення в модель факторів, якщо один з них є частиною другого.

Наприклад, якщо досліджується залежність продуктивності праці від озброєності праці, то в модель неприпустимо одночасно включати показники фондоозброєності і механоозброєності. В такій же мірі не можна одночасно включати в модель як самостійні фактори вартість усіх основних засобів і вартість промислово-виробничих основних засобів;

– *по-п'яте*, в модель не можна включати фактори, які у певному сполученні функціонально взаємопов'язані з досліджуваними показниками.

Враховуючи, що добуток кількості працюючих і продуктивності праці є не що інше, як обсяг продукції, вказані фактори не можуть бути одночасно включені у модель, яка досліджує випуск продукції;

– *по-шосте*, кожний фактор може бути включений у модель тільки однією ознакою: натуральною або вартісною, абсолютною або відносною. При недотриманні цих умов моделі, а точніше їх параметри, не мають економічної інтерпретації;

– *по-сьоме*, слід завжди прагнути використовувати в моделі мінімальну, але достатню кількість факторів (*принцип простоти*). Проте неприпустима й інша крайність – довести кількість факторів до такого ступеня, що модель перестає відображати основні властивості модельованої системи (процесу, явища, об'єкта);

– *по-восьме*, в модель слід включати за можливості «первинні фактори», тобто абсолютні величини, які не пройшли додаткової обробки. Фактори, що включені в модель, повинні мати економічну суть і придатний для практичних розрахунків зміст;

– нарешті, *по-дев'яте*, доступність і достовірність даних. Немає сенсу

відбирати для аналізу і прогнозування фактори, про які не можна отримати достовірні дані.

3.3 Вибір і обґрунтування форми зв'язку

Встановлення математичної форми зв'язку, тобто вибір і обґрунтування виду рівняння – найбільш відповідальний і складний етап процесу моделювання. Він полягає в знаходженні конкретного аналітичного виразу, який відображає взаємозв'язок досліджуваного показника і факторів, відібраних на попередньому етапі моделювання. Математично задача зводиться до побудови кореляційної моделі, тобто алгебраїчного рівняння, яке графічно може бути зображено у вигляді прямої чи то якогось типу кривої (парна кореляція) або багатомірного простору (множинна кореляція).

Із багатьох алгебраїчних рівнянь необхідно вибрати таку модель, яка відповідала би певним умовам:

по-перше, як уже відмічалось, модель має будуватися на базі економічної теорії і відображати об'єктивні закономірності та особливості досліджуваних процесів;

по-друге, за своїм змістом модель повинна в істинному вигляді відображати структуру досліджуваного процесу, кожна змінна повинна мати певний економічний зміст;

по-третьє, в модель мають входити лише ті величини, які можна виміряти;

по-четверте, система рівнянь, що формує модель, повинна задовольняти певним математичним вимогам (повнота, однорідність розмірності і т.д.);

по-п'яте, бажано, щоб модель була порівняно простою для реалізації і зручною для розрахунку ряду додаткових параметрів, які мають чітко окреслений економічний зміст, і інтерпретація яких значно підвищує аналітичні можливості кореляційних моделей.

Встановлення форми зв'язку для економіко-статистичних моделей, в першу чергу багатофакторних, значно складніше у порівнянні з рівнянням тренду. Це пов'язано з тим, що багатофакторні моделі характеризуються складними взаємозв'язками і взаємозалежностями окремих показників, які входять у модель. Тому при встановленні форми зв'язку найбільш точно і достовірно її характер відображає не підібрані за певними кількісними критеріями моделі, а апробовані на реальній економічній основі моделі.

При виборі алгебраїчної форми моделі потрібно врахувати усе, що відомо про логічні основи процесу (явища, об'єкта), використовувати накопичений досвід раніше реалізованих моделей, які описують аналогічні досліджувані процеси. Разом з тим не можна дотримуватися одного виду рівняння, оскільки будь-який зв'язок може бути описаний декількома видами рівнянь (останнє стосується головним чином парних моделей).

При підборі виду моделі необхідно, аналогічно рівнянням тренду, вирішити два питання: чи логічно і статистично відібрана модель адекватна реальним процесам? Потреби логічної і статистичної адекватності моделі впливають з єдності якісного і кількісного опису досліджуваного об'єкта.

Статистична адекватність явно недостатня для практичного застосування моделі. Якщо модель демонструє явне протиріччя з економічною теорією, вона повинна виключатися з подальших досліджень.

Розбіжності між теорією і результатами математичних розрахунків свідчать про некоректність вибору рівняння. І тільки єдність якісної і кількісної сторін об'єкта (логічна і статистична адекватність) робить модель придатною для практичних розрахунків. У протилежному випадку вона не має теоретичного і практичного значення.

Нерідкими є випадки, коли декілька моделей, не порушуючи логічних основ досліджуваного процесу, в різній мірі задовольняють певним статистичним характеристикам: одні задовольняють деяким критеріям краще, ніж інші, і навпаки. В таких випадках краща функція відбирається дослідником у залежності від значення певної статистичної характеристики, якій він віддає перевагу. Вибір рівняння є в більшій мірі мистецтво, ніж наука.

В принципі прогнозна модель може бути описана практично будь-яким видом алгебраїчного рівняння. Однак, виходячи з перерахованих раніше вимог, в економічному прогнозуванні доцільніше за все застосовувати такі види багатofакторних моделей:

– *лінійна*

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + \dots + a_n \cdot x_n; \quad (7.3)$$

– *степенева*

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}; \quad (7.4)$$

– *логарифмічна*

$$\ln y = a_0 + a_1 \cdot \ln x_1 + a_2 \cdot \ln x_2 + a_3 \cdot \ln x_3 + \dots + a_n \cdot \ln x_n, \quad (7.5)$$

яку отримано шляхом логарифмування лівої і правої частин степеневої моделі.

Застосування логарифмічної моделі особливо доцільно при обробці динамічних рядів, оскільки логарифмування початкових даних послаблює автокореляцію у рядах динаміки і наближує розподіл до нормального (суть автокореляції буде описана далі).

Для перерахованих моделей легко формується система нормальних рівнянь, на основі якої визначаються параметри a_0 і a_i .

Перевагою моделей (7.3-7.5) є можливість економічної інтерпретації їх параметрів (a_i) і отриманих на їх основі додаткових показників, кожен з яких має певний економічний зміст. Параметри рівняння (a_i) і система похідних показників застосовуються не тільки в аналізі, але і в прогнозуванні.

Використання складних моделей дозволяє інколи покращити статистичні характеристики, але, як показує досвід, для їх практичного використання потрібні нерідко значні корективи, внаслідок чого втрачаються їх переваги перед більш «простими» моделями. До того ж у складних моделях параметри рівняння не мають чітко вираженої економічної інтерпретації. Складна модель у такому випадку втрачає своє практичне значення.

На відміну від багатofакторних моделей, спектр вибору парних моделей значно ширший.

Основні принципи вибору рівнянь єдині, безвідносно чи є модель багатofакторною чи парною, хоча для останніх є деякі особливості. *По-перше*, значно простіше визначити природу взаємозв'язків двох економічних показників, ніж

Для лінійних багатофакторних моделей коефіцієнт еластичності дорівнює:

$$E_i = a_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}. \quad (7.9)$$

У парних лінійних моделях коефіцієнт еластичності розраховується як середня величина з коефіцієнтів еластичності по кожному значенню фактора:

$$E_i = \frac{\sum e_i \cdot \hat{y}_i}{\sum \hat{y}_i}, \quad e_i = \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{\hat{y}_i} = a_i \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (7.10)$$

хоча не буде особливої помилки при обчисленні коефіцієнта еластичності у парній моделі за формулою (7.9).

У степеневих і логарифмічних моделях ((7.4), (7.5)) параметри рівняння (a_i) по суті є коефіцієнтами еластичності, тобто $E_i = a_i$.

Дійсно, використавши залежність (7.8), розрахуємо для степеневого рівняння (7.4) коефіцієнт еластичності як приклад для першого фактора:

$$E_i = \frac{\partial y}{\partial x_1} : \frac{x_1}{y} = a_0 \cdot a_1 \cdot x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n} \cdot \frac{x_1}{y}.$$

Оскільки $x_1^{a_1-1} \cdot x_1 = x_1^{a_1}$ і замінивши знаменник (y) на його значення (див. модель 7.4), отримаємо:

$$E_i = \frac{a_0 \cdot a_1 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}}{a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}} = a_1. \quad (7.11)$$

Логарифмічна модель впливає зі степеневі, тому названі висновки вірні і для неї.

Абсолютний вплив окремих факторів на рівень результативного показника у степеневих і логарифмічних моделях розраховується за формулою:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = a_i \cdot \frac{\bar{y}}{\bar{x}_i}. \quad (7.12)$$

Зазначений показник носить назву «додатковий продукт», «гранична продуктивність», «гранична віддача».

Оскільки кожен фактор по-своєму впливає на рівень досліджуваного показника, то між взаємозамінними факторами існують певні співвідношення, які дозволяють змінити значення результативного показника (функцію) на одну і ту ж величину.

Зазначені співвідношення, які називаються **граничними нормами заміщення**, розраховуються як зворотне співвідношення граничних продуктів зі знаком мінус:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} : \frac{\partial y}{\partial x_1} = - \frac{\partial x_1}{\partial x_2}. \quad (7.13)$$

Одне з понять, яке використовується при аналізі деяких виробничих моделей, є **рівняння ізокванти**. Воно застосовується для обчислення значення одного з факторів при фіксованому значенні функції та решти факторів.

Якщо, наприклад, є модель

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2, \quad (7.14)$$

то рівняння ізокванти для фактора x_1 матиме вигляд:

$$x_1 = \frac{y - a_0 - a_2 \cdot x_2}{a_1}. \quad (7.15)$$

Статистична адекватність економіко-статистичних моделей визначається за допомогою ряду статистичних показників. Найбільш суттєвою оцінкою кожної моделі є встановлення тісноти зв'язку між фактором (або факторами) і досліджуваним показником.

Показниками тісноти зв'язку є:

- для парної лінійної моделі – коефіцієнт парної лінійної кореляції;
- для множинної лінійної моделі – коефіцієнт множинної кореляції;
- для нелінійних моделей (парних і багатofакторних) – кореляційне відношення.

Коефіцієнт парної кореляції для лінійної моделі розраховується аналогічно формулі (5.16):

$$r = \frac{n \cdot \sum y \cdot x - \sum y \cdot \sum x}{\sqrt{(n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2) \cdot (n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2)}}. \quad (7.16)$$

Коефіцієнт множинної кореляції (R) і *кореляційне відношення* – для множинних і парних нелінійних моделей (η) розраховуються за формулою (5.17), тобто:

$$R(\eta) = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (7.17)$$

Показники тісноти зв'язку можуть змінюватися в таких інтервалах:

$$\begin{aligned} +1 &\geq r \geq -1; \\ +1 &\geq R(\eta) \geq 0. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Межі для оцінки тісноти зв'язку див. у темі 5.

Коефіцієнт множинної кореляції або множинне кореляційне відношення у квадраті (R^2 , η^2) називається **коефіцієнтом детермінації**. Він відображає частку впливу відібраних факторів на величину результативного показника.

Такі показники, як середня помилка апроксимації, середнє квадратичне відхилення між фактичними і розрахунковими значеннями функції (абсолютне і відносне), середнє відхилення між фактичними і розрахунковими значеннями функції (абсолютне і відносне) (див. формули (5.18)-(5.21)), які використовуються для оцінки рівняння часового тренду, в рівній мірі застосовуються і для оцінки статистичної адекватності економіко-статистичних моделей.

Для останніх додатково визначається **залишкова дисперсія**:

$$\sigma_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m - 1}, \quad (7.19)$$

де m – число факторів, які включені у модель.

Залишкова дисперсія може бути використана і для оцінки рівняння часового тренду.

3.5 Оцінка статистичної надійності моделі

Реалізована економіко-статистична модель повинна пройти ретельну перевірку на статистичну надійність. Перевірці підлягають початкові дані, параметри і характеристики моделі і власне сама модель.

Ступінь надійності параметрів і статистичних характеристик моделі є важливою умовою можливості її використання в аналізі і особливо у прогнозуванні. Необхідність статистичної оцінки рівнянь і параметрів ґрунтується на тому, що дослідник у практичній роботі використовує вибірку сукупності, у той час як висновки за результатами аналізу необхідно поширити на генеральну сукупність.

Оскільки зі зміною обсягу вибіркової сукупності значення параметрів і статистичних характеристик моделей, як правило, коливаються, необхідно з деякою ймовірністю бути впевненим, що значення цих показників, по-перше, не будуть рівними нулю в генеральній сукупності (спростування так званої «нульової гіпотези») і по-друге, їх величина буде знаходитися в певних інтервалах довіри.

Оцінка надійності параметрів і статистичних характеристик моделі, відома під назвою *перевірка істотності*, проводиться за допомогою t -критерія Стюдента. У загальному вигляді t -критерій розраховується як співвідношення значення певного показника і його стандартної помилки. Так, наприклад, t -критерій для коефіцієнта множинної кореляції дорівнює:

$$t_R = \frac{R}{\sigma_R}, \quad \sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n - m - 1}}. \quad (7.20)$$

При заданому рівні істотності (λ) можна з імовірністю $P = 1 - \lambda$ стверджувати, що коефіцієнт множинної кореляції у генеральній сукупності буде знаходитися в інтервалі

$$R - t_R \cdot \sigma_R \leq R \leq R + t_R \cdot \sigma_R. \quad (7.21)$$

Істотність коефіцієнта регресії по t -критерію розраховується за формулою:

$$t_{a_i} = \frac{a_i}{\sigma_{a_i}}, \quad \sigma_{a_i} = \sqrt{\sigma_{\text{зал}}^2 \cdot C_i}, \quad (7.22)$$

де C_i – i -й діагональний елемент матриці, яка зворотна до матриці системи нормальних рівнянь.

Інтервал довіри для коефіцієнта регресії розраховується аналогічно коефіцієнту множинної кореляції (умова (7.21)).

Істотність рівняння перевіряється за F -критерієм Фішера:

$$F = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{зал}}^2} \begin{cases} \sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \\ \sigma_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-m-1}. \end{cases} \quad (7.23)$$

Про істотність показників і моделей можна стверджувати в тому випадку, якщо виконується умова:

$$\begin{aligned} t_p &\geq t_T; \\ F_p &\geq F_T. \end{aligned} \quad (7.24)$$

де t_p, F_p – розрахункові значення критеріїв;
 t_T, F_T – табличні значення критеріїв.

Складною проблемою при обробці динамічних рядів є автокореляція.

Автокореляція – це зв'язок між послідовними елементами динамічного ряду, тобто зв'язок між рядами $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$ та $x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$.

Автокореляція не перешкоджає знаходженню зв'язку між досліджуваним показником і факторами, як і визначенню параметрів і статистичних характеристик рівняння, але вона не гарантує надійності рівняння і параметрів та можливості побудови інтервалів довіри. Отже, автокореляція більш «небезпечна» при побудові прогнозу, ніж при проведенні економічного аналізу.

Наявність автокореляції для будь-якого ряду, як правило, перевіряється за допомогою *відношення фон Неймана-Харта*:

$$N = \frac{\sum_{t=1}^n (x_{(t+1)} - x_t)^2}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \cdot \frac{n}{n-1} \quad (7.25)$$

або *емпіричного коефіцієнта автокореляції*:

$$r_L^* = \frac{\sum_{t=1}^{n-L} x_t \cdot x_{t+L} - \left(\sum_{t=1}^{n-L} x_t \right) \cdot \left(\sum_{t=L+1}^n x_t \right)}{\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-L} x_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-L} x_t \right)^2}{n-1} \cdot \frac{\sum_{t=L+1}^n x_t^2 - \left(\sum_{t=L+1}^n x_t \right)^2}{n-1}}}, \quad (7.26)$$

де n – число елементів вибірки;
 L – лаг (як правило $L = 1$);
 t – індекс року.

Значення відношення (критерія) фон Неймана-Харта, що розраховане за формулою (7.25), порівнюється з табличними оцінками, які приводяться для двох випадків: додатного (N_T^n) і від'ємного (N_T^0) зв'язків.

Якщо $N < N_T^n$, то існує позитивна автокореляція, якщо $N > N_T^0$, то

залежність між відхиленнями від'ємна.

Автокореляція вважається *несуттєвою*, якщо виконується умова:

$$N_T^n < N < N_T^0.$$

Якщо розрахований за формулою (7.26) емпіричний коефіцієнт автокореляції менше табличного значення, то автокореляція рядів динаміки відсутня; в протилежному випадку вона є. В дослідженнях не стільки небезпечна автокореляція початкових (мається на увазі не перетворених) рівнів ряду динаміки, скільки автокореляція залишків, тобто різниця між фактичними і розрахунковими значеннями функції:

$$Z_i = y_t - \hat{y}_t. \quad (7.27)$$

Наявність автокореляції залишків вказує на те, що є певні закономірності зміни останніх, які можуть бути спричинені, по-перше, відсутністю в моделі важливого фактору або декількох факторів, що в значній мірі визначають зміни результативного показника, по-друге, неправильним вибором форми зв'язку.

Автокореляція залишків оцінюється за допомогою d-статистики (*критерія Дарбіна-Ватсона*):

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (Z_{t+1} - Z_t)^2}{\sum_{t=1}^n Z_t^2}, \quad (7.28)$$

або *циклічного коефіцієнта автокореляції залишків*:

$$r_Z^* = \frac{\sum_{t=1}^{m-\tau} Z_t \cdot Z_{t+\tau}}{\sum_{t=1}^{n-\tau} Z_t^2}, \quad (7.29)$$

де τ – лаг ($\tau = 1, 2, 3, \dots, L$).

Для оцінки автокореляції залишків по критерію Дарбіна-Ватсона розрахункове значення d порівнюється з табличними величинами d_n і d_b , де d_n – нижня, d_b – верхня межа критерію.

Якщо $d < d_b$, то ряд має автокореляцію, якщо $d > d_b$, то автокореляція в залишках відсутня, якщо $d_n \leq d \leq d_b$, то необхідні додаткові дослідження (наприклад, збільшити довжину динамічного ряду). Табличні значення критерію Дарбіна-Ватсона наводяться для додатної автокореляції. Для перевірки від'ємного зв'язку рекомендується розрахувати різницю $(4 - d)$, після чого отримане значення порівнюється з d_n і d_b .

Істотність циклічного коефіцієнта автокореляції залишків оцінюється шляхом порівняння розрахункового значення (формула 7.28) з табличним. Якщо розрахункове значення менше табличного (за абсолютною величиною), то зв'язок між залишковими відхиленнями випадковий і навпаки.

Сутність мультиколеніарності та її вплив на статистичну надійність моделі розглянуто у п. 3.2.

3.6 Методи надання моделям статистичної надійності

Як відмічалось в пп. 3.2, 3.5, головні проблеми, з якими стикається дослідник при побудові економіко-статистичної моделі – це мультиколінеарність, рівень істотності рівняння, параметрів і характеристик моделі, автокореляція.

Щоб забезпечити наукову і практичну цінність дослідження, необхідно:

- усунути мультиколінеарність;
- виключити неістотні за t -критерієм Стюдента фактори;
- позбавитися автокореляції.

Найпростіший спосіб усунення мультиколінеарності полягає у виключенні з моделі одного з тісно пов'язаних між собою факторів. Виключений фактор вибирається або на основі логічного підходу, тобто на думку дослідника, або, використовуючи формальний підхід, вибирають той фактор, у якого тіснота зв'язку з результативним показником, що оцінена по значенню парного коефіцієнта кореляції, слабша. Але такий метод не завжди доцільний, тому, що покращуючи «статистичні якості» моделі, він одночасно нерідко знижує її аналітичну та прогностичну цінність. В економічному аналізі бажана певна комбінація факторів. Тому, щоб позбутися мультиколінеарності без виключення факторів з моделі, рекомендується здійснювати попереднє перетворення факторів, зокрема:

- замість початкових даних, отриманих в результаті статистичного спостереження, слід скористатись їх першими різницями ($y_t - y_{t-1}$);
- перетворити початкові дані, які мають тісний взаємозв'язок, на похідні величини, які є співвідношенням двох початкових. Перетворені величини при цьому мають виражати певну економічну суть.

При оцінці істотності параметрів та характеристик рівняння, а також і самого рівняння потрібно спочатку визначити, яка початкова інформація використовується для реалізації моделі. Якщо початкова інформація представляє собою репрезентативну вибірку, то потрібен «жорсткий» підхід до оцінки істотності, тобто у всіх випадках має виконуватися умова (7.24). У протилежному випадку, якщо розширення вибірки, доповнення складу факторів не сприяє виконанню вимоги (7.24), то таке рівняння виключається з дослідження.

Якщо ж рівняння істотне за F -критерієм Фішера, як і коефіцієнт множинної кореляції (множинне кореляційне відношення) за t -критерієм Стюдента, але статистично неістотні за t -критерієм окремі коефіцієнти регресії, то, керуючись методикою багатокрокового регресивного аналізу, необхідно поступово виключати з рівняння статистично неістотні фактори.

Формальне дотримання вказаної методики інколи призводить до того, що з рівняння виключаються найбільш суттєві фактори і цим самим знижується цінність моделі та її практичне використання. Такий підхід вважається негнучким і тому рекомендується виключати з рівняння фактор лише у тому випадку, коли квадратична помилка коефіцієнта регресії перевищує абсолютний розмір власне самого коефіцієнта, і при цьому, що найголовніше, коли немає сильних логічних підстав для виключення даної змінної. Таким чином віддається перевага якісному аналізу, тобто теоретичним основам процесу, перед кількісними, тобто формальними правилами математичної статистики.

Якщо ж, на відміну від репрезентативної вибірки, початкова інформація являє собою дані звітності по певному об'єкту за ряд років, то в такому випадку

$$\ln_i = r^* \cdot \ln y_{i-1} + a_0 + a_1 \cdot v'_1 + a_2 \cdot v'_2 + \dots + a_n \cdot v'_n. \quad (7.38)$$

Звідси

$$\hat{\bar{y}}_i = \text{anti} \ln \hat{\bar{y}}_i.$$

Четвертий метод – це включення фактору часу (t) в багатофакторні моделі. Вважається, що включення фактору t динамізує багатофакторну функцію при обробці динамічних рядів та виключає лінійну тенденцію у логарифмічних даних (рівнозначно показниковій тенденції у початкових даних), що в результаті сприяє послабленню автокореляції. Досвід показує, що логарифмування початкових даних (логарифмічна модель) в достатній мірі знижує автокореляцію.

Що ж до включення фактору часу t у багатофакторну модель, то крім послаблення автокореляції, на думку деяких дослідників, у рівняннях виробництва продукції (виробнича функція) та продуктивності праці фактор часу служить вимірювачем технічного прогресу, хоча таке ствердження далеко не беззаперечне.

Проведені дослідження показали, що включення фактору часу t в деякі моделі інколи змінює економічно обґрунтовані взаємозв'язки між окремими факторами та досліджуванним показником. Тому вказаний фактор слід включити у багатофакторну модель лише у тому випадку, якщо він сприяє поліпшенню кількісних та якісних характеристик моделі, не порушуючи при цьому економічну суть рівняння.

Усі перелічені процедури підвищення статистичної надійності моделі слід здійснювати у взаємозв'язку з якісним (теоретичним) аналізом результатів на всіх етапах проведення розрахунків.

3.7 Економічний аналіз та прогнозування на основі застосування економіко-статистичних моделей

Після вибору досліджуваного показника, відбору факторів та вирішення питання про вид рівняння складається абстрактна економіко-статистична модель. Реалізована на основі зібраних достовірних даних абстрактна модель перетворюється на робочу, яка потім використовується для проведення економічних досліджень.

Перед тим, як стати інструментом дослідження, робоча модель перевіряється на логічну та статистичну адекватність. Основні критерії для оцінки адекватності моделі описуваним процесам розглядалися достатньо детально у попередніх пунктах. При оцінці логічної адекватності моделі особливу увагу слід приділити характеру взаємозв'язку результативного показника з окремими факторами, смислового значення знаків перед змінними. І лише після ретельної перевірки надійності моделі – логічної та статистичної – вона може бути використана в аналізі та прогнозуванні.

Економіко-статистична модель математично описує лише взаємозв'язок результативного показника та відібраних факторів, аналітичні можливості закладені в основному в параметрах і характеристиках рівняння та в ряді похідних показників. Тому знання і правильна економічна інтерпретація параметрів, характеристик і похідних показників, вміння оперувати ними дозволяє здійснювати глибокий економічний аналіз, причому в такому напрямку, який неможливо виконати іншими методами.

Наступний етап застосування економіко-статистичних моделей – це

прогнозування. Складність прогнозування на основі економіко-статистичних моделей полягає в тому, що перед тим, як прогнозувати досліджуваний показник, слід побудувати прогнози для всіх факторів, включених у рівняння. Вибір методів прогнозування факторних показників визначається як їх особливостями, так і особливостями виробництва.

Так, наприклад, для функції випуску приладобудівного підприємства прогнозування очікуваних значень окремих факторів (x_i) може бути проведено на основі застосування рівняння часового тренду. У цукровій промисловості при побудові середньострокових прогнозів прогнозовані значення цукристості заготовленого буряка та його очікуваного валового збору визначаються на базі середнього рівня за попереднє п'ятиріччя. При оцінці валового збору спочатку визначається середня урожайність буряка з 1 га, яка потім перемножується на заплановану площу посіву. Добова потужність визначається планом вводу нових потужностей та реконструкції діючих.

Природно, названі методи рідко відрізняються достатньою точністю. Проте, короткострокове прогнозування дозволяє досягти досить прийнятних результатів на основі економіко-статистичних моделей.

В процесі проведення економічних досліджень, в тому числі і в прогнозуванні, дуже важливо багаторазове використання наявної інформації для обчислення якомога більшого числа показників, необхідних для управління виробництвом. Наявність, наприклад, прогнозованого значення валових заготівель буряка та величини добової потужності цукрових заводів дозволяє скласти прогноз тривалості сезону переробки буряка, який має суттєвий вплив на кінцеві показники діяльності кожного окремого заводу:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot \ln \hat{x}_1 + a_2 \cdot \ln x_2, \quad (7.39)$$

де $\hat{y}$ – прогноз тривалості виробництва, діб;

$\hat{x}_1$ – прогнозоване значення обсягу заготовлення буряка;

x_2 – добова потужність.

За рівнянням ізокванти

$$x_1 = \text{anti ln} \frac{\ln y - a_2 \cdot \ln x_2 - a_0}{a_1} \quad (7.40)$$

можна визначити необхідний обсяг буряка для кожного заводу при фіксованому значенні тривалості виробництва.

Розрахунки за залежністю (7.40) важливі для перерозподілу буряка між заводами для їх рівномірного завантаження, що суттєво скорочує втрати цукру.

Аналогічно рівнянням тимчасового тренду економіко-статистичні моделі можуть бути використані для прогнозування не лише безпосередньо, а і опосередковано через систему залежностей, виведених на основі параметрів рівняння.

В цілому прогноз на підставі економіко-статистичної моделі складається на підставі рівнянь:

$$\ln \hat{y} = a_0 + a_1 \cdot \ln \hat{x}_1 + a_2 \cdot \ln \hat{x}_2 + a_3 \cdot \ln \hat{x}_3 + \dots + a_n \cdot \ln \hat{x}_n \quad (7.41)$$

або

$$\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot \hat{x}_1 + a_2 \cdot \hat{x}_2 + a_3 \cdot \hat{x}_3 + \dots + a_n \cdot \hat{x}_n. \quad (7.42)$$

Дати рекомендації на всі можливі випадки неможливо, оскільки, незважаючи на практичне застосування обмеженого кола видів багатofакторних моделей, склад показників, які входять у рівняння, дуже різноманітний. Вибір методики прогнозування окремих показників визначає дослідник, керуючись особливостями виробництва, змістом досліджуваних показників, наявною інформацією, технічними і програмно-методичними можливостями.

Оцінка точності прогнозу на основі економіко-статистичних моделей здійснюється тими ж показниками, які застосовуються при оцінці точності прогнозу на основі рівняння часового тренду.

Інтервал довіри для прогнозів, побудованих на основі економіко-статистичних моделей, дорівнює

$$\hat{y} - t_T \cdot S_{yx} \leq \hat{y} \leq \hat{y} + t_T \cdot S_{yx}, \quad (7.43)$$

де t_T – табличне значення t -критерія Стьюдента при заданому рівні істотності та кількості елементів у вибірковій сукупності;

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - m - 1}}, \quad (7.44)$$

де y_t – фактичне значення досліджуваного показника;

$\hat{y}_t$ – розрахункове, на основі рівняння, значення досліджуваного показника;

n – кількість елементів у вибірковій сукупності;

m – кількість факторів, які включені у модель.

Тема 8. Методи експертних оцінок

1. Сутність експертних методів прогнозування.
2. Індивідуальні експертні методи.
3. Колективні експертні методи.

1 Сутність експертних методів прогнозування

Всі розглянуті в попередніх темах методи прогнозування ґрунтуються на використанні достатньо широкої ретроспективної інформації, що дозволяє розкрити тенденції і закономірності, які склалися в «передісторії».

Але в управлінні виробництвом трапляються випадки, коли інформаційний масив надмірно обмежений або зовсім відсутній. Разом з тим за умов браку чи взагалі відсутності інформації розробка прогнозу не тільки не виключається, а навпаки, стає особливо актуальною і практично важливою, оскільки таким чином можна знизити рівень невизначеності та підвищити достовірність управлінських рішень. Особливо складні проблеми виникають, коли необхідно дати перспективні оцінки якісно новим процесам і явищам, які раніше не траплялися в суспільному житті і про які, природно, відсутня будь-яка інформація.

Можливість вирішення названих проблем, навіть в умовах відсутності теоретичних обґрунтувань, досягається за рахунок умілого використання досвіду, інтуїції та знань спеціалістів, вчених, що працюють над розв'язанням відповідних проблем: науково-дослідними роботами, впровадженням розробок і т.д.

Методи, які ґрунтуються на припущенні про те, що на базі думок спеціалістів у певній галузі знань можна побудувати адекватну картину майбутнього розвитку з урахуванням всіх можливих зсувів та стрибків, отримали назву **методів експертних оцінок** або методів експертиз. Сутність цих методів полягає в проведенні експертами інтуїтивно-логічного аналізу проблеми з кількісною оцінкою суджень і формальним опрацюванням результатів. Отримана в підсумку узагальнена думка приймається як **вирішення проблеми (прогноз)**.

Використання математичних і статистичних прийомів за цих методів зведено до мінімуму, натомість пріоритет надається **методиці евристики** (сукупність прийомів оцінки явищ за допомогою навідних питань). Планові показники визначаються на основі експертних оцінок. Вирішальними при цьому є досвід, інтуїція, суб'єктивні очікування, освіта експертів, відповідальних за складання прогнозів. Експертами до процесу прогнозування залучаються, як правило, керівники структурних підрозділів і провідні фахівці. Доцільним є також залучення до процесу опитування зовнішніх експертів, наприклад, нинішніх і потенційних клієнтів, дистриб'юторів тощо.

В основі використання експертних методів лежать глибокі знання спеціалістів і вміння узагальнити свій та світовий досвід досліджень і розробок з певної проблеми; гіпотеза про наявність у експерта так званої «практичної мудрості», далекоглядності, що стосується певної галузі знань і практичної діяльності; вміння, що приходить в процесі певних видів діяльності, оцінити достатньо достовірно важливість і значення напрямів дослідження, термінів прояву тієї чи іншої події, важливість того чи іншого параметру, процесу (явища) і т.д.

Методи експертних оцінок в прогнозуванні використовуються в таких *випадках*:

– коли інформаційний матеріал, який характеризує розвиток об'єкта у минулому, недостатній;

- в умовах значної невизначеності середовища, де функціонує об'єкт;
- при дефіциті часу або в екстремальних умовах;
- при складанні середньо- та довгострокових прогнозів, особливо для об'єктів, які можуть зазнати докорінних змін (наприклад, наукові відкриття).

Перелік *практичних ситуацій*, за яких застосовуються експертні методи прогнозування, умовно можна розділити на два класи. До *першого класу* відносяться проблеми, щодо яких є достатній інформаційний матеріал, який служить надійною базою для прийняття обґрунтованих рішень. Основні проблеми при такій експертній оцінці полягають в підборі експертів, побудові раціональних процедур опитування й застосуванні оптимальних методів обробки отриманих результатів. При цьому методи опитування й обробки ґрунтуються на використанні *принципу «гарного вимірника»*. Даний принцип означає, що:

- експерт є сховищем великого обсягу раціонально обробленої інформації, і тому він може розглядатися як якісне джерело інформації;
- групова думка експертів близька до оптимального рішення проблеми.

Якщо ці гіпотези вірні, то для побудови процедур опитування й алгоритмів обробки можна використовувати результати теорії ймовірності і математичної статистики.

До *другого класу* можна віднести проблеми, у відношенні яких інформаційний потенціал знань недостатній для впевненості в справедливості обраних гіпотез. При вирішенні проблем цього класу експертів уже не можна розглядати як «гарних вимірників». Тому необхідно дуже обережно проводити обробку результатів експертизи. Застосування методів усереднення, справедливих для «гарних вимірників», у цьому випадку може привести до значних помилок. Наприклад, думка одного експерта, що суттєво відрізняється від думок інших експертів, може виявитися правильною. У зв'язку з цим для проблем другого класу повинна застосовуватися якісна обробка.

Перелік *сфер застосування методів експертних оцінок* досить широкий. Найбільш *типові завдання*, для яких можна застосовувати зазначені методи:

- визначення найбільш ймовірних інтервалів часу здійснення певної сукупності подій;
- складання переліку можливих подій у різних галузях за певний проміжок часу;
- визначення цілей і завдань управління з упорядкуванням їх по ступені важливості;
- визначення альтернативних варіантів рішень завдання з оцінкою їхньої переваги;
- альтернативний розподіл ресурсів для рішення завдань із оцінкою їхньої переваги;
- альтернативні варіанти прийняття рішень у певній ситуації з оцінкою їх переваги.

Безумовною *перевагою експертних методів прогнозування* є той факт, що саме фахівець глибоко розуміє особливості, нюанси та стан досліджуваної проблеми. Тому саме експерт може дати глибокий і змістовний прогноз розвитку досліджуваного процесу. Проте при цьому виникають такі три істотні

особливості, враховувати які необхідно для успішного прогнозу:

- експерт далеко не завжди є фахівцем з прогнозування (тобто досить часто експерт починає винаходити свої власні методи прогнозування, які, як правило, є досить грубими та недостатньо наочними);
- експерти часто схильні ігнорувати або зменшувати роль тих чи інших зовнішніх дій, які можуть серйозно впливати на досліджуваний процес;
- висновки експертів коректні відносно фізичної (технічної) сфери розвитку досліджуваного процесу, але часто не повністю враховують як економічні, так і соціальні наслідки цього розвитку.

*Центральним етапом експертного прогнозування є проведення **опитувань** експертів. В залежності від цілей і задач експертизи, змісту і складності проблеми, часу, відведеного на опитування та експертизу в цілому, припущень щодо їхньої вартості, а також від підбору фахівців, які беруть участь в експертизі, вибирається **метод опитувань**:*

- індивідуальний або груповий (колективний);
- особистий (очний) або заочний (шляхом пересилання анкет);
- усний або письмовий;
- відкритий або прихований.

2 Індивідуальні експертні методи

Експертні методи прогнозування розділяють на індивідуальні та колективні.

Індивідуальний прогноз виконується одним експертом, є доступнішим і простим в організації. Він має чіткішу логічну схему, оскільки експерт послідовно вибудовує логічні взаємозв'язки відповідно до вузької предметної сфери, в якій він є висококласним фахівцем. З іншого боку, в індивідуальному прогнозі дуже сильний суб'єктивний чинник, пов'язаний з нав'язуванням експертом свого бачення досліджуваної проблеми. Саме з метою нівелювання цього аспекту вдаються до групових або колективних прогнозів.

Загалом ***індивідуальні експертні оцінки*** ґрунтуються на використанні думок спеціалістів у певній сфері незалежно один від одного. Ці методи включають метод «інтерв'ю», аналітичний, метод написання сценарію та ін.

Суттєвим *недоліком* методу індивідуальних експертних оцінок є те, що далеко не кожний експерт бере на себе відповідальність самостійно дати оцінку складним явищам (процесам) без урахування думки інших експертів.

Метод «інтерв'ю» є найпростішим прийомом експертного прогнозування, який проводиться з метою виявлення сильних і слабких сторін підприємства, можливих резервів, існуючих тенденцій тощо. Він передбачає бесіду організатора експертизи (прогнозиста) зі спеціалістом-експертом в певній галузі знання, що проводиться згідно з раніше розробленою програмою. Прогнозист безпосередньо опитує спеціаліста про майбутній стан підприємства і його середовища. Цей метод вимагає від експерта вміння швидко, фактично експромтом, давати якісні відповіді на поставлені запитання. *Переваги* даного методу полягають у простоті, швидкості опитування, можливості коригувати запитання в ході опитування; *недоліки* – в тому, що у експерта мало часу на обдумування

відповідей, а результат залежить, насамперед, від кваліфікації однієї людини та від її вміння чітко відповісти на поставлені запитання.

Інколи може проводитися одночасне опитування декількох експертів, однак у цьому випадку є небезпека втрати їх самостійності і, крім того, створюється загроза перетворити інтерв'ю на дискусію.

За змістом (але не за формою) даний метод дуже схожий з методом очного анкетування. **Анкетування** полягає в наданні експертові опитувального листа-анкети, на яку він має дати відповідь у письмовій формі (тоді як інтерв'ювання припускає усну відповідь експерта). Анкетування може бути й заочним, якщо безпосереднього контакту експерта з організатором прогностичної діяльності немає.

Аналітичний метод (метод аналітичних доповідних записок) передбачає самостійну довгострокову та ретельну роботу експерта над аналізом ділової ситуації, над поставленими запитаннями, що дозволяє використовувати необхідну інформацію для оцінки тенденції, шляхів розвитку прогнозованого об'єкта, явища або процесу. Результати своєї роботи експерт оформляє у вигляді *аналітичної записки*.

В аналітичному методі інколи для виявлення важливості проблем і рішень використовують переваги і ранги. При використанні методу переваг експерт повинен перенумерувати можливі варіанти, способи і т.п. в порядку зростання пріоритету, поставивши 1 найважливішому критерію, 2 – менш важливому і т.д.

При застосуванні методу рангів експертові пропонується розмістити варіанти на шкалі, яка має визначене число поділок (наприклад, від 0 до 10). При цьому дозволяється розміщувати варіанти (способи) у проміжних точках між поділками, а також на одну поділку шкали можна поставити кілька варіантів.

З методів індивідуальних експертних оцінок найбільш широкую популярність в останні десятиліття одержав **метод складання сценаріїв**.

Вперше термін «сценарій» був ужитий в 1960 р. при розробці картин майбутнього, необхідних для вирішення стратегічних питань у військовій галузі.

Сценарій – це опис (картина) майбутнього, складений з урахуванням правдоподібних припущень. **Написання сценарію** – це метод прогнозування, що намагається встановити логічну послідовність подій, щоб показати, як з існуючої ситуації може крок за кроком розгортатися майбутній стан об'єкта чи системи. **Призначення сценарію** полягає в тому, щоб дати оцінки альтернативним варіантам розвитку об'єкта в майбутньому і не доводити його до кризового стану.

Як правило, для прогнозу ситуації характерне існування визначеної кількості ймовірних варіантів розвитку. Тому прогноз звичайно містить у собі декілька сценаріїв. У більшості випадків це три сценарії: оптимістичний, песимістичний і середній – найбільш ймовірний, очікуваний.

Сценарії розробляються для визначення рамок майбутнього розвитку:

- технології;
- ринкових сегментів;
- країн, регіонів і т.д.

На рівні підприємства сценарій розробляється в процесі довгострокового планування. Значне часове охоплення припускає посилення невизначеності

бізнесу, і тому для сценарію, як правило, характерні деяка невірогідність і підвищена кількість помилок. Оскільки визначення кількісних параметрів майбутнього утруднене (так, наприклад, важко точно визначити величину продажів продукції через 5 років), при складанні сценаріїв частіше використовуються *інтервальні прогнози показників*.

Для більш точного прогнозу необхідно скорочувати інтервал між сьогоднішнім днем і закінченням прогнозу.

Так, якщо прогноз складається в 2023 році для 2029 року, то період прогнозування доцільно розділити на два етапи по 3 роки: спочатку розробити сценарій розвитку до 2026 року, а вже потім до 2029 року.

Разом з тим сценарій припускає комплексний підхід до його розробки, крім якісних можуть використовуватися кількісні методи: економіко-математичні, моделювання, аналіз перехресного впливу, кореляційний аналіз і т.д.

Складання сценарію, звичайно, відбувається у декілька етапів.

Перший етап. *Структурування і формулювання питання.*

Проблема, обрана для аналізу, повинна бути визначена настільки точно, наскільки це взагалі можливо. На даному етапі має бути зібрана і проаналізована вся базова інформація. Поставлена задача повинна бути погоджена з усіма учасниками проекту. Необхідно виявити усі внутрішні проблеми проекту.

Другий етап. *Виявлення критично важливих факторів середовища організації та їх майбутнього розвитку.*

На цьому етапі необхідно виділити критичні моменти середовища бізнесу й оцінити їхній можливий стан у майбутньому та їх вплив на майбутнє організації, виходячи з намічених фірмою цілей.

Показники майбутнього стану не повинні бути надмірно оптимістичними, амбіційними. Для сфер, розвиток яких може включати декілька варіантів, майбутній стан має бути описаний за допомогою декількох альтернативних показників (наприклад, організацію влаштовує, щоб чисельність населення в регіоні збільшилася на 2, 3 або 5%).

Третій етап. *Формування і групування припущень.*

Якщо на попередньому етапі визначали майбутній стан середовища і його вплив на організацію, виходячи з власних цілей, то на третьому етапі можливий розвиток різних факторів впливу визначається, виходячи з їхнього сьогоднішнього стану і всіляких можливих змін, як позитивних, так і негативних.

Різні альтернативні припущення про майбутній стан найбільш визначальних компонентів середовища групуються. Групування зазвичай здійснюється за допомогою комп'ютерних програм.

Четвертий етап. *Зіставлення намічених показників майбутнього стану сфер впливу з припущеннями про їхній розвиток.*

На цьому етапі зіставляються результати двох попередніх етапів. Завищені чи занижені показники другого етапу корегуються за допомогою даних, отриманих на третьому етапі.

Так, якщо організація на другому етапі прогнозувала збільшення народжуваності в регіоні в 2025 р. на 5%, а аналіз на третьому етапі показав, що відбудеться погіршення економічної кон'юнктури, екологічної обстановки, можливі політичні і соціальні колізії, то на

четвертому етапі показник 5% повинен бути зменшений, наприклад, до 3%.

П'ятий етап. Введення в аналіз руйнівних подій.

Руйнівна подія – це раптовий інцидент, що не був раніше прогнозований і котрий може змінити напрямок тенденції.

Руйнівні події можуть мати як негативний характер (повені, землетруси, аварії атомних реакторів тощо), так і позитивний (технологічні прориви, політичні примирення між колишніми супротивниками і т.п.).

З можливих руйнівних подій потрібно виділити ті, які здатні найбільш сильно вплинути на об'єкт прогнозування, і врахувати їх при складанні сценаріїв.

Наприклад, на стан народжуваності в регіоні можуть вплинути, по-перше, аварія на атомній станції, по-друге, імовірність локального міжетнічного конфлікту, по-третє, відкриття нового родовища корисних копалин. Однак реальним є вплив лише першої події.

Шостий етап. Встановлення наслідків.

На цьому етапі зіставляються стратегічні проблеми організації (наприклад, можливість росту за рахунок більш широкого освоєння ринку) і обрані варіанти розвитку середовища. Визначається характер і ступінь впливу тих чи інших варіантів розвитку на стратегічні ділянки дій організації.

Сьомий етап. Вживання заходів.

Цей етап передбачає втілення заходів, що впливають з попередніх етапів.

Якість сценаріїв визначається за такими критеріями:

1. Сценарій має бути змістовним, тобто показувати, як внутрішні суперечності процесів чи явищ впливають на формування прогресивних (негативних) тенденцій у системі, для якої сценарій складається (підприємстві, організації, галузі тощо), як можуть змінюватись кількісно та якісно характеристики цієї системи та результати її діяльності під впливом зовнішніх і внутрішніх факторів. Ці тенденції надають інформацію про те, що система має зробити певні зміни в своїй структурі та механізмах діяльності з метою використання нових можливостей і пом'якшення загроз, які виникають. Цей підхід у теоретичних роботах дістав назву *діалектичного*, оскільки базується на твердженні про неможливість розвитку без суперечностей і ускладнень, які, в свою чергу, є джерелами розвитку будь-якого процесу чи явища.

2. Сценарій має бути достовірним. Будь-який висновок мусить бути обґрунтованим, побудованим на достовірних припущеннях та інформації, а не відбивати лише бажання особи, яка розробляє сценарій.

3. Для більш ґрунтовного опису очікуваних подій, доцільно розробляти систему сценаріїв, що різняться переліком припущень і взаємодією факторів, досліджуваних у сценарії.

3 Колективні експертні методи

Методи колективних експертних оцінок засновані на принципах колективної думки експертів про перспективи розвитку об'єкту прогнозування. При цьому слід враховувати можливості системного підходу щодо отримання прогнозу на основі колективних або групових експертних оцінок. Для системи експертних оцінок мають бути сформульовані цілі (завдання), для досягнення

(вирішення) яких створена ця система; необхідно сформулювати та встановити порядок взаємодії між експертами й організаторами експертного опитування на кожному етапі роботи системи; розподіл потоків інформації повинен здійснюватися відповідно до плану.

Принципи, на яких будується система групових експертних оцінок, зводяться до такого:

1. Обмеження різноманітності суджень експертів за рахунок вирівнювання інформаційної неоднорідності, властивій експертній групі на етапі формування кожним експертом власної моделі причинно-наслідкових зв'язків аналізованого явища.

2. Обмеження різноманітності суджень експертів за рахунок ітеративного підходу до формування колективної думки групи, що періодично уточнюється на основі надходження нової інформації із зовнішнього середовища.

3. Забезпечення циркуляції інформації усередині експертної групи без спотворень за рахунок створення психологічного клімату, максимально сприятливого для прояву індивідуальних творчих можливостей кожного експерта.

4. Кількісна вимірюваність оцінюваних явищ, характеризується сталим набором ознак з різноманітними станами, яким можуть відповідати певні числа.

Розглянемо методи найбільш популярних колективних експертних оцінок.

Просте узгодження думок експертів. Найбільш простими способами генерації колективного рішення є процедури голосування і метод експертних груп.

Голосування – один з поширених методів вибору варіантів рішення в конкретних ситуаціях. Відсутність ідеальної процедури (яка перевершує в усіх відношеннях інші процедури при вирішенні досить широкого класу завдань) – головна причина того, що на сьогодні розроблені та використовуються близько ста різноманітних процедур голосування. Спроба розробки аксіоматичного синтезу *достатньо ефективними* процедурами голосування не привела до успіху, оскільки навіть найнеобхідніший, природніший набір аксіом виявився суперечливим. Тому єдиними можливостями для успішного використання голосування при вирішенні конкретної проблеми є порівняльний аналіз наявних процедур і вибір найкращих з них або розробка нової процедури. У будь-якому з цих випадків необхідно, *по-перше*, чітко визначити, які властивості процедури голосування слід враховувати, а *по-друге*, якими критеріями і як слід керуватися при оцінюванні якості процедури голосування. У найбільш загальному вигляді *модель процедури голосування* включає:

- *організаторів голосування*, що визначають правила, відповідно до яких відбуватиметься процедура голосування;

- *подання*, тобто анкету або виборчий бюлетень;

- *виборців*, тобто осіб, що здійснюють голосування;

- *інструкції для виборців*, тобто вказівки, що і як вони повинні зробити;

- *механізм обробки результатів голосування*;

- *вирішальний блок*, призначений для вироблення колективного рішення або для продовження процедури голосування, можливо, за дещо зміненими правилами.

Метод експертних груп дає можливість використовувати досвід і знання

експертів у різноманітних вузьких предметних сферах для вирішення досліджуваної проблеми в цілому. При цьому саме взаємодія експертів призводить до узгодження думок, до повнішого та глибшого аналізу досліджуваної проблеми.

Основними недоліками методу експертних груп є:

- сильна залежність від особистих взаємин;
- боязнь підірвати репутацію;
- пристосування до думки більшості.

Саме з метою позбавитися цих недоліків був розроблений підхід, відомий як «мозкова атака» або «мозковий шторм» (brain storming).

Метод «мозкової атаки» орієнтований на відкриття нових ідей і досягнення згоди групи експертів на основі інтуїтивного мислення. Учасники колективної генерації ідей висловлюють свої судження відносно варіантів вирішення проблеми. Продукується якомога більше ідей, бажано нетривіальних. Оцінювання й обговорення ідей здійснюється наприкінці процедури. Сутність методу «мозкової атаки» можна подати у вигляді схеми (рис. 8.1).

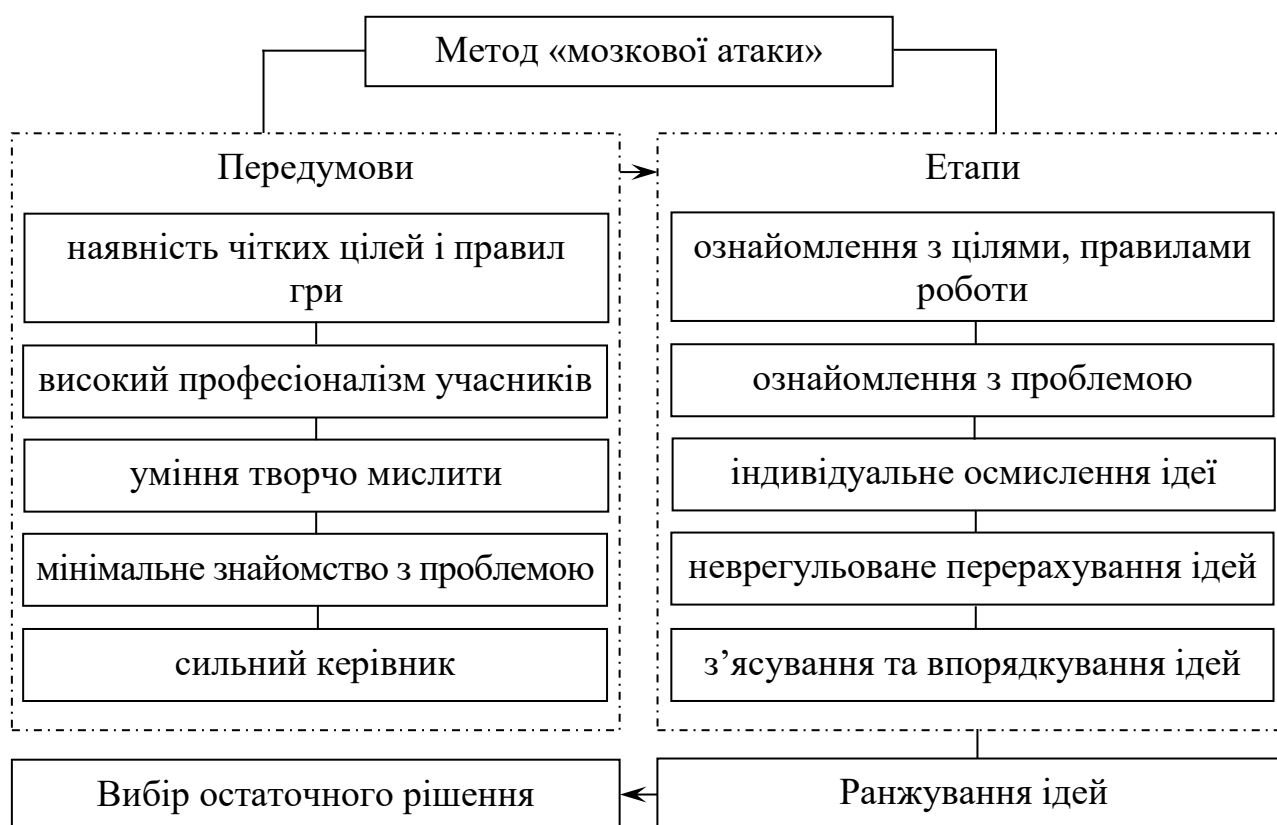


Рисунок 8.1 – Структура методу «мозкової атаки»

Цей метод дає можливість активізувати творчий потенціал експертів при пошуку вирішень проблемних ситуацій. Основна ідея методу, запропонована його засновником О. Осборном, проста: відокремити процес генерації ідей від їх критики. Це дозволяє відійти від звичайного принципу ухвалення рішення, що полягає в тому, що люди діють аналогічно.

Застосування методу передбачає зіткнення протилежних напрямів думок і рекомендацій учасників «мозкового шторму» при вирішенні конкретної

проблеми – генерацію ідей і наступне руйнування (за допомогою критики). Цей метод також називають *методом деструктивної відносної оцінки (ДВО)*.

Основа цього методу полягає в тому, який рефері (керівник або координатор) забезпечує виконання таких правил учасниками експертної групи:

Правило 1. Зосередження зусиль на дослідженні тільки однієї чітко сформульованої проблеми.

Правило 2. Аналіз будь-якої запропонованої ідеї за принципом: що і як запропонована ідея може дати?

Правило 3. Відсутність критики будь-якої із запропонованих ідей.

Правило 4. Відсутність витрат часу на дослідження внутрішньої змістовності будь-якої із запропонованих ідей.

У методі «мозкової атаки» розробники здійснюють прогнозування у декілька етапів. Роботу починають з формування груп експертів (10-20 осіб) – висококваліфікованих фахівців з досить широким рівнем загальної ерудиції та розумінням проблеми. Далі група аналізу проблемної ситуації складає проблемну записку учасника «мозкового штурму», в якій приводить і описує проблемну ситуацію й основні правила проведення «штурму». Після завершення організаційно-підготовчої роботи починається власне «мозковий штурм». Його організовує керівник (координатор), який концентрує увагу учасників на правилах поведінки й основному питанні. Характерно, що в процесі генерації ідей до уваги приймаються усі ідеї незалежно від їх доцільності. Оскільки результати цього методу становлять не сукупність незв'язаних висловлювань, а систему ідей, жодна пропозиція не персоніфікується. Результати обговорення вважаються плодом колективної праці усієї групи. Це цілком закономірно, адже будь-яка ідея, висловлена в даний момент одним з учасників опитування, могла вже раніше «подумки» належати його колезі, який очікує слова. Крім того, конкретна пропозиція може прямо підказати ідею, подану кимось декількома хвилинами раніше. Тому на розгляд не рекомендується виносити проблеми, що зачіпають чийсь пріоритет у даній сфері.

Процес подання ідей протікає в певному значенні лавиноподібно: висловлювана одним з членів групи ідея породжує творчу реакцію у інших. Дослідження ефективності методу колективної генерації ідей показали, що групове мислення створює на 70% більше цінних нових ідей, ніж сума індивідуальних мислень. Найбільш продуктивними визнані групи з 10-15 учасників, хоча є приклади використання і численніших груп – до 200 фахівців.

Після «атаки» група аналізу проблемної ситуації систематизує ідеї:

- складає їх перелік;
- формулює в загальноприйнятій термінології;
- об'єднує ідеї, які дублюються і доповнюють одна одну;
- визначає ознаки, за якими можна згрупувати ідеї;
- визначає їх діапазон (загальні або окремі ідеї).

Потім настає етап руйнування систематизованих ідей з метою оцінювання можливості їх практичної реалізації. Для цього група аналізу формує нову експертну групу з висококваліфікованих фахівців у галузі дослідження в складі 20-25 осіб, зосереджуючи їх увагу на критиці. Доцільно, щоб цей процес тривав до

1,5 годин і супроводжувався записом. Під час цієї процедури беруться до остаточного розгляду ті ідеї, які отримали найменшу кількість критичних зауважень і можливі при реалізації на практиці.

Зазвичай зі ста ідей тридцять заслуговують на подальше опрацювання; з них п'ять-шість дають можливість сформулювати прикладні проекти; дві-три приносять корисний ефект: прибуток, підвищення екологічної безпеки і тому подібне. Інтерпретація ідей – творчий процес.

Наприклад, при обговоренні можливостей захисту кораблів від торпедної атаки під час другої світової війни була висловлена ідея: «Вишикувати матросів уздовж борту та дути на торпеду, щоб змінити її курс». Після опрацювання ця ідея привела до створення пристроїв, що збурюють хвилі, які збивають торпеду з курсу.

Метод Делфі. Основна ідея методу полягає в тому, щоб за допомогою серії послідовних дій – опитувань, інтерв'ю, мозкових штурмів – добитися максимального консенсусу при визначенні правильного рішення. Результати кожної серії обробляються статистичними методами. Базовим принципом методу є те, що певна кількість незалежних експертів краще оцінює та передбачає результат, ніж структурована експертна група. Метод дозволяє уникнути відкритих зіткнень між носіями суперечних позицій, оскільки виключає безпосередній контакт експертів між собою і, отже, груповий вплив, який виникає при спільній роботі і полягає в пристосуванні до думки більшості. Крім того, експертизу можна проводити, не збираючи експертів разом.

Уперше цей метод був презентований американською корпорацією «RAND» в 1964 р. У першому турі експерти називали ймовірні дати тих або інших майбутніх звершень. У другому турі кожен експерт знайомився з прогнозами усіх інших. Якщо його прогноз значно відрізнявся від прогнозів основної маси, йому пропонували пояснити свою позицію, і часто він змінював свої оцінки, наближаючись до середніх значень. Ці середні значення і надавалися замовнику як групова думка. Корпорація провела дослідження у шести широких галузях: наукові прориви, зростання населення, автоматизація, дослідження космосу, ймовірність і запобігання війні, майбутні системи зброї. Слід сказати, що реальні результати дослідження виявилися досить скромними. Хоча дата висадки американців на Місяць була передбачена з точністю до місяця, усі інші прогнози провалилися: холодного термоядерного синтезу та засобу від раку людство не отримало. Проте сама методика виявилася популярною. І наступні роки вона використовувалася не менше 40 тис. разів. Середня вартість експертного дослідження за методом Делфі – 5 тис. доларів США, але у ряді випадків доводилося витратити і більші суми – до 130 тис. доларів.

За минулий період сфера, в якій використовується прогнозування за допомогою методу Делфі, значно розширилась, проте основне його застосування – дослідження перспектив розвитку науково-технічного прогресу.

Метод Делфі полягає в проведенні опитування експертів у декілька турів, що дозволяє використовувати зворотний зв'язок шляхом ознайомлення експертів з результатами попереднього туру опитування та врахування цих результатів при оцінюванні значущості думок експертів. Поетапне опитування продовжують, доки просування у напрямі зближення точок зору стають незначними. Цей метод дає можливість узагальнити думки експертів в узгоджену групову точку зору. Метод досить ефективний, оскільки дозволяє ліквідувати ряд труднощів, пов'язаних з роботою колективної експертної комісії.

Сутність методу Делфі подано у вигляді схеми, приведеної на рис. 8.2.

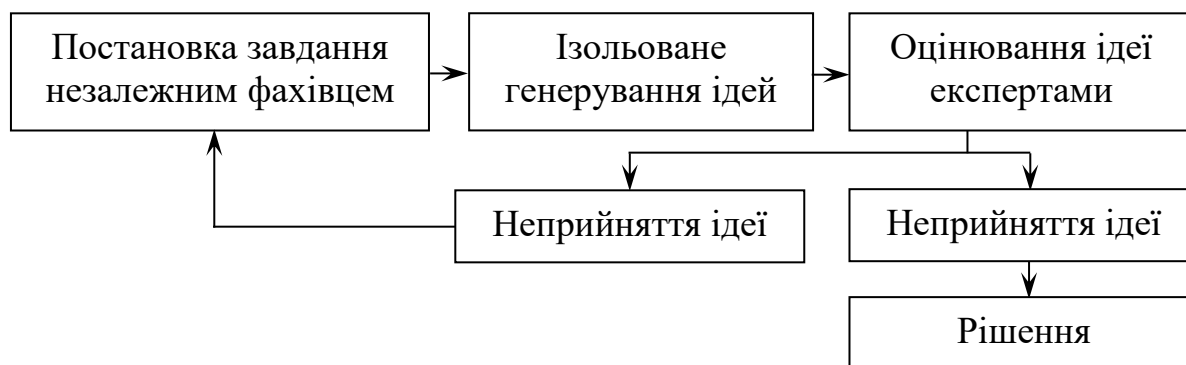


Рисунок 8.2 – Сутність методу Делфі

Цей метод включає такі *принципи*:

- *анонімність*, що досягається за рахунок використання опитувальників або формалізованих методів зв'язку;
- *коригований зворотний зв'язок* – полягає в проведенні декількох турів опитування з послідовним узагальненням результату попередніх турів і наданні цієї інформації експертам при черговому турі опитування з метою зменшення «шуму»;
- *статистична обробка відповідей*.

Приклад 1

Необхідно розглянути стандартну процедуру методу Делфі на прикладі прогнозування майбутніх подій і їх дат. Спочатку експертам пропонують перелічити всі події, які впродовж даного проміжку часу можуть вплинути на досліджувану проблему. Після цього робиться як мінімум чотири опитування.

Мета першого опитування – визначити можливі терміни подій. Для кожної події обчислюється *медіана* (середня дата) та *квартилі* (дати меж 50-відсоткового часового діапазону по 25% в кожний бік від медіани).

Мета інших трьох опитувань – узгодження думок експертів.

У *другому опитуванні* кожному експерту надаються для кожної події медіана та квартилі. Кожен експерт для кожної події повинен погоджувати свої оцінки з результатами аналізу (тобто змінити проставлену ним дату настання події, якщо вона відрізняється від результатів аналізу) або подати аргументи, якщо він наполягає на власній оцінці.

У *третьому опитуванні* кожному експерту надаються для кожної події перераховані за результатами другого опитування медіана, квартилі та аргументи, що обґрунтовують значні відхилення від медіани. Кожен експерт для кожної події змінює свою оцінку (якщо він визнає це за потрібне) з тим, щоб вони були якомога наближені до узгодження, або залишає оцінку без зміни.

Четвертий і наступні (за наявності) *опитування* здійснюються саме так, як і третій. Початкова інформація для кожного з цих опитувань – результати обробки попереднього опитування.

Як показала практика, основні недоліки стандартної процедури методу Делфі полягають в такому:

- через відсутність ступеня надійності пророцтва вона не дає способу

співвідношення результатів прогнозування з довгостроковим плануванням;

– надання інформації тільки про медіану та квартилі робить психологічний тиск на експерта, який категорично впевнений, що дана подія ніколи не станеться.

Модифікований метод Делфі відрізняється від стандартної процедури чотирма моментами. Перші два пов'язані зі схемою опитування і полягають в такому:

– починаючи з другого опитування, кожному експерту для кожної події, окрім медіани і квартилей, надаються також усереднювання дат меж квартилей (по 12,5% у кожний бік від медіани), дати крайніх відповідей і відсоток відповідей «ніколи»;

– починаючи з третього опитування, кожен експерт для кожної події може подати свої контраргументи, якщо він визнає це за потрібне.

Останні два моменти пов'язані з поданням завершальної інформації і полягають в наступному:

– обчислюється показник достовірності кожної події як різниця між 100% і відсотком відповідей «ніколи»;

– для кожної події відповідно до чітко сформульованого комплексу умов, в який обов'язково входить показник достовірності настання події, встановлюється пріоритет.

Слід зазначити, що саме встановлення пріоритетів дасть можливість упорядкувати дестабілізуючі дії зовнішнього середовища за мірою та термінами їх впливу на досліджуваний процес.

Метод Зонд (Probe) є розвитком методу Делфі, до якого введені оцінки:

– міри бажаності кожної події як з боку аналізованої системи, так і з боку зовнішнього середовища;

– реалізації (тобто можливості здійснення) кожної події з урахуванням обставин, що виникають при цьому;

– здійснення кожної події у вигляді вектору, серед компонент якого є:

- загальна оцінка ймовірності та здійснення цієї події;
- оцінка дати здійснення події з ймовірністю 0,5 і міри невизначеності, пов'язаної з цією оцінкою (у простому випадку – це дати здійснення події із заданою ймовірністю).

Метод Зонд складається з трьох етапів, кожен з яких може складатися з декількох опитувань.

1. Кожен експерт формує список подій, вказуючи для кожної з них міру бажаності, реалізованості та дати здійснення із заданою ймовірністю. Після кожного опитування список подій редагується з метою виключення їх дублювання, перевірки подій на дискретність, виключення тривіальних подій і угруповання подій за категоріями.

2. Кожен експерт в списку, сформованому на першому етапі, для кожної події вказує міри бажаності та реалізованості, дати здійснення із заданою ймовірністю та міру власної компетентності відносно цієї події.

3. В аналізі кожної події беруть участь тільки ті експерти, які оцінили свою компетентність на «відмінно», а також ті, чиї відповіді й оцінки істотно відрізнялися від усереднених. Після закінчення узгодження думок експертів складається результативна таблиця, де бажаність і реалізація оцінюються в діапазоні $[-1; 1]$.

Тема 9. Механізм колективної експертної оцінки

1. Етапи проведення колективної експертної оцінки.
2. Визначення складу та чисельності експертної групи.
3. Статистична обробка експертних оцінок.
4. Методи оцінювання узгодженості думок експертів.
5. Сталість групових експертних оцінок.

1 Етапи проведення колективної експертної оцінки

При використанні методу колективної експертної оцінки зазвичай виділяють такі етапи проведення експертизи:

1. Формування цілей і питань експертизи.
2. Формування правил проведення опитування або характеру взаємодії експертів.
3. Формування групи експертів.
4. Вибір способу оцінювання компетентності експертів.
5. Формування правил обробки думок експертів.
6. Статистична обробка експертних оцінок і визначення ступеня узгодженості думок експертів.

Слід розглянути деякі з цих етапів. На першому етапі експертизи велике значення має визначення її цілей (мети). Наявність чітко сформульованих цілей і ясного розуміння потреб є обов'язковою умовою забезпечення надійного результату експертизи.

Корисним інструментом формулювання цілей є опис передісторії та поточного стану проблеми, що є основою для вибору цілей експертизи. Окрім цього, при формуванні цілей важливо мати уявлення про специфічні особливості й інтереси груп фахівців, які братимуть участь в експертизі. Після збору цих даних можна приступати до постановки завдання експертизи та розробки основних правил її проведення.

Вибір цілей і характер процедури експертизи значною мірою визначаються *сутністю проблеми, передбачуваними кінцевими результатами і можливими способами їх подання*. Рівень ухвалення рішень (державний, галузевий, підприємства) визначає широту діапазону, кількість альтернатив і міру формалізації процедури. Вибір цілей і процедури експертизи залежить також від надійності та повноти наявних даних і виду необхідної інформації. Тому при формулюванні цілей експертизи передусім необхідно чітко встановити ознаку, за якою належить проводити оцінювання, а також умови використання експертних оцінок. Якщо цілей декілька, то оцінки за різними шкалами треба звести до єдиної шкали, наприклад, за рахунок встановлення мети більш високого рівня.

Структурно-організаційний набір питань в анкеті має бути логічно пов'язаний з центральним завданням експертизи. Хоча форма та зміст питань визначаються специфікою об'єкту прогнозування, можна встановити загальні вимоги до них. Питання мають бути сформульовані в загальноприйнятих термінах, без словесної невизначеності. Усі питання повинні логічно відповідати структурі об'єкту, забезпечувати єдине тлумачення.

Визначення специфіки процедур для методів експертних оцінок

здійснюється на основі аналізу вимог до експертів та їх оцінок, що витікають з суті методів:

- *аналітичні записки* ставлять вимоги до структуризації проблеми, що експериментується, експлікації та ранжування цілей, аналізу альтернативних шляхів досягнення мети, оцінювання витрат на кожну альтернативу та рекомендації щодо найбільш ефективних способів вирішення проблем;

- *парні порівняння*, нормування та ранжування вимагають однорідності оцінюваних ознак; наявності логічно обґрунтованих критеріїв і еталонів; наявності однозначних процедур операції з критеріями, еталонами й ознаками;

- *інтерв'ю* висувають специфічні вимоги як до експерта, так і до інтерв'юера;

- *морфологічна структуризація* вимагає чіткого визначення функціональних характеристик об'єкту або проблеми, які необхідно поліпшити; класифікації наукових принципів, на основі яких можливе поліпшення характеристики; аналізу різноманітних комбінацій цих принципів і відсівання явно абсурдних; оцінювання комбінацій по мірі здійснювання та витрат на їх реалізацію; порівняння комбінацій за комплексним критерієм «витрати – ефективність – час».

Формування анкет і таблиць експертних оцінок. Інформаційним масивом для розробки прогнозів методом евристичного прогнозування є набір заповнених експертами таблиць і анкет. Таблиці містять перелік строго сформульованих питань. До питань в анкетах ставляться такі вимоги: вони мають бути сформульовані в загальноприйнятих термінах; їх формулювання повинне виключати певну смислову неоднозначність; усі питання повинні логічно відповідати структурі об'єкту прогнозу; вони мають бути віднесені до одного з трьох перерахованих нижче видів. Залежно від виду питання застосовується певна процедура його формулювання та складання анкет.

До *першого* виду відносять питання, відповіді на які містять кількісну оцінку: питання відносно часу звершення подій; опитування відносно кількісного значення прогнозованого параметра; питання відносно ймовірності здійснення події; питання за оцінкою відносного взаємного впливу чинників у деякій шкалі. Для цього типу питань застосовується найпростіша процедура складання анкет. У цьому випадку сам прогнозист, обізнаний з об'єктом прогнозу, формулює перелік значень оцінюваних параметрів, ймовірності та відрізків часу. При визначенні шкали значень кількісних параметрів (час, характеристика та ін.) доцільно користуватися нерівномірною шкалою. Конкретне значення нерівномірності визначається характером залежності помилки прогнозу від часу попередження.

До *другого* виду належать змістовні питання, що вимагають згорнутої відповіді не в кількісній формі. Питання, що вимагають відповіді в згорнутій формі, можуть бути трьох типів: диз'юнктивні; кон'юнктивні; імплікативні.

Питання, що вимагають змістовної відповіді в згорнутій формі, характеризуються найбільш складною процедурою їх формування в анкету. Анкета в остаточному вигляді складається в результаті триетапної ітерації. На першому етапі прогнозист ретельно вивчає результат роботи (доповідь) групи експертів (метод комісій) над певною системою. Підсумком вивчення є формулювання першого варіанту опитувальника, який на другому етапі розсилається головам

відповідних комісій для коригування й уточнення. В результаті створюється другий варіант опитувальника. На третьому етапі питання групуються за темами та в певному порядку усередині тем. Остаточний варіант опитувальника набуває форми таблиць експертних оцінок.

До *третього* виду відносяться питання, що вимагають відповіді в розгорнутій формі, які, в свою чергу, діляться на два типи:

- питання з формою відповіді у вигляді переліку відомостей про предмет;
- питання з формою відповіді у вигляді переліку аргументів, що підтверджують або відкидають тезу, що міститься в питанні.

Питання, що вимагають змістовної відповіді в розгорнутій формі, визначаються шляхом двоетапної ітерації. Перший етап – прогнозист звертається до експертів з проханням сформулювати найбільш перспективні та найменш розроблені проблеми. На другому етапі з усіх названих проблем вибираються ті, що мають безпосереднє відношення до об'єкту прогнозу та принципово вирішувані.

Після того як усі питання уточнені та зведені за тематичними ознаками у відповідні розділи анкет або таблиць, переходять до роботи з експертами, аналізу й обробки експертних оцінок.

Розглянуті методи застосовуються в основному в довгострокових прогнозах. Вони використовуються у тому випадку, якщо важко кількісно оцінити прогнозний фон. Фахівці здійснюють це на основі власного розуміння питання.

2 Визначення складу та чисельності експертної групи

У процесі формування групи експертів основним є визначення її якісного та кількісного складу. Відбір експертів починається з визначення питань, які охоплюють вирішення проблеми, після чого складається список компетентних осіб.

Для отримання якісного результату до учасників експертизи ставиться ряд вимог, основними з яких є: високий рівень загальної ерудиції; глибокі спеціальні знання в оцінюваній галузі; здатність до адекватного відображення тенденції розвитку досліджуваного об'єкту; наявність психологічної установки на майбутнє; суто науковий інтерес до оцінюваного питання; відсутність практичної зацікавленості в цій сфері; наявність виробничого і (чи) дослідницького досвіду в даній галузі.

Характеризуючи експертів, слід мати на увазі, що в результаті формування оцінок можуть мати місце помилки двох видів. Помилки першого виду відомі в техніці вимірювань як систематичні, помилки другого виду – як випадкові. Експерт, схильний до помилок першого виду, видає значення, які стало відрізняються від істинного у бік збільшення або зменшення. Вважають, що помилки цього виду пов'язані зі складом розуму експертів. Для корекції систематичних помилок можна застосовувати поправочні коефіцієнти або використовувати спеціально розроблені тренувальні ігри. Помилки другого виду характеризуються величиною дисперсії. Виходячи з аналізу основних видів помилок при винесенні експертних суджень, слід віддати перевагу експерту, оцінки якого мають малу дисперсію та систематичне відхилення середньої помилки від нуля, експерту з середньою помилкою, дорівнюною нулю, але з більшою дисперсією. На жаль, апріорі визначити здатність людини створювати правильні експертні оцінки неможливо. Важливим засобом підготовки експертів є спеціальні тренувальні ігри.

Існує декілька підходів до оцінювання компетентності експертів. По-

перше, організатори можуть з урахуванням участі експерта в експертизах дати оцінку його компетентності.

Іншим методом оцінювання компетентності експертів є їх тестування. Для цього розробляється спеціальна тест-анкета, відповідаючи на питання якої, експерт повинен показати значення об'єкту дослідження, свої аналітичні здібності. Слід зазначити, що розробка тест-анкети – складна і трудомістка процедура, тому цей метод оцінювання компетентності виправданий тільки у випадках залучення для експертизи великої (>30) кількості експертів.

У процесі вирішення проблеми формування експертної групи необхідно виявити і стабілізувати працездатну мережу експертів. Наприклад, може бути використаний *метод «снігової кулі»*, який полягає в такому. На основі аналізу літератури з прогнозованої проблеми вибирається будь-який фахівець, який має декілька публікацій в цій галузі. Йому пропонують назвати десять найбільш компетентних, на його думку, фахівців з цієї проблеми. Потім звертаються одночасно до кожного з десяти названих фахівців з проханням вказати десять визначних їх колег-учених. З отриманого списку фахівців викреслюються десять перших, а до інших розсилаються листи, що містять зазначене вище прохання. Процедура завершується, коли жоден зі знову названих фахівців припиняє доповнювати список експертів новими іменами, тобто мережа експертів стабілізується. Отриману мережу експертів можна вважати генеральною сукупністю фахівців, компетентних у галузі прогнозованої проблеми. Проте через ряд практичних обмежень недоцільно залучати всіх фахівців до експертизи. Тому необхідно сформулювати *репрезентативну вибірку з генеральної сукупності експертів*.

Визначення оптимальної чисельності експертної групи може бути пов'язане з оцінюванням рівня компетентності експертів. У цьому випадку експертам можна запропонувати провести самооцінку компетентності за певною шкалою, наприклад, від 2 до 5. При самооцінці експерт визначає міру своєї обізнаності в досліджуваному питанні на підставі анкети. Обробка даних дає можливість отримати *кількісну оцінку компетентності потенційного експерта* за наступною формулою:

$$K_j = 0,5 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^m v_{ij}}{\sum_{i=1}^m v_{i_{\max}}} + \frac{\lambda_j}{\lambda_{\max}} \right), \quad (9.1)$$

де v_{ij} – вага самооцінки j -го експерта за i -ю характеристикою, запропонованою в анкеті;

$v_{i_{\max}}$ – максимальна вага характеристики в анкеті;

m – кількість запропонованих характеристик;

λ_j – вага, визначена експертом за шкалою самооцінки;

$\lambda_{\max}$ – максимальна вага самооцінки.

Таке інтегральне оцінювання може здійснюватися і без проведення тестування. Нині в багатьох методах проведення експертних оцінок пропонується використовувати як *показник компетентності експерта* коефіцієнт:

$$k_k = \frac{k_{\text{зн}} + k_a}{2}, \quad (9.2)$$

де k_k – коефіцієнт компетентності експерта;
 $k_{\text{зн}}$ – коефіцієнт міри ознайомлення експерта з обговорюваною проблемою;
 k_a – коефіцієнт аргументованості.

Коефіцієнт міри ознайомлення з напрямом досліджень визначається шляхом самооцінки експерта за десятибальною шкалою. Значення балів для самооцінки такі:

0 – експерт не обізнаний у питанні;

1, 2, 3 – експерт погано обізнаний у питанні, але питання входить у сферу його інтересів;

4, 5, 6 – експерт задовільно обізнаний у питанні, не бере безпосередньої участі в практичному вирішенні питання;

7, 8, 9 – експерт добре обізнаний у питанні, бере участь у практичному вирішенні питання;

10 – питання входить в коло вузької спеціалізації експерта.

Експертові пропонується самому дати оцінку міри своєї обізнаності у питанні та підкреслити відповідний бал. Потім цей бал множиться на 0,1 для отримання значення коефіцієнта аргументованості. Цей коефіцієнт враховує структуру аргументів, що послужили експертові основою для певної оцінки. Коефіцієнт аргументованості пропонується визначити відповідно до табл. 9.1 шляхом підсумовування значень, помічених експертом в клітинах цієї таблиці. Визначивши коефіцієнт компетентності, множать на нього значення оцінок експертів.

Таблиця 9.1 – Значення коефіцієнта аргументованості

Джерела аргументації	Міра впливу джерела аргументації, на вашу думку		
	висока	середня	низька
Проведений теоретичний аналіз	0,3	0,2	0,1
Ваш виробничий досвід	0,5	0,4	0,2
Узагальнення робіт вітчизняних авторів	0,05	0,05	0,05
Узагальнення робіт зарубіжних авторів	0,05	0,05	0,05
Ваше особисте знайомство зі станом справ за кордоном	0,05	0,05	0,05
Ваша інтуїція	0,05	0,05	0,05

У тих випадках, коли експерти обізнані у діяльності та знають рівень компетентності один одного, можна використовувати метод взаємного оцінювання компетентності. Для цього кожного i -го експерта ($i = 1, 2, \dots, m$) просять дати оцінку компетентності інших експертів $l = 1, 2, \dots, m$ ($l \neq i$) за певною шкалою, наприклад, від 1 до 5. Взаємні оцінки компетентності подаються у вигляді квадратної матриці, стовпцем i оцінками, наданими i -м експертом усім іншим

експертам. Діагональні елементи в матриці приймаються однаковими для всіх і дорівнюють будь-якому невід'ємному числу (зазвичай нулю). Вектор коефіцієнтів компетентності експертів $\bar{K} = K^1, K^2, \dots, K^m$ визначається розв'язанням векторного рівняння:

$$\lambda \bar{K} = B \bar{K}, \quad (9.3)$$

де λ – максимальне дійсне власне число матриці B . Тобто рішення є власним вектором матриці B .

За даними взаємного оцінювання компетентності експертів можна виявити конфронтацію між експертами, коаліції експертів. Конфронтація обов'язково спотворить дійсну компетентність експертів, і в цих випадках метод взаємного оцінювання компетентності використовувати недоцільно.

Означені методи оцінювання компетентності є «зовнішніми» по відношенню до експертизи, що проводиться, тобто результати оцінки компетентності $\bar{K} = K^1, K^2, \dots, K^m$ є вхідною інформацією для обробки результатів експертного опитування в цій експертизі.

Встановити оптимальну чисельність групи експертів досить важко. Проте розроблений ряд формальних підходів до вирішення цієї проблеми. Один з них заснований на встановленні максимальної та мінімальної межі чисельності груп, виходячи з двох умов: високої середньої компетентності груп експертів і стабілізації середньої оцінки прогнозованої характеристики.

Чисельність групи встановлюється в межах $m_{\min} \leq m \leq m_{\max}$. Перша умова використовується для визначення максимальної чисельності групи експертів $m_{\max}$:

$$C \cdot K_{\max} \leq \frac{\sum_{i=1}^m K_i}{m_{\max}}, \quad (9.4)$$

де K_i – компетентність i -го експерта;

C – константа;

$K_{\max}$ – максимально можлива компетентність за використовуваною шкалою.

Ця умова припускає, що коли є група експертів, компетентність яких максимальна, то середнє значення їх оцінок можна вважати істинним. Для визначення константи використовується практика голосування, тобто група вважається обраною, якщо за неї проголосували $2/3$ присутніх. Виходячи з цього, слід прийняти, що $C = 2/3$. Таким чином, максимальна чисельність експертної групи встановлюється на підставі нерівності:

$$m_{\max} \leq \frac{3}{2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^m K_i}{K_{\max}}. \quad (9.5)$$

Далі визначається мінімальна чисельність експертної групи $m_{\min}$ за допомогою використання умови стабілізації середньої оцінки прогнозованої характеристики, яке припускає, що залучення або вилучення експерта з групи несуттєво

впливає на середню оцінку прогнозованої величини:

$$\left| \frac{O - O'}{O_{\max}} \right| < \varepsilon, \quad (9.6)$$

де O – середня оцінка прогнозованої величини в балах, подана експертною групою;

O' – середня оцінка в балах, подана експертною групою, з якої вилучений (чи до якої залучений) один експерт;

$O_{\max}$ – максимально можлива оцінка прогнозованої величини в прийнятій бальній шкалі оцінок;

ε – задана середня помилка внаслідок залучення (вилучення) експерта.

Мінімальна кількість експертів у групі залежно від заданої (допустимої) величини ε можна розрахувати за формулою:

$$m_{\min} = 0,5 \cdot \left(\frac{3}{\varepsilon} + 5 \right). \quad (9.7)$$

Таким чином, за наведеними формулами можна набути оцінних значень максимальної і мінімальної кількості експертів у групі. Остаточна чисельність експертної групи формується на підставі послідовного вилучення малокомпетентних експертів з урахуванням умови $(K_{\max} - K_i) \leq \eta$, де η – задана межа допустимого відхилення компетентності i -го експерта від максимальної. Одночасно в групу можуть залучатися нові експерти.

3 Статистична обробка експертних оцінок

Оцінки, отримані в результаті опитування експертів, можуть бути подані як якісними, так і кількісними характеристиками. Найбільший інтерес становлять підходи до статистичної обробки якісних характеристик, отриманих від експертів. Підходи до способів формалізації якісної інформації були розроблені відносно нещодавно і засновані на непараметричній статистиці.

Якісні характеристики можуть бути подані рядом можливих подій або явищ, які часто необхідно упорядкувати в залежності від міри важливості або міри впливу цих характеристик на об'єкт, що вивчається. У зв'язку з цим виникає проблеми впорядкування, тобто ранжування експертами виокремлених подій і визначення характеру розподілу узагальнених рангів із урахуванням думок усіх експертів.

Слід розглянути найбільш поширені методи обробки інформації, що містить якісні і кількісні оцінки.

1. **Ранжування.** **Ранжуванням** називається розташування показників (чинників, явищ, об'єктів) у порядку зростання (спадання) деякої загальної ознаки. Ранжування застосовується в таких основних випадках:

- якщо дані показники несумірні (мають різну природу);
- якщо становить інтерес тільки взаємне впорядковане (просторове або часове) розташування об'єктів;
- якщо частину показників виміряти неможливо або вимірювання нині

реалізувати важко.

Ранжування здійснюється таким чином. Кожен експерт приписує об'єктам ранжування номера натурального ряду 1, 2, 3, ..., i (ранги) в порядку зростання (спадання) заданої характеристики. Ранг визначається експертом суто суб'єктивно, з точки зору його досвіду, знань, припущень і т.д.

У тому випадку, якщо експерт не може визначити відношення строгого порядку між альтернативами, використовується нестроге ранжування. Воно допускає відношення рівної переваги між об'єктами порівняння. Еквівалентні з точки зору експерта об'єкти отримують рівні ранги. Групи однакових рангів усередині одного і того ж ранжування мають назву *груп зв'язних рангів*.

У ході цього робиться впорядковування альтернатив. Тим альтернативам, для яких стосунки строгого порядку визначити не вдалося, привласнюється стандартизований ранг, значення якого подає середню суму місць встановленого порядку, поділених між собою об'єктами з однаковими рангами:

$$n_s = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{k}, \quad (9.8)$$

де $n_1, n_2, \dots, n_k$ – номери місць альтернатив з однаковими рангами;
 k – кількість однакових рангів.

Ця формула отримана, виходячи з припущення про те, що загальна кількість рангів дорівнює кількості об'єктів n , що ранжуються.

Отримана від експертів інформація може бути використана для визначення коефіцієнтів вагомості різних показників, що характеризують деякий об'єкт, процес або явище, наприклад, коефіцієнтів вагомості показників якості виробів:

$$k_{B_i} = \frac{\sum_{j=1}^m r_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_{ij}}, \quad (9.9)$$

де n – кількість показників якості;
 k_{B_i} – коефіцієнт вагомості i -го показника якості виробу.

Коефіцієнт вагомості задовольняє очевидній умові: $\sum_{i=1}^n k_{B_i} = 1$.

2. Метод безпосереднього оцінювання. У цьому випадку передбачається, що здійснюється оцінювання кількісних або якісних ознак з використанням кількісних або якісних шкал. Особливе місце займає бальне оцінювання. Воно є проміжним способом вимірювання властивостей об'єктів, вимірюваних за якісними та кількісними шкалами, перехідним вимірюванням між ранжуванням і кількісною шкалою. **Бал** – це певна умовна градація альтернатив порівняння, що відбиває усю сукупність безпосередньо неспівмірних властивостей об'єкту. Двоїстість цього методу проявляється в тому, що бал, з одного боку, суб'єктивна міра можливої множинності різнорідних властивостей об'єкту, з іншого – бальне вимірювання допускає арифметичні дії у рамках відомих гіпотез внаслідок того, що апіорі задається масштаб вимірювань і деякі правила співвідношення реальної

властивості та умовної безрозмірної одиниці вимірювання цієї властивості.

Цей метод полягає в тому, що діапазон зміни якісної змінної, за якою відбувається порівняння параметрів, розбивається на декілька інтервалів, кожному з інтервалів привласнюється певний бал, наприклад, від 0 до 10. Можуть використовуватися інші шкали: 0-5 балів, 0-20 балів, 0-100 балів тощо. Крім того, шкала може включати від'ємні значення, наприклад, від -5 до +5 балів.

Так, експерт повинен кожному параметру (об'єкту, чиннику) приписати певний бал у межах використовуваної шкали і відповідно до його судження про значущість (важливість) кожного з даних параметрів.

Декільком параметрам може бути приписаний один і той же бал. Нехай p_{ij} – оцінка i -го параметра j -м експертом. Середня оцінка i -го параметра від усіх m експертів дорівнює:

$$p_i = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m p_{ij}. \quad (9.10)$$

Коефіцієнт вагомості i -го показника може бути визначений за формулою:

$$k_{B_i} = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij}}. \quad (9.11)$$

Отримані коефіцієнти вагомості також повинні задовольняти умові $\sum_{i=1}^n k_{B_i} = 1$.

Результативна оцінка може бути отримана з урахуванням вагів експертів:

$$p_i = \sum_{j=1}^m p_{ij} \cdot \frac{\beta_j}{\sum_{j=1}^m \beta_j}, \quad (9.12)$$

де β_j – вага j -го експерта.

За відсутності інформації про компетенцію експертів вважають $\beta_j = 1$.

У даному випадку в якості результативної оцінки використовується середнє арифметичне. Проте при оцінюванні можна використовувати й інші середні. Відомі різноманітні види середніх величин: середнє арифметичне, медіана, мода, середнє геометричне, середнє гармонійне, середнє квадратичне.

При використанні методу безпосередньої оцінки може бути здійснене не лише впорядкування об'єктів, але і визначення міри переваги одного об'єкту над іншим.

Часто в ході роботи з інформацією, отриманою в результаті безпосередньої оцінки, використовується процедура нормування змінних, перехід у так звані z -координати. Вона, як правило, здійснюється відповідно до одного з приведених нижче методів зважування:

$$z_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_{\max_i}}, \quad z_{ij} = \frac{p_{ij}}{\bar{p}_i}, \quad z_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_{\min_i}}, \quad z_{ij} = \frac{p_{ij} - \bar{p}_i}{\sigma_i},$$

де $\bar{p}_i$ – середнє значення за i -ю альтернативою;
 σ_i – стандартна помилка вимірювання i -ї альтернативи;
 $p_{\max_i}, p_{\min_i}$ – відповідно, максимальне та мінімальне значення i -ї альтернативи.

Зазвичай намагаються провести процедуру нормування так, щоб середня за відповідною ознакою дорівнювала нулю, а дисперсія була близька до одиниці.

3. *Методи парних порівнянь (переваг).* У цьому випадку попарно порівнюються аналізовані альтернативи. Слід розглянути два методи парних порівнянь, що дещо відрізняються один від одного:

3.1. *Метод часткового парного порівняння.* Труднощі ранжування або оцінювання, особливо у разі великої кількості параметрів (показників, чинників), можна значною мірою нівелювати, якщо запропонувати експертам здійснювати порівняння параметрів попарно, з тим, щоб встановити в кожній парі найбільш важливий (значущий).

Процедура попарного порівняння полягає в такому. Для кожного експерта складається таблиця (матриця), в якій порівнювані параметри записуються двічі: у верхньому рядку і в крайній лівій графі (табл. 9.2).

Таблиця 9.2 – Матриця часткових парних порівнянь для одного експерта

Параметри	1	2	...	k	...	n	r_i^j
1	—						
2	—	—					
...	—	—	—				
i	—	—	—	—			
...	—	—	—	—	—		
n	—	—	—	—	—	—	
S_i^j							

Заповнюються тільки клітини, що знаходяться праворуч від діагоналі, тобто клітини (i, k) , $i < k$. У кожен клітину (i, k) експерт заносить номер параметра (i або k), якому віддає перевагу, причому експерт обов'язково повинен віддати перевагу одному з них.

Заповнена матриця обробляється аналітиком, який для кожного j -го експерта підраховує та заносить в крайню графу справа частоту переваги i -го параметра в рядку та величину r_i^j , а у нижній рядок матриці – частоту переваги k -го параметра в стовпці k над усіма іншими та величину S_i^j .

Потім для кожного i -го параметра визначається сумарна частота переваг i -го параметра, вказана j -м експертом:

$$m_i^j = S_i^j + r_i^j. \quad (9.13)$$

Середня для усіх експертів частота переваги i -го параметра визначається за формулою:

$$m_i = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m m_i^j. \quad (9.14)$$

Загальна кількість порівнянь, проведених кожним експертом при одноразовому частковому попарному порівнянні, дорівнює:

$$I = \frac{n \cdot (n-1)}{2}, \quad (9.15)$$

де n – кількість параметрів.

Тоді коефіцієнти вагомості параметрів за вказаної вище умови можна визначити за формулою:

$$k_{B_i} = \frac{m_i}{I} = \frac{2 \cdot m_i}{n \cdot (n-1)}. \quad (9.16)$$

3.2. Метод повного парного порівняння. Цей метод відрізняється від часткового парного порівняння лише тим, що кожна пара порівнюється не один раз, а двічі, тобто експерти заповнюють усі клітини таблиці. Це здійснюється з метою нейтралізації можливої помилки експертів, яка виникає за рахунок того, що експерти частіше віддають перевагу параметру, що стоїть першим з двох порівнюваних. Чим менше об'єктивна різниця у величині двох порівнюваних параметрів, тим більше проявляється така перевага. У разі повного парного порівняння матриця заповнюється повністю. Величина кількості порівнянь I дорівнює $n \cdot (n-1)$.

Коефіцієнти вагомості визначаються за формулою:

$$k_{B_i} = \frac{m_i}{n \cdot (n-1)}. \quad (9.17)$$

Підсумовування рангів і часткових оцінок призводить до процедури отримання загальної оцінки **a**. Дефектом такої процедури є те, що невелике значення однієї часткової оцінки може бути компенсоване великим значенням іншої оцінки, а також те, що не враховується значущість окремих параметрів.

Нескладно показати, що будь-яке ранжування легко перетворити на матрицю парних порівнянь, якщо визначити a_{ij} , наприклад, таким чином:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & r_i < r_j \\ -1, & r_i > r_j \\ 0, & r_i = r_j \end{cases} \quad \text{або} \quad a_{ij} = \begin{cases} 1, & r_i < r_j \\ 0, & r_i > r_j \\ 0,5, & r_i = r_j \end{cases},$$

де r_i, r_j – ранги, присвоєні відповідно i -му та j -му об'єктам.

Існує і зворотна можливість переходу від матриці парних порівнянь до ранжування. Наприклад, це здійснюється за допомогою такого алгоритму. Нехай m експертів проводять оцінку всіх пар об'єктів, даючи числову оцінку a_{ij} , оскільки це вказано в прикладі заповнення матриці парних порівнянь. Усього об'єктів n . Якщо при оцінюванні i -го та k -го об'єктів m_i експертів віддають перевагу i -му об'єкту, m_k експертів висловилися навпаки, а m_n експертів вважають ці об'єкти еквівалентними, то оцінка математичної величини a_{ik} дорівнює X_{ik} :

$$X_{ik} = M(a_{ik}) = 1 \cdot \frac{m_i}{m} + 0,5 \cdot \frac{m_n}{m} + 0 \cdot \frac{m_k}{m}.$$

Враховуючи, що $m = m_i + m_n + m_k$, отримуємо:

$$X_{ik} = \frac{1}{2} + \frac{m_i - m_k}{2 \cdot m} \quad (i, k = 1, 2, \dots, n).$$

У цілому ряду ситуацій ранжування є зручним методом через простоту та наочність. Проте у випадках прогнозування, коли кількість об'єктів порівняння перевищує 10-15 альтернатив (іноді допустимо до 20), цим методом не слід зловживати з причини зростання ймовірності помилкових суджень через фізичну обмеженість можливості контролю над усією інформацією з боку експертів.

У ряді випадків виникає проблема визначення зв'язку між набором ранжованих змінних. Для її вирішення можна використовувати непараметричний множинний коефіцієнт кореляції W . Цей коефіцієнт призначений для вимірювання зв'язку довільного числа ранжованих змінних.

Спосіб обчислення W буде розібрано і пояснено на практичному занятті.

4 Методи оцінювання узгодженості думок експертів

Прийнято виділяти декілька груп характеристик узгодженості думок експертів:

- коефіцієнти згоди (конкордації);
- коефіцієнти парної кореляції;
- заходи відстані;
- коефіцієнти асоціативності;
- імовірнісні коефіцієнти схожості (коефіцієнт ентропії згоди).

Для визначення **коефіцієнта конкордації** використовуються результати ранжування. Сума рангів, призначених об'єкту експертами, визначається за формулою:

$$S_i = \sum_{j=1}^m r_{ij}, \quad (9.18)$$

де r_{ij} – ранг оцінки, даної j -м експертом i -му об'єкту. Середнє значення суми рангів оцінок за усіма об'єктами експертизи $\bar{S} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n S_i$. Відхилення суми рангів,

отриманих i -м об'єктом, від середнього значення суми рангів – $d_i = S_i - \bar{S}$. Тоді коефіцієнт конкордації, обчислений за сукупністю всіх об'єктів для процедури строгого ранжування, якщо немає рангів, що співпадають:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^2 \cdot (m^3 - m)}. \quad (9.19)$$

Для процедури нестрогого ранжування:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^2 \cdot (m^3 - m) - n \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{l_j} (t_{kj}^3 - t_{kj})}. \quad (9.20)$$

Величина $\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{l_j} (t_{kj}^3 - t_{kj}) = T$ розраховується за наявності рівних рангів (l_j –

кількість груп рівних рангів у j -го експерта; t_{kj} – кількість рівних рангів у k -й групі рівних рангів у j -го експерта).

Коефіцієнт конкордації $W \in [0; 1]$. Значення $W = 1$ означає повну узгодженість думок експертів. Значення $W = 0$ – повну неузгодженість. Низького значення цей коефіцієнт набуває як за відсутності спільності думок, так і за протилежних думок між підгрупами експертів, хоча усередині підгрупи узгодженість може бути високою.

Оскільки коефіцієнт конкордації також є випадковою величиною, яка служить оцінкою істинного значення, то, окрім підрахунку його значення, необхідно визначити значущість цієї оцінки.

Для оцінювання узгодженості думок експертів перевіряється гіпотеза про рівність середніх для усіх аналізованих об'єктів і, отже, гіпотези про неузгодженість думок експертів.

При кількості об'єктів порівняння оцінювання значущості коефіцієнта конкордації рекомендується здійснювати за критерієм χ^2 Пірсона.

Розрахункове значення критерію χ^2 можна визначити таким чином:

$$\chi^2 = n \cdot (m - 1) \cdot W \Rightarrow \chi^2 = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{m \cdot n \cdot (m + 1) - \frac{1}{m - 1} \cdot T}. \quad (9.21)$$

Величина χ^2 має розподіл Пірсона з $(m - 1)$ ступенями свободи.

Вважається, що групові оцінки об'єктів достовірні, якщо між особистими оцінками експертів спостерігається велика узгодженість. Кількісно міру узгодженості думок експертів можна визначити **коефіцієнтом згоди E** , що є різновидом коефіцієнта множинної кореляції. Коефіцієнт згоди обчислюється за формулою:

$$E = \frac{1}{m^2} \cdot \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^m \rho_{il}, \quad (9.22)$$

де m – кількість експертів;

ρ_{il} – коефіцієнт кореляції оцінок i -го і l -го експертів.

При використанні коефіцієнта E для визначення міри узгодженості в методах, заснованих на шкалах найменування та порядку, можна припустити, що цей коефіцієнт не є адекватною й інваріантною статистикою для цих шкал. Але з усіх еквівалентних шкал класифікацій і порядку в методах класифікації, ранжування, попарного порівняння вибрані певні шкали, в яких обчислюються групові оцінки, і в цих же шкалах інтерпретується коефіцієнт згоди. Оскільки коефіцієнт згоди не характеризує рівні прояву властивостей досліджуваного об'єкта, а є тільки характеристикою узгодженості думок експертів, то, попри те, що він не є

адекватною статистикою для шкал найменувань і порядку, його можна використовувати для оцінювання достовірності групових оцінок.

Після обчислення коефіцієнт згоди перевіряється на значущість, тобто перевіряється гіпотеза про випадковість набуття значення E . Цю гіпотезу можна інтерпретувати і як незалежність оцінок експертів або випадковість оцінок експертів. Це здійснюється за процедурою перевірки статистичної гіпотези.

Значення коефіцієнта згоди та результат його перевірки на значущість використовуються для аналізу достовірності групових оцінок при невеликій ($m \leq 15$) кількості експертів. При великій кількості експертів коефіцієнт згоди зазвичай зменшується і водночас стає значущим, тому що при великій кількості експертів зі значною ймовірністю знайдеться декілька, думки яких узгоджуються, а це призведе до неприйняття гіпотези про незалежність думок експертів. Тому при великій кількості експертів для оцінювання достовірності поряд з узгодженістю слід використовувати поняття *сталості групової оцінки*.

5 Сталість групових експертних оцінок

Сталість групових оцінок об'єктів визначається як незалежність групових оцінок від складу експертної групи. Групова оцінка j -го об'єкту стала, якщо вона не змінюється при виключенні певної кількості експертів з експертної групи.

Сталість може бути оцінена ймовірністю. Задаючи величину порогової ймовірності $P_j^n(m_y)$, з якою групова оцінка j -го об'єкту не зміниться при виключенні заданого m_y чи зменшення кількості експертів в експертній групі, порівнюючи її з фактичною ймовірністю, судять про достовірність групової оцінки j -го об'єкту. Очевидно, чим більша величина порогової ймовірності P_j і більше m_y , тим достовірнішою слід вважати групову оцінку j -го об'єкту.

Щоб оцінити сталість групової оцінки j -го об'єкту, необхідно побудувати функцію розподілу її незмінності від кількості експертів, що виключаються $F_j(m_y)$. Тоді вирішальним правилом достовірності групової оцінки буде:

$$F_j(m_y) \geq P_j^n(m_y). \quad (9.23)$$

Можна також оцінити сталість групової оцінки за усією сукупністю об'єктів, указавши ймовірність $P(m_y)$ збереження групових оцінок при виключенні m_y експертів.

У методах з використанням шкали відношень або інтервалів групові оцінки змінюються при виключенні одного експерта (за винятком того, чиї оцінки співпадають з груповими). Тому для цих методів поняття сталості розглядається як незмінність порядку групових оцінок.

Між поняттями сталості групової оцінки та згодою експертів існує якісний зв'язок: чим більше коефіцієнт згоди, тим сталіші групові оцінки. Але цей зв'язок не функціональний: не можна за коефіцієнтом згоди E побудувати функцію розподілу $F_j(m_y)$. Можливі ситуації, коли в одній експертизі коефіцієнт згоди вищий, а сталість нижча порівняно з іншою експертизою.

У випадках, коли групові оцінки об'єкта виявилися недостатні (тобто

коефіцієнт згоди є незначним або групові оцінки несталі), доцільно виділити з експертів деяку групу, оцінки об'єктів якої близькі. Тоді групові оцінки у рамках групи будуть достовірні.

У деяких випадках вдається виділити не одну таку групу, а декілька, в кожній з яких оцінки експертів близькі. Зазвичай це трапляється при проведенні експертиз зі складного питання, на вирішення якого існує декілька точок зору. Тоді кожна сформована група експертів подає спільне судження, відмінне від інших.

Слід зазначити, що завдання групування експертів відноситься до комбінаторних. Отже, розробити оптимальний алгоритм групування (у сенсі розподілення усієї сукупності експертів на групи, в кожній з яких оцінки експертів найбільш близькі за коефіцієнтом згоди і найбільш далекі від оцінок експертів інших груп) не можна. Тому використовуються послідовні алгоритми, сутність яких полягає в такому. Знаходиться пара експертів, думки яких найбільш схожі (для цього використовується матриця кореляції експерт – експерт). Потім з $m - 2$ експертів, що залишилися, виділяється експерт, думка якого найближча до групи з трьох експертів тощо. На кожному кроці обчислюється коефіцієнт згоди сформованої групи експертів і перевіряється його значущість.

Збільшення групи завершується, якщо після приєднання до неї нового експерта групові оцінки об'єктів залишаються достовірні за коефіцієнтом згоди. Після формування однієї групи слід повторити процедуру з експертами, що залишилися, щоб сформувати з них ще одну групу.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бізнес-прогнозування: навчально-методичний комплекс дисципліни освітніх програм «Промисловий маркетинг» та «Бізнес-аналітика» спеціальності 075 «Маркетинг» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти / Н.В. Юдіна. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 77 с.
2. Галушак М.П., Галушак О.Я., Кужда Т.І. Прогнозування соціально-економічних процесів: навчальний посібник для економічних спеціальностей. Тернопіль: ФОП Паляниця, 2021. 160 с.
3. Грабовецький Б.Є. Економічне прогнозування і планування: Навчальний посібник. К: ЦНЛ, 2020. 188 с.
4. Гусєва О.Ю., Легомінова С.В., Голобородько А.Ю., Воскобоева О.В., Ромашенко О.С. Основи статистики і прогнозування економічних процесів. Київ: Державний університет телекомунікацій, 2020. 183 с.
5. Касьяненко В.О., Старченко Л.В. Моделювання та прогнозування економічних процесів: навчальний посібник. К.: Університетська книга, 2023. 185 с.
6. Куц Ю.В., Лисенко Ю.Ю. Статистичні методи визначення залежностей між випадковими величинами: навчальний посібник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 115 с.
7. Лозовська Л.І., Бандоріна Л.М., Савчук Л.М., Удачина К.О. Прогнозування соціально-економічних процесів: навчальний посібник. Дніпро: УДУНТ, 2022. 146 с.
8. Методи і моделі економічного прогнозування: навч. посібник / В.П. Кічор, Р.В. Фещур, А.І. Якимів, Д.І. Скворцов, А.Л. Висоцький; за ред. В.П. Кічора. Львів: Растр-7, 2019. 272 с.
9. Пашута М.Т. Прогнозування та програмування економічного і соціального розвитку. К.: Центр навчальної літератури, 2021. 408 с.
10. Пістунов І.М. Прогнозування соціально-економічних процесів: навч. посіб. Дніпро: НТУ «ДП», 2023. 65 с.
11. Прогнозування соціально-економічних процесів: навчальний посібник для студентів напряму підготовки 6.030502 «Економічна кібернетика» денної форми навчання / Т.С. Клебанова, В.А. Курзенев, В.М. Наумов та ін. Х.: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. 656 с.
12. Прогнозування соціально-економічних процесів: навч. посібник / Скрипник А., Клименко Н., Стариченко Є., Волошина Т. К: НУБІП України, 2019. 237 с.
13. Прогнозування та аналіз часових рядів. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи студентів спеціальності 051 «Економіка» освітня програма «Економічна кібернетика», «Економічна аналітика» / Укл.: Юрченко М.Є. Чернівці: ЧНТУ, 2018. 88 с.
14. Юдіна С.В., Злобіна К.С., Нестеренко С.В. Роль економічних прогнозів на підприємстві. *Науковий вісник Ужгородського національного університету*, 2020. Випуск 33. Частина 2. С. 134-138.
15. Яцура В.В. Соціально-економічне прогнозування: навч. посіб. Львів: Вид. центр ім. І. Франка, 2019. 412 с.