

А.А. Шиян

Теорія ігор:  
основи та застосування  
в економіці та менеджменті

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

А.А. Шиян

# Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті

Затверджено Вченою радою Вінницького національного технічного університету як навчальний посібник для студентів напряму підготовки 0502 – «Економіка» спеціальності 7.050201 – «Менеджмент організацій», та спеціальності 7.091302 – «Метрологія та вимірювальна техніка». Протокол № \_\_\_\_\_ від «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_ р.

Вінниця ВНТУ 2009

УДК 518.83:86

*Рецензенти:*

**О.В. Мороз**, доктор економічних наук, професор (ВНТУ)

**В.М. Дубовой**, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

**О.О. Прутська**, доктор економічних наук, професор (ВТЕІ КНЕУ)

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України

А.А. Шиян

Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 164 с.

Навчальний посібник присвячено викладу теорії ігор як потужного апарату для моделювання економіки та менеджменту. Надані до кожного розділу задачі та завдання призначені для використання під час семінарських і практичних занять, а також для самостійних занять студента.

Матеріал посібника може бути використано при засвоєнні студентами економічних та технічних спеціальностей програмного матеріалу із навчальних дисциплін «Управління розвитком соціально-економічних систем», «Інноваційний менеджмент» та інших економічних дисциплін.

Посібник може бути використано також магістрами та аспірантами всіх спеціальностей.

УДК 518.83:86

©А. Шиян, 2009

А.А. Шиян

# Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті

Навчальний посібник

Усі цитати, цифровий, фактичний матеріал та бібліографічні відомості перевірені, написання одиниць відповідає стандартам.

Зауваження рецензентів враховані.

Автор: \_\_\_\_\_ А.А. Шиян

Вимогам, які висуваються до навчальної літератури, відповідає.

До друку і в світ дозволяю на підставі §2 п. 15 „Єдиних правил...”

Проректор з науково-педагогічної роботи по організації навчального процесу та його наукового забезпечення

В. О. Леонт'єв

Затверджено  
на засіданні кафедри ПМБА  
Протокол № 3-4 від 14.10. 2008р.  
Зав. кафедрою

\_\_\_\_\_ С.М. Злепко

Вінниця ВНТУ 2009

## ЗМІСТ

Вступ.....	6
Частина 1. Основи теорії некооперативних ігор.....	10
Розділ 1. Визначення гри та основні варіанти рішень гри.....	10
1.1. Визначення гри.....	10
1.2. Класифікація ігор.....	13
1.3. Концепції рішень гри.....	15
Задачі і завдання.....	18
Розділ 2. Методи знаходження рішень для гри в нормальній формі.....	20
2.1. Максимінна рівновага.....	23
2.2. Метод вилучення домінованих стратегій. Рівновага в домінантних стратегіях.....	25
2.3. Метод знаходження рівноваги Неша.....	31
2.4. Метод знаходження оптимуму Парето.....	34
2.5. Метод знаходження рішення Штакельберга та рівноваги Штакельберга.....	36
2.6. Метод знаходження змішаних стратегій.....	37
Задачі і завдання.....	40
Розділ 3. Гра в динамічній формі.....	43
3.1. Визначення гри в динамічній формі та приклади.....	43
3.2. Рішення гри в динамічній формі.....	47
3.2.1. Метод зворотної індукції.....	47
3.2.2. Досконала під-ігрова рівновага Неша.....	49
Задачі і завдання.....	52
Частина 2. Теоретико-ігрові моделі економічних та управлінських процесів.....	53
Розділ 4. Класичні задачі теорії ігор.....	53
4.1. Оптимальне оподаткування: крива Лаффера.....	53
4.2. Дуополя Курно: рівновага Неша і рівновага Штакельберга.....	56
4.3. Трагедія общини – «проблема спільного».....	59
4.4. Аукціон другої ціни – аукціон Вікрі.....	60
4.5. Оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі.....	62
4.6. Теорема про медіанного виборця та теорема про сходження партійних програм.....	63
Задачі і завдання.....	68
Розділ 5. Теоретико-ігрове моделювання задач управління персоналом.....	70
5.1. Загальний аналіз ефективності системи вищої освіти України в галузі економічних та гуманітарних наук.....	70
5.2. Теоретико-ігрова модель для управління ефективністю праці викладача вищого навчального закладу.....	73
5.3. Теоретико-ігрове моделювання ефективності взаємодії «викладач – ВНЗ» в умовах урахування переговорної сили сторін.....	84

5.4. Теоретико-ігрове моделювання ефективності праці менеджерів з продаж.....	88
5.5. Математичне моделювання мотивації керівного персоналу фірми акціонерами.....	93
Задачі і завдання.....	98
Розділ 6. Теоретико-ігрове моделювання управління суспільними інститутами.....	99
6.1. Теоретико-ігрове моделювання розвитку економіки України за інноваційним механізмом.....	101
6.2. Математична модель для впливу суспільних інститутів на ефективність економіки України .....	110
6.3. Рівень корупції як результат суспільного вибору: вплив асиметрії інформації на суспільну ефективність бізнесу.....	117
6.4. Математичне моделювання корупційних ризиків при впровадженні другого рівня пенсійної реформи в Україні.....	124
Задачі і завдання.....	129
Розділ 7. Теоретико-ігрове моделювання суспільно-економічних процесів.....	130
7.1. Застосування рівноваги за Штакельбергом до опису політичної ситуації.....	130
7.2. Оптимальне управління фінансуванням виборчої кампанії в країні з нерозвинутою економікою.....	136
7.3. Моделювання фінансових механізмів лобіювання в умовах «критичності» за кількістю депутатів.....	145
7.4. Моделювання вибору програми для економічної діяльності місцевої влади.....	150
Задачі і завдання.....	155
Глосарій.....	156
Література.....	158

## ВСТУП

Існує багато різних визначень того, що таке *теорія ігор* (game theory). Наприклад, таке: «Теорія ігор – це теорія раціональної поведінки людей з неспівпадаючими інтересами» [1]. Також використовується визначення «Теорія ігор – це наука про стратегічне мислення» [2]. Або «Теорія ігор – це теорія математичних моделей для прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту» [3], «Теорія ігор – це розділ прикладної математики, який досліджує моделі прийняття рішень в умовах неспівпадіння інтересів сторін (гравців)» [4]. Чи, наприклад, для умов економічного застосування: «Суть теорії ігор полягає в тому, щоб допомогти економістам зрозуміти та передбачити те, що буде діятися в економічному інтер'єрі (економічному контексті)» [4].

Теорія ігор застосовується в економіці не тільки до моделювання задач організації промисловості, які стали вже *класичними*, але й взагалі практично до кожної задачі, що має економічний контекст. Так, сьогодні це:

- Математичні моделі торгів та аукціонів (мікрорівень).
- Виробнича поведінка фірм як на рівні продукту, так і на рівні його виробництва, - включаючи також і поведінку внутрішніх для фірми суб'єктів (на проміжному рівні економіки).
- Моделі конкуренції країн та торговельна політика держав, монетарна політика (макрорівень).

Звичайно, цим застосування теорії ігор не вичерпується: «Апарат теорії рівноваги та теорії ігор став основою для створення сучасних теорій *міжнародної торгівлі* (international trade), *оподаткування* (taxation), *суспільного блага* (public goods), монетарної економіки, теорії виробничих організацій» [6].

Таким чином, теорія ігор сьогодні широко використовується як потужний апарат дослідження суспільно-економічних процесів. Суть її полягає в тому, що вона використовується для досягнення узгодження інтересів сторін.

Сьогодні бакалаврський курс для економістів в університетах розвинених країн (а до економіки в них включається також і менеджмент!) з мікроекономіки чи економічної теорії обов'язково включає досить значний обсяг матеріалу з теорії ігор. А магістерський курс з економіки для економістів передбачає, як правило, річний курс із мікроекономічної теорії. Назви цього курсу можуть бути різні – в залежності від уподобань викладача, але обов'язковою складовою його є теорія ігор, для якої відводиться часто від третини до половини курсу.

Часто в університетах розвинених країн теорію ігор виділяють в окремий семестровий курс: але й тоді в рамках зазначених вище економічних предметів «нагадування» методів теорії ігор займає почесне місце.

Частина 1 навчального посібника включає в себе опис класичних елементів теорії *некооперативних ігор* (noncooperative game) в тому об'ємі, який достатній для розуміння навчальної та монографічної літератури із суспільно-економічних наук (економіки, політична економіка, соціологія, тощо), яка застосовує моделювання процесу узгодження інтересів сторін.

В цій частині ми зосереджуємося на тих аспектах, які потрібні саме для *застосування* теорії ігор. Математичні деталі практично повністю пропущені: сьогодні є доступною (переважно в мережі Інтернет) велика кількість підручників, де виклад математичних деталей займає практично основний об'єм цих книг. Разом з тим для *практичної діяльності* найважливіше значення має не «математична строгість» викладу, а опис *способів застосування та використання* апарату теорії ігор.

Більш того: широке використання математичного апарату в сучасних підручниках з теорії ігор орієнтує студента тільки на засвоєння «зовнішньої» сторони цього потужного апарату. Центр уваги тому автоматично переноситься на математичні деталі, - тоді як майбутній роботодавець зацікавлений в тому, щоб студент набував компетенцій саме в *застосуванні* теорії ігор.

Наш навчальний посібник якраз і надає студенту цю можливість.

Звичайно, ми наводимо в книзі ряд теорем – проте, як правило, без доведення: зацікавлений студент легко зможе знайти доведення в літературі, на яку ми посилаємося в книзі.

Частина 2 посібника описує як класичні застосування теорії ігор до економічних та управлінських задач, так і ряд теоретико-ігрових моделей для опису соціально-економічних систем саме в умовах сучасної України. Це надає можливість студенту отримати також знання щодо сучасних суспільно-економічних процесів на тому ринку, на якому він буде працювати по закінченні навчання.

Виклад матеріалу проведено на рівні, доступному для студентів економічних спеціальностей. Внаслідок цього ряд важливих математичних результатів приводиться без доведення.

\*\*\*

Основною задачею книги є надати *українському* читачеві не просто основні відомості з теорії ігор, але й навчити її застосуванню для розгляду практично важливих ситуацій.

Саме цією обставиною книга і відрізняється від вже достатньо великого набору книг із теорії ігор, які видані англійською та російською мовами (наскільки автору відомо, українською ще не видано жодної книги із викладенням сучасного апарату теорії ігор, який застосовується в економіці).

Центр уваги викладу зосереджено на умовах застосування тих чи інших положень, теорем та алгоритмів. Із *математичними* деталями, чи із детальним викладом *теоретичних аспектів* читач може легко познайоми-



тися із існуючої літератури. Підкреслимо, що *більша частина* книг на російській мові викладена в Інтернет на умовах *безкоштовного* доступу, і тому ознайомлення з ними не буде складати ніяких утруднень.

Однак *застосування* теорії ігор, як і застосування взагалі *кожного* теоретичного методу, вимагає від дослідника ще *двох умінь та навичок*:

- По-перше, необхідно володіти методами та технологіями, за допомогою яких можна *звести* реальну задачу до теоретичної. Тобто необхідно уміти *стиснути* інформацію про Реальний Світ до умов Світу Модельного, - але зробити це таким чином, щоб *не втратити* при цьому саме ті особливості задачі, завдяки яким і «проявляється *потрібний нам ефект*!» ми повинні від чогось *відмовитися*, для того, щоб *вирішити* задачу. Але від чого саме?!
- По-друге, отримавши рішення, потрібно *наповнити* його реальним змістом. Для цього потрібно володіти технологіями *зворотного переходу* – від Світу Модельного до Світу Реального. Потрібно уміти *наповнювати* «загальне рішення» конкретними деталями, - саме тими, які, власне, й дозволяють застосувати «теоретичне рішення» саме до цього соціально-економічного об'єкту.

Як правило, описані вище два класи умінь та навичок ніколи не падають на сторінки підручників: вони передаються «від вуха до вуха», і саме в успішному освоєнні цих умінь і полягає та «доводка» випускника, якої так вимагає роботодавець.

В цій книзі ми основну увагу зосереджуємо якраз на описі того, як саме потрібно застосовувати теорію ігор в практичній діяльності економіста та менеджера. Ми детально розглядаємо умови застосування тих чи інших математичних результатів, обговорюємо границі їх застосовності, способи постановки економічних та менеджерських задач, методи та технології їх інтерпретації. Словом, саме те, чим і займається спеціаліст – аналітик.

\*\*\*

Кілька слів про задачі, які наведені після кожного розділу.

Задачі відіграють важливе, можна навіть сказати *вирішальне* значення при підготовці економіста та менеджера. Власне, як уже писалося вище, сама робота економіста та менеджера полягає в тому, щоб *рішати задачі*.

Для матеріалу Частини 1 та розділу 4 вибрано задачі, які є, в певному сенсі, «типovими» для теорії ігор. Те чи інше їх формулювання наведено в багатьох підручниках з теорії ігор.

Задачі до розділів 5-7 суттєво відрізняються від наведених в розділах 1-4. На відміну від них, ці задачі та завдання є *максимально наближеними* до інтер'єру діяльності економіста та менеджера. Ці задачі потребують для свого рішення, як правило, розробку *додаткових* умов та обмежень, які повинен зробити сам читач. Більш того: вони, на відміну від задач до роз-

ділів 1-4, не мають «встановленого» рішення: їх рішення суттєво залежить від рівня проробки матеріалу читачем та від прийнятих ним припущень. Це суттєво збільшує дидактичну цінність задач, - тим більше, що деякі із них цілком можуть бути «розгорнуті» в науковій статті. Звичайно, їх застосування в навчальному процесу вимагає від викладача додаткових зусиль та чималого професіоналізму, - але завдяки ним навчальний процес стає не просто цікавішим але, що найважливіше, *кориснішим* для студента.

Дана книга призначена для студентів, які «не бояться» математики. Це, перш за все, студенти старших курсів технічних спеціальностей. В Україні ця група студентів виявилася свого роду поза увагою з боку аналітиків-економістів. Для них знайомство із економікою обмежується, як правило, всього лише декількома навальними дисциплінами інтегрального характеру.

Разом із тим, саме «неспеціалісти» в галузі економіки і повинні будувати *ринкову економіку*. А, значить, саме вони повинні максимально широко в своїй діяльності користуватися загальними економічними законами.

Запропонована книга дозволяє студенту у вельми стислій формі познайомитися із основними засадами *економічного мислення*. І не просто познайомитися – але й отримати знання та вміння, з використанням яких випускник зможе аналізувати ті соціально-економічні процеси, які мають місце в сучасній Україні.

Деякий матеріал випускник зможе безпосередньо використати в процесі своєї бізнесової діяльності. Це, зокрема, методи та способи стимулювання вищого менеджменту фірми, а також способи об'єктивного визначення ефективності економічної діяльності працівника у сфері сервісу – тобто саме для тих умов, для яких, найчастіше, просто не існує інших способів, крім описаних в книзі.

\*\*\*

Нумерація таблиць і рисунків в книзі послідовна в рамках одного розділу. Нумерація формул – послідовна в рамках одного параграфа (оскільки, як правило, кожен параграф – це рішення *окремої* задачі). Таким чином, табл. 2.4 означає таблицю 4 із розділу 2, рис. 7.4 – це рисунок 4 із розділу 7, а формула (6.2.8) – це формула 8 із параграфу 2 розділу 6.

Нумерація теорем послідовна в рамках одного параграфу.

Дякую С.Г. Денисюк, В.О. Корнієнку, М.І. Небаві, Л.О. Нікіфоровій за корисні дискусії та підтримку в роботі.

# ЧАСТИНА 1

## ОСНОВИ ТЕОРІЇ НЕКООПЕРАТИВНИХ ІГОР

Перша частина книги присвячена опису способів рішення ігор, які найчастіше використовуються в моделюванні соціальних та економічних систем, а також при прийнятті рішень. Тут увага зосереджена не на описі тієї чи іншої економічної чи управлінської ситуації, а на способах *формального* знаходження та формального опису як процедури знаходження рішення, так і процедури (концепції) узгодження інтересів сторін.

### Розділ 1 Визначення гри та основні варіанти рішень гри

При викладі матеріалу ми спираємося на книги [1-11]. Частина цих книг доступна в Інтернеті, і тому ознайомлення з викладеним там матеріалом, який доповнює викладений в книзі, не буде складати утруднень для студента.

#### 1.1 Визначення гри

В передмові було наведено багато різних визначень гри, - як із точки зору математики, так і із точки зору економіки. Не будемо оригінальні та надамо своє визначення того, що собою являє теорія ігор.

*Визначення.* Теорія ігор – це математичний апарат для моделювання узгодження інтересів сторін.

Наше визначення підкреслює той факт, що метою застосування теорії ігор є визначення інтересів сторін, знаходження можливих варіантів узгодження таких інтересів, та пропозиція прогнозу розвитку подій у відповідності до зробленого сторонами вибору.

В цьому визначенні ми підкреслюємо *прикладну* сторону теорії ігор, яка має потужний апарат для того, щоб для *однієї й тої ж самої задачі* розглядати *багато різних* моделей, підходів та концепцій для її вирішення. І задачею дослідника є не стільки знаходження можливих *концепцій рішення* – для цього є чіткі та однозначні математичні співвідношення – а саме *вибір* із всіх можливих концепцій саме тієї, яка й буде «потрібною», «найефективнішою», «оптимальною». Для кого? Можливо, для однієї із сторін. А, можливо, для суспільства в цілому.

Наше визначення підкреслює також ту обставину, що може бути ситуація, коли *всі* концепції рішень можуть нам «не підійти». І що тоді дослідник повинен поставити наступну задачу:

- Як саме потрібно змінити умови задачі (які називаються *умовами гри*), щоб *нова* задача привела нас до потрібного нам результату.

А тепер дамо сукупність визначень, які використовуються в теорії ігор.

Сторони, які приймають участь у узгодженні своїх інтересів, зветься *гравцями* (player's).

Іноді застосовують також назву *агенти* (agents): переважно в рамках *теорії активних систем* [4,14], яка досліджує процеси організації управління в організаційних системах («об'єднаннях людей, які спільно здійснюють певну програму чи мету та дають спираючись на певні процедури, регламенти та правила» [13]).

*Обстановкою* (environment) гри зветься сукупність всіх об'єктів та суб'єктів, які впливають на дану гру. Це можуть бути інші гравці, керівні органи, природні явища тощо.

### ***Характеристики одного гравця***

Гравець здатний формувати *стратегії* (strategies) або *дії* (actions) та вибирати їх із деякої множини  $A$ . Стратегію гравця будемо позначати  $y (y \in A)$ . Під стратегією найчастіше розуміють опис послідовності дій, *технологій* (technologies) для застосування, *методів* (methods), *алгоритмів* (algorithms), *способів* (mechanisms) тощо.

В результаті вибору дії  $y \in A$  гравець під впливом обстановки отримає результат, який позначимо як  $z \in A_0$ , де  $A_0$  – *множина* (set) всіх можливих для даної гри результатів діяльності.

Відмітимо, що множини  $A$  та  $A_0$  можуть не співпадати: зумовлено це впливом обстановки. Наприклад, відсутністю потрібної гравцю інформації, впливом зовнішнього середовища, діями інших учасників гри тощо.

Важливою для практичного застосування теорії ігор є та обставина, що для *конкретної людини* як для гравця існують певні *обмеження* відносно тих стратегій, які вона може вибрати. В [15,16] показано, що з множини усіх можливих стратегій  $A$  *конкретна* людина вибирає лише стратегії із певної підмножини  $A_T \subset A$ . Причому можливо *однозначно* зв'язати конкретну людину із відповідною множиною  $A_T$ . Це дозволяє говорити про *типи* гравців (в [15,16] поняття типу розширено за межі теорії ігор і застосовується до широкого класу задач менеджменту і теорії управління взагалі).

Загалом же *тип гравця* (player's type) визначається як сукупність стратегій (яка *не охоплює* всієї множини можливих стратегій  $A$ ), яких притримується даний гравець.

В теорії ігор говорять, що гравець має властивість визначати *переваги* (advantages) на множині результатів  $z \in A_0$ , коли він володіє здатністю *порівнювати між собою* різні результати своєї діяльності. Як правило, на цій обставині часто навіть не зупиняються, - але є досить широкий клас задач з управління *соціально-економічними системами* (social-economical systems), де весь ефект полягає саме в тому, що цією властивістю один чи декілька гравців не володіють (притому вони навіть можуть не знати, що це є саме так).

Часто переваги зв'язують із *типом* гравця, ставлячи у взаємно-однозначне співставлення його функцію переваг із певною числовою множиною: тоді тип гравця позначається певним числом (яке відповідає сукупності тих стратегій, які він вибирає). Наприклад, це може бути поділ гравців на «високопродуктивних» (які приносять високий прибуток фірмі) та «низькопродуктивних» - див. [9,11].

Наступним ключовим елементом в теорії ігор є концепція *раціональної поведінки* для гравця.

Під *раціональною поведінкою* (rational behavior) гравця розуміють, що гравець з урахуванням всієї наявної у нього інформації вибирає саме ті стратегії, які приводять до найбільш бажаних для нього результатів.

Це є *припущення*, і притому дуже сильне припущення. Часто його доповнюють припущенням так званого «детермінізму» [4], яке полягає в тому, що гравець прагне зменшити існуючу невизначеність для того, об приймати рішення в умовах *повної інформованості* (complete information).

Обидва наведені вище припущення для ряду випадків можуть не бути виконані, тому при формулюванні задач по управлінню соціально-економічними системами потрібно завжди дуже уважно розглядати умови, за яких гравців можна вважати «раціональними» (а також і «детермінованими»).

Щоб завершити побудову опису *окремого гравця* в теорії ігор, необхідно ще ввести в розгляд *функцію корисності* (utility function)  $U(z)$  для результату вибору стратегії (дії) даним гравцем. *Функція корисності* виражає в числовому вигляді результат дії гравця.

Підкреслимо, що в рамках теорії ігор користуються, як правило, не функцією корисності  $U(z)$ , а функцією корисності  $U(y)$ , тобто функцією корисності, заданій на множині *стратегій* діяльності гравця  $A$ , а не на множині *результатів* його діяльності  $A_0$ . Часто це *припущення* (supposition) навіть не обговорюється – але його наявність означає, що ми припускаємо наявність *взаємно-однозначного* співвідношення між двома множинами – множиною стратегій  $A$  і множиною результатів діяльності  $A_0$ . Таке припущення може бути не завжди виконане, і цей аспект застосування теорії ігор потрібно аналізувати на етапі постановки задач.

Для економічних задач в якості функції корисності гравця найчастіше вибирають прибуток, витрати, зарплату, прикладені зусилля тощо. Все це в рамках економіки досить легко може бути зведено до грошового виміру.

### ***Характеристики багатьох гравців***

Власне, сама гра й виникає тільки тоді, коли є хоча б *два гравця*, - коли гравець всього один, то маємо ситуацію *здійснення вибору* (яку часто можна розглядати як «гру з Природою»).

За наявності інших гравців, функція корисності кожного із них буде залежати вже також і від всієї вибраної іншими гравцями сукупності стратегій.

Кожному із  $n$  гравців відповідає його функцію корисності для даної гри, яку звать функцією виграшу  $v_i(y)$  для  $i$ -того гравця ( $I = \{1, 2, \dots, n\}$  - множина всіх гравців). Тут  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  зветься *вектором дій* всіх гравців,  $y \in A_n = \prod A_i$ .  $A_n$  - *простір стратегій* всіх гравців, а  $A_i$  - простір стратегій  $i$ -того гравця.

Таким чином,  $y_i$  зветься *стратегією* ( $i$ -того гравця), а вектор  $y$  - *ситуацією* гри (тобто вектором стратегій усіх гравців).

Сукупність стратегій  $y_{-i} = (y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$  зветься *обстановкою гри* для  $i$ -того гравця (це вектор, в якому зібрані стратегії всіх *інших* гравців).

Тепер ми можемо описати інформацію, яка необхідна, щоб *задати* гру.

1. Описати всіх гравців.
2. Описати *цілі* (goals) учасників гри.
3. Описати *правила гри* (game's rules).
4. Описати рівень інформованості гравців: що вони знають, тощо.

Таким чином, можливі *різні типи* ігор. До їх класифікації ми й переходимо.

## 1.2 Класифікація ігор

Передовсім, розрізняють ігри *двох гравців* та *багатьох гравців*. Ігри двох гравців є найбільш повно дослідженою частиною теорії ігор. Однак в практичних застосування, особливо в сфері моделювання поведінки соціально-економічних систем, найбільш часто зустрічаються ігри з багатьма гравцями.

В залежності від *обмежень на суму виграшу* розрізняють ігри із *нульовою сумою* (zero-sum game) та ігри із *довільною сумою*.

Ігри із нульовою сумою часто називають *антагоністичними іграми*, бо цілі гравців тут *прямо протилежні*, а *виграш* (payoff) одним гравцем певної суми означає *програш* (payoff) іншим гравцем (сукупністю інших гравців) тієї ж самої суми.

Ігри поділяються на класи за *рівнем інформованості гравців*. Виділяють ігри із *повною інформованістю* (complete information) гравців (доверженою інформацією) та ігри із *неповною інформованістю* гравців (недоверженою інформацією) щодо *різних* параметрів гри.

Повна інформованість означає, що *відсутні* всі інші види невизначеності, окрім невизначеності *ігрової* (зумовленої можливістю вибору гравцями своєї стратегії).

За можливістю повторів виділяють ігри *одноразові* (гравці ходять *одночасно*) та *динамічні* (або *послідовні*) ігри, в яких гравці ходять послідовно.

Динамічні ігри, в яких динаміка описується диференціальними або різницевиими рівняннями, називаються *диференціальними іграми* (differential game). Диференціальні ігри часто використовуються для моделювання керування неживими об'єктами.

*Дискретні ігри* (discrete game) мають дискретну множину результатів гри. *Неперервні* ж ігри допускають неперервну множину результатів.

З точки зору можливості *спільних дій* (coupled actions) гравців розрізняють *некооперативні* та *кооперативні ігри* (cooperative games).

В некооперативних іграх гравці не можуть в процесі формування стратегій діяти *спільно*. Домовленості між гравцями, передавання один одному ресурсів чи інформацій, створення коаліцій – все це заборонено.

Для кооперативних ігор характерно те, що гравці вибирають свої стратегії спільно та формують коаліції.

Враховуючи зовнішній контекст, ігри поділяють на *унікальні* (коли гра проводиться всього один раз), *популяційні* (де гравці користуються знанням щодо перебігу аналогічних ігор), та *ігри, які повторюються* (repeated games) серед тієї ж самої сукупності гравців (в цих іграх гравці можуть користуватися загрозами).

Є дві найбільш поширені форми представлення некооперативних ігор. Перша це *позиційна* форма гри (часто її ми будемо називати *динамічною*). Вона задає: (1) порядок ходів гравців, (2) множини сценаріїв, які доступні гравцеві на *кожному* із його ходів (ці множини можуть бути різними для різних ходів), (3) інформацію, яку гравець має при виборі кожного із своїх ходів, (4) виграші (функції виграшу), які гравець має під час кожного ходу, (5) ймовірнісний розподіл на множині ходів Природи. Ця форма гри задається *деревом гри*, яке можна розглядати як узагальнення дерева прийняття рішень на випадок декількох гравців.

Друга – це гра в *нормальній (стратегічній)* формі (normal (strategic) form game), коли задається: (1) сукупність гравців, (2) сукупність стратегій для кожного гравця, (3) функції виграшів для кожної із стратегій.

Нарешті, є ігри, в яких явно вводиться *ймовірність* (probability) вибору гравцем тієї чи іншої стратегії. Оптимізують тут математичне очікування виграшу, а самі такі ігри зветься *байєсівськими* (Bayesian games).

Одну й ту ж саму соціально-економічну задачу часто можна представити у вигляді *різних* ігор. Задачею дослідника у цьому випадку є перш за все обґрунтування *форми представлення гри* (form of game representation), а вже потім *концепції* її рішення.

### 1.3 Концепції рішень гри

Так саме як видів ігор є багато, і досліднику приходиться починати розгляд задачі із вибору тієї форми гри, яка є оптимальною для цілей дослідника, так саме є багато видів *концепцій рішень гри* (conception of game solving).

Розглянемо найпоширеніші концепції рішень гри.

#### **Максимінна рівновага (maximin equilibrium)**

Відповідно до принципу *максимального гарантованого результату* (МГР) гарантоване значення цільової функції  $i$ -го гравця визначається в такий спосіб:

$$f_i^G(y_i) = \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}), \quad (1.3.1)$$

$$\text{де } A_{-i} = \prod_{j \in I \setminus \{i\}} A_j, \quad i \in I. \quad (1.3.2)$$

Це припущення означає, що гравець вважає, що в результаті гри реалізується найгірша для нього обстановка, і вибором своєї стратегії  $y_i \in A_i$  він максимізує гарантоване значення цільової функції  $f_i^G(y_i)$ , тобто

$$y_i^G = \arg \max_{y_i \in A_i} \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}), \quad i \in I. \quad (1.3.3)$$

Набір  $\{y_i^G\}_{i=1}^n$ , якщо він існує, називається *гарантуючими стратегіями* і відповідає *максимінній рівновазі*.

Запис (1.3.3) означає, що нас цікавить те значення аргументу функції, яке надає їй максимум.

Слід зазначити, що використання принципу МГР дає гравцю *песимістичну* оцінку результату гри, що не завжди доцільно використовувати на практиці.

**Приклад інтерпретації.** «Всі навколо — мої вороги» — так стверджує ця концепція рівноваги. Більше того: «вони (вороги) *свідомо* прагнуть зробити мені *якнайгірше*». Саме так сприймає навколишній світ людина у тій грі, де вона може розраховувати тільки і тільки на *максимінну* рівновагу. •<sup>1</sup>

В антагоністичній грі (тобто у грі з «нульовою сумою» чи, що є еквівалентним, з «постійною сумою виграшів») концепція максимінної рівноваги є дуже природною. Проте не завжди максимінні рішення викликають довіру як можливий результат для тієї гри, яка *повторюється*.

<sup>1</sup> Цим значком буде позначатися закінчення прикладу або доведення теореми.



В багатьох випадках використання концепції максимінного рішення викликає й інші сумніви: якщо гравці є раціональними, то чому ж не внести ступінь їх *неприйняття ризику* в значення вигравів, приписуючи одночасно деякі ймовірності очікуваним крокам учасників?

### ***Рівновага Неша (Nash equilibrium)***

Однією із найчастіше використовуваних в економіці, менеджменті та багатьох інших наукових дисциплінах концепцій є рівновага Неша. Вектор  $y^N = \{y_1^N, y_2^N, \dots, y_n^N\}$  називається *рівновагою Неша* (точкою Неша) для даної гри, якщо

$$\forall i \in I, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N), \quad (1.3.4)$$

Інакше кажучи, нікому із гравців не вигідно змінювати свою стратегію, за умови, що інші гравці не будуть змінювати своїх стратегій. Слід зазначити, що використання концепції рівноваги Неша вимагає введення наступної гіпотези: гравці не можуть *домовитися* і піти із цієї точки *спільно*. Тобто рівновага Неша припускає відсутність коаліцій гравців, що передбачається для некооперативних ігор.

Поняття рівноваги Неша очевидним чином може бути використане і для кооперативних ігор, тобто за умови існування коаліцій.

Математично доведено, що кожна статична гра має рівновагу Неша як мінімум – у *змішаних* стратегіях (дивись параграф 2.6). Але важливою обставиною є те, що *дуже часто* рівновага Неша має місце і для *чистих* стратегій, - тобто для *одноразової* гри.

*Змішана стратегія* – це *зважена* сукупність всіх можливих стратегій гравця, де вагами слугують ймовірності їх появи у *повторюваній* грі. Тоді змішана стратегія, яка відповідає рівновазі Неша, задається сукупністю ймовірностей виборів стратегій для даного гравця.

***Приклад інтерпретації.*** У рівновазі Неша особисте рішення гравця повертається на нього самого. Інакше кажучи, якщо він прийняв «не те» рішення, яке *зумовлено* вимогою рівноваги Неша, то він «одержує менше», тобто *програє*.

Таким чином, рівновага Неша «повертає» на певного гравця всі його «невдалі» рішення. Ця рівновага сформульована в термінах діяльності *того ж самого* гравця, і, у випадку програшу, він може «повернути свій гнів» винятково на самого себе!

Більш того: рівновага Неша вимагає *довіри* до того, що всі інші гравці – також «розумні», і добре знають та «можуть обчислити» свою власну вигоду. Понад те: рівновага Неша вимагає, що якщо якийсь *один* гравець «зрозумів», яким чином можна досягти такої рівноваги, то найкраща його стратегія полягає в тому, щоб негайно інформувати інших гравців про всі

ті стратегії, яких вони повинні дотримуватися, щоб збільшити їхній ви-  
граш (тобто перейти до рівноваги Неша)!

По суті, у рівновазі Неша «закодована» технологія для самоорганіза-  
ції суспільства: *вперше* в історії Людства воно зіштовхнулося із технологі-  
ями самоорганізації. Причому саме такими технологіями, які *забезпечують*  
*виграш* всім тим людям, які «приєдналися» до такого співтовариства лю-  
дей.

Неймовірно цікавою обставиною є та, що рівновага Неша є *егоїсти-*  
*чною* рівновагою: тут кожен гравець «думає лише про свою власну виго-  
ду». І. однак, дуже часто рівновага Неша є саме тим, що *повністю задово-*  
*льняє* усіх! Саме це і є тією причиною, чому в економіці так часто викори-  
стовується рівновага Неша, а сам розвиток економіки стрімко прискорився  
якраз після публікації Джоном Нешем в 1950 році цього результату. •

**Приклад застосування концепції рівноваги Неша.** Розглянемо са-  
мурайське суспільство (касту) в Японії, яке було побудовано, по суті, з ви-  
користанням теореми Неша (хоча вони, звичайно, навіть і не здогадувалися  
про це!).

Відомо, що кожен самурай прагнув у бою передовсім «вмерти краси-  
во». Інакше кажучи, кожен самурай *уже в силу отриманої ним освіти* був  
«налаштований» своєю *індивідуальною* поведінкою на те, щоб під час бою,  
побачивши те місце, що є *найнебезпечнішим* – кинутися туди та «закрити»  
його своїм життям. Але те ж саме бачили й інші самураї – і вони теж пря-  
мували в те ж саме «найнебезпечніше» місце на полі бою. А в результаті –  
в це «небезпечне місце на поле бою» спрямовувалося *декілька* самураїв, і  
місце *переставало* бути небезпечним. Прагнучи до смерті, вони *всі вижи-*  
*вали!* І при цьому їм не потрібні були *спеціальні команди*, вони приймали  
рішення *самі*. Цікаво, що сьогодні в загонах спецслужб організація бою  
намагається втілити саме таку ж організацію бою. •

### ***Рівновага в доміантних стратегіях (dominant strategies equilibrium)***

Ситуація гри  $y^d = \{y^d_1, y^d_2, \dots, y^d_n\}$  називається *рівновагою в доміантних*  
*стратегіях* (РДС), якщо

$$\forall i \in I, \forall y_{-i} \in A_{-i}, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^d, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i}). \quad (1.3.5)$$

Доміантна стратегія кожного гравця абсолютно оптимальна, тобто  
не залежить від поведінки інших гравців (від тих стратегій, які вони оби-  
рають). Слід зазначити, що далеко не у всіх іграх існують рівноваги в до-  
міантних стратегіях. До того ж, будь-яка рівновага в доміантних страте-  
гіях є рівновагою Неша, але не навпаки.

### ***Парето-оптимальні ситуації (Pareto optimal situations)***

Вектор стратегій  $y^p$  називається Парето-оптимальним (ефективним), якщо не існує іншої ситуації, у якій всі гравці виграють не менше і хоча б один гравець виграє більше, тобто

$$\forall y \in A \exists i \in I : f_i(y) < f_i(y^p). \quad (1.3.6)$$

Крім ігор, Парето-оптимальні ситуації виникають при оцінюванні того ж самого об'єкта за різними критеріями. Тоді *множина Парето* складається із таких точок (векторів оцінок альтернатив), для яких неможна поліпшити оцінку альтернативи хоча б за одним критерієм, не погіршивши її за іншим критерієм.

***Приклад інтерпретації.*** Опишемо більш докладно, що являє собою Парето-оптимум чи оптимальність за Парето.

З погляду гравця, який «виграє» при порушенні оптимуму за Парето, становище не таке вже і погане. Гравець, у якого виграш став меншим, – це не він сам: це інша людина. Ось той, «інший» є «винним»: «потрібно було думати (крутитися, працювати тощо)».

Але той гравець, який «програв», розглядає ситуацію дещо по-іншому. «Інші» (або «хтось конкретний інший») виграли, тобто позбавили його якихось благ, і тому вони – «погані», «людина людині – вовк». У результаті, відбувається скочування до «максимінної» рівноваги.

Оптимум за Парето не здатний узгодити виграш і програш, він розділяє людей! Тут немає співпереживання, координації та взаємодопомоги.

Як бачимо, на відміну від рівноваги Неша, оптимум за Парето – то є *альтруїстичний* вибір стратегії. Звичайно, для всіх це, може, й було б добре: але як «змусити» того гравця, хто виграє при порушенні цієї ситуації, відмовитися від *виграшної для нього особисто* стратегії?! Відповідь полягає в тому, що для багатьох соціально-економічних ситуацій рівновага Неша та Оптимум за Парето – *співпадають!* Внаслідок цього і отримуємо ту ситуацію, яку образно описав ще Адам Сміт у 1976 році, назвавши її «невидимою рукою ринку: кожен гравець на ринку прагне *власної* вигоди, але у виграшу залишаються *всі*. Тепер дія цього «закону» стає зрозумілою. І, що найголовніше, умови, за яких цей «закон» буде діяти, можуть бути *обчислені*. Власне, саме цим і займається економіка, починаючи після 1950-х років. •

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ

1. Маємо 3 гравці: (1) керівництво фірми, (2) персонал фірми та (3) профспілковий комітет персоналу фірми. Побудувати опис кількох різних видів гри (в нормальній формі, у динамічній формі, повторювальну гру

тощо). Проаналізувати та виділити можливі стратегії гравців. Показати, що для різних економічних умов деякі із можливих стратегій можуть бути відкинуті. Навести приклад такої ситуації та обґрунтувати свій вибір.

2. Маємо наступних гравців на ринку: (1) керівництво фірми, (2) персонал фірми, (3) постачальників фірми та (4) покупців продукції фірми. Побудувати опис кількох різних видів ігор для наступних умов діяльності фірми: а) поточної роботи фірми, б) виведення нового товару на ринок, в) в процесі процедури банкрутства фірми, г) в процесі освоєння нового товару, д) в процесі удосконалення нового товару, е) в процесі розширення виробництва товару. Звернути увагу, що може виникнути ситуація, коли не потрібно узгоджувати інтереси усіх описаних сторін.

3. Навести приклад застосування максимінної рівноваги при управлінні соціально-економічними системами. Проаналізувати його. Чи завжди це рішення є економічно вигідним? Навести обґрунтування.

4. Навести приклад застосування рівноваги в домінуючих стратегіях в економічному інтер'єрі. Проаналізувати його. Чи завжди це рішення є економічно вигідним? Навести обґрунтування.

5. Навести приклад застосування рівноваги Неша в економічному інтер'єрі. Проаналізувати його. Чи завжди це рішення є економічно вигідним? Навести обґрунтування.

6. Навести приклад застосування оптимуму за Парето в економічному інтер'єрі. Проаналізувати його. Чи завжди це рішення є економічно вигідним? Навести обґрунтування.

7. Описати процес покупки як взаємодію декількох гравців. Навести приклади ігор, які можуть бути тут побудовані. Навести приклади концепцій рішення, які можуть бути застосовані. Проаналізувати їх. Чи завжди кожне із рішень є економічно вигідним?

8. Опишіть конкретну економічну чи управлінську ситуацію. побудуйте для неї теоретико-ігрову модель. Порівняйте між собою економічні наслідки, які випливають із різних концепцій рішення цієї гри.

*Підказка.* Для цього опишіть поведінку гравців, які здійснюють стратегії, які відповідають кожній із побудованих концепцій гри.

## Розділ 2 Методи знаходження рішень для гри в нормальній формі

В цьому розділі будуть описані основні способи знаходження рішення ігор, які задані в нормальній (стратегічній) формі. Це статичні ігри, коли всі гравці приймають рішення *одночасно* (simultaneously). При цьому вони не знають, яку саме стратегію обирають інші гравці.

Гра в нормальній формі є заданою тоді, коли задано наступні три набори даних:

1. Сукупність всіх гравців – множина  $I = \{1, 2, \dots, n\}$ .
2. Простір стратегій всіх гравців  $A_n = \prod A_i$ .
3. Функції корисності для всіх гравців  $v = (v_1(y), v_2(y), \dots, v_i(y), \dots, v_n(y))$ , де  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  – вектор дій всіх гравців.

Як зазвичай, гравці вважаються *раціональними*. Крім того, має місце ситуація *загального знання* (common knowledge): всі гравці знають, що раціональними є не тільки вони самі, але раціональними є також і *всі інші* гравці.

Припущення щодо раціональності гравців насправді є аж занадто сильним. Вже із самого початку розвитку теорії ігор робилися спроби вийти за межі цього припущення, - цей напрямок активно розвивається, але його виклад знаходиться за межами нашої книги.

Головне, що слід запам'ятати це те, в реальних ситуація *реальні люди* не завжди є раціональними: численні експериментальні данні свідчать саме про це.

Крім того, припущення щодо наявності *загального знання* також далеко не завжди є справедливим. Наприклад, деяка кількість гравців просто може не знати того, що знають інші. Або ж дехто із гравців «не звертає уваги» на те, що є «очевидним» для інших. Звернемо увагу, що така ситуація може мати місце при підготовці *контрактів*.

В цьому розділі буде широко використано приклад ігри *двох* гравців. Робиться це з тієї причини, що такі ігри можна задати дуже *наглядно*, і всі операції з порівняння функцій виграшу можна звести до однієї таблиці.

*Зауваження.* Підкреслимо одну важливу особливість застосування поняття «функція виграшу» в рамках *некооперативної* теорії ігор. Полягає вона в тому, що ми *порівнюємо між собою* виграші лише для одного й того ж самого гравця. Виграші, які отримують *різні* гравці, порівнянню в рамках некооперативної теорії ігор *не підлягають*. Звичайно, для конкретних прикладів часто така можливість існує, - тобто іноді виграші різних гравців ми можемо порівнювати між собою. Але, загалом кажучи, така ситуація не є обов'язковою.

Опишемо кілька класичних ігор, які часто використовуються в теорії ігор.

*Приклад 1.* «Дилема ув'язнених» (the prisoners' dilemma).

Гра задається описом наступної ситуації. Двох людей («злочинців») арештували, підозрюючи у здійсненні двох різних злочинів, причому в кожного із них є докази на іншого. Відомо, що якщо один злочинець донесе на іншого, а інший при цьому буде «опиратися» (стратегія «мовчати»), то інформатор отримає 1 рік покарання, а «мовчун» - 10 років. Якщо ж вони доноситимуть один на одного обидва, то кожен із них отримає по 7 років. Злочинцям відомо, що у випадку, якщо ніхто із них не буде доносити на іншого, то обидва отримують по 3 роки ув'язнення.

Гру можна представити за допомогою такої матриці (табл. 2.1), в клітинах якої зліва внизу стоїть виграш першого ув'язненого, а справа зверху - іншого.

В книзі буде використано саме така форма запису: хоч вона й займає більше місця, але зате є наглядною та зрозумілою.

Таблиця 2.1 – Гра «дилема ув'язнених»

	доносити	мовчати
доносити	-7 -1	-10 -1
мовчати	-1 -10	-3 -3

Іноді для цієї ж таблиці виграшів використовують і таку форму запису:

Таблиця 2.1а – Гра «дилема ув'язнених»

	доносити	мовчати
доносити	(-7,-7)	(-1,-10)
мовчати	(-10,-1)	(-3,-3)

В табл. 2.1а перше число в дужках відноситься до гравця «рядочок», а друге – до гравця «стовпчик». •

*Приклад 2.* «Орел чи решка» (matching pennies).

Табл. 2.2 дає приклад *антагоністичної гри* (antagonistic game), або *гри із нульовою сумою* (zero-sum game).

В цій грі сума виграшів обох гравців завжди дорівнює нулю. Іншими словами, скільки один гравець виграв, рівно стільки інший гравець програв. Такі ігри часто використовуються для моделювання економічних ситуацій, характерних для конкурентної боротьби. Але навіть для них дуже часто таке припущення є аж надто сильним.

Таблиця 2.2 – Гра «орел чи решка»

	орел	решка
орел	1	-1
решка	-1	1

Внаслідок цієї обставини часто ігри двох гравців із нульовою сумою представляють у вигляді *матриці виграшів* (payoff's matrix) для одного гравця: це приведено в табл. 2.2а.

Таблиця 2.2а – Гра «орел чи решка»

	орел	решка
орел	1	-1
решка	-1	1

Саме ця форма запису ігор із нульовою сумою (антагоністичні матричні ігри) часто вивчається в рамках курсу «Дослідження операцій» (Operations research) - дивись, наприклад, [1]. •

*Приклад 3.* «Сімейна суперечка» (battle of the sexes).

Дружина хоче піти до театру, тоді як чоловік – на футбол. Матриця виграшів наведена в табл. 2.0.3.

Таблиця 2.3 – Гра «сімейна суперечка»

	театр	футбол
театр	5	0
футбол	0	4

Тут гравець «рядочок» - це, очевидно, дружина. А гравець «стовпчик» - її чоловік.

Ця ж таблиця виграшів також слугує прикладом гри «зустріч в місті»: двоє людей вирішили зустрітися в місті, але не домовилися де саме. Вони знають, що *найчастіше* люди зустрічаються у двох місцях: біля вокзалу або ж біля міської ратуші. •

Тепер перейдемо до опису алгоритмів для знаходження рішень ігор для різних концепцій.

## 2.1 Максимінна рівновага

*Приклад 1.* Розглянемо наступну гру («перехрестя» - «crossing»). Нехай два автомобіліста *одночасно* під'їжджають до перехрестя. Хто має їхати, а хто має зупинитися?

Якщо вони *обидва* поїдуть – розіб'ють автомобілі. Якщо один поїде, а інший зупиниться – то той, хто буде стояти, відчує легке незадоволення (бо проїхав-то не він!). Якщо зупиняться обидва – що ж, це буде зватися ввічливість.

Така задача описується матрицею наступною виграшів табл. 2.4.

Використаємо алгоритм, який скорочено записано формулою (1.3.1).

Розглянемо водія, виграші якого розмішені в «рядочку» (line). Для нього *найгіршим* вибором буде стратегія «їхати» для водія-«стовпчика» (column): при цьому наш водій отримає виграш «-1000». Але водій-«стовпчик», вибравши стратегію «їхати», дав тим самим нашому водієві *вибирати* із двох можливих ситуацій: або «їхати» і отримати -1000, або «стояти» і отримати -1. *Максимізуючи* свій виграш, наш водій вибере стратегію, яка принесе йому *найбільший* виграш. Тобто – стратегію «стояти».

Таблиця 2.4 – Гра «перехрестя»

	стояти	їхати
стояти	1	-1
їхати	1	-1000

Повністю аналогічний розгляд проводиться і для водія-«стовпчика».

Таким чином, максимінна стратегія для водія-«рядочка» є «стояти», і для водія-«стовпчика» - теж «стояти».

Оскільки ці обидві стратегії можуть *обома* водіями бути використані *одночасно*, то для цієї гри маємо *максимінну рівновагу*. •

Відмітимо, що максимінна рівновага – це швидше виняток, аніж правило: наприклад, як легко бачити, вона задає величину виграшу, виграш *нижче* якої гравець просто не може отримати!

Таким чином, алгоритм знаходження максимінних стратегій для гри з дискретними виграшами може бути записано так.

1. Знаходимо *найменше* значення виграшу для розглядуваного нами гравця.
2. Фіксуємо стратегії *всіх інших* гравців: вибір виграшу на попередній стадії алгоритму дозволяє це зробити.
3. Перебираючи *різні* стратегії для розглядуваного нами гравця, вибираємо ту (ті) із них, які є максимальними.



*Примітка.* Як видно із опису цього алгоритму, він *не залежить* від виграшу *інших* гравців, а визначається *лише і виключно* виграшами розглядуваного нами гравця.

Особливо наглядно цей алгоритм застосовується для гри двох гравців. Тут найменше значення виграшу відразу фіксує строку/стовпець для *іншого* гравця, а розглядуваний нами гравець отримує можливість порівняти між собою *свої власні* виграші у, відповідно, стовпці/строчці.

*Приклад 2.* Розглянемо табл. 2.5 для виграшів.

Для гравця «рядочок» найменше значення є  $-6$  (стратегії  $(B, L)$  відповідно). Це значення *фіксує* для гравця «стовпчики» стратегію  $L$ . Але наш гравець ще може міняти *свої* стратегії. Для стратегії  $A$  його виграш є  $-5$ , для стратегії  $B$  це  $7$ , для стратегії  $V$  це  $-6$ , а для стратегії  $G$  це  $0$ . Як бачимо, наш гравець, звичайно, вибере стратегію  $B$ . Це й буде *його* максимінна стратегія.

Таблиця 2.5 – Приклад гри

		К	Л	М	Н	О
А	3	1	4	2	0	-4
Б	-4	0	3	3	5	-3
В	5	-2	-2	3	4	-1
Г	5	0	0	4	1	-2

Для гравця ж «стовпчики» мінімальне значення виграшу буде  $-4$  – для стратегії  $(A, O)$ . Але хоч гравець «рядочок» і *зафіксував* свою стратегію, гравець «стовпчик» може змінювати свої! Його виграші будуть, відповідно:  $K=1, L=4, M=2, N=0, O=-4$ . Звичайно гравець «стовпчик» вибере собі стратегію  $L$  як таку, яка дає йому найбільший виграш. •

Тепер ми бачимо *особливості* застосування пошуку максимінних стратегій та максимінної рівноваги.

- Максимінні стратегії для кожного із гравців існують *завжди*.
- Максимінні стратегії не обов'язково приносять «найменший» виграш! Іноді – як в прикладі табл. 2.5 – це може бути навіть *максимально* можливий виграш для розглядуваного гравця!
- Максимінної рівноваги гра може й не мати.

За відсутності максимінної рівноваги важливе значення має те, *хто саме* робить *перший* хід. Звичайно, це вже не буде *статична* гра – але такі постановки гри також можливі.

Як свідчить приклад гри, наведеної в табл. 2.5, іноді навіть є *вигідним* надати «ворогові» (гравцеві, відносно якого *точно* відомо, що він хоче нанести «якнайбільшу шкоду») право *першого* ходу: з тим, щоб у відповідь

вибрати *виграшний* для себе варіант. Звичайно, для цього потрібно правильно побудувати теоретико-ігрову модель ситуації.

На цьому ж прикладі ми бачимо також важливість *повноти інформації* щодо гравців: описаний в попередньому абзаці варіант поведінки буде справедливий лише тоді, коли ми *точно* можемо спрогнозувати поведінку іншого гравця!

Для ігор «дилема ув'язнених», «орел чи решка» та «сімейна суперечка» максимінні стратегії та максимінну рівновагу знайти самим. Для ігор двох гравців із двома стратегіями максимінна рівновага існує завжди (довести це самостійно).

## 2.2 Метод вилучення домінованих стратегій. Рівновага в домінантних стратегіях

*Визначення.* Для заданого гравця стратегія  $y_1$  називається *строго (сильно) домінованою стратегією*  $y_2$  (strong dominated strategy), якщо для довільної обстановки (тобто для  $\forall y_{-i}$ ) виконана нерівність

$$\forall i \in I, \forall y_{-i} \in A_{-i}, \forall y_1^i, y_2^i \in A_i \quad f_i(y_2^i, y_{-i}) > f_i(y_1^i, y_{-i}) \quad (2.2.1)$$

Коли стратегія  $y_1$  строго домінується стратегією  $y_2$ , це означає, що стратегію  $y_1$  взагалі можна *відкинути* і не розглядати надалі. Дійсно, у відповідності до (2.2.1), стратегія  $y_2$  є *вигіднішою* для даного гравця, і тому стратегію  $y_1$  він просто *не повинен* використовувати.

Звертаємо увагу на те, що тут неявно використано *припущення* про те, що наш гравець є *раціональним*, тобто він орієнтується *лише* та отримання більшого виграшу.

*Приклад 1.* Розглянемо гру, представлену в табл. 2.6.

Таблиця 2.6 – Приклад гри

		К	Л	М	Н	О			
А	3	1	-5	4	-1	5	3	-2	0
Б	-4	0	7	3	2	4	3	2	-3
В	5	-2	-6	-1	6	3	2	1	-1
Г	5	0	0	1	1	4	-3	5	-3

Для гравця «стовпчик» порівняємо *стовпчик*  $M$  із стовпчиками  $K$  та  $L$  його виграшів. Видно що для кожної стратегії гравця «рядочок» число, що знаходиться у відповідній комірчині для гравця «стовпчик» є *більшим*, аніж у стовпчиках  $K$  та  $L$ . А це і значить, відповідно до визначення (2.2.1),

що стратегії *K* та *L* цього гравця є домінованими: вони домінуються його стратегією *M*.

Таким чином, гравець «стовпчик» *ніколи* не буде грати стратегії *K* та *L*. Тобто ми ці стратегії можемо не розглядати взагалі, і тоді гра зведеться до такої.

Таблиця 2.6а – Гра після видалення домінованих стратегій для гравця «стовпчик»

		М	Н	О
А	-1	5	3	-2
Б	2	4	3	1
В	6	3	2	2
Г	1	4	-3	5

Тепер порівняємо між собою виграші для гравця «рядочок». Для цього порівняємо між собою *рядочки* виграшів для гравця «рядочок». Легко побачити, що стратегія *B* *сильно домінує* стратегію *Г*. Це значить, що стратегія *Г* *ніколи* не буде гратися гравцем «рядочок»: бо вона йому *завжди* менш вигідна, аніж стратегія *B*.

Вилучаємо із таблиці виграшів стратегію *Г*, і приходимо до наступної таблиці.

Тепер ми бачимо, що у гравця «стовпчик» з'явилася стратегія, яка *сильно домінує* всі інші! Це стратегія *M*: виграші для нашого гравця *завжди* більші, ніж для стратегій *Н* та *О* для *відповідно кожної* стратегії гравця «рядочок».

Таблиця 2.6б – Гра після видалення домінованих стратегій для гравця «стовпчик» і «рядочок»

		М	Н	О
А	-1	5	3	-2
Б	2	4	3	1
В	6	3	2	2

Таким чином, отримуємо гру, наведену в табл. 2.6в.

Тепер ми вже не маємо *свободи* для гравця «стовпчик»: у нього залишилася *єдина* стратегія!

Але гравець «рядочок» все ще може вибирати! Порівнюючи його виграші, легко побачити, що грати він буде *лише* стратегію *B*: за її використання його виграш найбільший.

Таблиця 2.6в – Гра після видалення домінованих стратегій для гравця «стовпчик», «рядочок» і знову «стовпчик»

		<i>M</i>
<i>A</i>	<i>-1</i>	<b>5</b>
<i>B</i>	<i>2</i>	<b>4</b>
<i>B</i>	<i>6</i>	<b>3</b>

Внаслідок цього, в нашій грі залишається для обох гравців *єдиний* раціональний вибір:

Таблиця 2.6г – Рівновага в домінантних стратегіях для гри, представленої в табл. 2.6.

		<i>M</i>
<i>B</i>	<i>6</i>	<b>3</b>

Таким чином, у випадку гри, представленою табл. 2.6, рівновага в домінантних стратегіях *існує*, і задається вона стратегіями (*B, M*). •

Рівновага в домінантних стратегіях є досить *рідкісним* явищем. Але коли вона є, то можна математично довести, що її положення (тобто стратегії для кожного із гравців) *не залежить* від черговості відкидання домінованих стратегій. Сам процес відкидання домінованих стратегій носить назву *ітераційного*, - підкреслюючи ту обставину, що, по закінченні видалення домінованих стратегій одним гравцем, ми розпочинаємо такий же процес для іншого, а далі цикл повторюється знову.

Видалення домінованих стратегій, якщо воно навіть не дозволяє отримати рівновагу в домінантних стратегіях, завжди *зменшує* обсяг інформації, яку нам потрібно аналізувати. Це має місце внаслідок того, що ми *відкидаємо* деякі стратегії для гравців, тобто *зменшуємо* набір тих стратегій, якими вони можуть користуватися.

Але далеко не завжди в результаті видалення домінованих стратегій ми можемо отримати *єдину* стратегію для кожного із гравців.

*Приклад 2.* Розглянемо гру, представлену табл. 2.7.

В цій таблиці ми змінили *лише один* виграш у порівнянні із табл. 2.6: для гравця «стовпчик», стратегія (*B, H*), замінивши число *1* на число *4*.

Таблиця 2.7 – Приклад гри

	К	Л	М	Н	О
А	1	4	5	3	0
Б	0	3	4	2	-3
В	-2	-1	3	4	-1
Г	0	1	4	5	6
	3	-5	-1	3	-2
	-4	7	2	3	1
	5	-6	6	2	2
	5	0	1	-3	-3

Але тепер замість табл. 2.6б ми отримаємо таку.

Таблиця 2.7а – Гра після видалення домінованих стратегій для гравця «стовпчик» і «рядочок»

	М	Н	О
А	5	3	0
Б	4	2	-3
В	3	4	-1
	-1	3	-2
	2	3	1
	6	2	2

Ми бачимо, що тепер ми можемо видалити для гравця «стовпчик» лише стратегію О після чого отримаємо.

Таблиця 2.7б – Гра після видалення домінованих стратегій для гравця «стовпчик» і «рядочок»

	М	Н
А	5	3
Б	4	2
В	3	4
	-1	3
	2	3
	6	2

Далі видаляти *сильно* доміновані стратегії ми вже не зможемо!

Але навіть у цьому разі аналізувати гру, задану табл. 2.7б значно легше, аніж гру, задану табл. 2.7. •

Видалення *сильно* домінованих стратегій повинне проводитися завжди, коли це є можливим: воно базується лише на використанні гіпотези про *раціональну поведінку* гравців. Після цього його використання можна до отриманої гри застосувати *інші* концепції рішень гри.

При цьому отримуємо очевидний висновок:

- якщо існує рівновага в домінантних стратегіях (яка, відповідно до визначення, є *завжди* лише одна!), а всі гравці є *раціональними*,

то всі інші концепції рішень гри співпадають із нею (окрім рівноваги за Парето – дивись далі)!

Порівнюючи між собою Приклад 1 та Приклад 2 ми бачимо, наскільки важливим є *правильно* задати значення виграшів для гравців! Їх обґрунтування є, найчастіше, «найважче» місце при проведенні теоретико-ігрового модулювання економічної ситуації.

Розглядаючи наведені в цьому параграфі приклади, виникає питання щодо наступного: а чи не можна видаляти стратегії, які є «не гіршими» за ту, яку залишаємо? Або, іншими словами, якщо в одній стратегії всі виграші, крім одного більші за виграші за іншої стратегії, а одне значення *співпадає* для обох стратегій, то чи можемо ми *відкинути* ту стратегію, яка дає «не більше» значення виграшу?

Відповідь на це питання є *негативною*: при відкиданні таким *слабо домінованих* стратегій (в формулі (2.2.1) *сильну* нерівність  $>$  потрібно замінити на «слабку» - на  $\geq$ ) результат *може* залежати від послідовності «відкидання слабо домінованих стратегій».

*Приклад 3.* Пояснимо це на прикладі такої гри (за [8]).

В табл. 2.8 стратегії *A* та *B* *слабо домінуються* стратегією *B* (для гравця «рядочок»).

Таблиця 2.8 – Залежність результату від послідовності видалення слабо домінованих стратегій

		М	Н
А	1	3	0
Б	1	2	2
В	0	0	2
		3	

Відкинемо спочатку стратегію *A*. Отримаємо наступну гру.

Таблиця 2.8а – Відкинули стратегію *A*

		М	Н
Б	1	2	2
В	0	0	2
		3	

Очевидно, що гравець «стовпчик» вибере стратегію *H* і виграшною стратегією для гравців буде набір стратегій (*B,H*), а їх виграшем - (3,2).

А тепер відкинемо тепер спочатку стратегію *B*.

Таблиця 2.86 – Відкинули стратегію *B*

		М	Н
А	1	3	0
Б	1	2	2

Тут гравець «стовпчик» відкине стратегію *H*, і виграш буде або  $(1,3)$ , або  $(1,2)$  – в залежності від вибору гравця «рядочок». •

Як бачимо із *Прикладу 3*, якщо ми дозволимо відкидати також і *слабко* доміновані стратегії, то отримаємо ситуацію із *декількома* можливими рішеннями для даної гри.

Власне, нічого «страшного» у цьому немає, - але зупинитися на *одному* рішенні ми зможемо лише тоді, коли *доповнимо* нашу гру іншою, додатковою інформацією. Іноді, при рішенні конкретних економічних задач, такий «прийом» може бути оправданим, - але потрібно це обговорювати кожен раз *окремо*, враховуючи особливості даної задачі.

*Приклад 4.* При рішенні управлінських задач часто використовують так званий «принцип доброзичливості», який говорить наступне:

- якщо для гравця все рівно, яку йому вибрати дію (тобто його виграші *однакові* – має місце *слабке* домінування!), то він обирає ту дію, яка є *вигідною* для іншого гравця.

В менеджменті та теорії управління, де один із гравців є *керівником*, а інший – його *підлеглим*, це може бути правдоподібним. До того ж, це дозволяє часто *однозначно* зробити вибір в неоднозначній ситуації.

Так, для умов *Прикладу 3* гравець «рядочок», внаслідок «принципу доброзичливості», вибере стратегію *A*, і, значить, виграш буде  $(1,3)$ : тобто гравець «стовпчик» отримає виграш 3. •

Хочемо застерегти від того, щоб рівновагу в домінантних стратегіях розглядати як *ідеальну*!

*Приклад 5.* Розглянемо, слідуючи [12], наступну задачу.

Таблиця 2.9 – Таблиця виграшів

		М	Н
А	101	0	1
Б	100	100	0

Легко бачити, що гравець «рядочок» відкине стратегію *B* як доміновану, а потім гравець «стовпчик» вибере стратегію *H*. В результаті виграш обох буде складати  $(1,1)$ ! І це тоді, коли для обох є явно виграшна стратегія  $(100,100)$ !

В цьому прикладі рівновага в доміантних стратегіях явно «якось неправильна»! •

Що ж робити в тому випадку, коли ситуація буде подібна до розглянутої в Прикладі 5? Про це ми будемо говорити в Частині 2 цієї книги. Власне, теорію ігор як *формальний* аналітичний апарат ми якраз і застосуємо для того, щоб *виявити* такі «небезпечні» місця та «усунути» їх. Як бачмо, іноді для цього нам прийдеється *змінити* умови гри!

### 2.3 Метод знаходження рівноваги Неша

Визначення рівноваги Неша (1.3.4) говорить нам, що гравцю *невигідно* відхилитися від сценарію, який відповідає рівновазі Неша.

Для ігор двох осіб це надає нам відразу *алгоритм* для знаходження рівноваги Неша.

1. Для гравця «рядочок» ми в кожному стовпчику – тобто для *кожної* стратегії цього гравця при *фіксованій* строгій другого – відмічаємо *найбільший* виграш. Іншими словами, ми фіксуємо певну стратегію другого гравця і серед множини виграшів (які визначаються вже тільки вибраною стратегією нашого гравця – гравця «рядочок») вибираємо та *позначаємо* найбільше число.
2. Для гравця «стовпчик» ми робимо теж саме, відмічаючи у кожному *рядочку* найбільший його виграш.
3. Ті комірчини, де будуть *відмічені обидва виграші*, і будуть рівновагою Неша.

Відмітимо, що рівноваг Неша може бути декілька, або ж не бути ні однієї.

*Зауваження.* Ми в параграфах 2.1 – 2.4 ведемо мову про *чисті* стратегії. Для *одноразових* ігор, які *не* повторюються, це задає *єдине* рішення. Якщо є гра *повторюється* – з тими ж самими, або із іншими учасниками – то можемо вести мову про так звані *змішані стратегії*. Цьому присвячено параграф 2.5.

*Приклад 1.* Розглянемо наступну гру (дивись Приклад 1 із попереднього параграфа).

Таблиця 2.10 – Приклад гри

	К	Л	М	Н	О					
А	3	1	-5	4	-1	<u>5</u>	3	-2	0	
Б	-4	0	<u>7</u>	3	2	4	<u>3</u>	2	1	-3
В	<u>5</u>	-2	-6	-1	<u>3</u>	2	1	1	-1	
Г	<u>5</u>	0	0	1	1	4	-3	5	-3	<u>6</u>



Як бачимо, рівновагою Неша для даної гри є пара стратегій (В,М), а вигреш – (6,3). Це ж саме рішення ми отримали шляхом відкидання сильно домінованих стратегій. •

Взагалі, мають місце наступні теореми [9,11,18].

**Теорема 1.** Якщо існує рівновага в домінантних стратегіях, то вона є також і рівновагою Неша.

**Теорема 2.** Жодна із стратегій, які входять у рівновагу Неша, не може бути відкинута при видаленні сильно домінованих стратегій.

Ці теореми дозволяють застосувати процедуру видалення домінованих стратегій *перед* знаходженням рівноваг Неша.

*Приклад 2.* Розглянемо наступну гру (дивись Приклад 2 із попереднього параграфа).

Таблиця 2.11 – Приклад гри

		К	Л	М	Н	О
А	3	1 -5	4 -1	<u>5</u> 3	3 -2	0 -3
Б	-4	0 <u>7</u>	3 2	<u>4</u> 3	2 1	-3 -1
В	<u>5</u>	-2 -6	-1 <u>6</u>	3 2	<u>4</u> <u>2</u>	-1 <u>6</u>
Г	<u>5</u>	0 0	1 1	4 -3	5 -3	<u>6</u> -3

Як бачимо, в цій грі рівновага Неша в чистих стратегіях взагалі *відсутня*. •

*Приклад 3.* Розглянемо наступну гру.

Таблиця 2.12 – Приклад гри

		К	Л	М
А	2	3 -4	-1 -5	<u>4</u> -4
Б	-1	-3 <u>0</u>	<u>-2</u> 1	-4 1
В	<u>3</u>	<u>2</u> -2	-1 -3	1 -3

Як видно, в цій грі ми маємо *дві* рівноваги Неша: одна для стратегій (В,К) із вигрешами (3,2), а друга для стратегій (Б,Л) із вигрешами (0,-2). •

Велике значення має та обставина, що, на відміну від усіх інших концепцій рішення, справедлива наступна теорема [8,9,11,18].

**Теорема 3.** В змішаному розширенні будь-якої гри із кінцевою кількістю стратегій завжди існує рівновага Неша для змішаних стратегій.

Про *змішане розширення гри* та про *змішані стратегії* (mixed strategies) буде описано в параграфі 2.5.

Щодо *кількості* рівноваг Неша – то їх потрібно обчислювати для кожної конкретної гри окремо. Як свідчить нам приклад 3, кількість рівноваг Неша навіть у *чистих* стратегіях може бути досить великою.

На завершення параграфу розглянемо аргументи, які виділяють саме рівновагу Неша з-посеред інших концепцій рішень у теорії ігор [8,9].

1. *Рівновага за Нешем впливає як певна послідовність раціональних висновків*. Якщо ми думаємо «за іншого гравця», то ми повинні спиратися на певні припущення щодо нього. Зокрема – на те, що він є раціональним. Але, як ми бачимо навіть із наведених прикладів, припущення щодо раціональності не завжди приводить нас до «розумних» передбачень. Наприклад, рівновагою Неша для гри табл. 2.2.3 є виграші (1,1), що навряд чи можу бути *прийнятним* в якості *практичної рекомендації*! Насправді, коли ми отримуємо такі «суперечливі» результати, це просто означає, що нам потрібно *переглянути* «правила гри» (але про це трошки пізніше, у Частині 2).

2. *Рівновага Неша як необхідна передумова, якщо є лише одне рішення для гри*. Більш правдоподібним може бути той аргумент, що якщо є лише єдиний виграш для гри, то *раціональні* гравці повинні скористатися саме ним. Тому й не буде у жодного гравця прагнення *відхилитися* від сценарію, який впливає із рівноваги Неша. Також, якщо гравці *вірять* (чи *знають*), що існує лише *один-єдиний* спосіб проведення гри, то це може бути лише рівновага Неша.

Звичайно, цей аргумент може бути справедливим лише тоді, якщо існують *єдина* рівновага Неша. Однак навіть для раціонального гравця цього аргументу може виявитися недостатньо – наприклад, він може вважати за «прийнятне» інший спосіб ведення гри (хоча б максимінну стратегію).

Важливою обставиною також є те, що гравці повинні бути інформованими про виграші *всіх інших* гравців! «Утаювання» свого виграшу – це *протипоказано*, якщо притримуватися концепції рівноваги за Нешем.

3. Іноді буває, що гравці є *однодумцями* щодо того, якими мають бути їх виграшні стратегії у даній грі. Наприклад, це можна визначити *опитуванням* людей, тощо. Але в цьому випадку таке «рішення» може бути *раціональним* кандидатом на «прийнятне рішення» лише у тому випадку, якового є саме рівновагою Неша.

Дійсно: тільки від рівноваги Неша жодному із гравців *невигідно* відхилитися. Бо якщо таке, навіть «прийнятне для всіх», рішення не є рівновагою Неша, то *хтось* із гравців може, навіть *випадково*, відхилитися від нього та отримати *додатковий виграш*. А тоді і всі інші гравці почнуть «шукати кращої долі».

4. *Рівновага Неша як само-підсилюючий (само-фокусуючий, само-узгуджуючий) аргумент*. Гравці можуть перед грою *домовитися* про те, як

саме вони будуть грати. Якщо вони *всі згоджуються* та такий розподіл ви-  
грашів – то це, швидше за все, якраз і буде рівновага Неша.

Підкреслимо: гравці можуть домовитися про який завгодно перебіг  
гри. Але якщо розглядати їх як *раціональних* – то повинні вони зупинитися  
саме на рівновазі Неша.

Цікаво, що *попередні переговори* виступають як досить потужна тех-  
нологія для того, щоб з-посеред *декількох* рівноваг Неша вибрати саме ту,  
яка «найбільш повно» задовольняє потреби гравців.

Відмітимо, що гравці все рівно можуть *відійти* від рівноваги Неша, -  
наприклад, якщо вони *очікують*, що інші гравці також будуть ухилитися.

5. *Рівновага Неша як стабільна соціальна домовленість*. Певна ситу-  
ація може виникнути у випадку, коли одна й та ж гра *повторюється* час  
від часу (із тими ж самими чи іншими гравцями). Тоді може виникнути пе-  
вна *суспільна домовленість*, певна *норма поведінки*, - і тоді гравці будуть  
чітко знати, хто якої стратегії буде притримуватися.

\*\*\*

Рівновага Неша є *природною* також тоді, коли ми розглядаємо проце-  
си *самоорганізації* (self-organization) в соціально-економічних системах.  
Мабуть, неможливо придумати якусь іншу концепцію гри, яка могла б за-  
мінити рівновагу Неша.

Процес самоорганізації має місце у тому випадку, коли *кожен еле-  
мент* розглядуваної системи буде мати *чіткий* та, головне, *єдиний для всіх*  
алгоритм, за яким буде проходити його спілкування з іншими елементами  
системи. Оскільки такі правила повинні бути, з одного боку, досить уні-  
версальними, а, з іншого боку, вони повинні бути *зрозумілими* для кожного  
гравця, то звертатися такі «алгоритми комунікації» повинні виключно до  
*інтересів* самого гравця. Це необхідно, щоб гравець був *активним* елемен-  
том соціально-економічної системи, самостійно ставлячи цілі, роблячи ви-  
сновак про їх досягнення та про внесення коректив (якщо це необхідно).

Звичайно, при цьому можуть використовуватися спеціальні техноло-  
гії для того, щоб сформувати у деякої сукупності гравців *хибне* уявлення  
щодо тих «правил гри», за якими їм потрібно буде грати (дивись, напри-  
клад, [19]). Таким чином, концепція рівноваги Неша може слугувати поту-  
жним інструментом для моделювання суспільно-економічних процесів.

## 2.4 Метод знаходження оптимуму Парето

Використаємо визначення (1.3.6) для того, щоб знайти оптимум Па-  
рето у грі двох осіб, зданій в нормальній формі.

На відміну від описаних вище *загальних процедур*, методу знахо-  
дження оптимуму за Парето, взагалі кажучи, немає.

Можна рекомендувати лише деякі загальні правила, але всі вони, на-  
справді, зводяться до «методу перебору». Ми вибираємо певну комірчину

в таблиці, яка задає виграші осіб, і, *перебираючи* всі інші комірчини, *порівнюємо* значення виграшів гравців *між собою*. Якщо в якійсь комірчині можлива ситуація, коли *обидва* гравців виграють – то ми цю, вибрану нами комірчину, *відкидаємо*. Дійсно, вона *не може* бути Парето-оптимумом, бо можливим є *одночасне поліпшення* виграшів для обох гравців. Також для випадку, коли можливе *одночасне поліпшення* виграшу для обох гравців разом – це не може бути оптимумом Парето.

Якщо ж є така комірчина, в якій *поліпшення* (збільшення!) виграшу одного із гравців можливе *лише тільки* за умови *погіршення* (зменшення!) виграшу іншого гравця, - і так для *кожної іншої* комірчини – то ми знайшли стратегії, які задають оптимум Парето.

*Приклад 1.* Розглянемо наступну гру.

В цій грі, як неважко знайти описаним вище «методом перебору», відкидаючи комірчини, маємо аж 3 сукупності стратегій, які задають оптимум Парето – це відмічені стратегії  $(A,K)$ ,  $(A,M)$  та  $(B,K)$ .

Таблиця 2.13 – Приклад гри

		К	Л	М
А	<u>2</u>	<u>3</u>	-1	<u>4</u>
Б	-1	-3	-2	1
В	<u>3</u>	<u>2</u>	-1	1

Звертаємо увагу на ту обставину, що для стратегії  $(A,M)$  Парето-оптимальним *виграшем* для гравця «рядочок» є *найменше* значення його виграшу! •

\*\*\*

Як бачимо, і для рівноваги Неша, і для оптимуму Парето, можуть бути ситуації дещо «парадоксального» характеру!

Більш того: «найгіршим» є те, що таких *рішень* одна й та ж сама гра може нам запропонувати *декілька!* Так яку ж стратегію нам вибрати? Яку *рекомендацію* надати? Який *прогноз* зробити у цьому випадку?

Відповіді на ці питання приходять із досвідом. У Частині 2 ми багато будемо обговорювати саме такі випадки.

Головне, що потрібно запам'ятати вже тепер – це те, що наявність такої ситуації вимагає *переосмислення* побудованої нами теоретико-ігрової моделі для соціально-економічної системи. Як це робити для конкретних випадків – це описано в Частині 2.

*Зауваження.* Загалом кажучи, оптимум за Парето – це вже є об'єкт дослідження *кооперативної* теорії ігор, яка розглядає можливі коаліції гравців та їх виграші. Але для *двох* гравців оптимум за Парето може бути від-

несений до некооперативної теорії ігор: цьому випадку коаліції неможливі!

## 2.5 Метод знаходження рішення Штакельберга та рівноваги Штакельберга

До цієї пори ми розглядали клас задач, коли гравці робили свої ходи одночасно.

Але часто в економічних та менеджерських задачах, в теорії управління зустрічається задача, коли один із гравців «має силу влади». Тобто, саме він має владу робити *перший хід*. А вже всі інші гравці - будуть робити свій хід *другими*. Якщо таких «інших» гравців є декілька, то вони, наприклад, можуть «розіграти» між собою рівновагу Неша. А можуть – і інший варіант концепції виграшу.

*Визначення.* Рівновагою Штакельберга (Stackelberg equilibrium) з лідером, який має номер 1, називається така сукупність стратегій всіх *інших* гравців, що перший гравець (лідер) з урахуванням цілей інших гравців прогнозує рівновагу Неша, яка буде складатися між ними після його ходу, і відповідно до цього оптимізує свою стратегію. Інші ж гравці вибирають стратегію відповідно до його прогнозу.

*Зауваження.* Дане визначення дано за виконання наступних умов:

1. Вважається, що рівновага Неша існує для «інших» гравців для усіх можливих ходів лідера.
2. Вважається, що «інші» гравці *обов'язково* виберуть «у відповідь» на хід лідера саме *рівновагу Неша*.

Ми можемо ввести також *рішення Штакельберга*, розуміючи під цим, що *лідер*, маючи *вірний* прогноз щодо вибору концепції рішення «іншими» гравцями піяли його рішення, оптимізує свій виграш з урахуванням наступних ходів інших гравців. При цьому «інші» гравці можуть розігравати між собою, наприклад, оптимум Парето або ж свої максимінні стратегії.

Таким чином, для *рішення* за Штакельбергом немає необхідності, щоб «інші» гравці грали «в рівновагу». Це означає, що поняття *рішення* Штакельберга має *ширшу* область застосування, тоді як *рівновага* Штакельберга виступає, найчастіше, як *виняток*.

Загалом же і *рівновага* Штакельберга, і *рішення* Штакельберга має припущенням, що ми *вірно* можемо змоделювати поведінку інших (тобто *перебіг гри*, який буде мати місце *після* рішення лідера). Якщо ж ми десь допустили *помилку* – то і весь результат буде помилковим.

Особливо наглядно *рішення* Штакельберга та *рівновага* Штакельберга визначаються для у випадку лише *двох* гравців. У цьому випадку *алгоритм* знаходження рішення Штакельберга для *першого* гравця може бути записано таким чином.

1. Розглядаємо *першу* стратегію лідера. Вибираємо той виграш, який є найбільшим для *другого* гравця. Фіксуємо відповідний виграш лідера (тобто той, який знаходиться в тій же комірчині).
2. Робимо так для *кожної* стратегії лідера.
3. Розглядаємо множину всіх виграшів лідера, які ми відмітили, і вибираємо *найбільший*.
4. Стратегія лідера, якій відповідає виділена нами комірчина, і є *рішенням* Штакельберга для нашої задачі.
5. Оскільки маємо всього 2 гравці, то *всі* концепції виграшів для «іншого» гравця зводять до вибору його *максимального* виграшу у відповідь на хід лідера, і тому рішення Штакельберга для першого гравця є одночасно також і *рівновагою* Штакельберга для лідера - *першого* гравця.

Ми можемо розглянути також і *другого* гравця як лідера – і знайти рівновагу Штакельберга також і для нього інколи ці рівноваги *співпадають* (тобто «все рівно», хто із гравців ходить *першим*), - це може мати важливу соціальну чи економічну інтерпретацію.

*Приклад 1.* Розглянемо наступну гру. Лідер – гравець «стовпчик».

Як бачимо, при застосуванні стратегії *K* другий гравець застосує стратегію *B*, де його виграш є найбільшим. Для стратегій лідера *L* чи *M* другий гравець вибере одну стратегію – *B*. А тепер лідер розглядає вже *свої* виграші, які стоять у відповідних комірчинах. Вибираючи із чисел *-4, 0* та *2* вибере він, без сумніву, *свою* стратегію *K*.

Таблиця 2.14 – Приклад гри

		К	Л	М
А	2	3	-1	4
Б	-1	-3	-2	-4
<i>B</i>	<u>3</u>	<u>2</u>	-1	1

Таким чином, рівновага Штакельберга при лідері «стовпчик» буде пара стратегій (*B, K*) і виграшів (3, 2).

Неважко побачити, що у випадку, коли лідером буде *другий* гравець (гравець «рядочок»), то рівновага Штакельберга буде такою ж самою (обчислити самостійно).•

## 2.6 Метод знаходження змішаних стратегій

Розглядаючи змішані стратегії, ми переходимо вже до ігор, які *багато*кратно *повторюються*. При цьому ми вважаємо, що жоден із гравців не притримується однієї і тієї ж стратегії: гравець «постійно перескакує» із

однієї стратегії на іншу. В результаті нам прийдеться ввести ймовірність  $\sigma(y_i)$  для того, що  $i$ -тий гравець використовує стратегію  $y_i$ .

Тоді можна дати наступне визначення.

*Визначення.* Для гри в нормальній формі, коли  $i$ -тий гравець має набір стратегій стратегії  $Y_i=(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iK})$ , набір (вектор) розподілу ймовірностей  $p_i=(p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iK})$ , де  $0 \leq p_{ik} \leq 1$  і  $p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{iK} = 1$ , зветься *змішаною стратегією* для  $i$ -того гравця.

Таким чином, змішана стратегія задається розподілом ймовірностей того, що даний гравець буде грати *кожну* свою стратегію в повторюваній грі.

Сфера застосування змішаних стратегій досить велика, - але при цьому дещо втрачається *наочність та простота інтерпретації*, притаманна чистим стратегіям.

Виграш  $i$ -того гравця, очевидно, буде задаватися формулою

$$V_i = \sum_{k=1}^K p_{ik} \cdot v_{ik} \tag{2.6.1}$$

Тут  $v_{ik}$  – виграш  $i$ -того гравця для його  $k$ -тої чистої стратегії.

Інтерес до змішаних стратегій полягає в тому, що, як вже говорилося вище, *кожна* гра в нормальній формі має рівновагу Неша у чистих та у змішаних стратегіях (хоча б одну!). Крім того, задача знаходження рівноваги Неша легко зводиться до стандартної задачі лінійного програмування, і тому вона може бути легко знайдена із застосуванням сучасного програмного продукту.

Оскільки ця сторона теорії ігор добре описана в навчальній літературі – зокрема в підручниках з «Дослідження операцій» (дивись, наприклад, [17]), ми не будемо докладно зупинятися на цих аспектах.

Наведемо приклад методики для обчислення змішаних стратегій для гри двох гравців. Суть методики полягає в тому що в рівновазі Неша в змішаних стратегіях математичне очікування його виграшу *для кожного* вибору стратегії другим гравцем є однаковим.

*Приклад 1.* Розглянемо гру «дилема ув'язнених».

Таблиця 2.15 – Гра «дилема ув'язнених»

	доносити	мовчати
доносити	-7	-10
мовчати	-10	-3

Нехай для гравця «рядочок» ймовірність грати стратегію «доносити» є  $p$ , - тоді його ймовірність грати стратегію «мовчати» є  $p_1=1-p$  (тому що  $p+p_1=1$ ). А для гравця «стовпчик» - відповідно  $q$  та  $1-q$ .

Тоді *очікуваний* виграш гравця «рядочок» для *змішаних* стратегії *обох* гравців можна обрахувати за допомогою наступної формули

$$U_s(\sigma_1, \sigma_2) = p \cdot (-7 \cdot q - 1 \cdot (1 - q)) + (1 - p) \cdot (-10 \cdot q - 3 \cdot (1 - q)) \quad (2.6.2)$$

Приводячи подібні члени, отримаємо

$$U_s(\sigma_1, \sigma_2) = p \cdot q - 4p - 7q - 3 \quad (2.6.3)$$

Очевидно, що *якщо існує* рівновага Неша в змішаних стратегіях, то вона повинна давати *не менший* виграш першому гравцю для випадку, якщо він застосовує *чисті* стратегії: дійсно, коли б це було не так, то *раціональною* поведінкою гравця було б застосовувати *лише чисті* стратегії.

Обрахуємо виграш гравця «рядочок» при застосування своїх *чистих* стратегій  $y_1$  та  $y_2$ .

$$\begin{aligned} U_s(y_1, \sigma_2) &= -7 \cdot q - 1 \cdot (1 - q) = -6q - 1 \\ U_s(y_2, \sigma_2) &= -10 \cdot q - 3 \cdot (1 - q) = -7q - 3 \end{aligned} \quad (2.6.4)$$

Умовою того, що рівновага Неша в змішаних стратегіях існує, буде виконання наступних умов:

$$\begin{aligned} U_s(\sigma_1, \sigma_2) &\geq U_s(y_1, \sigma_2) \\ U_s(\sigma_1, \sigma_2) &\geq U_s(y_2, \sigma_2) \end{aligned} \quad (2.6.5)$$

Підставляючи в (2.6.5) значення із (2.6.3) та (2.6.4), отримаємо наступні умови на ймовірності  $p$  і  $q$ .

$$\begin{aligned} p \cdot q - 4p - q - 2 &\geq 0 \\ p \cdot q - 4p &= p \cdot (q - 4) \geq 0 \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

Враховуючи, що  $0 \leq p \leq 1$  та  $0 \leq q \leq 1$ , із (2.6.6) бачимо, що ці нерівності не можуть бути виконані *ні при яких умовах*.

Для гравця «стовпчик» провести розгляд самостійно і переконатися в тому, що він приводить до аналогічних висновків.



А це означає, що «дилема ув'язнених» не має рівноваги Неша в змішаних стратегіях.

Але тоді ця гра повинна мати рівновагу Неша (як мінімум – одну) в *чистих* стратегіях: у відповідності до теореми Неша. Знайдіть цю рівновагу самостійно. •

Теореми Неша в різних формах та їх доведення, а також математичні деталі доведень описано у великій кількості підручників [8,9,11,18], до яких ми відсилаємо читача, якого цікавлять математичні деталі.

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ

1. Знайти для ігор «дилема ув'язнених», «сімейна суперечка», «орел чи решка», «перехрестя» максимінне рішення (рівновагу), рівновагу в домінантних стратегіях, рівновагу Неша (в чистих та змішаних стратегіях), оптимум Парето, рішення (рівновагу) Штакельберга для кожного із гравців.

2. Придумати самостійно гру для двох гравців, перший із яких має 5 стратегій, а другий – 6. Знайти максимінне рішення (рівновагу), рівновагу в домінантних стратегіях, рівновагу Неша (в чистих та змішаних стратегіях), оптимум Парето, рішення (рівновагу) Штакельберга для кожного із гравців.

3. Довести, що в двох наступних іграх нема рівноваги Неша в змішаних стратегіях [8].

Гра 1.	Гра 2.
$\begin{pmatrix} (1,0) & (1,2) & (0,1) \\ (0,3) & (0,1) & (2,0) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} (0,4) & (4,0) & (5,3) \\ (4,0) & (0,4) & (5,3) \\ (3,5) & (3,5) & (6,6) \end{pmatrix}$

4. Знайти рівновагу Неша для наступної задачі [8,11].

В двох фірмах є по одній вакансії. Зарплати  $\omega_i$  ( $i=1,2$ ) в кожній із фірм зв'язані наступними співвідношеннями:  $0,5\omega_1 < \omega_2 < 2\omega_1$ . нехай двоє друзів вирішили звернутися за працевлаштуванням, причому звернутися кожен із них може лише в одну із фірм (припустимо, що кожна із фірм не любить, коли в ній працюють друзі!). Друзі одночасно вирішують, хто із них до якої фірми звернеться. Якщо до фірми звертається тільки один працівник, то він отримує роботу. Якщо ж обидва працівники звернуться до однієї й тієї ж фірми одночасно, то фірма наймає одного із них випадковим

чином, а інший працівник залишається безробітним. Знайти рівновагу Неша для цієї гри, заданій в нормальній формі.

	Звернутися до фірми 1	Звернутися до фірми 2
Звернутися до фірми 1	$0,5\omega_1$	$\omega_2$
Звернутися до фірми 2	$\omega_1$	$0,5\omega_2$

5. Знайти рівновагу Неша для наступної задачі [11].

Два гравці розподіляють між собою одну гривню. Вони обидва одночасно називають частину гривні, яку вони хочуть отримати:  $y_1$  та  $y_2$ , причому  $0 \leq y_1, y_2 < 1$ . якщо  $y_1 + y_2 \leq 1$ , тоді гравці отримують те, що замовили. Якщо ж  $y_1 + y_2 > 1$ , тоді обидва гравці не отримують нічого (отримують нуль). Знайти рівновагу Неша в чистих стратегіях (якщо вона є).

6. Написати алгоритм для обрахунку змішаних стратегій, які є рівновагою Неша, для гри двох осіб, заданої в загальному вигляді.

	$b_{11}$	$b_{12}$
$a_{11}$		$a_{12}$
$a_{21}$	$b_{21}$	$b_{22}$
	$a_{22}$	

7. Мости і Цезар.

Гай Юлій Цезар із військом навів мости через річку і переправився на зайнятий ворогом берег. Обидва війська почали готуватися до бою. Цезар спалив мости через річку. Побачивши це, військо ворога відмовилося від битви та покинуло поле бою.

Побудувати дві гри, які включають 3-х гравців: самого Цезаря, його військо та військо ворога. Перша гра описує ситуацію до спалення мостів, а друга – після спалення. Пояснити, чим відрізняються ігри одна від іншої.

Пояснити, використовуючи ці дві гри, чому втекло військо ворога.

Як ви поясните тепер відомий вираз «спалити за собою всі мости»?

8. Одисей і Сирени.

Одисей пропливав на кораблі повз острів Сирен. Він знав, що кожна людина, яка чула їх солодкий спів, кидалася в воду та пливла до острова, звідки ніхто і ніколи не повертався. Він не хотів цього. Але ж він хотів почути солодкий спів Сирен!

Одисей наказав всім своїм матросам заліпити собі вуха воском, щоб вони не чули співу Сирен. Але себе він наказав прив'язати себе до щогли

корабля мотузками, не заліплюючи вуха воском. Також він наказав, щоб матроси його нізащо не відв'язували, незважаючи ні на які його просьби.

Так хитромудрий Одисей виявився єдиний із людей, що почув спів сирен і залишився живим.

Побудувати гру, яка описує цю ситуацію.

Побудувати гру, яка мала б місце тоді, якби Одисей *забув* віддати наказ своїм матросам ні за яких обставин не відв'язувати його від щогли. Пояснити, що змінилося в результаті такого наказу.

9. Чи завжди існує максимінна рівновага для ігор із трьома гравцями або/чи трьома стратегіями? Відповідь обґрунтуйте: наведіть або доведення у загальному випадку, або ж *приклад*, який показує *відсутність* цієї рівноваги. Чому не можна для доведення «існування завжди» цієї стратегії теж просто навести приклад, коли вона існує?

10. Торговці на станції.

На станції Калинівка троє місцевих приватних підприємців – фізичних осіб Олександр, Василь і Семен продають пасажиром, відповідно, пиво, воблу і солоні горішки. Вранці до станції приходять відразу два поїзди, тому кожен із підприємців поспішає розмістити свою «малу архітектурну форму» на першій або на другій платформі. Якщо підприємець працює на платформі один, то його виручка (у гривнях) від продажу товарів пасажиром відповідного поїзду наведена з таблиці:

Платформа	Олександр	Василь	Семен
1	80	60	60
2	100	40	40

Якщо на одній платформі продається і пиво, і закуска одночасно, то цих товарів вдається продати на 50% більше із-за ефекту синергії. Втім, якщо обидва продавці закуски знаходяться на одній платформі, то внаслідок конкуренції обидва виручають вдвічі менше, аніж коли вони торгують на різних платформах.

(а) Формалізуйте взаємодію торговців як гру в нормальній формі припускаючи, що до початку торгівлі ніхто із них не може отримати інформацію про те, на якій платформі будуть інші продавці.

(б) Знайдіть всі чисті та змішані рівноваги Неша в цій грі.

(з) Що зміниться, якщо Олександр, торгуючи один на другій платформі, зароблятиме не 100, а 60 гривень?

### Розділ 3 Гра в динамічній формі

Коли ми розглядали *одночасні* ігри, у нас не виникав цілий ряд питань щодо їх «впровадження», - тобто щодо їх здійснення.

Ми знали, що *всі* гравці *одночасно* приймають рішення. А також, що грають вони «всього один раз».

Навіть у грі за Штакельбергом була «повна визначеність»: один із гравців ходив першим, - значить, він був «центром», «старшим», мав «силу влади» тощо. А всі інші гравці ходили вже *одночасно*.

Тепер же ми переходимо до розгляду ігор, в яких гравці ходять *неодночасно*. І тут виникає велика кількість можливостей щодо тих умов, за яких здійснюється узгодження інтересів гравців.

Ситуація ускладнюється, - але, тим самим, теоретико-ігровий розгляд наближується до моделювання ситуацій реального життя.

#### 3.1 Визначення гри в динамічній формі та приклади

Спочатку надамо ряд визначень, щоб окреслити ті теоретико-ігрові терміни, які будуть використовуватися в подальшому.

*Визначення.* Динамічною (або *позиційною*) зветься гра, в якій гравці здійснюють ходи *попередовно*.

Різна ступінь інформованості гравців про поточний стан гри дозволяє виділити такі класи ігор.

*Визначення.* Гра називається грою із *досконалою інформацією* (perfect information) у тому випадку, коли кожен гравець може однозначно визначити своє місце в часовому розгортанні гри (тобто коли *відсутні* одночасні ходи і коли всі гравці спостерігають за «ходами Природи»).

Гра із *недосконалою інформацією* (imperfect information) має місце в тому випадку, коли порушуються умови наведеного вище визначення.

У наведеному визначенні використано поняття про «хід Природи». Під цим в теорії ігор розуміється наступне.

Коли ми починаємо застосовувати теорію ігор до реальних ситуацій, ми часто змушені розглядати ситуації, коли гра може розвиватися за декількома *різними сценаріями*. Який саме буде реалізовано для *конкретного* випадку? Що саме буде «перемикати» гру від одного сценарію до іншого?

Наприклад, для заданої обстановки можуть бути декілька *різних* правил гри, - і, відповідно, ми отримаємо різні висновки.

У такому випадку говорять, що відповідний «хід робить Природа», тим самим вносячи *нову інформацію* у нашу гру (чи здійснюючи *вибір* тих чи інших правил гри). І коли *всі* гравці спостерігають цей «хід Природи», то вони, тим самим, отримують *повну* («досконалу») інформацію про гру (та/чи її часове розгортання).

*Визначення.* В іграх із *неповною інформацією* (incomplete information) перший хід робить Природа, і він є *прихованим* хоча б від одного гравця.

Ігри з неповною інформацією займають сьогодні важливе місце серед *прикладних* задач теорії ігор. Наприклад, саме таким іграми моделюють задачі щодо визначення кар'єрного зростання працівника.

Надамо визначення гри в динамічній формі.

1. Задана кінцева множина гравців  $I = \{1, 2, \dots, n\}$ .

2. Задане *дерево* гри (тобто граф, який визначає послідовність ходів) із кінцевою множиною вершин  $X$  і кінцевою множиною ходів  $A$ .

Дерево гри повинне бути побудоване таким чином, що мати *всього одну* вершину, із якої починається гра. Необхідно також, щоб із кожної вершини *всередині* дерева можна було *однозначно* вказати як *попередні* вершини, так і *наступні* (тобто щоб ці множини вершин не перетиналися). Дерево гри закінчується *термінальними* вершинами, які вже не мають «наступних вершин».

3. Ребра графа (дуги, які з'єднують попередню та наступну вершини) відповідають *ходам* того чи іншого гравця.

4. Вводиться набір інформаційних множин, який структурований таким чином, що всі вершини, які відносяться до *одної* інформаційної множини, мають одні й ті ж самі допустимі ходи.

5. Співвідношення, яке визначає того гравця (для Природи  $i=0$ ), який саме й буде ходити, використовуючи відомості даної інформаційної множини.

6. Ймовірності вибору Природою того чи іншого варіанту ходу (звичайно, сума всіх ймовірностей для *одного* ходу Природи повинна дорівнювати 1).

7. Функції виграшів для *кінцевих* для даної гри вершин (термінальних вершин).

Детальні математичні визначення та математична деталізація введених понять наведено в [4,8,9,11,12].

Таким чином, динамічна гра є грою із *досконалою* інформацією у випадку, коли *всі* інформаційні множини складаються із *однієї* точки. Іншими словами, в кожній вершині гравець не тільки володіє всією повнотою інформації, але й чітко знає свої наступні ходи.

\*\*\*

Вводячи визначення, ми припускали, що 1) гравець пам'ятає всі свої ходи, і 2) правила гри під час гри не змінюються (це означає, наприклад, що ми *здатні прогнозувати* всі можливі ходи Природи).

Якщо ж «дозволити» гравцям *забувати* деяку інформацію, або ж дозволити зміну правил гри *в процесі гри*, то прийдемо до більш складних ігор. Але, відмітимо, що саме ці, «складні» ігри, є більш наближеними до потреб *економічної практики*.

Власне, багато що залежить від постановки задачі, тобто від того, яку саме теоретико-ігрову модель дослідник побудує для розглядуваної ним задачі.

\*\*\*

При визначенні позиційної гри стає зрозумілим, що потрібно обговорити, що ж саме потрібно розуміти під терміном «стратегія».

Тоді як для позиційної гри (гри в нормальній формі) поняття стратегії було досить «очевидне» - це був той *вибір*, який робив кожен із гравців, то для позиційної гри це поняття повинно бути переосмислене.

Тепер вже гравці ходять *не одночасно*. Більш того: гравці можуть ходити *багато разів* в процесі однієї й тієї ж гри. І, значить, багато разів *здійснювати вибір*.

Таким чином, для позиційних ігор поняття «стратегія» означає сукупність того, як саме він *планує* ходити кожен раз *протягом всієї гри*. При цьому *кожна* його стратегія – це є *повний* план його дій протягом розгортання всієї гри. По суті, це є *інструкція*, як саме гравець повинен поводитися за тих чи інших обставин.

\*\*\*

Сказаного достатньо, щоб зрозуміти, наскільки теорія ігор потрібна для менеджменту та прийняття рішень в економіці. Кожна *посадова інструкція* – це є, по суті, опис деякої позиційної (динамічної) гри. Кожне прийняття рішення щодо інновацій чи інвестицій – це також є динамічна гра. Кожне прийняття рішення щодо впровадження нового товару, щодо входження на ринок – це також позиційна гра.

Хочемо підкреслити дуже важливу обставину: гравець повинен знати *повний план* можливого розгортання гри. Для реальних ситуацій це означає, що він повинен *продумати всі можливі* сценарії розвитку подій. Бо якщо він щось *пропустить*, то він може прийняти *невірне* рішення.

Не кожна людина здатна здійснити *зведення* практично важливої ситуації до тієї чи іншої гри. Але протягом понад 50 років застосування теорії ігор в економіці *велика кількість* «типових економічних ситуацій» отримали своє вираження у вигляді теоретико-ігрових моделей. Сьогодні підручники та монографії із макро- чи мікроекономіки, менеджменту, теорії управління тощо (дивись, наприклад, [9,10,14,16,20-22]) часто являють собою «збірник типових *теоретико-ігрових* задач», яким *практики* користуються, приймаючи рішення.

Наявність таких *стандартизованих* теоретико-ігрових моделей дає можливість практику 1) звести велику кількість задач, які стоять перед ним, до порівняно невеликої кількості моделей, і 2) скористатися науковими досягненнями великої кількості дослідників в своїй практичній діяльності. В результаті різко зростає рівень ефективності в управлінні соціально-економічними системами та швидкість розвитку економіки в цілому.

*Приклад.* Наведемо приклад динамічної гри.

Розглянемо ситуацію вибору інвестиційного проекту. Нехай Проект 1 надає інвестору гарантовано прибуток  $a$ , Проект 2 – прибуток  $b_1$  за умови прикладення працівниками зусиль  $s_1$  та прибуток  $b_2$  за умови прикладення працівниками зусиль  $s_2$ , Проект 3 надає прибуток  $c_1$  із ймовірністю  $p$  з або  $c_2$  з ймовірністю  $1-p$ . у вигляді графа це зображується на Рис. 3.1.

В цій грі є 3 гравці. 1 – інвестор, який приймає рішення щодо вкладення інвестицій. 2 – це працівники, які приймають рішення щодо того, які саме зусилля вони будуть прикладати для здійснення Проекту 2. Нарешті третій гравець – це Природа, яка «приймає рішення» щодо визначення значення ймовірності для двох із можливих результатів діяльності для Проекту 3.

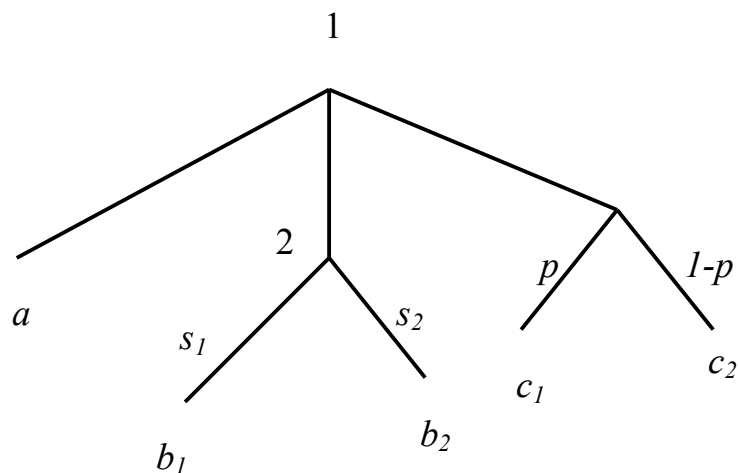


Рис. 3.1 – Приклад динамічної гри

Відмітимо, що заробітна плата працівникам для Проекту 2 *неявно* вже врахована: ми розглядаємо *прибуток* інвестора, а не кошти які він вкладає в інвестиції. Коли б ми розглядали задачу про *управління* інвестиційною діяльністю, нам прийшлося б розглядати для Проекту 2 гру «інвестор – працівники» окремо, явно розділяючи затрати інвестора як на здійснення Проекту 2, так і на *стимулювання* працівників. Такі задачі розглядаються в теорії ігор в рамках так званої *теорії контрактів* (contract theory) [23]. •

Виникає питання про те, як зв'язані між собою ігри в нормальній формі та динамічні ігри. Загалом кажучи, гру в динамічній формі завжди можна «звести» до ігри в нормальній формі, - наприклад, просто *перевизначивши* стратегії: «новими» стратегіями будуть стратегії, які описують «рух від початку до кінця» по дереві гри у динамічній формі.

Однак за грою в нормальній формі, загалом кажучи, не завжди можна *однозначно* побудувати динамічну гру.

## 3.2 Рішення гри в динамічній формі

Повернемося до ігор із досконалою інформацією.

Дуже важливим для практичного застосування динамічних ігор із досконалою інформацією є математичний результат, отриманий Куном («теорема Куна», 1953 р.).

**Теорема Куна.** Для кожної кінцевої гри із досконалою інформацією існує рівновага Неша в чистих стратегіях (доведення дивись в [9,11]).

Ця теорема *гарантує* нам, що кожна динамічна гра має таке рішення, що кожному з гравців *невигідно* відхилитися від певної стратегії.

Саме ця обставина визначила широке застосування динамічних ігор до моделювання суспільних та економічних процесів [8,9,20-22].

Але як же *знайти* рівновагу Неша?

### 3.2.1 Метод зворотної індукції

Для цього є так званий *метод зворотної індукції* (backward induction) [8,9,11,12]. Опишемо цей метод.

Розглянемо сукупність дій, які може виконати певний гравець, який знаходиться в заданій вершині дерева гри. Рішення, яке приймає гравець в цій вершині, *не залежить* від взаємодії з іншими гравцями (це справедливо тільки і тільки для гри із досконалою інформацією!), і тому гравець може однозначно вибрати *своє оптимальне* рішення. а тепер, знаюче це рішення гравця, ми можемо розглянути ситуацію в «попередній» вершині (вже для іншого гравця). І так далі.

Очевидно, що такий розгляд повинен починатися «з кінця», від *кінцевих* (термінальних) вершин для заданої динамічної гри.

Спосіб використання методу зворотної індукції задається наступною теоремою [8,9].

**Теорема.** Для кожної кінцевої гри із досконалою інформацією існує рівновага Неша, яка може бути знайдена за допомогою методу зворотної індукції. Якщо до того ж жоден з гравців не має однакових вииграшів у жодній термінальній вершині, то існує лише одна рівновага Неша, яка й знаходиться за допомогою цього методу.

*Приклад 1.* Розглянемо наступну динамічну гру [8].

Вииграші сторін написані під відповідними термінальними вершинами: спочатку вииграш гравця 1, під ним – вииграш гравця 2, під ним – вииграш гравця 3. Стратегії відповідають ребрам графа і позначені буквами  $a, \dots, k$ . біля кожної вершини показано, який саме гравець здійснює хід.

Відмітимо, що для стратегії  $a$  гравця 1 гравець 2 не ходить.

Використаємо метод зворотної індукції.

Останнім ходить гравець 3 – тому й починаємо із нього: його вииграші «перші знизу». Найбільше значення виграшу гравця 3 для стратегії  $g$



гравця 2 відповідає вибору стратегії *ж* і дорівнює 7. А найбільше значення виграшу гравця 3 для стратегії *в* гравця 2 відповідає вибору стратегії *е* і дорівнює 4. Таким чином, гравець 3 *не буде грати* стратегій *д* і *з*.

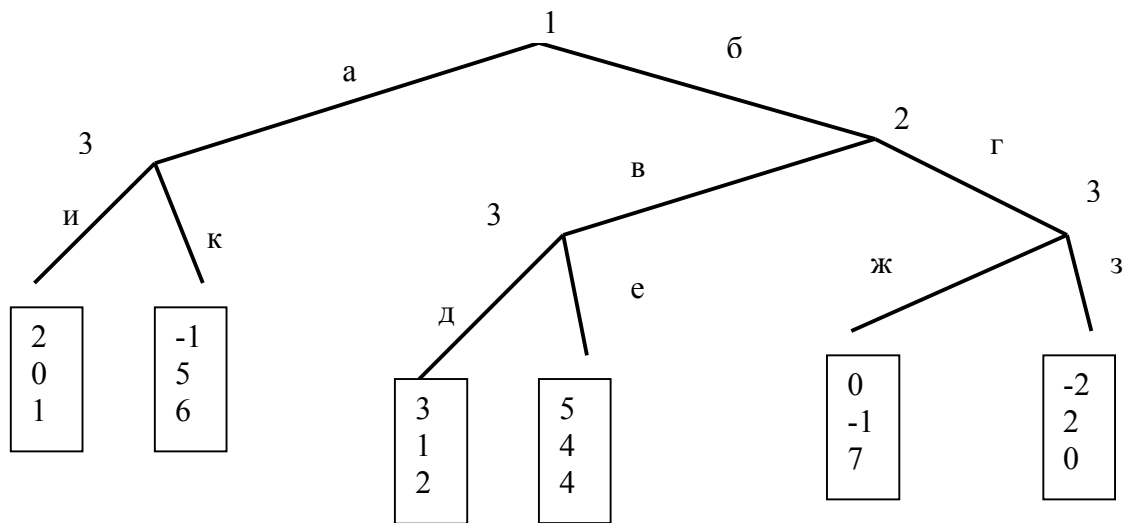


Рис. 3.2 – Приклад динамічної гри

Але чи можемо ми відкинути також і стратегії *и* та *к* для нього? На жаль - *не можемо*: для цих стратегій гравець 2 *пропускає свій хід* після гравця 1, і тому ми повинні *зберегти для гравця 1* можливість здійснити хід. Дійсно, якщо ми *відкинемо* стратегії *и* та *к*, ми, тим самим *звужимо* можливість рішень для гравця 1, - але, відповідно до методу зворотної індукції, ми можемо *звужити* множину стратегій лише для гравця 2!

Таким чином, отримуємо наступну *редуковану* («звужену») гру на Рис. 3.3 для гравця 2, «переносячи» відповідні виграші *до його* вершин.

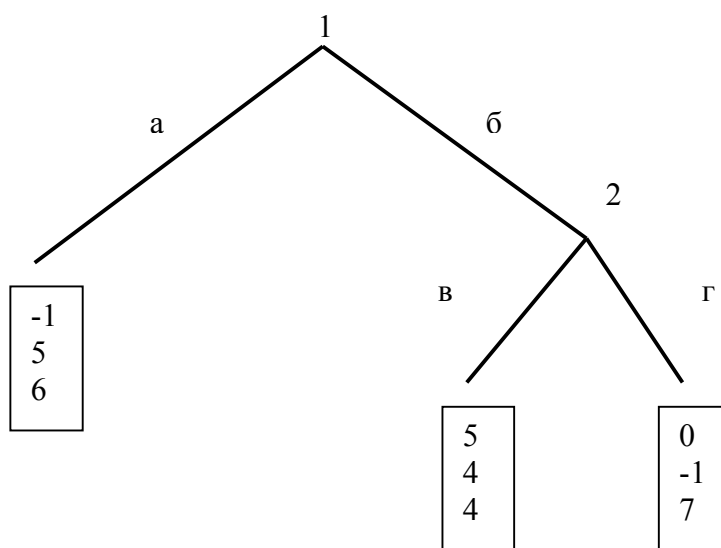


Рис. 3.3 – Перша редукована гра (для гравця 2)

Тепер справа за гравцем 2. він може вибрати між своїми стратегіями  $v$  і  $z$ , порівнюючи *другі знизу* числа у стовпчику виграшів. Звичайно, гравець 2 вибере для гри стратегію  $v$ . перенесемо *виграш* цього його вибору у вершину, позначену його номером, і прийдемо до гри Рис. 3.4.

Отже, гравець 1 буде вибирати між своїми стратегіями  $a$  і  $b$ , порівнюючи *перші* числа в таблиці виграшів. Звичайно, вибере він стратегію  $b$ .

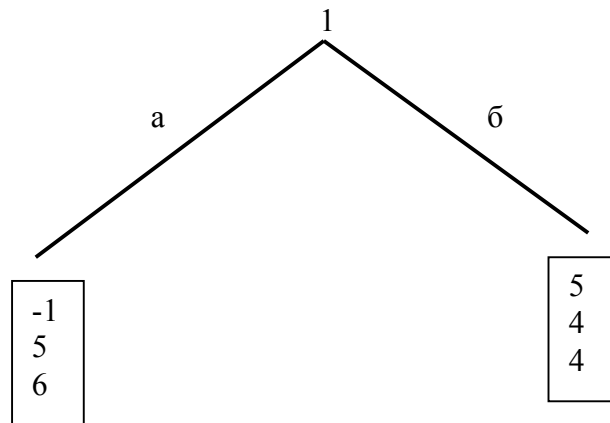


Рис. 3.4 – Друга редукована гра (для гравця 1)

Таким чином, ми знайшли рівновагу Неша для цієї гри, яка полягає у виборі гравцями наступних стратегій: гравець 1 грає  $b$ , гравець 2 грає  $v$ , а гравець 3 грає  $e$ . •

*Зауваження 1.* Загалом кажучи, в цій грі є ще *дві* рівноваги Неша: гравець 1 грає  $a$ , гравець 2 «не грає», а гравець 3 грає *або*  $u$ , *або*  $k$ . Але легко побачити, що в цих випадках гравець 1 виграє або 2, або  $-1$ , тоді як для знайденої методом зворотної індукції рівноваги Неша він буде вигравати 5. Звичайно, якщо ми вважаємо, гравець 1 є *раціональним* (тобто прагне максимізувати свій виграш), то він буде грати саме ту рівновагу Неша, яка знайдена методом зворотної індукції!

*Зауваження 2.* Але ми все ж хочемо звернути увагу читача на наступну обставину: в *практичних застосуваннях* теорія ігор часто використовується в якості *одного із етапів* при моделюванні. Тому іноді, за певних *додаткових умов*, внаслідок яких *змінюється* для певної сукупності гравців саме поняття «раціональність», в соціально-економічних системах можуть бути реалізовані *не тільки* ті рівноваги Неша, які знайдені методом зворотної індукції.

### 3.2.2 Досконала під-ігрова рівновага Неша

*Визначення.* Під-грою називається таке під-дерево дерева гри, що 1) його початкова вершина є *одноточкова інформаційна множина* і воно вклю-

чає в себе всі наступні вершини (і тільки їх), та 2) якщо певна вершина належить до під-гри, то і всі точки інформаційної множини даної вершини також належать до цієї під-гри.

Цими умовами визначається, що граф (дерево) під-гри «прикріплюється» до гри виключно «однією точкою». Наприклад, не може бути ситуації, зображеної на Рис. 3.5, де обведена частина включає в себе *тільки одну* вершину із інформаційної множини гравця: штриховою лінією позначено, що в цих вершинах гравець приймає рішення *одночасно*.

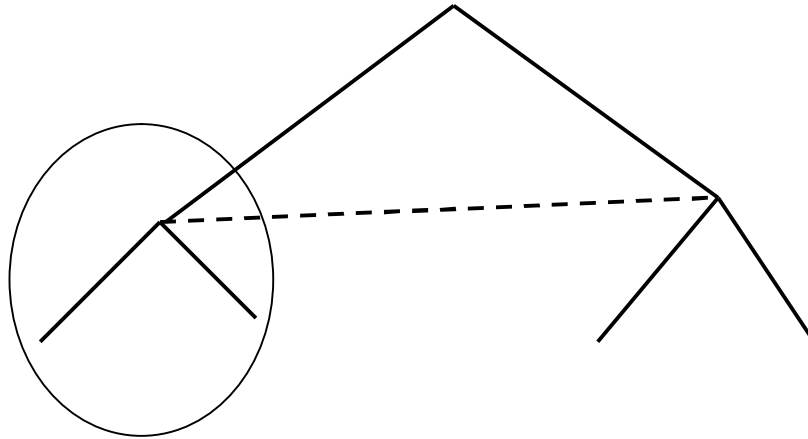


Рис. 3.5 – Приклад: обведена частина дерева гри не є під-гра

**Визначення.** Набір стратегій зветься *досконалою під-ігровою рівновагою Неша* (subgame perfect Nash equilibrium), якщо він індукує рівновагу Неша для кожної під-гри.

**Теорема.** В кожній кінчній грі із досконалою інформацією є досконала під-ігрова рівновага Неша. Якщо виграші гравців є різними в любых двох термінальних вершинах, то ця рівновага єдина.

Метод (алгоритм) знаходження досконалої під-ігрової рівноваги Неша [8,9,11].

1. Починаючи із кінця, тобто від термінальних вершин, визначаємо рівноваги Неша для *кожної* із «кінцевих» під-ігор. Тобто для тих під-ігор, які *не мають власних* під-ігор.

2. Вибираємо одну із рівноваг Неша для кожної із цих «кінцевих» під-ігор та розглядаємо *редуковану* гру, в якій ці під-ігри *заміняються* виграшами, отриманими в цих під-іграх.

3. Повторяємо кроки 1 та 2 для редукованих ігор до тих пір, доки не будуть визначені всі ходи в початковій грі.

4. Якщо в жодному із кроків процесу *не виникало* декількох рівноваг Неша, то отримане рішення для досконалої під-ігрової рівноваги Неша є єдиним. Якщо ж в процесі знаходження виникало *декілька* рівноваг Неша, то послідовним їх перебором отримуємо всі можливі досконалі під-ігрові рівноваги Неша для даної гри.

Приклад 2. Розглянемо наступну динамічну гру [9].

В даному випадку маємо 2 під-гри: перша складається із стратегії *a*, а друга розпочинається після стратегії *б*.

Розпочинаємо пошук досконалої під-ігрової рівноваги Неша для нашої гри із термінальних вершин. Для гравця 2 в під-грі маємо дві рівноваги Неша (його виграші – перші в стовпчику): перша – стратегія *e* у відповідь на стратегію *в*, а друга – стратегія *ж* у відповідь на стратегію *г*.

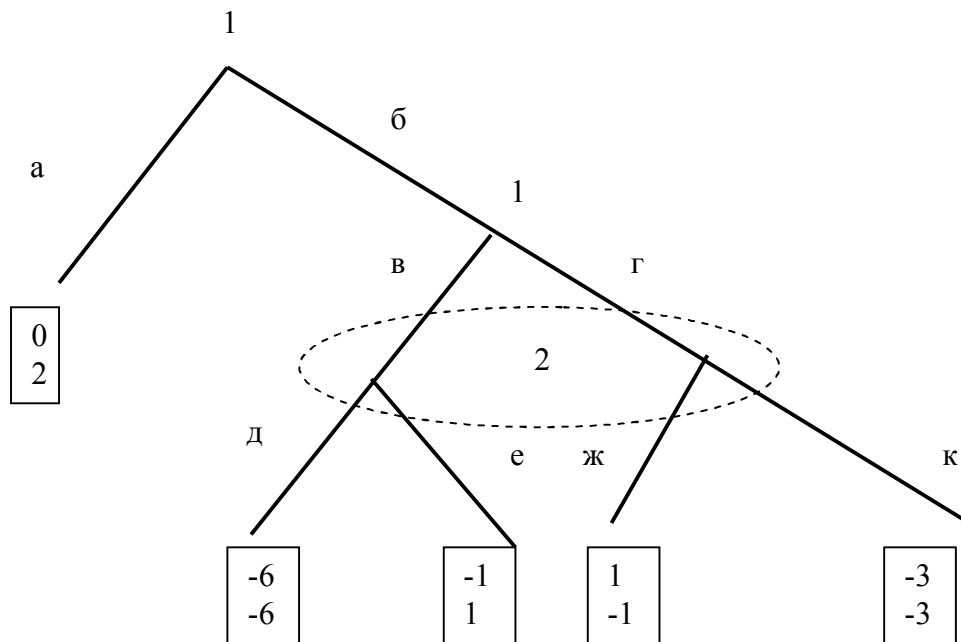


Рис. 3.6 – Приклад динамічної гри

Таким чином, маємо дві редуковані гри, у відповідності до числа рівноваг Неша. Вони представлені на Рис. 3.7.

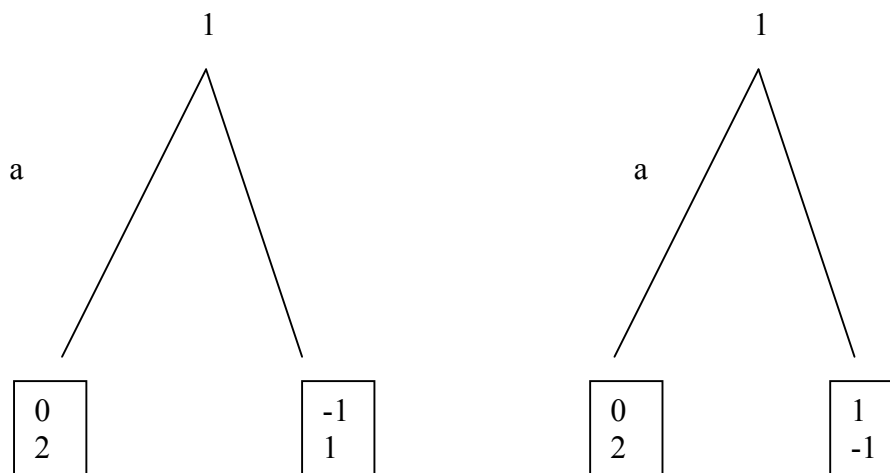


Рис. 3.7 – Дві редуковані гри відповідно до двох рівноваг Неша

Порівнюючи дві редуковані гри на Рис. 3.2.3а бачимо, що *раціональний* гравець 1 вибере випадок, приведений справа. Тому досконала підігрова рівновага Неша для нашої гри буде мати такий вигляд: перший гравець вибирає стратегію *б*, потім він же вибирає стратегію *г*, а потім другий гравець вибирає стратегію *ж*. •

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ.

1. Описати процес виконання *контракту* як динамічну гру. Визначити учасників гри (гравців), описати їх вигоди. У скільки етапів розгортається гра? Чи можна збільшити/зменшити кількість етапів?

Спробуйте рішення побудовану вами гру.

2. Описати процес прийняття робітника на роботу як динамічну гру. Скільки гравців є у побудованій вами грі? У скільки етапів розгортається гра? Які вигоди гравців? Чи можна збільшити/зменшити кількість етапів?

Спробуйте рішення побудовану вами гру.

3. Є два гравця: профспілка (яка встановлює ставку зарплати для працівників) та фірми, які використовують працівників (олігополія). Побудувати декілька задач, які описують різні економічні та управлінські процеси, а також різні способи узгодження інтересів сторін.

Записати приклади функцій вигоди сторін та вирішити задачу.

4. Є дві сторони: замовник та виконавець. Побудувати динамічну гру, яка описує виконання контракту. Чи потрібно вводити в розгляд *третю* сторону? Якщо «так», то в яких випадках? Що саме повинна робити ця «третя» сторона, які функції виконувати?

*Вказівка.* Це одне із обґрунтувань необхідності держави та судової системи.

5. Два гравці грають у наступну гру. Є 10 камінців. Брати можна 1 або 2 камінці. Той, хто взяв *останній* камінець – *програв*. Побудувати гру в динамічній формі та вирішити її.

6. Двоє студентів грають у наступну гру. Є 6 камінчиків. Кожен із студентів по черзі бере або 1, або 2 камінчики. Програє той, хто взяв камінчик останнім.

Побудувати динамічну гру та вирішити її.

## ЧАСТИНА 2

# ТЕОРЕТИКО-ІГРОВІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНИХ ТА УПРАВЛІНСЬКИХ ПРОЦЕСІВ

В цій частині наведено рішення задач, які виникають в економіці та менеджменті, і для яких виникає потреба в узгодженні інтересів сторін. Саме для цих задач оптимальним методом і є теорія ігор.

Наведено як класичні задачі економіки (розділ 4), так і ряд недавно отриманих результатів в області управління персоналом (розділ 5), управління інституційними перетвореннями (розділ 6) та моделювання суспільно-економічних процесів (розділ 7).

Як відбір матеріалу, так і його виклад в розділах Частини 2 оснований на перевагах автора книги. Це надає можливість читачеві познайомитися із цілою низкою методологічних способів та методичних методів проведення аналізу та прогнозу поведінки економічних та управлінських систем. Наведена «внутрішня» аргументація, яка досить часто є *упущеною* в наукових виданнях.

Приклади застосування методів теорії ігор для моделювання процесів та явищ, характерних для економіки України, надає читачеві сукупність інструментів, які він може використовувати в практичній діяльності.

Наведені матеріали демонструють приклади застосування теорії ігор до практично важливих ситуацій. А також підкреслюють ту обставину, що результати такого моделювання *обмежують* можливий вибір стратегій діяльності людини, яка приймає рішення. Це є дуже важливою обставиною: тим самим людина *виключає* із свого управлінського арсеналу *неефективні* для неї стратегії, вибори, технології управління тощо.

### Розділ 4 Класичні задачі теорії ігор

В цьому розділі наведено задачі, які стали для економіки класичними. Вони в книзі описані із точки зору *використання* теорії ігор.

#### 4.1 Оптимальне оподаткування: крива Лаффера

Розглянемо, слідуючи [18], наступну задачу.

**Задача.** Держава вирішує, яким податком обкласти фірму. Податок являє собою долю  $\alpha \in [0, 1]$  від прибутку фірми. При цьому держава максимізує величину  $G = \alpha p y$ , де  $p$  – ціна (price) одиниці продукції, а  $y$  – випуск одиниць продукції фірмою. Фірма має квадратичну функцію затрат, так що вона максимізує свій *прибуток* (income)  $F = (1 - \alpha) p y - y^2$ . Звичайно,  $y > 0$ .

Держава робить свій хід першою, задаючи рівень податкового тиску  $\alpha$ .

**Рішення.** Це динамічна форма постановки гри, і рішати її будемо методом зворотної індукції.

Спочатку рішимо задачі фірми, тобто гравця, якій ходить останнім. Він повинен максимізувати свій прибуток *при заданій* величині податкового тиску  $\alpha$ . Для цього потрібно взяти похідну від  $F$  і прирівняти її нулю.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = (1 - \alpha)p - 2y = 0 \quad (4.1.1)$$

Якщо  $\alpha < 1$ , то  $y > 0$ . Якщо  $\alpha = 1$ , то  $y = 0$ . Так як функція прибутку фірми увігнута, тобто  $F(y)'' < 0$ , то умови (4.1.1) достатньо, щоб визначити максимум.

Використовуючи (4.1.1), держава може знайти вираз випуску товарів фірмою в залежності від величини податкового тиску.

$$y(\alpha) = \frac{(1 - \alpha) \cdot p}{2} \quad (4.1.2)$$

Знаючи  $y(\alpha)$ , держава тепер може максимізувати свою цільову функцію (свій виграш), тобто вирішити наступну задачу.

$$\alpha = \arg \max_{\alpha} G(\alpha) \quad (4.1.3)$$

Для цього потрібно знайти максимум виразу

$$G(\alpha) = \alpha \cdot p \cdot y(\alpha) = \frac{p^2}{2} \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha) \quad (4.1.4)$$

Беручи першу похідну від (4.1.4) по  $\alpha$  та прирівнюючи її нулю, отримаємо  $\alpha_0 = 1/2$ .

Таким чином, максимум, що держава може забрати у фірми – це *половину* її виручки. Випуск фірми при цьому складе  $y(1/2) = p/4$ , - як це слідує із формули (4.1.2). •

*Зауваження 1.* Формула (4.1.4) виражає залежність прибутку держави від величини податкового тиску і має вигляд, зображений на Рис. 4.1.1. Відмітимо, що «критична» величина  $\alpha_0 = 1/2$  у нашому випадку отримана внаслідок того, що фірма має квадратичну функцію витрат на виробництво. Для іншої функціональної залежності ми будемо мати інше *числове значення* для  $\alpha_0$ .

Але завжди буде зберігатися основний висновок нашої простої моделі:

- У загальному випадку залежність прибутку держави буде мати максимум при деякому значенні  $\alpha_0 \in (0, 1)$ .

Розглядаючи «усереднену» фірму, неважко побачити, що аналогічна функціональна залежність буде мати місце і для залежності Державного бюджету від податкового тиску на фірми.

В макроекономіці залежність, представлена на Рис. 4.1, називається «кривою Лаффера».

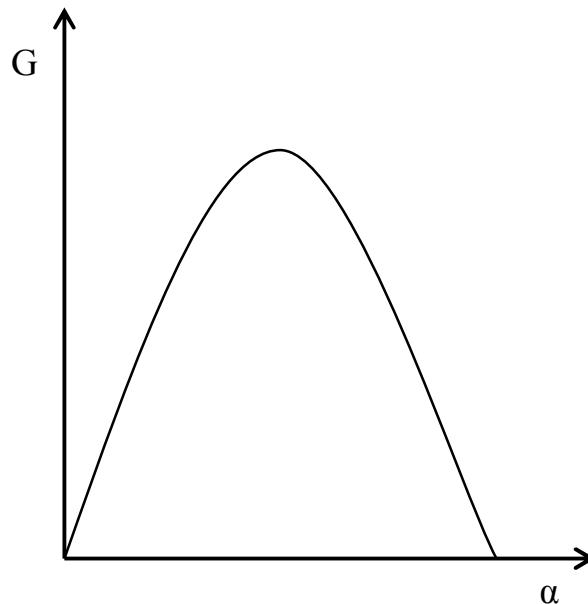


Рис. 4.1 – Залежність прибутку від величини податкового тиску

*Зауваження 2.* Розглянута задача часто також називається «задачею про рекетирів», - в умові гравець «держава» замінюється на гравця «рекетир».

*Зауваження 3.* Хоча рішення «гри в оподаткування», описане вище, й здається «найприроднішим», опишемо однак також і інші концепції рішень гри. Одночасно опишемо умови, за яких такі «неприродні» рішення можуть виявитися *раціональними* хоча б для одного із гравців.

**Максимінні рішення та максимінна рівновага.** Оскільки максимінна рівновага починається із розгляду «найневигіднішої» стратегії для даного гравця, розглянемо гравців почергово.

*Максимінне рішення для фірми.* Найгірше, що може зробити держава («рекетир») – це вилучити *всю виручку*, тобто покласти  $\alpha=1$ . У відповідь на це фірма, очевидно, вибере  $y=0$ , тобто «нічого не випускаю». І прибуток держави, і прибуток фірми при цьому  $G=F=0$ .

*Максимінне рішення для держави.* Найгірше, що може зробити фірма – це вибрати  $y=0$ , тобто нульовий випуск товару. Для держави тоді все рів-



но, який вибрати податковий тиск, тобто максимінне рішення держави є  $\forall \alpha \in [0, 1]$ .

Очевидно, що *максимінна рівновага* для наших гравців буде  $y=0$ ,  $\alpha=1$  (отримано як перетин двох множин).

*Умови застосування.* Як бачимо, максимінна рівновага – це найбільш пасивна поведінка держави. Її можна назвати *короткозорою*: при «вилученні всього доходу» про розвиток мови не може йти. Коли ж держава все ж може піти на такі заходи? Тоді, коли політична сила, яка має владу, не розраховує на те, що вона довго буде при владі. В цьому випадку можливі популістичні гаслі, - але суть залишається одна: зростання Держбюджету відбувається за рахунок *інерційності економіки* (підприємства ще працюють, бо виробничий цикл відразу не зупинити). Це зростання може бути навіть досить значним, але короткотривалим. Втім, якщо політична сила «прийшла ненадовго», то цього для неї може «виявитися достатнім». До речі: така ж ситуація може бути під час *загроз* різного характеру: стихійні лиха, війни тощо.

***Рівновага Неша*** (одночасна гра). Гравці вибирають стратегії *одночасно*.

При будь-якому ненульовому випуску продукції  $y > 0$  державі вигідно встановити  $\alpha=1$ : дійсно, якщо  $\alpha < 1$ , то стратегія  $\alpha=1$  дасть державі більше (тобто стратегія держави  $\alpha < 1$  не може бути рівновагою Неша!). Але при  $\alpha=1$  фірма вибирає випуск продукції  $y=0$ . Таким чином, рівновага Неша для задачі оподаткування така ж сама, як і мансимінна рівновага!

*Умови застосування.* Якщо держава «занадто часто» змінює умови оподаткування, або коли умови оподаткування не є чітко визначені, або коли умови оподаткування є «незрозумілими» для фірми, або коли весь час точаться розмови про «необхідність змін» у податковому законодавстві – у всіх цих (і подібних!) випадках раціональною поведінкою фірми є *нульовий випуск* товару.

***Рівновага Штакельберга.*** Фактично, саме вона і представлена нашою динамічною грою, яка описана на початку параграфу.

## 4.2 Дуополія Курно: рівновага Неша і рівновага Штакельберга

Розглянемо наступну задачу.

**Задача.** Дві фірми,  $i=1,2$ , виробляють однорідний продукт.  $q_1$  і  $q_2$  - кількості випуску цього продукту, відповідно. Ціна продукту залежить від його кількості і задається функцією  $P(Q)=a-Q$ , де  $Q=q_1+q_2$ . Функція  $P(Q)$  має наступні властивості:  $P(Q)=a-Q$  при  $Q < a$  і  $P(Q)=0$  при  $Q \geq a$ . Функція затрат фірм має вигляд  $C_i=c \cdot q_i$ , де  $c < a$  (тобто відсутні постійні затрати при випуску).

Обидві фірми вибирають  $q_i$  *одночасно і незалежно*.

### ***Рівновага Неша***

Кожна із фірм максимізує свій прибуток. Наприклад, для  $i$ -тої фірми це буде записано таким чином.

$$\max \{q_i \cdot P(q_i + q_j) - c \cdot q_i\} = \max \{q_i \cdot (a - (q_i + q_j) - c)\} \quad (4.2.1)$$

Рішення знаходиться, як завжди, прирівнявши похідну до нуля. Тоді отримаємо

$$a - c - q_j - 2q_i = 0 \quad (4.2.2)$$

Аналогічно для  $j$ -тої фірми отримаємо

$$a - c - q_i - 2q_j = 0 \quad (4.2.3)$$

В точці рівноваги Неша *обидві* рівності – (4.2.2) та (4.2.3) – повинні бути справедливими. Таким чином, отримуємо систему двох рівнянь з двома невідомими

$$\begin{cases} 2q_i + q_j = a - c \\ 2q_j + q_i = a - c \end{cases} \quad (4.2.4)$$

Віднімаючи одне рівняння від іншого, отримаємо  $q_i = q_j$ . Враховуючи це та додаючи одне рівняння до іншого, легко знаходимо рішення.

$$q^*_i = q^*_j = \frac{a - c}{3} \quad (4.2.5)$$

Це рішення і є рівновагою Неша. •

### ***Рівновага Штакельберга***

Для цієї задачі гравець 1 має *силу влади* робити хід першим, а потім вже гравець 2 максимізує свій вигравш. Таким чином, маємо *динамічну* гру, яку будемо рішати методом зворотної індукції.

Максимізуємо вигравш гравця 2 при *заданому* значенні випуску гравця 1. Ця задача запишеться так.

$$\max \{q_2 \cdot P(q_1 + q_2) - c \cdot q_2\} = \max \{q_2 \cdot (a - (q_1 + q_2) - c)\} \quad (4.2.6)$$

Прирівнявши нулю похідну по  $q_2$ , отримаємо.

$$q_2 = \frac{a - c - q_1}{2} \quad (4.2.7)$$

А тепер гравець 1 повинен знайти максимум свого виграшу, враховуючи, що гравець 2 вибирає свій випуск, який знаходиться за (4.2.7). Іншими словами, тепер в задачу максимізації виграшу першого гравця ми повинні підставити замість  $q_2$  його значення із формули (4.2.7).

Таким чином, приходимо до наступної задачі для гравця 1.

$$\max \{q_1 \cdot P(q_1 + q_2) - c \cdot q_1\} = \max \left\{ q_1 \cdot \left( a - \left( q_1 + \frac{a - c - q_1}{2} \right) - c \right) \right\} \quad (4.2.8)$$

Прирівнюючи похідну до нуля, знаходимо величину випуску товару для фірми 1 за умови рівноваги Штакельберга.

$$q^*_1 = \frac{a - c}{2} \quad (4.2.9)$$

Підставляючи (4.2.9) в (4.2.7), отримуємо величини випусків для фірми 1 («лідера») и фірми 2.

$$\begin{cases} q^*_1 = \frac{a - c}{2} \\ q^*_2 = \frac{a - c}{4} \end{cases} \quad (4.2.10)$$

Формулами (4.2.10) і вирішується задача про знаходження величин випуску товару фірмами в дуополії Курно для рівноваги Штакельберга. •

*Зауваження 1.* Відмітимо, що для *монополії* – тобто для однієї фірми – рішення буде  $q = (a - c) / 2$ . Таким чином, для дуополії Курно при рівновазі Штакельберга фірма 1 веде себе як монополіст. Відмітимо також, що *загальний* випуск товару найнижчий для випадку монополії: при дуополії загальний випуск товару *збільшується* (тобто потреби споживачів задовольняються краще).

*Зауваження 2.* Порівнюючи рішення дуополії Курно за рівновагою Неша і за рівновагою Штакельберга бачимо, що одна із фірм («лідер») спромоглася *збільшити* свій випуск за рахунок своєї інформованості про поведінку іншої фірми. Це один із прикладів так званої «асиметрії» інформації та «інформаційної ренти».

### 4.3 Трагедія общини – «проблема спільного»

Розглянемо наступну задачу.

**Задача.** Маємо  $n$  фермерів, які випасають корів на спільному лузі. Позначимо через  $g_i$  кількість корів у  $i$ -того фермера. Загальна кількість корів складає  $G = g_1 + g_2 + \dots + g_i + \dots + g_n$ . Затрати на купівлю та утримання однієї корови складають незалежно від кількості корів. Корисність (функція виграшу, функція корисності) для фермера при наявності  $G$  корів складає  $v(G)$ .

Щовесни фермери *одночасно* вирішують, скільки корів кожен із них буде випасати протягом літа на спільному лузі.

**Рішення.** Спочатку приймемо деякі припущення щодо функції  $v(G)$ .

По-перше, вважаємо, що на даному полі може прокормитися не більше ніж  $G_{max}$  корів. Це значить, що  $v(G) > 0$  при  $G < G_{max}$ , але  $v(G) = 0$  при  $G > G_{max}$ .

По-друге, вважаємо, що корисність однієї корови є *спадаючою* функцією від їх кількості (це припущення доволі очевидне), тобто  $v'(G) < 0$ , а також  $v''(G) < 0$  (звичайно, при  $G < G_{max}$ ). Умова на другі похідні означає, що *приріст* корисності від однієї *додаткової* корови *зменшується*, коли кількість корів збільшується.

Виграш  $i$ -того фермера є наступним.

$$\begin{aligned} g_i \cdot v(g_1 + g_2 + \dots + g_n) - c \cdot g_i = \\ = g_i \cdot v(g_i + G_{-i}) - c \cdot g_i = 0 \end{aligned} \quad (4.4.1)$$

Тут через  $G_{-i}$  позначена сума всіх корів, які мають *інші* фермери (тобто всі інші, окрім  $i$ -того фермера).

Розглянемо два випадки рішення цієї гри.

#### **Рівновага Неша**

За цієї умови  $i$ -тий гравець повинен знаходити максимум виразу (4.4.1) за умови, що всі інші гравці вибирають рішення рівноваги Неша. Позначаючи рішення символом «\*», після диференціювання та прирівняння нулю похідної, отримаємо умову для кількості корів в рівновазі Неша для  $i$ -того фермера.

$$v(g_i^* + G_{-i}^*) + g_i^* \cdot v'(g_i^* + G_{-i}^*) - c = 0 \quad (4.4.2)$$

Просумуємо рівність (4.4.2) для всіх  $n$  фермерів і результат поділимо на  $n$ . Отримаємо наступний вираз.

$$v(G^*) + \frac{G^* \cdot v'(G^*)}{n} - c = 0 \quad (4.4.3)$$

### Соціальний оптимум

Розглянемо *соціальний* оптимум для нашої задачі. Це означає, що нас цікавить та *загальна* кількість корів, яку спільнота може випасати на даному лузі.

Таким чином, спільнота вирішує наступну задачу оптимізації

$$G_m = \arg \max_G G \cdot v(G) - c \cdot G \quad (4.4.4)$$

Рішення цієї задачі має наступний вигляд

$$v(G_m) + G_m \cdot v'(G_m) - c = 0 \quad (4.4.5)$$

Порівнюючи між собою вирази (4.4.3) і (4.4.5) бачимо, що  $G^* > G_m$ .

Що це саме так, неважко побачити, коли від (4.4.3) відняти (4.4.5). тоді ми отримуємо наступне.

$$v(G^*) - v(G_m) = G_m \cdot v'(G_m) - \frac{G^* \cdot v'(G^*)}{n} < 0 \quad (4.4.6)$$

Остання нерівність випливає із того, що  $v'(G) < 0$  і  $v''(G) < 0$ , тобто і сама ця функція, і її похідна є спадаючими. (Що ця *не-рівність* виконується, легко побачити у випадку, коли  $n \rightarrow \infty$ : тоді другий доданок у (4.4.6) прямує до нуля, а від'ємність похідної гарантує, що перший доданок буде від'ємним).

Співвідношення  $G^* > G_m$  означає, що в рівновазі Неша фермери у своїй сукупності *«пере-використовують»* природні ресурси. Тобто – випасаючи *більше* корів, ніж це потрібно було б для *суспільного* оптимуму. •

*Зауваження.* Відмітимо, що, оскільки задача є *симетричною* відносно кожного із гравців, то за рівноваги Неша *всі* гравці повинні вибрати *однакові* значення для кількості корів. Коли виникає така ситуація, то вона часто приводить до *скорочення* обчислень при рішенні.

### 4.4 Аукціон другої ціни – аукціон Вікрі

Розглянемо наступну задачу.

**Задача.** Аукціон проходить за наступними правилами. Кожен із  $n$  учасників аукціону подає в таємниці від інших свою заявку – пропонувану ним ціну  $p_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ). Перемагає учасник, який запропонував найвищу ціну. Але платить він не ту ціну, яку *він* запропонував, а ту ціну, яка є наступною в порядку зменшення з-посеред запропонованих учасниками.

Якщо найвищу ціну запропонують відразу декілька учасників, то результат визначається жеребкуванням.

**Рішення.** Так як корисність речі, яка пропонується на аукціоні, для і-того гравця дорівнює  $v_i$ , то він отримає виграш  $v_i - p$  ( $p$  – ціна, яку він має заплатити). Виграш всіх інших гравців є  $0$ .

Особливістю аукціону Вікрі є те, що всім учасникам *вигідно* називати «правдиву» ціну, тобто називати  $p_i = v_i$  (ціна предмету співпадає із його цінністю для учасника). Ця стратегія є *домінуючою* для кожного із гравців.

Доведемо це для двох гравців, коли  $n=2$ .

Оскільки учасники входять в аукціон симетрично, то розглянемо мотивацію 1-го гравця.

Розглянемо виграш 1-го гравця при різних варіантах завершення аукціону.

Якщо перший учасник назве більшу ціну ( $p_1 > p_2$ ), то він виграє аукціон і отримає виграш  $v_1 - p_2$ .

Якщо перший учасник назве меншу ціну ( $p_1 < p_2$ ), то він програє аукціон і отримає виграш  $0$ .

Якщо перший учасник назве таку ж ціну, як і другий, то він отримає виграш  $(v_1 - p_2)/2$ .

Таким чином, розподіл виграшів першого учасника  $G(p_1, p_2)$  має такий вигляд.

$$G(p_1, p_2) = \begin{cases} v_1 - p_2, & \text{if } p_1 > p_2 \\ \frac{v_1 - p_2}{2}, & \text{if } p_1 = p_2 \\ 0, & \text{if } p_1 < p_2 \end{cases} \quad (4.4.1)$$

Для того, щоб довести, що *правдива* стратегія  $p_1 = v_1$  є домінуючою, необхідно показати, що вона дає виграш *не менший*, аніж довільна інша стратегія. Для цього розглянемо 3 випадки:  $p_2 > v_1$ ,  $p_2 = v_1$  і  $p_2 < v_1$ .

Випадок  $p_2 > v_1$ . Якщо у цьому випадку другий учасник назве ціну  $p_2 > v_1$ , то першому учаснику *невигідно* вигравати аукціон, так як його корисність у цьому випадку була б від'ємною величиною, - тоді як у випадку програшу він отримує корисність  $0$ . Оскільки у випадку *правдивої* стратегії учасник 1 *програє* аукціон, то саме ця стратегія і є однією із оптимальних.

Випадок  $p_2 = v_1$ . Якщо другий учасник назве ціну  $p_2 = v_1$ , то перший учасник *завжди*, при виборі своєї довільної стратегії, отримає корисність  $0$ . Таким чином, *правдива* стратегія не гірша за кожен із інших.

Випадок  $p_2 < v_1$ . У цьому випадку першому учаснику *вигідно* виграти аукціон, так як його виграш буде *додатнім*. *Правдива* стратегія *забезпечує* його виграш і приносить йому *максимально можливий* виграш  $v_1 - p_2$ .

Таким чином, *правдива* стратегія для 1-го гравця є домінуючою. Більш того: якщо перший гравець назве ціну *нижчу* або *вищу* за свою ко-

рисність  $v_1$ , то неважко побачити, що гравець 2 може підібрати таку ціну  $p_2$ , що гравець 1 *втратить* у порівнянні із вибором  $v_1=p_1$ .

Для гравця 2 ми можемо провести аналогічний розгляд.

Таким чином, приходимо до висновку, що в даній грі – в аукціоні Вікрі – має місце єдина рівновага в домінантних стратегія. А саме  $p_1=v_1$  та  $p_2=v_2$ . •

Дана задача свідчить, що можна проводити аукціони таким чином, щоб їх учасникам було *вигідно говорити правду*.

*Зауваження.* В аукціоні Вікрі *правдива* стратегія є також рівновагою Неша, від якої кожному із гравців не вигідно відхилитися.

#### 4.5 Оптимальний обсяг мита в міжнародній торгівлі

Розглянемо наступну задачу.

**Задача.** Дві країни торгують між собою. Вони одночасно вибирають розмір мита  $p_1$  і  $p_2$ . Обсяг торгівлі між країнами  $x$  залежить від встановленого мита таким чином:  $x=1-p_1-p_2$ . В даній задачі ми не робимо різниці між експортом та імпортом. Мета кожної із країн – максимізувати свій дохід, тобто вирішити задачу

$$u_i = p_i \cdot x \rightarrow \max \quad (4.5.1)$$

**Рішення.** Максимізуємо виграш першої країни, тобто вирішимо наступну задачу.

$$p_1 \cdot (1 - p_1 - p_2) \rightarrow \max \quad (4.5.2)$$

При обрахунках в (4.5.2) вважаємо рівень мита, встановлений другою країною, сталим (тобто  $p_2=const$ ). Прирівнюючи до нуля першу похідну, знайдемо

$$1 - 2p_1 - p_2 = 0 \quad (4.5.3)$$

Аналогічно для другої країни, вважаючи тепер сталим мито першої країни, отримаємо наступне співвідношення.

$$1 - p_1 - 2p_2 = 0 \quad (4.5.4)$$

Рішаючи систему двох лінійних рівнянь (4.5.3) і (4.5.4), знайдемо величини мита, які відповідають рівновазі Неша для нашої задачі:

$$p^*_1 = p^*_2 = \frac{1}{3} \quad (4.5.5)$$

Таким чином, співвідношення (4.5.5) дають величину мита при *рівноправних* взаєминах між країнами. •

#### 4.6 Теорема про медіанного виборця та теорема про сходження партійних програм

В економіці та менеджменті досить часто має місце *ситуація вибору* для великої групи людей. Розглянемо підходи до вирішення задачі про те, як саме люди приймають рішення. Розгляд будемо проводити на прикладі прийняття *політичних* рішень, - всі отримані результати будуть справедливими для прийняття рішень взагалі.

Отож, розглянемо індивідуальні переваги людини з метою їх використання для аналізу вибору. Для цього будемо використовувати так звану «функцію корисності», яка і дозволяє нам здійснити аналіз різних альтернатив.

Ми можемо функцію корисності окремого індивіда представити як опуклу догори, і як таку, яка має «один пік». Це означає, що наш індивід із усіх можливих для свого вибору параметрів вибирає всього *одне-єдине* значення, яке для цього є найбільш «корисним». Фактично, це значення і буде відповідати значенню того параметра, який для нього означає *вибір*.

Звернемо увагу, що ми будемо розглядати функцію переваг  $V(q)$  як задану на *одновимірному* просторі: в загальному вигляді задача для випадку, коли переваги виборця зосереджені на *двохвимірному* просторі, ще не вирішена. Тільки для одновимірного простору вдається отримати повне рішення задачі, яке й буде розглянуте в цьому параграфі.

Що може відповідати «одновимірній перевазі» для виборця? Це може бути, наприклад, ставка податку, яку планує запровадити та чи інша партія, це може бути термін вступу країни до певної коаліції або термін початку певних дій уряду (наприклад, закінчення мораторію на продаж землі), це може бути метраж квартири або літраж двигуна автомобіля, починаючи із якого будуть введені «підвищені податки»... Це може бути і розмір «мінімальної» зарплати чи пенсії.

Математично «одно-пікову» функцію переваг можна визначити наступним чином. По-перше, нехай позначено  $q$  як політичний вибір даного виборця, а через  $Q$  – множину можливих виборів усіх виборців. Цю множину ми розглядаємо як «впорядковану», тобто на множині  $Q$  встановлена операція «<», «=» та «>». Це значить, що виборець здатний порівнювати партійні програми між собою. Позначимо через  $V^i(q)$  – *непряму* функцію корисності для  $i$ -того виборця. Ця функція переваг дозволяє виборцю ви-



значати, яка саме партійна програма є для нього найпривабливішою. Для кожного із  $n$  виборців існує своя функція корисності.

Кожен із виборців, наприклад виборець  $i$ , має свою так звану «ідеальну точку», тобто саме таке значення характеристики  $q_i$ , яке надає максимальне значення для його непрямої функції корисності  $V^i(q_i)$ . Іншими словами, це така точка для  $i$ -того виборця, що для довільного значення *іншого* політичного вибору  $q$  має місце співвідношення  $V^i(q_i) \geq V^i(q)$  для всіх  $q \in Q$ .

Саме це і є визначення для «одно-пікової» функції корисності виборця, яку ще називають *однопіковою* функцією переваг при здійсненні виборцями соціального вибору.

Введемо поняття так званого «медіанного виборця». Медіанним виборцем називається індивід  $M$ , якщо кількість виборців із індивідуальними перевагами, які задовольняють співвідношенню  $q_i < q_M$  є такою ж самою, як і кількість виборців індивідуальні переваги яких задовольняють співвідношенню  $q_i > q_M$ . Іншими словами, «медіанний» виборець поділяє всіх виборців на «дві рівні по кількості половини», одна із яких має перевагу *меншу* по величині, а друга – *більшу* по величині за той вибір, який здійснює медіанний виборець.

Коли ми пишемо, що виборці мають «однопікову» функцію переваг, мимаємо на увазі наступне. Звичайно, це припущення не є природною формою вираження всіх можливих переваг індивіда. Це припущення стосується лише інтер'єру саме «соціального» вибору індивіда, коли він здатний *упорядкувати* ті Програми, ту інформацію, яку надають йому політичні партії. Більш того: наше припущення про те, що має місце *одномірне* впорядкування переваг можливо тільки за умови, коли індивід здатний *агрегувати* багатовимірну сукупність переваг до *одного числа*. Насправді, звичайно, партійні програми та політичні партії відрізняються одне від одного за досить великою кількістю параметрів, і тому наше припущення не може повністю описати все багатство ситуацій. Більш того: на вибір індивіда впливають багато факторів – навколишнє середовище, близькі та рідні, референтні групи тощо.

Так чому ж *одно-пікова* функція переваг так часто використовується в сучасних математичних моделях політичних процесів, - і, передовсім, при опису здійснення політичного вибору? Як правило, гарантією для нас є те, що кожен із виборців здійснює певне *впорядкування альтернатив*, розглядаючи політичні партії чи політиків. Дійсно: *всі* політичні партії є об'єктами одного рівня ієрархії, і саме тому вони *можуть* бути, по перше, «названі» характеристиками оного роду, і, по-друге, впорядковані. Застосовуючи таке припущення ми, по суті, використовуємо так званий «принцип Оккама»: вибираємо *мінімальну* кількість припущень, які, тим не менше, *дозволяють* нам отримати рішення задачі. Подальший розвиток може проходити в напрямі розробки математичних моделей, які дозволяють більш адекватно урахувати вплив різних обставин на прийняття рішення

індивідом. Але ці *точні* моделі ми зможемо тоді *зістикувати* із нашою моделлю, - тому описана нами модель може бути інтегрована у більш точні моделі нового покоління.

### **Теорема про медіанного виборця**

Широке застосування описаного вище підходу до опису соціального вибору ґрунтується на так званій Теоремі про медіанного виборця (ТМВ).

Ця теорема широко використовується при аналізі так званої «прямої демократії» з *відкритим* списком (коли виборці приймають *спільне* рішення – наприклад, при виборах в Парламент, при референдумах тощо). При такій технології організації виборів виборець проводить вибір із *пар альтернатив*, попарно порівнюючи їх та визначаючи альтернативу-переможця.

**Теорема про медіанного виборця.** Розглянемо набір політичних виборів  $Q \subset R$ , нехай  $q \in Q$  є політика, яка вибирається виборцем, і нехай  $M$  є медіанний виборець, який вибирає ідеальну точку  $q^M$ . Якщо всі виборці мають одно-пікові функції переваг на  $Q$ , тоді (1)  $q^M$  завжди перемагає любую іншу альтернативу  $q' \in Q$  при  $q' \neq q^M$ , в парному змаганні, (2)  $q^M$  є завжди переможцем в прямій демократії з відкритим списком.

**Доведення.** Розглянемо індивіда, який має функцію переваг, пік якої припадає на значення  $q_i < q_M$ . Подивимося, чи зможе він перемогти у змаганні альтернатив нашого медіанного виборця із його перевагою в  $q_M$ . «За» медіанного виборця проголосують *всі* ті виборці, піки яких розташовані в області  $q_i > q_M$ . Таких виборців – рівно половина. Додаємо ще нашого медіанного виборця – і маємо, що *понад* половину виборців «голосує *проти*» вибору  $q_i$ . Таким чином, розглянутий нами виборець виявився *переможеним* медіанним виборцем. Для випадку  $q_i > q_M$  – доведення є аналогічним. Таким чином, ми бачимо, що політика, яка перемагає в рамках прямої демократії, повинна бути  $q_M$ , тобто повинна бути ідеальною точкою для медіанного виборця. •

Якщо громадяни мають одно-пікові переваги та їх колективний вибір є одно-вимірним (тобто ураховується лише одна *політична* характеристика), не дивлячись на те, що *індивідуальні* переваги людей різняться між собою, має випадок *детермінованого*, тобто «запрограмованого» колективного вибору. Дійсно, певним значенням  $q$  люди розділяються на 2 групи, одна із яких віддає перевагу *меншим*, а інша – *більшим* значенням політики. Переваги будуть агрегуватися в рішення, тому що люди, які надають перевагу  $q_i < q_M$ , не мають нічого спільного із людьми, які надають перевагу значенням політики  $q_i > q_M$ . Ці дві групи людей просто не можуть об'єднатися в єдину групу – а без цього об'єднання вони не мають ніяких шансів «перемогти» медіанного виборця.

## *Довнсіанське змагання партій та конвергенція партійних програм*

Попередні розгляд базувався на прямій демократії, коли люди здійснювали свій вибір і приймали безпосереднє рішення.

Але в більшості країн люди використовують демократію *представницьку*, вибираючи не те чи інше рішення, - а вибираючи *агреговану* Програму дій. Іншими словами, люди спочатку вибирають політичну партію, а вже вона здійснює цілий комплекс дій – імплементуючи-впроваджуючи свою Програму дій.

Очевидно, що політична партія «хоче» досягти перемоги. Також зрозуміло, що результати теореми про медіанного виборця повинні бути використані партією, яка прагне перемоги. Яким же чином це можна зробити? Відповідь дається теоремою, яка впливає із піонерських результатів Хотелінга (1929 р.) Ошибка! Закладка не определена. та Довнса (1957 р.).

Розглянемо ситуацію, коли ми маємо дві партії:  $A$  та  $B$ . Вони реалізують дві альтернативні політики  $q_A \in Q$  та  $q_B \in Q$ . Під «політиками» ми розуміємо *кредитоздатні обіцянки*: наприклад, рівень податків, виплату певних коштів певним групам населення тощо. Таким чином, партія  $A$  буде впроваджувати політику  $q_A$ .

Позначимо через  $P(q_A, q_B)$  ймовірність того, що партія  $A$  переможе за умови, що вона вибирає політику  $q_A$ , а партія  $B$  – вибирає політику  $q_B$ , відповідно. Перемога для партії  $B$ , відповідно, задається формулою  $1 - P(q_A, q_B)$ .

Таким чином, кожна партія вирішує наступну задачу:

$$\begin{aligned} \text{Party A: } & \max_{q_A \in Q} P(q_A, q_B) \\ \text{Party B: } & \max_{q_B \in Q} (1 - P(q_A, q_B)) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Якщо більшість популяції виборців надає перевагу вибору політики  $q_A$ , то  $P(q_A, q_B) = 1$  і перемагає партія  $A$ . Якщо ж більша частина надає перевагу політиці  $q_B$ , то  $P(q_A, q_B) = 0$ . Якщо ж однакова кількість людей надає перевагу кожній із партій, то, очевидно,  $P(q_A, q_B) = 1/2$ .

Так як ми вважаємо, що переваги є одно-піковими, то, використовуючи Теорему про медіанного виборця, ми доходимо висновку, що перемога буде за тією партією, яку *вибере* медіанний виборець. Але медіанний виборець вибирає ту партію, яка буде проводити політику, яка є «ближчою» до його «потреб». Позначивши функцію переваг медіанного виборця індексом  $M$ , із Теореми про медіанного виборця отримаємо наступний висновок: якщо  $V^M(q_A) > V^M(q_B)$ , то перемагає партія  $A$ , а якщо  $V^M(q_A) < V^M(q_B)$ , то перемагає партія  $B$ , а коли  $V^M(q_A) = V^M(q_B)$ , то одна із партій перемагає з ймовірністю  $1/2$ . Таким чином, отримуємо:

$$P(q_A, q_B) = \begin{cases} 1 & \text{if } V^M(q_A) > V^M(q_B) \\ 1/2 & \text{if } V^M(q_A) = V^M(q_B) \\ 0 & \text{if } V^M(q_A) < V^M(q_B) \end{cases} \quad (5.2)$$

Використовуючи це, тепер ми можемо побудувати наступну *політичну* гру, використовуючи стандартний математичний апарат теорії ігор. Гра має наступні стадії:

1. Дві політичні партії некооперативно (нескоординована, кожна окремо) вибирають свої політичні платформи  $(q_A, q_B)$ .
2. Індивіди голосують за ту партію, якій вони надають перевагу.
3. Партія – переможець отримує політичну силу і впроваджує ту політику, яку вона обіцяла на першій стадії.

Це є гра для  $n+2$  гравців:  $n$  виборців із функціями переваг («виграшами»)  $V^i(q_i)$  та 2-х партій із виграшами (5.1). в цій моделі досконалою рівновагою Неша в під-іграх є  $n+2$  стратегій: по одній для кожної із партій та  $n$  стратегій для кожного із виборців, - цей набір стратегій і визначає, яка із партій переможе і як саме виборці будуть голосувати.

Загалом кажучи, ця гра є досить складною для того, щоб її можна було рішення у загальному випадку. Але ми можемо скористатися Теоремою про медіанного виборця, яка дає нам можливість зосередитися виключно на грі двох партій. Більш детально, досконала рівновага Неша в під-іграх задається наступною теоремою.

**Теорема (Довнсіанське сходження (конвергенція) політичних програм).** Розглянемо вектор політичного вибору  $(q_A, q_B) \in Q \times Q$ , де  $Q \subset \mathbb{R}$ , дві партії  $A$  і  $B$ , які хочуть бути обраними, і можуть обіцяти політичну платформу. Нехай  $M$  є медіанний виборець, який має свою «ідеальну точку» вибору політики,  $q^M$ . Якщо всі виборці мають одно-пікові функції переваг на  $Q$ , тоді в унікальній досконалій в під-іграх рівновазі Неша обидві політичні партії повинні вибрати наступні політичні платформи:  $q^*_A = q^*_B = q^M$ .

**Доведення.** Доводити будемо від зворотного.

Розглянемо наступний випадок:  $q_A < q_B \leq q^M$ . Для цього випадку ми маємо  $V^M(q_A) < V^M(q_B)$  внаслідок того факту, що функція переваг для медіанного виборця є одно-піковою. Тому ясно, що партія  $B$  буде мати перевагу, і  $P(q_A, q_B) = 0$ , тобто партія  $B$  переможе на виборах. Очевидно, що партія  $A$  має мотивацію збільшувати значення  $q_A$  для своєї політики (політичної платформи) до  $q_A \in (q_B, q^M)$ , якщо  $q_B < q^M$  (і вигравши тим самим вибори), або до  $q_A = q^M$ , якщо  $q_B = q^M$  (і отримуючи шанс в 1/2 виграти ці вибори). Внаслідок цього конфігурація  $q_A < q_B \leq q^M$  не може бути рівновагою: одному із гравців *вигідно* відхилитися від неї. Аналогічно розглядаються всі інші можливі випадки:  $q_B < q_A \leq q^M$  тощо.

Тепер розглянемо наступну конфігурацію:  $q_A = q_B < q^M$ . Чи може вона бути рівновагою? Відповідь очевидна: *ні!* В цьому стані обидві партії ма-

ють шанс в  $1/2$  стати переможцем. Але коли одна із партій, наприклад, партія А, змінить свою політику до  $q_A \in (q_B, q^M)$ , вона отримає перемогу на виборах!

Таким чином, залишається тільки випадок  $q_A = q_B = q^M$ . Це є дійсно *рівновага*, від якої *жодному* із гравців не вигідно відхилитися. Дійсно, нехай, наприклад, партія А вибрала *інше* значення для своєї політики. Тоді вона *зменшить* свої шанси виграш до 0!

Теорема доведена. •

Ми й окреслити той напрямок, в рамках якого сьогодні проводяться інтенсивні дослідження в сучасному політичному моделюванні, хоча в цьому розділі ми розглядали найпростіші випадки. Звичайно, в реальності виборець використовую не одномірний простір для політичних характеристик, та й його функція переваг часто не є одно-піковою. Крім того, є ще так звані «ідеологічні» партії, які мають досить малий простір для зміни політичних платформ (такі партії часто називають «партизанськими»).

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ.

1. Знайти рівновагу Штакельберга для величини мита в задачі про міжнародну торгівлю, вважаючи, що *перша* країна має силу влади. Порівняти із рівновагою Неша та привести економічні приклади, коли така ситуація може мати місце.

2. Довести, що *англійський* аукціон (гра ведеться на *підвищення* ціни лота, виграє той, який запропонував *найвищу* ціну, платить запропоноване) та *голландський* аукціон (гра ведеться на *пониження* ціни (спочатку назначається «аж дуже висока»), виграє той, який згодився на ціну лота (платить запропоноване) є *тотожними*.

3. Пан вибирає, яку частину  $p$  коштів  $y$ , які виручив кріпак за врожай, забрати собі. Пан максимізує свій прибуток  $py$ , кріпак максимізує  $(1-p)y - y^3$ . Знайти оптимальну долю  $p$  для пана.

Що буде, якщо пан може забрати  $y$  кріпака також *фіксовану* величину  $x$  його врожаю? Побудувати модель для цього випадку та рішення її.

4. Дві фірми,  $A$  і  $B$ , виробляють деякий товар. В кожен із моментів часу  $t=1,2,3$  кожна із фірм може виробити *одиницю* товару, або ж нічого не виробити. Затрати на виробництво дорівнюють 3, а ціна продажу товару визначається кількістю  $n$  активних фірм на ринку і складає  $7-2n$ .

Описати розгорнуту форму гри (динамічна гра), стратегії учасників та функції виграшу. Скільки стратегій є у кожної фірми? Рішити гру.

5. Вирішити задачу «трагедія общини» для  $v(x)=8-x^2$ .

6. Профспілка має силу влади і може нав'язати фірмі рівень  $\omega$  заробітної плати. Фірма, внаслідок цього, може оптимізувати виробничий процес лише шляхом регулюванні кількості  $n$  працівників.

Профспілка максимізує наступну цільову функцію  $p(\omega, n) = \omega \cdot n - a \cdot n^b$ . Тут другий член відповідає витратам профспілки на утримання апарату керівництва профспілки.

Фірма максимізує свій прибуток:  $\pi(\omega, n) = c \cdot n^s - \omega \cdot n$ .

Побудувати та рішення відповідну динамічну гру. Обговорити роль та значення коефіцієнтів  $a$  та  $c$ , а також показників ступені  $b$  та  $s$ .

7. Побудувати криву Лаффера для випадку, коли фірма має кубічну функцію затрат. Яку частку доходу фірми може забирати держава тепер?

8. Нехай держава в задачі оптимального оподаткування максимізує величину  $G=ay-m$ , де  $m>0$  – витрати на податківців та бюрократичний апарат (обраховується, наприклад, як загальні витрати на утримання апарату державного управління, віднесені до кількості фірм у державі). Яку частку доходу фірми забере держава у цьому випадку? Порівняти результат із наведеним в параграфі 4.1.

9. Нехай в задачі дуополії Курно затрати фірми мають наступний вигляд  $C_i=c \cdot q_i+m$ , де  $m>0$  постійні витрати фірми на випуск продукції (однакові для обох фірм). Знайти рівновагу Неша для цього випадку. Як зміниться рівновага Неша, коли величини  $m$  різні для кожної фірми? Чи завжди є рівновага Неша? Порівняти результат із наведеним в параграфі 4.2.

10. Навести приклади, коли можна застосувати для моделювання економічних та управлінських теорему про медіанного виборця.

11. Чи можна застосувати для опису рекламних кампаній фірм-конкурентів теорему про Довнсіанське сходження партійних програм? Обґрунтуйте свою думку, наведіть приклади.

## Розділ 5 Теоретико-ігрове моделювання задач управління персоналом

В цьому розділі буде описано ряд задач з управління персоналом, де теорія ігор вступає як потужний засіб не тільки моделювання ситуацій, але й в якості обґрунтування шляхів для побудови механізмів оптимального управління розвитком персоналу. Теорія ігор дозволяє визначити ті технології управління персоналом, які нададуть найвищу ефективність в досягненні мети керівника.

Особлива увага в цьому розділі зосереджена на тому, яким саме чином *правильно* поставити теоретико-ігрову задачу. Наприклад, як саме повинна бути обґрунтована матриця виграшів: подальше застосування теорії ігор «автоматично» приводить до того чи іншого результату.

Також детально розглянуто методологічні та методичні питання *інтерпретації* отриманих результатів: тут теоретико-ігрові моделі «безсилі», і результат залежить вже лише від самого дослідника-аналітика. Це переносить центр уваги на питання, які в монографіях та підручниках з теорії ігор раніше не висвітлювалися.

При розгляді конкретних задач велике значення має не тільки інтерпретація отриманих результатів. Як уже говорилося на початку книги, часто вирішальне значення має *переформулювання* теоретико-ігрової задачі з тією метою, щоб *новий* її результат *задовольнив* заданим умовам. З цієї причини підібрано саме такі економічні та управлінські задачі, при рішенні яких і виникає потреба в тому, щоб *змінити* умови теоретико-ігрової моделі. критично важливе значення при цьому має розробка технологій здійснення тих умов, за яких *нова* теоретико-ігрова модель може бути застосована до об'єкту дослідження.

Результати цього розділу базуються на наукових роботах автора. виклад матеріалу наближений до стилю наукової роботи, і тому студент має можливість отримати навички опрацювання та використання наукових результатів для вирішення практичних задач. Сьогодні часто саме невміння випускника користуватися науковими надбаннями у сфері економіки та менеджменту стають на заваді економічному розвитку фірми, в якій він працює, та, власне, негативно впливають на кар'єрне зростання самого працівника.

### 5.1 Загальний аналіз ефективності системи вищої освіти України в галузі економічних та гуманітарних наук

Виклад базується на статті [24].

Останнім часом велика кількість дослідників та аналітиків опублікувала цілий ряд статей, присвячених українській науці і суспільним інститутам, що супроводжують її соціалізацію в нашому суспільстві.

Нижче ми хочемо звернути увагу на ту обставину, що сформовані за час існування СРСР суспільні інститути сьогодні, в процесі перехідних трансформацій українського суспільства, цілком можуть, за певних умов, представляти безпосередню загрозу Національній безпеці держави.

Відразу підкреслимо, що розглядаються саме ті умови, за яких такий соціальний інститут, як ВАК (Вища атестаційна комісія), виявляється фактором, який ставити під сумнів перспективи соціального та економічного розвитку України.

Пояснимо нашу думку.

Отже, із початком 1992 року Україна стала незалежною державою.

Однак при цьому якимось «забулося», що вона також *перестала* бути державою «соціалістичною». І що вся система суспільних і економічних інститутів була «налаштована» на *відтворення* саме «соціалістичного» соціального і економічного способу життя.

Наприклад, «забулося», що в СРСР існували галузі науки, які відносилися до «політичних». Перелічимо їх, щоб познайомити з цією особливістю функціонування науки молоді покоління.

Це *передовсім* такі науки: економіка, соціологія, політологія, філософія, психологія, історія право.

- Нижче ми будемо розглядати лише *економіку*, - для інших галузей науки розгляд може бути проведений аналогічно.

Людина могла стати науковцем і, головне, одержати науковий ступінь з економіки (а це якраз і було прерогативою виключно ВАКу!) тільки і тільки в тому випадку, коли в його «наукових» роботах «доводилося»:

- 1) «капіталізм» (= «ринок»: так ми його називаємо сьогодні) – «поганий, неефективний тощо»,
- 2) «соціалізм» - «гарний, більш ефективний економічно і соціально тощо», і
- 3) «шляхи поліпшення в галузевій економіці *соціалістичного* (= авторитарного) господарювання».

Але із початком 1992 року всі вчені в галузі економіки – і академіки зі член-корами, і доктори із кандидатами, і доценти з професорами – всі вони повинні були залишитися *безробітними*! Дійсно: їхні знання, уміння, навички, їхні раніше отримані результати виявилися *нікому не потрібними*.

Але так не трапилося: ВАК стояв на сторожі!

Спеціалізовані ради із захисту дисертацій, сформовані ще за часів СРСР, продовжували «затверджувати» дисертації, ВАК штампував атестації докторів і кандидатів – кандидатів і докторів уже «незалежної України»... ВАК і Кабінет Міністрів видавали дипломи доцентів і професорів у галузі економіки, соціології, політології, філософії тощо.

Саме такі *соціалістичні* «кадри вищої кваліфікації» були експертами для Апарату Президента, для Кабінету Міністрів, для апарату Верховної



Заради... Результат ми бачимо: і по сьогодні українці ще не досягли *рівня життя* такого, який він вже був в Україні в 1990 році...

Висновок очевидний: в Україні *відсутні* науковці в галузі економіки, соціології, політології і філософії тощо, які здатні працювати в умовах сучасної економіки.

Владні структури України стверджують, що ми йдемо до «розвиненого світу» із його «ринковими відносинами». А хто розробляє плани такого «поступу» та слугує *експертами* із ринкової економіки? Академіки «за соціалізм» і доктори економічних наук «капіталізм загниває»? Чи варто дивуватися, що ми «йдемо не туди», - що й відчуває на собі кожен громадянин України.

Декілька цифр. Економічний журнал з питань перехідної економіки «Beyond Transition» за липень-вересень 2006 року (видання Всесвітнього Банку). Тема номера: «Людський капітал». Стаття Т. Купе «Наукові успіхи українських економістів в 1969-2005 роках».

«Наш аналіз показав, що з 1969 року по 2005 рік у журналах, які входять у базу даних «EconLit», було опубліковано 121 наукова робота 86 українських учених.»

«Наприклад, вчений, що займає четверте місце за кількістю робіт у міжнародних журналах, опублікував свою першу роботу в 1969 р., а четверту - в 1996 р.»

«На жаль, серед українських наукових організацій немає таких, де б працювало відразу кілька економістів, які публікуються в міжнародних журналах. Авторами багатьох публікацій є українські економісти, які працюють за кордоном. Відсутність у списку організацій українських університетів не дивує з огляду на систему, що зберігається, за якою навчання є прерогативою ВНЗів, а науковою працею займаються дослідницькі інститути. Однак і в Академії наук лише деякі вчені регулярно публікуються в міжнародних журналах. З перерахованих у щорічному звіті Національної академії наук економістів, які одержали державне визнання (урядові грамоти, державні премії, почесні дипломи тощо), жоден не друкується регулярно в міжнародних журналах, а більшість із учених взагалі не мають таких публікацій».

Таким чином, в Україні практично відсутня навіть система освіти в галузі сучасної економіки, - те ж саме, втім, можна сказати й про соціологію, політологію чи філософію.

Щоб проілюструвати сказане, зроблю переклад сказаного вище на мову сучасної економіки.

ВАК є державним інститутом, який формує екстерналію в галузі управління економікою та освітою. Ця екстерналія є *негативною* для таких наук, як економіка, соціологія, політологія, філософія тощо; - термін «негативна» відноситься до зростання *суспільного блага*. Вона й дотепер не координується ні державою, ні ринком. Тоді, внаслідок «теореми про не-

ефективність ринку з екстерналіями» [9] ця екстерналія буде вироблятися «із надлишком». Щоб ми й спостерігаємо з докторськими та кандидатськими в галузі саме цих наукових дисциплін. А також - в галузі освіти.

Шляхи виходу з такої ситуації викладаються сьогодні студентам магістратури практично в кожній *розвиненій* країні світу, - дивись, наприклад, книгу [9], яка є базовою (зверніть увагу також на дату публікації). Алі це, на жаль, не в Україні... Та й *не використовується* жоден такий шлях у сучасній Україні. Не знають про такі шляхи ні академіки з членкорами, ні доктори з кандидатами, ні професори з доцентами, ні магістри з бакалаврами...

Сьогодні, на шляху *будівництва* ринкового суспільства, Україна виявилася *без фахівців*, які могли б здійснити таке будівництво... Це чи не тема для засідання Ради Національної Безпеки?

До речі: в області фізики, хімії, технічних наук – ВАК *відносно корисний* (поки що, але цей час вже також безповоротно проходить), тому що тільки він дозволяє *зберегти* високий рівень учених у *цих* наукових дисциплінах...

Нарешті, уже останнє: у галузі економіки, соціології, політології та філософії ВАК є прикладом так званої «інституціональної пастки», яку досить важко «зруйнувати».

## **5.2 Теоретико-ігрова модель для управління ефективністю праці викладача вищого навчального закладу**

Виклад базується на статті [25].

Система освіти є основним суспільним інститутом, діяльність якого забезпечує адаптацію нового покоління до умов реального життя даного суспільства. Успішність діяльності цього інституту є ключовим елементом ефективності управління будь-яким суспільством.

Разом з тим, для соціально-економічних систем перехідного типу, в умовах *зміни* як механізму трансляції, так і самого змісту накопичених суспільством знань, умінь і навичок, якими повинен володіти індивід для життя в ньому, існує досить велика кількість інституціональних пасток, які можуть, як мінімум, серйозно сповільнити процеси трансформації суспільства – дивись статті [26-28]. Нагадаємо, що інституціональна пастка - це неефективна, але стійка норма поведінки. Вона *економічно* не вигідна суспільству, але через недолік координації з боку держави та економічних агентів учасникам цієї інституційної пастки не вигідно від неї відхилитися. Потрапивши в інституціональну пастку, система вибирає неефективний шлях розвитку, причому для переходу на ефективну траєкторію можуть знадобитися значні витрати.

Взагалі, суспільним інститутом зветься сукупність норм та правил поведінки, яких притримується певна група людей. Суспільні інститути

можуть бути як формальні (державний апарат, військо, фірма тощо), так і неформальні (одногрупники після завершення інституту, фан-клуб, учасники сітьового маркетингу тощо).

Сьогодні якість освіти в Україні (а також в Росії та інших країнах СНД) стрімко погіршується. Ще порівняно недавно саме система освіти колишнього СРСР була орієнтиром для багатьох країн світу, - сьогодні ж ми можемо говорити про те, що в цій галузі в країнах СНД формуються інституціональні пастки. Оскільки такі процеси перебувають на своїй початковій стадії, ще є можливості для їхнього усунення.

Нижче розглянута теоретико-ігрова модель для опису проблеми якості освіти. Будується дискретна гра в нормальній формі, учасниками якої є викладач і ВНЗ (вищий навчальний заклад – інститут, університет, академія). Стратегіями гравців є їхнє різне відношення до якості освітніх послуг, які ними надаються. Матриці виграшів формуються на основі порядкової переваги на множини результатів. Розглядаються дві модифікації гри – у довгостроковому й короткостроковому періодах. Проводиться аналіз отриманих ігор з використанням концепцій максимального гарантованого результату (максіміна), рівноваги Неша та оптимальності за Парето. Представлена модель виявляється здатною описати як процес формування інституціональної пастки, так і процес виходу із неї, що дозволяє використовувати дану модель для *управління* станом системи освіти країни в умовах реформування її економіки.

При аналізі соціальних і економічних явищ із використанням апарата теорії ігор головним етапом є постановка задачі. Саме на етапі доведення реальної ситуації до теоретико-ігрової моделі й можуть виникати ті ефекти, які, у залишковому підсумку, і визначають правомірність рішення.

У роботах [29,30] була розглянута *змістовна* сторона процесу освіти. Разом з тим, досить велике коло питань, що відносяться до освітнього середовища, залишився без розгляду.

#### ***Розгляд взаємодії «викладач - ВНЗ»***

Ця взаємодія полягає в тому, що 1) викладач здійснює діяльність з виконання навчального процесу (підготовку до проведення аудиторних занять, учбово-методичних матеріалів, організацію самостійної роботи студентів, наукову діяльність тощо) і одержує за це оплату від ВНЗ, і 2) ВНЗ одержує прибутки, *продаючи* працю викладача (тому що *сам* викладач продати «прямо» її не може!).

Таким чином, взаємини в парі «викладач – ВНЗ» можна представити у вигляді *гри*. Гра є *статичною*, тому що і викладач, і ВНЗ мають *однакову* інформацію, і ходи обох гравців є *спостережуваними*.

Насамперед, визначимо сукупності можливих стратегій для обох гравців.

Викладач може здійснювати, загалом кажучи, 3 стратегії. По-перше, він може *сумлінно працювати*. По-друге, він може *ледарювати* – напри-

клад, просто *відпрацьовувати гроші* (тобто *використовувати* наявне і не вкладати туди нічого нового, поступово втрачаючи кваліфікацію й погіршуючи, тим самим, якість освіти). Нарешті, по-третє, він може *імітувати*, тобто «створювати видимість» роботи, надаючи *свідомо неякісний* матеріал.

ВНЗ також має 3 стратегії. По-перше, ВНЗ може *сумлінно працювати*, при цьому *чесно* забезпечуючи оплату праці викладача *адекватно* його результатам. По-друге, ВНЗ також може *ледарювати* - наприклад, просто *виплачувати гроші* викладачеві за «виконану ним роботу» (поза залежністю від якості її результатів), не створюючи умов для підвищення кваліфікації викладача тощо, - але й не вимагаючи цього від нього. Нарешті, по-третє, ВНЗ також може *імітувати* діяльність: наприклад, не створюючи умов для роботи викладача і студента – однак *вимагаючи* від викладача «результату», активно пропонуючи студентові «знання *другої* свіжості» тощо.

Як бачимо, наведені 3 стратегії для обох гравців, взагалі кажучи, є *схожими*. Це й не дивно: ми описуємо, по суті, найзагальніші закономірності поведінки гравців.

Однак уже на цьому етапі постановки задачі очевидно, що *обоє гравців є рівноправними*. Це, як нам здається, є *новим* фактом у взаєминах «викладач – ВНЗ», де викладач звичайно розглядається як такий, що займає «другорядне», *підлегле* положення.

Для завершення постановки стандартного завдання теорії ігор потрібно задати *матрицю виграшів* для обох гравців.

Типовий варіант поданий у табл. 5.1. Виграші ВНЗу представлені в правому верхньому, а викладача – відповідно, у лівому нижньому куті.

Таблиця 5.1 – Типовий розподіл виграшів у грі «викладач – ВНЗ» в умовах України

		ВНЗ		
		Працювати	Ледарювати	Імітувати
Викладач	Працювати	ПО 3	-1	ПО 4
	Ледарювати	2	-4	-5
	Імітувати	-1	0	ММ-виклад -4
		ПО, Неш-Р 2	-2	1
	Імітувати	3	-2	-1
				1

### **Коментар до табл. 5.1**

Насамперед, шкали, використовувані в ній, є *нелінійними*, але *монотонними*. Це означає, що нас цікавить тільки *впорядкованість* чисел, але не порівняння між собою їх реальних числових величин.

Крім того, виграші гравця «викладач» і гравця «ВНЗ» є *непорівнянними* між собою. Це означає, що ми *окремо* впорядковуємо суми виграшів для «викладача», і *окремо* – для «ВНЗу». У рамках розглянутої нами гри виграші цих гравців не рівняються один з одним. Це означає, що виграш «викладача» в «-1» *не дорівнює* виграшу «ВНЗу» в «-1» (по суті, використовуються *різні грошові одиниці* для різних гравців). Звичайно, у рамках реальної економіки *існує* «перевідний коефіцієнт», що пов'язує величини виграшів ВНЗу й викладача – однак для нашого завдання, коли ми, як прийнято в теорії ігор, *не порівнюємо між собою* виграші сторін, це є не важливим [4,9] .

Пояснимо більш детально, як було зроблене *впорядкування* виграшів викладача й ВНЗ.

#### **Виграші викладача**

*Стратегія «працювати»*: найбільший виграш викладача буде від ВНЗ, що дотримується стратегії «працювати», найменший – від ВНЗ зі стратегією «імітувати» (тому що діяльність такого ВНЗ спрямована *на обман* – у тому числі й на обман самого викладача).

*Стратегія «ледарювати»*: найбільший виграш для викладача буде від ВНЗ, що дотримується стратегії «імітувати» (причому цей виграш носить скоріше *моральний*, ніж матеріальний характер), найменший – від ВНЗ зі стратегією «працювати» (теж *морального* характеру).

*Стратегія «імітувати»*: найбільший виграш для викладача буде від стратегії «працювати» ВНЗ (використовується, по суті, *якісна* торговельна марка такого ВНЗ), найменший – від стратегії ВНЗ «імітувати» (ВНЗ-«імітатор» сам здатний розпізнати підробку).

Тепер зрівняємо виграші викладача для різних стратегій ВНЗ, щоб *завершити* впорядкування виграшів викладача.

*Стратегія ВНЗ «працювати»*: найбільший виграш буде у викладача-«імітатора», найменший - в «ледаря».

*Стратегія ВНЗ «ледарювати»*: найбільший виграш буде у викладача-«ледаря», найменший - в «працюючого» (який вкладає свої зусилля).

*Стратегія ВНЗ «імітувати»*: найбільший виграш буде у викладача-«ледаря», найменший - в «працюючого» (який вкладає зусиль більше, ніж «імітатор»).

#### **Виграші ВНЗ**

*Стратегія «працювати»*: найбільший виграш у ВНЗ буде від «працюючого» викладача, найменший – від «ледаря» (імітаторську роботу можна використовувати, наприклад, *для презентації!*).

*Стратегія «ледарювати»:* ВНЗ «однаково», «працює або «імітує» викладач, - аби тільки не «ледарював»!

*Стратегія ВНЗ «імітувати»:* найбільший виграш буде від «працюючого» викладача, найменший - від «не працюючого».

Тепер зрівнюємо виграші ВНЗ для різних стратегій (при однаковій стратегії викладача), щоб завершити *впорядкування* виграшів.

*Стратегія викладача «працювати»:* найбільший виграш буде у ВНЗ, що імітує, (який уміє «випинати» *навіть свої мнимі заслуги!*), найменший - у ВНЗ-«ледаря».

*Стратегія викладача «ледарювати»:* найбільший виграш буде у ВНЗ-«ледаря», найменший - в «імітатора» (немає чого запропонувати!).

*Стратегія викладача «імітувати»:* найбільший виграш в «працюючого» ВНЗ (через торговельну марку), найменший - в «ледаря».

Тепер щодо **знаків** виграшів.

Для *викладача* знак «+» мають такі стратегії: «працювати» (при стратегії ВНЗ «працювати» і «імітувати» - він одержує *реальне* перевищення над своїми *витратами!*), «ледарювати» (при стратегії ВНЗ «імітувати» - скоріше почуття *морального* задоволення, що ВНЗ «не вдалося надути» викладача), та «імітувати» (при стратегії ВНЗ «працювати» - він одержує реальний виграш). Стратегія викладача «ледарювати» при аналогічній стратегії ВНЗ є свого роду «нейтральною»: нічого не одержуєш, але й нічого не вкладаєш! Всі інші ситуації для викладача *програшні*: або він *вкладає* більше, ніж одержує, або він «недоодержує» від ВНЗ (принаймні, він має «моральні страждання» - як у випадку вибору стратегії «ледарювати» в «працюючому» ВНЗ!).

Для *ВНЗ* знак «+» мають наступні стратегії: «працювати» і «імітувати» (при стратегії викладача «працювати» і «імітувати» він здатний продати зроблений викладачем продукт і отримати *прибуток*). Нейтральною щодо прибутку стратегії у ВНЗ немає. Інші випадки приводять до *збитку* ВНЗ. У випадку стратегії ВНЗ «ледарювати», при виборі викладачем стратегій «працювати» і «імітувати» для ВНЗ програш мінімальний, скоріше через необхідність якось «погасити» прояв «зайвої активності» викладача.

### ***Розв'язання гри «викладач - ВНЗ»***

Розв'язання гри представлені в табл. 5.1.

ММ = максимінна стратегія для викладача або для ВНЗ, відповідно. ПО = Парето-Оптимум. Неш-р – рівновага Неша. У нашому випадку розв'язання гри досягається в *чистих* стратегіях.

ММ-стратегії для викладача і для ВНЗ - різні. Однак всі стратегії зосереджені в області «несприятливих» для суспільства стратегій ВНЗ: «ледарювати» і «імітувати» (причому для ВНЗ максимальна стратегія є саме «ледарювати»). Цікаво, що обидві стратегії локалізовані всього в одній стратегії викладача - «ледарювати».

Парето-оптими є *нестійкими*: кожному із гравців *вигідно* від кожного з них ухилитися. Без додаткових обмежень (які будуть розглянуті в наступних розділах) «оптимальний для суспільства» стан ПО «працювати, працювати», де першої йде стратегія для викладача, друга - для ВНЗ, може і не бути досягнуто.

Рівноваги Неша зосереджені в умовах такого вибору стратегій: «імітувати, працювати» і «ледарювати, ледарювати».

Рівноваги Неша та Парето-Оптими є *слабко чутливими* до вибору конкретних чисельних значень для параметрів моделі. Їхнє розміщення є стійким при розумних припущеннях про взаємні співвідношення між виграшами відповідно викладача й ВНЗ при різних обраних стратегіях. Зокрема, досить очевидним є та обставина, що вигреш викладача при *імітуванні* має більшу величину, ніж при використанні ним стратегії «працювати». Так само можливість «працюючого» ВНЗ у використанні *імітації* приносить ВНЗу менший вигреш, ніж використання якісного результату.

### ***Інтерпретація розв'язання гри «викладач - ВНЗ»***

Насамперед, розглянемо детальніше рівноваги Неша, тому що саме вони найчастіше пов'язані з *раціональним* вибором, прийнятим *всіма* гравцями, що створює умови для *самоорганізації* суспільства. Інакше кажучи, саме одна з *рівноваг Неша* й устанавлюється на ринку із *симетричною* інформацією, - а ринок «викладач – ВНЗ» є саме таким!

Підкреслимо, що саме наявність рівноваги Неша «не на *потрібному* місці» часто можна вважати основним механізмом для формування інституціональної пастки (дивись статті [26-28]). Таким чином, тепер перелік інституціональних пасток може бути доповнений ще й системою освіти. Але ж система освіти є *єдиним* соціальним інститутом, що здійснює *соціальне* кодування індивіда. Саме *відхилення* в ефективній роботі системи освіти приводять до «повернення» країни до країн із професійно-іменним, «традиційним» типом соціального кодування індивіда, таким як *давні* Китай, Єгипет, Індія.

Однак повернемося до опису отриманих результатів.

У нашій випадку *обидві* рівноваги Неша можуть бути досить ефективними для гравців тільки в *короткостроковому* періоді. По суті, кожна з них – у *довгостроковій* перспективі – формує ринок *неякісної* робочої сили на рівні викладачів. До того ж, наявність великої кількості «імітаторів» і «ледарів» серед викладачів приводить, у кінцевому підсумку, до значної плинності кадрів. Внаслідок цього гра переходить в гру з *асиметричною* інформацією – у стандартні ігри класу принципал-агент (principal-agent problems) [2], де ВНЗ має затратити ресурси (використовуючи, наприклад, механізм скрінінгу) для того, щоб визначити «тип» викладача (тобто те, якої із своїх можливих стратегій він дотримується), - *погіршуючи*, тим самим, якість надання послуг у галузі освіти.

Із цього випливає, що у *довгостроковому* періоді табл. 5.1 повинна бути замінена на іншу. Однак, як неважливо бачити, стратегія викладача «ледарювати» є *найневигоднішою* для ВНЗ при будь-якій стратегії, і тому, у *довгостроковій* перспективі, ця стратегія буде *ВНЗ вилучена*.

Тим більше, що для ВНЗ здійснити таке «усунення» є досить «простим» уже навіть за *формальними* показниками, таким як наявність наукових публікацій, учбово-методичних видань тощо. Таким чином, приходимо, у довгостроковій перспективі, до табл. 5.2.

Таблиця 5.2 – Типовий розподіл вигрashів у грі «викладач – ВНЗ» в умовах довгострокової перспективи

		ВНЗ		
		Працювати	Ледарювати	Імітувати
Викладач		ПО		ПО
	Працювати	3	-1	4
	Імітувати	2	-4	-5
		ПО, Неш-Р		
	Імітувати	2	-1	1
		3	-2	-3

Проведемо аналіз гри «викладач – ВНЗ» у *довгостроковій* перспективі.

Стратегія «ледарювати» для ВНЗ буде *сильно-домінуючою*, і тому винна бути *виключена*. Результат вигрashів наведений у табл. 5.3.

Таблиця 5.3 – Розподіл вигрashів у грі «викладач - ВНЗ» в умовах довгострокової перспективи при знищенні сильно домінуючої стратегії ВНЗ «ледарювати»

		ВНЗ	
		Працювати	Імітувати
Викладач		ПО	ПО
	Працювати	3	4
	Імітувати	2	-5
		ПО, Неш-Р ММ-ВНЗ	ММ-викладач
	Імітувати	2	1
		3	-3

Як видно з табл. 5.1-5.3, стратегія «імітувати, працювати» буде рівновагою Неша протягом усього часу. Тобто для викладача *завжди* вигідно вибирати стратегію «імітувати». Відзначимо, що, у випадку гри з *асиметричною* інформацією, викладач буде вибирати, принаймні, спочатку, свою найкращу стратегію – а це, знов-таки, стратегія «імітувати».

Таким чином, із часом кількість *викладачів-імітаторів* буде *збільшуватися*. А якість освіти, відповідно, буде *погіршуватися*.

Дана гра свідчить, що найбільш «рухливою» ланкою, що і визначає погіршення якості освітніх послуг, є *викладачі*. ВНЗ, як суспільний інсти-



тут, буде «триматися до останнього», прагнучи вибирати стратегію «працювати» (будуть випускатися підручники, проводитися конференції, вводяться нові курси й дисципліни тощо). Хоча наявність *трьох Парето-оптимумів* дозволяє ВНЗ почувати собі «досить комфортно» при виборі будь-якої своєї стратегії: Парето-оптими забезпечують досить велику сукупність «самовиправдань» для керівництва ВНЗ (наприклад: «яка оплата – такі й знання», «будь-які знання потрібні» тощо).

Відзначимо також, що викладачі-«роботяги» отримують «урок» від ВНЗ-«імітаторів». У цьому випадку досить наявності всього *декількох* прикладів у поєднанні із *чутками*, щоб викладачі почали розглядати стратегію «працювати» у якості «неконкурентоспроможної» на ринку робочої сили. Це також приводить до того, що викладачі, не маючи можливості розпізнати «тип стратегії» ВНЗ при прийомі їх на роботу, будуть вибирати стратегію «імітувати» (яка, до того ж, є їх *максимінною* стратегією). Ця ситуація відповідає *несприятливому відбору*, що часто називають ринком «лимонів» Г. Акерлова [9,31].

Таким чином, «рушійною силою» виникнення ринку *неякісної* освіти в нашому випадку є саме викладацький склад: викладачі, які дотримуються стратегії «працювати», будуть *подавлятися* ринком викладачів-«імітаторів». Як відомо, це може привести до повного *зникнення* ринку викладачів-«роботяг» [9,31].

Характерно, що ситуація в Україні чи Росії близька до *перехідного* стану табл. 5.3, або навіть уже відповідає йому. Пройшло понад 15 років, як заробітна плата викладача не дає йому можливості вибирати стратегію «працювати» у тому розумінні, що він вимушений або «набирати аудиторні години» понад усякого розумного рівня, або ж «обслуговувати» кілька ВНЗ відразу (все так само «набираючи аудиторні години»). За цей час рівень життя викладачів упав досить значно. У цих умовах вибір стратегії «працювати» вимагає від викладача *аж занадто багато* зусиль, які можуть бути йому відшкодовані тільки у випадку «працюючого» ВНЗ. Але, навіть у цьому випадку, вибір стратегії «імітувати» принесе йому більше високий рівень прибутку.

Таким чином, сучасний стан ринку освітніх послуг у Україні стрімко здобуває рис ринку «лимонів» Акерлова: освіта високої якості *зникає*, замінюючись *імітацією* освітніх послуг. Підтвердженням цього висновку служить той факт, що навіть *кращі* університети Росії стрімко погіршують свої позиції в рейтингах провідних університетів світу, а проведені міжнародними організаціями тестування стану системи середньої освіти незмінно розміщують Росію в нижній частині списку (а ВНЗ України в рейтинги навіть не потрапляють).

У результаті, *якість* робочої сили вищої кваліфікації стрімко падає. Для економіки України це може мати вкрай сумні наслідки: ще в ранніх роботах Акерлова [31] і Спенса [32], саме *якісна освіта* розглядалася або

як *протидія* для появи ринку «лимонів», або як спосіб *сигналізування* про високу якість робочої сили. Оскільки дані висновки містяться практично в кожному підручнику з мікроекономіки в університетах розвинених країн світу (дивись, наприклад, підручник [9]), то перспективи випускників наших ВНЗ на ринку робочої сили розвинених країн світу є невтішними. Зокрема, участь ВНЗ України в Болонському процесі, є, як видно з наведеної вище аргументації, не більш, ніж самообманом.

На закінчення відзначимо, що гра «ВНЗ – Державна комісія з акредитації (ДАК)» може бути описана в точності в таких саме виграшах, що представлені у табл. 5.1-5.3. У цьому випадку гравець «ВНЗ» буде замінений на гравця «Державна комісія з акредитації», а гравець «викладач» - на гравця «ВНЗ». Висновки при цьому будуть в точності такими самими (з обліком описаної вище заміни *найменувань* гравців).

### ***Можливі стратегії для поліпшення ситуації в системі освіти***

Для того, щоб «змінити» ситуацію, потрібно, формально говорячи, *змінити* систему виграшів для *обох* гравців. Оскільки сформована нами система виграшів у табл. 5.1-5.3 зумовлена *інституціональними* особливостями стану сучасної системи освіти, і, зокрема, сучасним станом взаємин «викладач – ВНЗ», та зміна ситуації може бути тільки у випадку наявності *інституціональних змін*. Більш того, оскільки виграші викладача і ВНЗу є *непорівнянними* (тобто вони зумовлюються *різними* ринками), то необхідно буде зробити окремий огляд перетворення соціальних інститутів, які зможуть *впливати* на виграші гравців.

Необхідно створити *недержавні соціально-економічні* (суспільні) інститути, які *будуть втручатися* у взаємини «викладач – ВНЗ» [2,10]. Як свідчить практика розвинених країн, для цього чудово підходять *професійні асоціації* (не плутати із профспілками), які забезпечують появу *репутації* у відповідних гравців. Саме такі асоціації несуть *колективну відповідальність* за якість послуг, які надають їхні члени. Саме за рахунок *внесків* кожного учасника такої асоціації й формується сукупна *відповідальність* за якість.

Однак для цього, звичайно, доведеться *підняти оплату* викладачам ВНЗ. І підняти її потрібно досить ґрунтовно, для того, щоб *відрахувань* від неї вистачило на підтримку діяльності *викладацької Асоціації*. Насправді, звичайно, таких асоціацій і може й повинно бути досить велика кількість, і повинні вони бути зосереджені у різних галузях наукової діяльності викладачів.

Необхідно також надати *автономію* та *економічну свободу* ВНЗ, щоб вони також змогли створити «свою» Асоціацію, колективне членство в якій буде *вигідним* кожному з ВНЗ.

По суті, ми говоримо про те, яку саме *екстерналію*, прикладом якої в умовах сучасної України і є освіта, треба повести в поле *ринкової координації*. Як відомо з мікроекономічної теорії [9], державне регулювання екс-

терналії є неефективним: тільки ринкові відносини здатні «нормалізувати» ситуацію (зокрема, це є змістом теореми Коуза).

У рамках нашої табл. 5.1 задача полягає в тому, щоб «перетягнути» рівноваги Неша в стан «працювати, працювати». З використанням механізмів «викладацької» і «ВНЗівської» Асоціацій це може бути досягнуто в такий спосіб.

Оскільки ВНЗ конкурують на ринку освітніх послуг, вони будуть досить ретельно стежити за *рівнем* надання таких послуг. Для цього ВНЗівська Асоціація буде змушена утворити певний «експертний орган», завдання якого буде полягати в інформуванні *ринку споживачів* щодо рівня якості освітніх послуг, які надаються *конкретним* ВНЗ. Таким чином, досягається *симетрія* інформації між виробником послуг (ВНЗ) і їхнім споживачем (студентом), і *зникають* передумови, необхідні для появи ринку «лимонів» Акерлова.

З табл. 5.1 видно, що це приведе до того, що всі виграші ВНЗ в середині стовпця «імітувати» виявляться *негативними* (а для стратегії викладача «ледарювати» не відбудеться збільшення виграшу). Це приведе до того, що – у *нових* умовах – стратегія «імітувати» для ВНЗ буде *домінуватися* стратегією «працювати».

Тому при знаходженні рішень у *нових* умовах, стратегію для ВНЗ «імітувати» можна *відкинути*.

Вплив *викладацької* Асоціації позначиться на тому, що відбудеться *зменшення* виграшу стратегії «імітувати» для викладача. Зокрема, це відбудеться тоді, коли асоціація буде боротися за збереження авторських прав і прав на інтелектуальну власність серед викладачів (у таких умовах імітування стає навіть неможливим, - а якщо ще ввести індекс цитування...). До того ж, викладацька Асоціація буде виконувати операцію *скрінінга*, «відкриваючи» для ВНЗ стратегію, яка обирається тим чи іншим *конкретним* викладачем. Так що використання *імітації* стане *невигідним* для викладача. Це приведе до істотного *зменшення* виграшу викладача в рамках стратегії «імітувати». У довгостроковій перспективі це приведе навіть до *негативних* виграшів (штрафів): наприклад, за плагіат. При цьому ще потрібно врахувати, що «штрафи за використання імітації» будуть приводити (а в довгостроковій перспективі – приведуть *обов'язково*) до негативних значень виграшу й для ВНЗ в комірці «імітувати, працювати».

Таким чином, приходимо до того, що рівновагу Неша буде зміщено в комірчину зі стратегіями «працювати» як для викладача, так і для ВНЗ.

При розумних припущеннях про *кількісні* співвідношення штрафів для викладачів, варто очікувати такого штрафу для стратегії «імітувати», що матиме більшу абсолютну величину, аніж штраф «за неробство». У цьому випадку стратегія «імітувати» для викладача буде *домінуватися* стратегією «ледарювати».

Таким чином, як для викладача, так і для ВНЗ залишаються – при наявності *ринкових* «професійних Асоціацій» - усього по дві стратегії: «працювати» і «ледарювати». Відзначимо, що стратегія «ледарювати» для викладача й для ВНЗ з використанням Асоціацій не може бути усунута з тієї причини, що *контракти* між викладачем і ВНЗом укладаються на певний строк.

Запишемо отриманий результат у вигляді табл. 5.4.

Таблиця 5.4 – Розподіл вигрashів при наявності професійних асоціацій ринкового типу

		ВНЗ	
		Працювати	Ледарювати
Викладач		ПО, Неш-Р	
	Працювати	2	-4
	Ледарювати	-1	0

У табл. 5.4 ми все ще зберегли значення вигрashів з табл. 5.1. Тут маємо *дві* рівноваги Неша.

Однак рівновага Неша - «працювати, працювати» - є стійкою у тому сенсі, що *викладацька* та *ВНЗівська* Асоціації «обирають» саме цю рівновагу! Асоціація викладачів «розкриває» стратегію викладача (наприклад, індекс цитування, рецензії та відгуки колег тощо). ВНЗівська Асоціація інформує, наприклад, споживача послуг (студента) про: *рейтинг* ВНЗ, кількість випускників, що знайшли *місце роботи зі спеціальності* протягом 6-7 місяців після закінчення ВНЗ тощо.

### **Висновки**

Таким чином, нами побудована та проаналізована теоретико-ігрова модель для функціонування взаємин «викладач - ВНЗ» на ринку освітніх послуг в умовах сучасної України або Росії. Показано, що сучасні умови приводять до появи ринку неякісної освіти. Виявлено причини, що приводять до такого стану. Таким чином, описано механізми формування інституціональної пастки.

Запропоновано механізми для того, щоб ринок якісних послуг у сфері освіти виявився домінуючим. Показано, що для цього необхідно надати ВНЗ автономію (для залучення їх у ринок і виконання умов теореми Коуза), а також створення Асоціації ВНЗ, яка буде відслідковувати якість надання послуг на рівні ВНЗ. Показано, що необхідним є також створення Асоціацій викладачів, які будуть відслідковувати якість їх роботи. Показано, що за цих умов стан «працювати, працювати» є *єдиною* стійкою рівновагою Неша. Оскільки стан «працювати, працювати» є також і Парето-

Оптимальним, то, тим самим, буде досягати найефективніший для суспільного добробуту стан ринку освітніх послуг.

Таким чином, представлена модель виявляється здатною описати як процес формування інституціональної пастки, так і процес виходу з неї, що дозволяє використовувати дану модель для управління станом системи освіти країни в умовах реформування її економіки.

### **5.3 Теоретико-ігрове моделювання ефективності взаємодії «викладач – ВНЗ» в умовах урахування переговорної сили сторін**

Виклад базується на статті [33].

Система освіти є головним суспільним інститутом, який забезпечує адаптацію нового покоління до умов, які існують в даному суспільстві [19,29,34]. В процесі створення необхідних умов для інноваційного розвитку економіки України чільне місце належить вищим навчальним закладам – ВНЗ, які готують молоде покоління до роботи на основних напрямках розвитку народного господарства.

Важливим чинником успішності діяльності цього соціального інституту є оптимальна взаємодія між ВНЗ, з одного боку, і викладачем з іншого. Саме в результаті такої взаємодії і може бути досягнуто умов, за яких можливе створення умов для найбільш ефективного здійснення навчального процесу та підготовки фахівців високого професійного рівня.

На важливість урахування впливу системи освіти на економіку вперше звернено увагу в 1973 році, коли наявність спеціалізованої вищої освіти було використано в якості «сигналу» для роботодавця про відповідну кваліфікацію спеціаліста [32]. Таким чином, створення умов для найбільш ефективної роботи по наданню освітніх послуг є головним – з точки зору ринкової економіки – завданням кожного ВНЗ.

Даний напрям роботи привертає велику увагу дослідників. Досліджено теоретико-методичні основи формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін [35]. Проаналізовано сучасний стан системи гуманітарної освіти в Україні, передовсім економічної, та показано, що він не відповідає тим завданням, які стоять сьогодні перед суспільством (дивись параграф 5.1).

Тому задача про ефективність управління взаємодією в системі «викладач – ВНЗ» є вельми важливою як в науковому, так і в практичному аспектах. Ми побудували загальну теоретико-ігрову модель для управління взаємодією такою системою в умовах симетричної інформації та рівної переговорної сили гравців.

*Метою* є аналіз особливостей управління взаємодією «викладач – ВНЗ» за умови нерівної переговорної сили гравців.

Відповідно до зазначеної мети формулюються наступні задачі:

- 1) Здійснити побудову теоретико-ігрової моделі, в рамках якої врахувати наявність переговорної сили по чергово у кожній із сторін.
- 2) Провести інтерпретацію отриманих результатів та сформулювати на їх основі систему технологій для управління взаємодією у системі «викладач – ВНЗ».

Тут розглянуті лише *чисті* стратегії поведінки гравців.

### ***Теоретико-ігрова модель взаємодії «викладач – ВНЗ» при наявності переговорної сили***

Згадаємо побудовану в табл. 5.2.1 матрицю виграшів для теоретико-ігрової моделі для взаємодії «викладач – ВНЗ». Гравців у нашій задачі два: викладач та ВНЗ. Відмітимо, що виграші для викладача і для ВНЗ є несумірними (вадливий лише їх впорядкованість окремо для викладача та окремо для ВНЗ), а самі шкали виграшів є нелінійними. Це відповідає стандартному підходу в теорії ігор.

Із теорії ігор випливає, що *переговорна сила* виражається в тому, що гравець, який її має, робить свій хід першим. Це приводить до того, що для поставленої нами задачі потрібно шукати стратегії, які є виграшними за Штакельбергом.

Використовуючи стандартні методи, неважко побудувати рішення гри у нормальній формі, коли матриця виграшів задана табл. 5.2.1.

В даному випадку маємо *рівновагу* за Штакельбергом, тобто випадок, коли пари стратегій як при першому ході ВНЗ (переговорна сила у нього), так і при першому ході викладача (переговорна сила у нього) співпадають. Це стратегії «працювати» для ВНЗ та «імітувати» для викладача.

В подальшому будемо ситуацію гри задавати парою стратегій, із яких перша відповідає стратегії викладача, а друга – стратегії ВНЗ. Тоді рівновага за Штакельбергом запишеться у вигляді «імітувати, працювати».

### ***Інтерпретація***

Надамо інтерпретацію рішення даної гри.

Вибір стратегії за Штакельбергом для ВНЗ означає, що ВНЗ, враховуючи раціональну поведінку викладача, вибирає ту свою стратегію, яка приносить найвищий виграш. У нашому випадку – це стратегія ВНЗ «працювати». В той же час викладач вибирає одну із найгірших для суспільства стратегій – стратегію «імітувати»: саме це і буде його *раціональний* вибір.

На перший погляд здається, що переговорна сила може бути завжди лише тільки у ВНЗ, який наймає викладачів та контролює їх роботу. І це дійсно так, доки мова йде про працевлаштування магістрів або навіть кандидатів наук.

Однак необхідність отримання Державної акредитації диктує свої вимоги, головна та часто критична із яких – наявність у ВНЗ «потрібної» для успішного проходження акредитаційної процедури кількості докторів наук (професорів) та кандидатів наук (доцентів). Як відомо, кількість док-

торів наук в Україні досить невелика, і тому описані умови ринку надають докторам переговорну силу.

Але, навіть використовуючи свою переговорну силу, викладач все рівно вибирає ту ж саму стратегію «імітувати», а ВНЗ – стратегію «працювати»: таким чином, цей набір стратегій викладача та ВНЗ є *рівновагою* Штакельберга.

Чи може ВНЗ задовольнити така раціонально вибрана стратегія викладача? Звичайно, ні: в результаті вибору цієї стратегії як рівень викладання, так і рівень наукових праць викладачів будуть стрімко знижуватися.

*Зауваження.* Звичайно, не всі викладачі будуть вибирати стратегію «імітувати» навіть за умови, коли це є *раціональним* вибором. Але громадська думка та економічні умови, як видно із проведеного розгляду, будуть спрямовані якраз *проти* таких викладачів. Та й кількість таких викладачів, як свідчать результати експериментальних досліджень, буде досить невеликою [36]. До того ж, в результаті буде мати місце *негативне* підкріплення.

Що може реально протиставити ВНЗ своїм викладачам, яким *вигідно* в умовах існування системи освіти в Україні вибирати стратегію «імітувати»?

Як свідчать результати, передовсім ВНЗ може з використанням відносно невеликих зусиль спромогтися *вилучити* у викладача стратегію «ледарювати». Для цього достатньо, наприклад, запровадити у ВНЗ систему «формальних» критеріїв, за якими оцінювати викладачів. Це можуть бути такі характеристики: кількість статей, монографій, методичних матеріалів тощо за певний період, кількість підготовлених аспірантів, обсяг виконаних госпдоговірних та держбюджетних тем, і багато інших критеріїв. Прикладом реалізації такого підходу може слугувати запроваджена у ВНТІ система оцінювання результатів діяльності докторів наук та професорів [37], що дозволило реалізувати ефективний контроль за вибором стратегії викладача. Таким чином показано, що видалити у викладача стратегію «ледарювати» цілком можливо успішно зробити із використанням формальних методів об'єктивізації.

В результаті видалення у викладача стратегії «ледарювати», для ВНЗ стратегія «ледарювати» стає сильно домінованою, і вона теж має бути вилучена. В результаті прийдемо до наступної матриці виграшів, відображеної в табл. 5.5.

Нажаль, всі ці операції так і не приводять до зміни рівноваги за Штакельбергом: стратегія «імітувати» для викладача та стратегія «працювати» для ВНЗ так і залишається *рівновагою*, тобто не залежить від переговорної сили гравців. Незалежно від розподілу переговорної сили між гравцями, тобто для *всіх* викладачів та за *всіх* умов розподілу переговорної сили *раціональною* поведінкою є вибирати стратегію «імітувати». В умовах сучасної України зробити це досить легко: платні публікації, корпоративна підтри-

мка («сьогодні я тобі, а завтра ти мені»), відсутність контакту із експертами із розвинених країн, утруднення в доступі до наукової інформації тощо.

Таблиця 5.5 – Виграші при видаленні стратегії «ледарювати» для ВНЗ

		ВНЗ	
		Працювати	Імітувати
Викладач	Працювати	2	-5
	Імітувати	3	-3

Таким чином, приходимо до висновку, що без зміни існуючих умов неможливо заставити викладача вибирати стратегію «працювати».

Наслідки цього очевидні, і ми їх спостерігаємо.

### ***Можливі стратегії для покращення ситуації в системі вищої освіти***

Вище було отримано висновок, що, по-перше, існуючі «правила гри» приводять до погіршення якості вищої освіти внаслідок вибору викладачами стратегії «імітувати», і, по-друге, що без змін самих «правил гри» ситуацію змінити неможливо (наприклад, із застосуванням так званих «формальних критеріїв» для оцінки їх роботи). Таким чином, маємо стандартну «інституційну пастку» в системі вищої освіти.

По суті, ми прийшли до висновку, що досягнення мети – оптимального функціонування системи вищої освіти – при заданій матриці виграшів неможливе.

Потрібно змінити саму матрицю виграшів. Але для цього потрібно зробити *інституційні* зміни, - нагадаємо, що суспільним інститутом зветься система правил гри та норм поведінки, яким підкоряються учасники-гравці.

При цьому, оскільки виграші викладача і ВНЗ є «незрівняними», то виникає потреба в створення *двох нових* соціальних інститутів, які б змінили *впорядкованість* виграшів як для ВНЗ, так і для викладачів.

Нами показано, що таким інститутами для викладачів можуть виявитися професійні асоціації (не плутати із профсоюзами), які створять умови для того, щоб у викладача з'явилася *професійна репутація*. При цьому такі асоціації будуть нести *колективну* відповідальність за своїх членів. Власне, це є досить стандартна процедура з «виявлення типу гравця» в сучасній економіці. Наявність викладацької асоціації приведе до необхідності *суттєво змінити* умови праці викладача. Зокрема, підняти зарплату та різко зменшити кількість «аудиторних годин».

Для ВНЗ необхідно створити власну асоціацію, яка буде займатися відслідковуванням репутації ВНЗ на ринку освітніх послуг.

Нами показано, що за цих умов матриця виграшів у грі «викладач – ВНЗ» буде трансформована до вигляду, наведеного у табл. 5.6.



Для цієї матриці виграшів має місце рівновага за Штакельбергом для вибору стратегій «працювати» як для викладача, так і для ВНЗ. Оскільки цей же вибір стратегій є також і рівновагою Неша, і оптимумом за Парето, то саме він і буде мати місце.

Таблиця 5.6 – Виграші сторін за наявності професійних асоціацій ринкового типу

		ВНЗ	
		Працювати	Імітувати
Викладач	Працювати	2	-4
	Імітувати	-1	0
		Працювати	Імітувати
		3	-1
		-3	-2

Відмітимо, що саме ці стратегії і є прийнятними з точки зору максимізації суспільного блага, і тому є найвигіднішими для економіки і суспільства України.

Отже, теоретико-ігровий аналіз впливу переговорної сили при взаємодії «викладач – ВНЗ» свідчить, що в умовах сучасної України система освіти буде деградувати внаслідок того, що раціональним вибором для викладача буде вибір стратегії діяльності «імітувати».

Показано, що формальні критерії оцінки роботи викладача, які можуть бути застосовані з боку ВНЗ, не можуть привести до зміни вибору стратегії викладача.

Таким чином, доведено, що проблема підвищення ефективності системи освіти в Україні не може бути вирішена із використанням існуючих суспільних інститутів. Таким чином показано, що система освіти в Україні знаходиться в умовах інституційної пастки.

Обговорено механізми створення нових суспільних інститутів, які приводять до вибору як викладачем, так і ВНЗ стратегії «працювати» в якості свого раціонального вибору.

#### **5.4 Теоретико-ігрове моделювання ефективності праці менеджерів з продаж**

Однією із ключових проблем в сучасному менеджменті є адекватне стимулювання діяльності управлінського персоналу, зокрема менеджерів. Зазначимо, що поняття «стимулювання» в менеджменті є неоднозначним та багатограним [38], і відноситься як до управління персоналом, так і до формування оптимальної корпоративної культури [39].

Для того щоб ефективно стимулювати діяльність менеджера потрібно об'єктивно оцінити результати даної діяльності. Діяльність менеджера часто відбувається за двох наступних типових ситуацій [9,23]:

1. Першою типовою ситуацією є та, що зусилля менеджера, направлені на виконання ним виробничого завдання, часто неможливо спостерігати (так звана ситуація «морального ризику» для керівника чи власника).

2. Другою типовою ситуацією є та, що часто неможливо спостерігати навіть об'єктивні результати діяльності менеджера: на них впливають дуже багато зовнішніх причин. Для вирішення цієї проблеми в загальному випадку застосовуються досить витончені математичні методи [9,23], які, втім, не так вже й просто застосувати в практичних ситуаціях.

Важливою обставиною є також та, що саме клієнти є основним джерелом отримання доходу кожною фірмою, і тому проблема підвищення ефективності такої роботи є важливою практичною задачею.

Метою роботи є теоретико-ігрове моделювання типової ситуації взаємодії менеджера із клієнтом та розробка на його основі методик для оцінювання ефективності, стимулювання та мотивації праці менеджера з продаж.

### ***Постановка задачі***

При моделюванні процесу продаж широко застосовується теоретико-ігровий підхід [9,23], який дозволяє описати процес узгодження інтересів її учасників – сторін (покупця та продавця), які називаються «гравцями», а сам процес продажу товару або послуги – «грою» [9,40]. Як правило, увага дослідників зосереджується в основному на загальних підходах до опису процесу реалізації [40], тоді як багато ефектів все ще очікують свого рішення.

Загальний економічний ефект діяльності фірми, економічні перспективи її розвитку визначаються взаємодією клієнта із працівниками фірми, де максимально повно проявляються як специфічні індивідуальні особливості клієнта, так і індивідуальні особливості менеджера. І чим результативніша ця взаємодія, тим вище ефективність праці менеджера. Адже лише клієнт є кінцевим споживачем, який і наповнює коштами весь ланцюжок виробництва та реалізації товарів чи надання послуг.

Отже, дослідження процесу прояву індивідуальних особливостей взаємодії між клієнтом та менеджером є задачею важливою як в теоретичному, так і в практичному плані. Більш того: проблема оптимального використання людських ресурсів фірми вимагає передовсім вирішення саме цієї задачі.

### ***Базова модель***

Змоделюємо базову модель роботи менеджера (це може бути персональний продаж, менеджер-консультант, тощо). Як вже зазначалось, процес реалізації є грою, яка має двох гравців: менеджера та покупця.

Розподіл подій гри в часі має наступний вигляд:

1. Покупець звертається за товаром чи послугою.
2. Продавець пропонує товар чи послугу покупцеві, впливаючи на процес прийняття рішення покупцем.

3. Покупець приймає рішення про покупку.

Схема взаємодії покупця та продавця (менеджера) зображена на Рис. 5.4.1. Дана гра повторюється циклічно, із різними покупцями. Таким чином, покупець приймає рішення з ймовірністю  $p$  вибрати стратегію «здійснити покупку» і з ймовірністю  $1-p$  «не здійснити покупку».

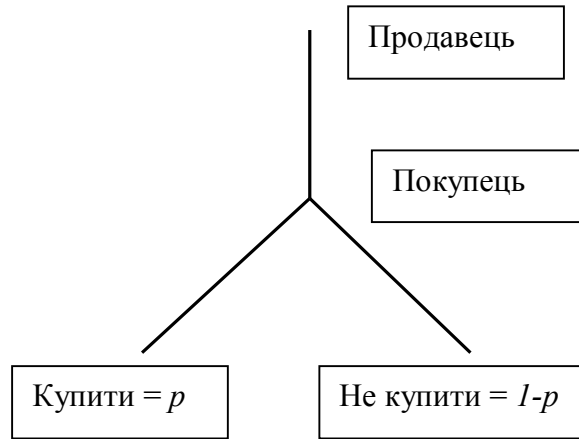


Рис. 5.4 – Схема взаємодії «менеджер-покупець»

Ймовірність здійснення покупки клієнтом після (в результаті) контакту із менеджером може бути розрахована за формулою (5.4.1):

$$p = \frac{N_p}{N_t}, \quad (5.4.1)$$

де  $N_p$  – кількість людей, які здійснили покупку;

$N_t$  – загальна кількість людей, які вступили в контакт з продавцем.

Як видно із опису гри, тільки ймовірність  $p$  є об'єктивним критерієм, за яким може бути оцінена ефективність праці менеджера. Кількість покупок здатна коректно описати результативність роботи окремого менеджера, вона не здатна слугувати для об'єктивного порівняння ефективності праці менеджерів, які працюють в різних умовах, між собою. Але ж саме таке порівняння і повинно бути основою для здійснення керівником чи власником стимулювання праці менеджера. Наявність об'єктивного критерію надає можливість створити систему мотивування для менеджерів в рамках заданого підприємства (або мережі). На основі отриманих результатів можна розробити сукупність технологій для організації комплексу заходів для стимулювання та мотивації персоналу.

Перш за все опишемо спосіб експериментального визначення значення ймовірності  $p_i$  здійснення покупки конкретного  $i$ -того менеджера. Як правило, досить неважко документувати як кількість  $N_t$  звернень покупців до менеджера, так і кількість здійснених покупок  $N_p$ . Для цього підійдуть

камери спостереження охоронних систем (для оцінки роботи менеджерів по продажам чи менеджерів-консультантів у супермаркетах), задокументована кількість звернень клієнтів (для менеджерів у банках чи страхових компаніях) тощо. Величина  $N_p$ , наприклад, часто може бути перевірена безпосередньо за чеками чи за підписаними контрактами.

Застосування для стимулювання та мотивації персоналу ймовірності  $p_i$  дозволяє здійснити ранжування менеджерів за ефективністю їх роботи шляхом порівняння величин  $p_i$  між собою. Це особливо важливо для тих фірм, в яких менеджери працюють в різних умовах.

Наприклад, для сітки супермаркетів чи відділень банківських установ, які розташовані як в великих обласних містах, так і в районних центрах, жоден інший критерій для оцінювання не буде спрацьовувати. А використання критерію  $p$  дозволяє розставити менеджерів таким чином, щоб максимізувати прибуток фірми. Опишемо цей механізм.

*Припущення 1.* Нехай ми розподілили менеджерів за їх ефективністю із використанням введеного нами критерію  $p_i$ . Менеджер, який має менший номер  $i$  (що відповідає його рейтингу, наприклад  $i=2$ ), буде мати більше значення  $p_i$ , а менеджер, що має більший номер  $k$  (що також відповідає його рейтингу, наприклад  $k=4$ ) буде мати менше значення  $p_k$ :  $p_i > p_k$ , коли  $i < k$ . При цьому всі менеджери із більш високим рівнем ефективності праці повинні бути переведені на робоче місце із більш високим потенційним рівнем коштів  $C_i$ , які отримуються від одного клієнта:  $C_i > C_k$ , коли  $i < k$ .

Величина  $C_i$  обчислюється як добуток середньої виручки від одного клієнта на (усереднену) загальну кількість клієнтів, які звернулися до фірми на даному робочому місці. Тоді дохід  $I$  фірми від роботи з клієнтами за цієї умови буде розраховуватися за наступною формулою:

$$I = \sum_{i=1}^N C_i \cdot p_i, \quad (5.4.2)$$

де  $N$  – загальна кількість менеджерів.

Аналізуючи формулу (5.4.2) ми бачимо, що при будь-якому іншому розподілі менеджерів за робочими місцями фірма отримає коштів менше, ніж розраховано за даною формулою. Це впливає із почленного порівняння множників  $C_i$ , які стоять перед однаковими за величиною  $p_i$ . Як наслідок припущення 1 отримуємо наступну теорему.

**Теорема 1.** За умов виконання припущення 1 фірма отримує максимальний прибуток. Описаний в припущенні 1 розподіл менеджерів за робочими місцями є рішенням наступної оптимізаційної задачі:

$$\max_{P_i} \left( \sum_{n=1}^N V_{in} \right), \quad (5.4.3)$$

Тут  $V_{in}$  – це дохід із робочого місця  $n$  за умови, що його займає менеджер  $i$ , а максимум береться за всіма можливими розміщеннями  $P_i$  ( $p_i \in P_i$ ) менеджерів за можливими для них робочими місцями.

**Наслідок 1.** Теоремою 1 задається економічний ефект від оптимального використання персоналу (для даної фірми та для даних умов її роботи). Його можна розрахувати за наступною формулою:

$$\Delta_{P_i} = I - \sum_{n=1}^N V_{in} = \sum_{i=1}^N C_i \cdot p_i - \sum_{n=1}^N V_{in} > 0, \quad (5.4.4)$$

Економічний ефект  $\Delta p_i$  залежить від заданого розподілу  $P_i$  менеджерів за робочими місцями. Важливим є те, що за формулою (5.4.4) можна обрахувати економічні втрати від прийняття на роботу некомпетентного менеджера (часто – родича керівника або власника).

**Наслідок 2.** Із використанням результатів теореми 1 також можна обчислити ефективність від підвищення кваліфікації менеджерів. Логічно, що після проходження курсу по підвищенню кваліфікації (тренінгу) ефективність діяльності роботи менеджерів повинна підвищитись, тобто ймовірності  $p$  для кожного конкретного менеджера повинна збільшитись. Іншими словами, значення  $p'_i$  для  $i$ -того менеджера повинне бути зв'язаним із його значенням  $p_i$  до підвищення кваліфікації співвідношенням  $p'_i = p_i + \Delta_i$ ,  $\Delta_i > 0$ .

Важливо врахувати, що розподіл менеджерів за робочими місцями може змінитися за результатами підвищення кваліфікації: так як, у загальному випадку, оволодіння новими знаннями та навичками різних менеджерів буде різним –  $\Delta_i \neq \Delta_k$ , то умови застосування припущення 1 після навчання можуть бути порушені. Необхідно зробити кадрові перестановки, щоб ці умови знову виконувалися. Однак, розподіл менеджерів за робочими місцями змінюється лише у випадку, коли  $\exists i, k: i < k, p_i > p_k$ , але  $p'_i < p'_k$ , тобто  $p_i + \Delta_i < p_k + \Delta_k$ . Тоді менеджер  $i$  повинен зайняти місце попередника  $k$ , а попередник повинен бути поставлен на відповідне місце шляхом попарного порівняння з іншими. Відмітимо, що, у ряді випадків, у кадрових переміщеннях може і не виникнути необхідності: все визначається умовами, які описані в припущенні 1.

Економічний ефект  $\Delta_s$  від навчання може бути розрахований за наступною формулою:

$$\Delta_s = \sum_{k=1}^N C_k \cdot p'_k - \sum_{i=1}^N C_i \cdot p_i - P_s, \quad (5.4.5)$$

де  $P_s$  – це загальна плата за навчання менеджерів.

В зазначеній формулі вже враховано, що підвищення кваліфікації може змінити розподіл менеджерів за робочими місцями.

**Наслідок 3.** Як впливає із теореми 1, система мотивації для розвитку кар'єри менеджерів повинна полягати в тому, щоб кожен із них намагався підвищити свою ймовірність  $p_i$ . Тобто кожен менеджер повинен вирішувати наступну оптимізаційну задачу, яка може бути виражена наступною формулою:

$$\forall i: \max p_i, \quad (5.4.6)$$

Для рішення даної задачі фірма може використати частину від відповідного економічного ефекту  $\Delta_{P_i}$ , обчисленого за формулою (5.4.4) чи  $\Delta_s$ , розрахованого за формулою (5.4.5) відповідно. Ці величини, внаслідок свого ендогенного походження, будуть тотожні відповідному збільшенню прибутку фірми і тому можуть бути розподілені фірмою.

#### **Висновки**

Вище побудована теоретична модель для опису взаємодії клієнта та менеджера по роботі з клієнтами. На основі моделі побудована технологія для експериментального визначення ефективності діяльності менеджера. Проаналізовано економічний ефект від різних напрямків оптимізації стимулювання та мотивації менеджерів з продаж.

Отримані результати дозволяють сформулювати ефективну систему стимулювання, мотивації та розвитку персоналу, яка буде базуватися на виконанні наступних умов:  $p_i > p_k$ , коли  $i < k$ ;  $C_i > C_k$ , коли  $i < k$ . Дані результати можуть бути використані із урахуванням особливостей конкретного кадрового потенціалу фірми, і тому їх застосування є перспективним підвищення економічної ефективності як окремої фірми, так і економіки в цілому.

В даній роботі була розроблена теоретична модель оцінки кількісних характеристик взаємодії «клієнт-менеджер». Якісні характеристики такої взаємодії, наприклад, збільшення середньої виручки від клієнта, будуть розглянуті в окремій роботі.

### **5.5 Математичне моделювання мотивації керівного персоналу фірми акціонерами**

Розглянемо двох гравців. Перший гравець – це команда з управління фірмою. Другий гравець – це акціонери.

Діяльність управлінців приносить фірмі певний прибуток –  $x(a)$ , де  $a$  – дія управлінців, - наприклад, їх зусилля.  $x(a)$  – ввігнута функція. Більш того: вона має максимум при  $a=a_m$ , так як коли зусиль з управління «занадто багато», то досягається зворотний ефект: працівники фірми починають працювати погано.

Діяльність управлінців приносить також доход  $y(a)$  для акціонерів. Ця функція також увігнута, і також має максимум при  $a=a_a$ : якщо управлінці «занадто багато» працюють, то це сприймається біржовими гравцями як *неефективність* бізнесу. Звичайно,  $a_m \neq a_a$ .

Оплата праці управлінців на підприємстві є  $U(x)$ , а виплата акціонерам –  $V(y)$ . ці функції є строго ввігнутими та зростаючими.

За результатами певного періоду роботи підприємства акціонери встановлюють систему стимулювання для управлінців, вводячи певну поправку (бонус)  $b$ : якщо  $b > 0$ , то вона є «заохоченням», а якщо  $b < 0$ , то вона є «штрафом». Таким чином, «на руки» управлінці отримують оплату  $U(x+b)$ .

Перейдемо тепер до виплати акціонерам. Звісно, акціонери отримують  $V(y-b)$ , оскільки саме із своєї частини вони виплатили *стимулювання* управлінцям. Відмітимо, що, так як може бути  $b < 0$ , то акціонери можуть отримати більше.

Але акціонери можуть отримати також і *репутаційний* вклад від управлінців. Дійсно, якщо управлінці підприємства добре працюють, то акціонери можуть використати цей факт для заходів ПР. наприклад, щоб у майбутньому підняти ціну акцій.

Таким чином, виплати управлінцям і акціонерам за результатами роботи управлінців можуть бути описані наступними формулами

$$\begin{aligned} m &: U(x+b) \\ a &: V(y-b) + kU(x+b) \end{aligned} \tag{5.5.1}$$

Тут коефіцієнт  $k > 0$  визначає те, наскільки важливо для акціонерів є ефективно мотивування управлінців. Цей коефіцієнт задається і не змінюється протягом гри.

### **Модель гри**

Взаємодія між управлінцями та акціонерами задається наступним чином.

В момент часу  $t=0$  управлінці вибирають інтенсивність своєї дії – тобто величину  $a$ . В момент часу  $t=1$  акціонери вибирають величину мотиваційного параметра  $B$ , і має місце виплата (5.5.1).

Таким чином, маємо динамічну гру між управлінцями та акціонерами.

### **Рішення гри**

Рішення гри здійснюється методом зворотної індукції.

Спочатку акціонери знаходять максимум свого виграшу, розглядаючи  $B$  як змінну, а дію управлінців  $a$  як задану. Тобто, вони вирішують задачу

$$b_m = \arg \max_b \{V(y - b) + kU(x + b)\} \quad (5.5.2)$$

Беручи похідну по  $b$  та прирівнюючи її нулю, отримаємо рівняння для заходження величини бонусу  $b$ , який максимізує прибуток акціонерів.

$$\frac{\partial V(y - b)}{\partial b} + k \frac{\partial U(x + b)}{\partial b} = 0 = -V'(y - b) + kU'(x + b) \quad (5.5.3)$$

Із (5.5.3) отримуємо співвідношення

$$k = \frac{V'(y - b)}{U'(x + b)} \quad (5.5.4)$$

В (5.5.3) та (5.5.4) штрихами позначені похідні відповідних функцій по своїх аргументах.

Таким чином, враховуючи залежності  $x(a)$  і  $y(a)$ , отримаємо залежність величини бонусу  $b$  як функції від зусиль управлінців  $a$ :  $b = b(a)$ .

Тепер робимо другий крок зворотної індукції: управлінці, знаючи функцію  $b = b(a)$ , рішають задачу по максимізації свого прибутку.

$$a = \arg \max_a U(x + b) \quad (5.5.5)$$

Рішення задачі (5.5.5) також знаходиться шляхом прирівнюванням нулю першої похідної по  $a$ , враховуючи при цьому, що і  $x$ , і  $b$  залежать від  $a$ .

$$\frac{\partial U(x + b)}{\partial a} = 0 = (x' + b') \cdot U'(x + b) \quad (5.5.6)$$

Враховуючи, що  $V$  і  $U$  є строго увігнуті функції, тобто що  $V' > 0$ ,  $U' > 0$ ,  $V'' < 0$  і  $U'' < 0$ , із (6) отримаємо

$$x' + b' = 0 \quad (5.5.7)$$

Використовуючи співвідношення (4), знайдемо, чому дорівнює  $b'(a)$ .



$$\frac{\partial k}{\partial a} = 0 = \frac{(y' - b') \cdot V''(y - b)}{U'(x + b)} - \frac{(x' + b') \cdot V'(y - b) \cdot U''(x + b)}{U'^2(x + b)} \quad (5.5.8)$$

Оскільки завжди  $U' > 0$ , то (8) можна переписати у вигляді

$$(y' - b') \cdot V''(y - b) \cdot U'(x + b) - (x' + b') \cdot V'(y - b) \cdot U''(x + b) = 0 \quad (5.5.9)$$

Але враховуючи співвідношення (5.5.7), отримаємо, що в точці максимуму для управлінця справедлива рівність  $b' = y'$ . Тому (5.5.7) може бути записане так:

$$x'(a) + y'(a) = 0 \quad (5.5.10)$$

Таким чином, управлінці будуть оптимізувати свої зусилля таким чином, максимізувати співвідношення  $I = x(a) + y(a)$ , тобто загальний прибуток фірми.

#### **Інтерпретація результату**

Мотивація управлінців у виборі такої їх дії, щоб максимізувати загальний прибуток фірми (як від виробництва, так і від біржових поступлень) базується на двох припущеннях.

По-перше, акціонери, які приймають рішення, повинні в складі своєї функції корисності мати адитивну складову, яка пропорційна функції корисності управлінців.

Іншими словами, акціонери повинні отримувати зиск від підбору управлінської команди. Наприклад, це може бути елементом корпоративної культури фірми, - особливо це стає наглядним тоді, коли акціонери – члени управлінського холдингу, який керує декількома підприємствами.

По-друге, загальний прибуток фірми повинен мати максимум за деякої дії управлінської команди. Наприклад, це може бути тоді, коли і прибуток фірми, і прибуток акціонерів мають максимумами окремо. Але максимум може мати також і лише один із гравців: за деяких умов на функції  $x(a)$  та  $y(a)$  їх сума може також мати максимум.

Якщо ж обидві  $x(a)$  та  $y(a)$  є зростаючими, тоді для оптимізації акціонерів залишаються в силі співвідношення (5.5.3) і (5.5.4). Але при оптимізації виграшу управлінців отримаємо, що завжди виконано наступне співвідношення.

$$x'(a) + y'(a) > 0 \quad (5.5.11)$$

А, враховуючи що  $U' > 0$ , це означає, що управлінці будуть вибирати *максимально* можливу для себе дію  $a$  (бо похідна від функції корисності завжди додатна, тобто функція корисності зростає).

Цікаво, що вираз для похідної  $b'(a)$  задовольняє наступному рівнянню.

$$b'(a) = \frac{y' \cdot V''(y-b) \cdot U'(x+b) - x' \cdot V'(y-b) \cdot U''(x+b)}{V''(y-b) \cdot U'(x+b) + V'(y-b) \cdot U''(x+b)} \quad (5.5.12)$$

Цей вираз може, в залежності від *конкретного вигляду* функцій  $x$ ,  $y$ ,  $V$  і  $U$  мати різні знаки для різних  $a$ : це означає, що управлінський бонус  $b$  може як збільшуватися, так і зменшуватися з ростом  $a$ .

### **Вплив корпоративної культури**

*Принципове* значення для отримання *потрібної мотивації* управлінців має саме корпоративна культура.

Розглянемо випадок, коли у виграші *вищого керівництва* – тобто у виграші акціонерів – *відсутня* складова корпоративності. Тобто коли виграш акціонерів задається формулою  $V(y-b)$ , а виграш управлінців – відповідно  $U(x+b)$ .

Тоді акціонери максимізують свій виграш  $V(y-b)$ . Але, оскільки  $V' > 0$ , то похідна по  $b$  від  $V(y-b)$  завжди *від'ємна*. А це означає, що вона *спадає* із зростанням  $b$ . Іншими словами, акціонери будуть вибирати не «заохочення» (*додатні* значення  $b$ ), а «штрафи» (тобто *від'ємні* значення  $b$ ). І чим більші будуть ці значення штрафів – тим «краще» буде акціонерам. Найбільше, що можна відібрати від управлінців – це їх виграш. Тобто управлінці розуміють, що за такої умови їх виграш буде дорівнювати 0 *завжди*. І тому вони вибирають «нульову» дію, тобто  $a=0$ .

Таким чином, за умов відсутності *явно* прописаної взаємодії між виграшами (1), фірма буде прямувати до банкрутства: управлінцям *невигідно* працювати. Фактично, вони виявилися *заручниками*, які знаходяться в *повній* залежності від акціонерів. Але без діяльності управлінців фірма працювати не може, - якщо акціонери це розуміють, то вони *змушені* будуть розробляти такі систему стимулювання, які були б подібними до описаної в нашій роботі.

Аналогічні задачі виникають у випадку, коли потрібно визначити умови оподаткування. Задачею оподаткування є не тільки збір коштів, але й, переважно, *регулювання* діяльності суб'єктів оподаткування. Розробка системи оподаткування, яка б вирішувала, поряд із фіскальною, також і задачу регулювання (наприклад, стимулювання потрібних для держави чи місцевої влади дій) діяльності підприємства, сьогодні для умов України є надзвичайно актуальною.

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ.

1. Аспірант вирішує, куди йому вкладати свої зусилля. Він може вкласти зусилля в підготовку до публікації «потрібних» статей та захистити кандидатську дисертацію. Виграш складає  $a$ , затрати  $y$ . Він також може вкласти зусилля в отримання результатів, які будуть користуватися попитом на ринку. В такому разі його затрати складають  $x$ , а виграш  $p$ .

Доповнити гру необхідними даними та побудувати динамічну гру для першого та другого випадку. Рішити гру. Чи співпадають між собою сукупності гравців для обох ігор?

Вводячи *корисності* для суспільства  $V_1$  і  $V_2$ , об'єднати ці випадки в *єдину* гру, вважаючи, що обидва ринки функціонують одночасно. При яких співвідношеннях між параметрами задачі «перемагає» перший випадок, а при яких – другий. Описати суспільно-економічні умови, за яких буде «перемога» для першого та другого випадку.

2. Є три гравці: викладач, асоціація викладачів і ВНЗ. Побудувати динамічну гру для цих гравців для ситуації найму викладача на роботу. Розглянути два випадки: перший – викладацька асоціація повідомляє ВНЗ «істинну» цінність викладача (тобто ту стратегію, якої він притримується), а другий – асоціація *може* повідомляти неправдиву інформацію.

Чи не потрібно для *суспільно оптимального* результату ввести ще одного (чи декількох) гравців? Кого саме ви пропонуєте і чому?

3. Є три гравці: студент, ВНЗ та роботодавець. Побудувати динамічну гру, задавши виграші для гравців. Проаналізувати результат та запропонувати умови, при яких досягається суспільно-оптимальний варіант (який саме?).

4. Описати алгоритм застосування розподілу менеджерів з продаж по результатам їх роботи. Якщо потрібно, можна розглянути конкретну галузь чи конкретне підприємство.

Описати систему технологій, яких повинно притримуватися *керівництво фірми* при а) запровадженні та б) поточному використанні описаного в параграфі 5.4 механізму управління персоналом.

5. Описати алгоритм формування корпоративної культури, яка необхідна для запровадження результатів параграфу 5.5. Яке значення має *інформування* менеджерів щодо системи оплати?

6. Використати результати параграфу 5.5 для формування податкової системи, яка б стимулювала потрібну діяльність. Чи задовольняє пропорційна система оподаткування (відсоток від прибутку) вимогам стимулювання?

## Розділ 6 Теоретико-ігрове моделювання управління суспільними інститутами

В цьому розділі описані теоретико-ігрові моделі для процесів функціонування деяких суспільних інститутів.

Перш за все відзначимо, що сьогодні відсутнє коректне визначення самого поняття «інститут». Фактично, відповідь на це питання залежить від тих задач, які розглядає дослідник.

Так, в [20] виділено наступні точки зору на інститути.

По-перше, це точка зору, яка базується на тому, що суспільство вибирає такі інститути, які приводять до найвищого рівня економічних результатів. Як саме цей отриманий економічний надлишок буде розподілятися між суспільними групами – з цієї точки зору це «не цікаво»: інститути в рамках цього підходу від цього не будуть змінюватися. Цей підхід може досить успішно бути застосований для порівняння між собою інститутів, які існують в різних країнах. Але він не спроможний при вирішенні задачі по вибору саме тих суспільних інститутів, які потрібні для вирішення тих чи інших суспільних задач.

По-друге, це точка зору, відповідно до якої вважається, що суспільство має різні інститути із тієї причини, що люди мають різні уявлення про те, що є кращим для суспільства. Це підхід дозволяє зв'язати інститути із ідеалами та вірами людей, що може бути перспективним для отримання певної класифікації чи типології інститутів. Але це підхід не здатний описати механізми трансформації інститутів, особливо із урахуванням того, що економіка має потужні канали впливу на ідеологію.

По-третє, є також точка зору, відповідно до якої інститути є побічним продуктом інших процесів та явищ у суспільстві. Цієї точки зору приримуються переважно дослідники, які вивчають суспільні процеси, зосереджуючись переважно на культурологічних та етнографічних аспектах.

Нарешті, по-четверте, це точка зору на інститути як на результат узгодження певних суспільних (соціально-економічних) конфліктів. Ця точка зору зв'язує суть інституту як способу узгодженого вибору, зробленого економічними агентами. При цьому в рамках такої точки зору інститут не є обов'язково завжди економічно ефективним. Цей підхід, на відміну від попередніх, дозволяє моделювати також ситуації, коли інститут формується в результаті того, що він приносить користь тільки певній суспільній групі, яка має політичну силу (і яка на даний час контролює політичну владу).

Вслід за [20] ми вважаємо, що саме останній варіант підходу має найбільший потенціал для моделювання соціально-економічних систем.

Таким чином, надалі в книзі інститут ми розуміємо так.

- Інститут є механізмом для узгодження інтересів різних суспільних груп, механізмом для здійснення комунікацій між різни-

ми суспільними групами, при умові, що задіяні сторони проявляють *раціональну* поведінку.

Виділяють наступні групи інститутів.

*Економічні* інститути визначаються як «економічні правила гри» для активних агентів суспільства (економічних, соціальних чи політичних груп тощо). В якості прикладів економічних інститутів часто наводяться: право особистої власності, комерційне, патентне і контрактне право, типи кредитування тощо.

*Політичні* інститути визначають «правила політичної гри», тобто таку діяльність людей, яка допомагає регулювати границі політичної влади та допомагає визначати, яким чином можна отримати політичну владу. Звичайні приклади політичних інститутів – це конституція, виборче право та механізми його застосування, взаємодія та баланс гілок влади тощо.

Зразу підкреслимо, що такий поділ інститутів є досить умовним, і те, який саме інститут віднести, наприклад, до політичного, а який до економічного, часто визначається потребами тієї задачі, яку вирішує дослідник. Крім того, інститути в суспільстві тісно зв'язані між собою, і тому вирішуючи, наприклад, задачу про демократизацію, як відноситься до гілки зміни інститутів *політичних*, дослідник повинен одночасно вирішувати, наприклад, одночасно і задачі визначення величини податків[1,2].

Інститути також поділяють на *формальні* (зафіксовані в законодавстві, наприклад, інститут власності) та *неформальні* («звичаєві», не зафіксовані в законодавстві, наприклад, інститут корупції).

В цьому розділі ми зосередимося на моделюванні тих економічних інститутів, які для свого застосування вимагають наявності рішень *інституціонального* характеру, - тобто зміни функціонування існуючих інститутів або ж формування нових суспільно-економічних інститутів. Результати цього розділу дозволяють сформулювати сукупність математичних моделей, в яких явно враховуються процеси самоорганізації економічних і політичних інститутів, а також виділяються саме ті моменти, які являються ключовими для розробки механізмів побудови в Україні розвиненої економіки та демократичної політичної системи.

В цьому розділі буде розглянуто клас задач, який може бути представлено наступною грою в позиційній формі на Рис. 6.1.

Тут спочатку *держава* – гравець «1» – вибирає «правила гри» на інвестиційному ринку. Тобто держава вибирає *інститути інвестування*: податки, преференції, умови та системи контролю, інформаційні структури, систему дозвільних суспільно-економічних інститутів тощо.

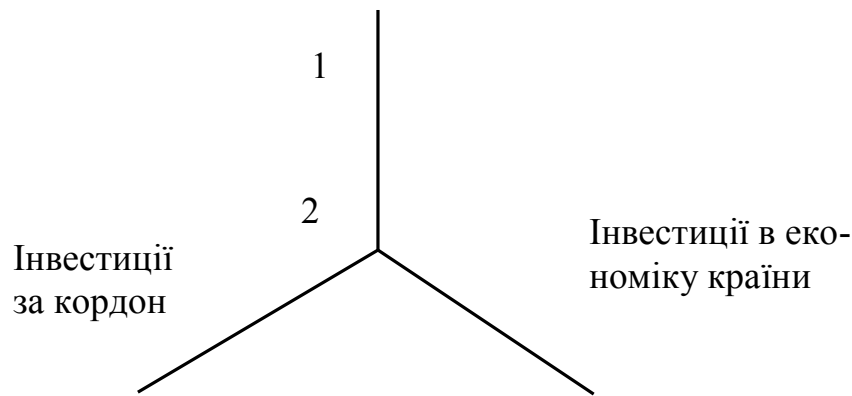


Рис. 6.1 – Теоретико-ігрове моделювання діяльності інвестиційних інститутів

Після цього *інвестор* – гравець «2» – приймає рішення про вкладення інвестицій та вибирає проекти, куди він їх буде вкладати, а також суму коштів, які будуть вкладені.

### **6.1 Теоретико-ігрове моделювання розвитку економіки України за інноваційним механізмом**

Виклад базується на статті [41].

Сучасна економіка є інноваційною. Постійне впровадження і соціалізація інновацій - R&d (research and development) - є неодмінною умовою для економічного розвитку.

Соціалізація новацій в життя країни відбувається через суспільно-економічні і державні інститути. Не дивлячись на те, що вони є достатньо універсальними для всіх країн, організація їх роботи істотно розрізняється. Зокрема, одні й ті ж інститути можуть існувати як в умовах демократії, так і при диктатурі [20].

Останніми роками істотно зріс інтерес до моделювання ролі інститутів для розвитку суспільства [20,42,43,14]. Звертається увага на ту обставину, що управління інститутами для важливих в практичному застосуванні ситуацій може бути описане як управління обмеженнями і нормами діяльності [14], що дозволяє розробляти нові технології управління інститутами.

Для пострадянських країн задача моделювання функціонування інституту науки та соціалізації наукових результатів є вельми важливою, оскільки тільки із її використанням можлива побудова ефективних механізмів для інноваційного розвитку економіки. Разом із тим, саме ця задача все ще знаходиться поза увагою дослідників: увагу привертають задачі, які характерні переважно для розвинених країн. Наприклад, в роботах [44,45] досліджуються особливості проведення досліджень в умовах повного за-

хисту прав інтелектуальної власності, що різко відрізняється від умов в пострадянських державах.

У цьому параграфі побудовано математичну модель для опису прийняття рішення щодо фінансування функціонування науки в умовах двох різних інститутів, один із яких існує сьогодні в умовах пострадянських держав (перш за все в Україні), а другий є типовим для будь-якої країни з розвинутою економікою. Показано, що другий спосіб функціонування інституту для інтеграції науки в економіку є економічно вигіднішим. Обговорюються умови реформування інституту науки до економічно вигіднішого для суспільства інституту функціонування в умовах сучасних пострадянських держав.

### ***Постановка задачі***

Інститут науки в пострадянських країнах сьогодні змушений існувати в умовах ринкової економіки. Разом з тим, цей інститут є розподіленим, фрактально організованим на ряд складових частин, які вельми і вельми слабо зв'язані між собою.

Так, наприклад, в сучасній Україні існують:

1. Державні наукові інститути: Національна академія наук, ряд наукових академій *державних* (медична, педагогічна, сільськогосподарська і архітектурна), сукупність *галузевих* науково-дослідних інститутів (підвідомчих окремим Міністерствам), а також ряд *суспільних* академій. В рамках цих суспільних інститутів проводяться наукові дослідження, але відсутня освітня діяльність.
2. У вищих навчальних закладах (ВНЗ) різної форми власності - суспільних інститутах іншого роду - навпаки, присутня освітня діяльність, але практично повністю відсутня наукова діяльність.

Така побудова суспільного інституту «наука», характерна для всіх пострадянських держав, приводить до вельми специфічної форми їх участі в економічних процесах.

Разом з тим в розвинених країнах світу організація інституту науки набагато простіша: практично вся наука зосереджена у ВНЗ.

Таким чином, виникає задача про економічний опис функціонування інституту «наука» в умовах сучасної України і порівняння його «роботи» із функціонуванням аналогічного інституту в розвинених країнах.

### ***Базова модель.***

Розглянемо шлях інновації від ученого до її ринкового втілення, який сьогодні існує в пострадянських країнах – перш за все, в Україні.

Інновацію «придумує» вчений, але над її апробацією (верифікацією), як правило, працює певний, порівняно невеликий, колектив. Це - стадія 1 в русі до ринку - науково-дослідна розробка (НДР). На цій стадії витрати дорівнюють  $E_1$ . Далі слідує стадія 2: дослідно-конструкторська розробка (ДКР), під час якої витрати дорівнюють  $E_2$ . Останнім часом існує прагнення до об'єднання стадій 1 і 2 в рамках єдиної НДР-ДКР, проте даний меха-

нізм, як правило, працює все ще достатньо неефективно. Головною причиною є, як правило, все та ж необхідність ухвалення рішень на різних стадіях проекту. Стадія 3 - це навчання персоналу для здійснення промислового (серійного, ринкового) виробництва з витратами  $E_3$ . Нарешті, на стадії 4 слідує власне виробництво інновації і її включення в ринок, - під час цього мають місце витрати  $E_4$ . Всі величини  $E_i$  – позитивні.

Під час переходів (транзакцій) між стадіями при русі інновації до ринку проходить час. Для урахування цього необхідно враховувати, по-перше, наявність дисконтуючого фактора  $\beta_i < 1$  (тут  $i$  позначає номер стадії), а, по-друге, наявність транзакційних витрат  $\alpha_i > 0$ , які збільшують вартість витрат на даній стадії в  $(1 + \alpha_i)$  раз.

Очікувана корисність від інновації (дохід) передбачається рівним  $P_0$ . Ця величина може бути оцінена тільки для умов ринку на стадії 1 (припускаємо, що прогнозування майбутнього прибутку не є достовірним).

Збираючи разом всі доданки і враховуючи дисконтування, отримуємо наступну задачу для інвестора:

$$I_1 = \max \left\{ I_1 = \beta^4 P_0 - (1 + \alpha_1) E_1 - \beta(1 + \alpha_2) E_2 - \beta^2(1 + \alpha_3) E_3 - \beta^3(1 + \alpha_4) E_4 \right\} \quad (6.1.1)$$

Тут максимум береться по змінним  $\beta_i$  і  $\alpha_i$ , тобто інвестор прагне «прискорити» проект і мінімізувати транзакційні витрати. Припускаємо, що вартість кожної із стадій не змінюється (завдання щодо мінімізації витрат на кожній із стадій є предметом окремої задачі - дивись, наприклад [14,46]). При подальшому викладі користуватимемося значенням  $I_1$  припускаючи, що інвестор вже провів необхідну процедуру максимізації прибутку.

Дисконтуючі чинники і періоди часу для простоти вважаємо рівними між собою (інакше береться геометричне середнє за весь період). Узагальнення на нерівні періоди часу не впливає на отримані результати (проте дозволяє врахувати реальні особливості для кожного конкретного проекту).

Тепер розглянемо шлях інновації до ринку, який існує в розвинених країнах світу. Для ситуації в цих країнах характерне те, що *всі* стадії відбуваються *одночасно* і в рамках одного і того суспільного інституту - університету. Тоді приходимо до завдання для інвестора вигляду, що має наступний вигляд.

$$I_2 = \beta P_0 - E_1 - E_2 - E_3 - E_4 \quad (6.1.2)$$



При записі (6.1.2) враховано, що максимальний прибуток інвестор отримує за умови, що *всі* стадії інноваційного проекту виконуються одночасно. Звичайно, в реальному випадку існує і розбиття на тимчасові періоди, і трансакційні витрати, пов'язані із завантаженістю викладача, проте вони істотно менші, ніж для пострадянських держав. Крім того, трансакційні витрати і тимчасове розбиття інноваційного проекту в розвинених країнах, як правило, прагне до оптимальної якраз унаслідок «настроєності» розвиненої економіки на їх мінімізацію [9]. В рамках справжнього розгляду вони вважаються нульовими: у даному розділі ми зосереджуємо свою увагу лише на загальному описі ефекту: моделювання *реальних* ситуацій вимагатиме узагальнень, які є достатньо очевидними. Головне ж тому, що такі узагальнення не вплинуть на остаточні результати. Співвідношення (6.1.2) в цьому сенсі є якимсь «ідеальним» інноваційним проектом, який є свого родом «еталоном».

### **Опис механізму прийняття рішення про інвестування**

Тут буде розглянута ситуація, коли у інвестора є вибір між двома різними інститутами для здійснення інноваційного проекту.

Перший інститут - той, який існує сьогодні і який дістався Україні «в спадок» від колишнього СРСР. Другий інститут - це «ідеальний» із погляду трансакційних і часових витрат інститут (близько до нього і прагнуть організувати роботу в розвинених країнах).

Таким чином, інвестор порівнюватиме між собою умову (6.1.1) і умову (6.1.2), що може бути представлене у вигляді, зображеному на рис. 6.2.



Рис. 6.2 – Схема прийняття рішень для інвестора: два шляхи для «економізації» інновації

### **Раціональне прийняття рішення**

Отже, інвестор порівнює між собою два вирази:  $I_1$  і  $I_2$ . По суті, він робить вибір між двома суспільними інститутами, через яких відбувається соціалізація нового знання в даному суспільстві. Він вибере «розвинений» інститут тільки у випадку, якщо виконано співвідношення  $I_1 < I_2$ .

Перепишемо вирази для  $I_1$  і  $I_2$  в наступному вигляді:

$$I_1 = \beta^3 \left\{ \beta P_0 - \frac{1}{\beta^3} (1 + \alpha_1) E_1 - \frac{1}{\beta^2} (1 + \alpha_2) E_2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{\beta} (1 + \alpha_3) E_3 - (1 + \alpha_4) E_4 \right\} \quad (6.1.3)$$

$$I_2 = \beta P_0 - E_1 - E_2 - E_3 - E_4 \quad (6.1.4)$$

Із порівняння виразу (6.1.3) і виразу (6.1.4) з урахуванням нерівностей  $\beta < 1$  і  $\alpha > 0$  неважко бачити, що наступна нерівність

$$I_2 > I_1 \quad (6.1.5)$$

Виконується завжди. Таким чином, має місце наступна Теорема.

**Теорема.** При фінансуванні інноваційних проектів інвестор *завжди* вибиратиме той суспільний інститут, який найбільш близький до того, що функціонує в розвинених країнах і який описується формулою (6.1.2).

#### ***Інтерпретація і аналіз результатів***

Описаний вище вибір інвестора має для розвитку пострадянської держави вирішальне значення, оскільки саме він визначає контури і напрями майбутнього перетворення соціально-економічного інституту під назвою «наука».

Кількісні величини далі приводяться для умов, які характерні для України.

Інвестор здійснюватиме інвестування тільки у разі, коли відношення прибули до загальних витрат перевищуватиме процентну ставку комерційних банків. В умовах України сьогодні це порядку 15%, тобто повинне бути виконане співвідношення

$$\frac{P_0}{E_1 + E_2 + E_3 + E_4} > \frac{1}{\beta} \quad (6.1.6)$$

Цікаво, що це співвідношення виконується *завжди* через умову (6.1.2) і припущення про раціональну поведінку інвестора: для будь-якого Проекту прибуток повинен бути завжди позитивним (навіть більш того: інноваційні проекти фінансується із віддачею, що перевищує витрати у декілька разів).

Оцінимо втрати суспільного і приватного блага за рахунок того, що в сучасній Україні існує тільки перший - неефективний - механізм для інтеграції науки в економіку. Це ті суми, які втрачає суспільство. Оскільки зав-

жди виконана умова  $I_1 < I_2$ , то втрати суспільного і приватного блага можуть бути оцінені як

$$\Delta = I_2 - I_1 \quad (6.1.7)$$

Це співвідношення може бути переписане в наступному вигляді:

$$\Delta = \beta(1 - \beta^3)P_0 + \alpha_1 E_1 - [1 - \beta(1 + \alpha_2)]E_2 - [1 - \beta^2(1 + \alpha_3)]E_3 - [1 - \beta^3(1 + \alpha_4)]E_4 > 0 \quad (6.1.8)$$

Перш за все, розглянемо смисл величини  $\alpha_i$ . В цю величину входять хабарі чиновникам («відкати»), що дають дозвіл про включення інноваційного Проекту в Програму робіт даного наукового інституту, ризик від розкриття «ноу-хау» конкурентам яким-небудь чиновником або клерком, страхування від інфляції, страхування від ризику дістати відмову на черговому етапі «просування» Проекту, і багато що інше.

В умовах України сьогодні величини «відкотів», по різних оцінках [47] складає близько 30-40%, тобто можна покласти  $\alpha_i = 0,3 \div 0,4$  (підкреслимо, що це є оцінкою знизу, оскільки в ній не врахована можливість розкриття ноу-хау, страхування від ризику і багато інше). Оскільки рівень процентної ставки в гривнях в комерційних банках України сьогодні складає більше 15%, то дисконтний множник можна прийняти рівним  $\beta = (1 + 0,15)^{-1} = 0,87$ . Тоді нерівність  $I_2 - I_1 > 0$  можна оцінити як

$$\Delta > 0,34E_1 + 0,56E_2 + 0,40E_3 + 0,26E_4 \quad (6.1.9)$$

Тут враховується як неефективний розподіл часу виконання стадій проекту, так і урахування корупції.

Чисто корупційні втрати для України можуть бути оцінені при обліку тільки корупційних втрат, які матимуть місце за умови «ідеального» часового розподілу етапів.

$$\Delta_{cor} > \alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2 + \alpha_3 E_3 + \alpha_4 E_4 \approx 0,4E \quad (6.1.10)$$

Тут  $E$  - це повні витрати при виробництві інновації.

Інституційні ж втрати суспільного і приватного блага - тобто втрати виключно тільки із-за недосконалої механізму функціонування інституту науки в Україні - складають

$$\begin{aligned} \Delta_{inst} &> (1 - \beta^3)E_1 + \beta(1 - \beta^2)E_2 + \beta^2(1 - \beta)E_3 = \\ &= 0,34E_1 + 0,21E_2 + 0,10E_3. \end{aligned} \quad (6.1.11)$$

Цікаво, що інституційні і корупційні втрати виявилися порівнюваними між собою. Іншими словами, навіть «усунення» корупції в даному інституті в умовах України не позначиться істотним чином на його ступені ефективності його функціонування.

Співвідношення (6.1.9) - (6.1.11) свідчать, що в умовах сучасної України є величезні резерви для істотного зростання суспільного і приватного блага, тобто для зростання економіки. Зокрема, сьогодні втрати порівнянні з вартістю всього виробленого в Україні інноваційного продукту.

### **Висновки**

Як видно з проведеного дослідження, для того, щоб економіка пострадянської держави розвивалася за інноваційним шляхом, необхідно *докорінним чином* змінити суспільний інститут науки, що існує сьогодні в цій країні і призначений для впровадження в економіку інновацій. Іншими словами, в умовах пострадянської держави необхідні *нові механізми для організації* не просто «наукової діяльності», але також і *нові інститути* для соціалізації цих знань шляхом впровадження їх в економічне життя.

Реалії, що існують сьогодні, в не дають можливість інноваторам, які поки все ще є в цих країнах, брати участь в процесі інноваційного розвитку економіки.

Далі ми розглядаємо якісний опис механізмів для впровадження інновацій, які спираються на інститути, що існують сьогодні (скорочений опис опублікований в [48]).

Відомо, що будь-яка інновація може бути соціалізована тільки і лише шляхом її включення в економіку. Про це говорять «теорема про неефективність ринку з екстерналіями» (а «нове» - це завжди екстерналія) і теоремою Коуза [9].

Тепер розглянемо економічні характеристики для двох різних шляхів соціалізації наукової інновації.

*Шлях перший* - в пострадянських країнах, перш за все Україні, існує тільки він. Інновацію придумує конкретна людина - вчений. Далі він збирає колектив для її верифікації - перевірки (потрібно включити в «перспективний план»). Після цього пишеться звіт про виконану роботу (даремно витрачений час, враховуючи також необхідність численних узгоджень - «збирання підписів»). Далі цей звіт передається тій групі *інших* людей, які на підставі нього створюють «промисловий зразок» (знову включення в «перспективний план» установи, знову написання звітів і «збирання підписів»). Після чого обидві групи людей шукають «виробника», - сьогодні це, як правило, приватна фірма. Оскільки в країні відсутні інститути інформа-

ційного плану, такий «пошук інвестора», який робиться *неспеціалістами*, може тривати дуже довго (ми навіть не включили його як окрему стадію!).

Після цього вже фірма починає шукати людей, які змогли б *випустити* таку інноваційну продукцію. Але оскільки обидві групи людей працювали в умовах конфіденційності, то є всього 2 варіанти. Або ці люди кидають своє попереднє місце роботи і починають працювати інженерами і робітниками (до чого вони, до речі кажучи, не готові, бо не мають необхідних навиків і компетенцій!), або ж вони починають навчати групу нових людей - майбутніх інженерів і висококваліфікованих робітників.

Знаючи практику «планування розвитку науки» в пострадянських країнах, легко оцінити часові втрати на кожен з описаних вище етапів: інновація «доходить» до споживача в кращому разі років так через 4-5 після її верифікації. Про дотримання конфіденційності тут навіть й говорити не доводиться: величезна кількість звітів (які здатний «розтиражувати» будь-який клерк!) приводить до того, що «ноу-хау» може бути відновлене будь-якою достатньо кваліфікованою людиною.

Порівняємо це із другим *шляхом* (а в розвинених країнах світу існує тільки він). Новатор-вчений вже в процесі верифікації формує навколо себе групу молодих - ще не навчених! - людей, і навчає їх навичкам та компетенціям, які необхідні для серійного виробництва інновації. Навчання він здійснює спільно з іншими людьми, яких він запрошує в «команду» у міру потреби, і які працюють в тій же організації (на того ж працедавця, - це до питання про збереження конфіденційності!). Фірма - майбутній серійний виробник (яка й здійснює соціалізацію «нового») - отримує одночасно і необхідний новий товар, і вже згуртовану, навчену групу людей для його виробництва. До речі: «плодінням паперів» тут займатися сенсу немає: «ноу-хау» зосереджене в конкретних людях, які й приходять працювати на фірму.

Теорема Коуза вимагає, щоб витрати на трансакції були мінімальні [8]. Питання: який з шляхів «працює швидше» і з мінімальними трансакціями? Відповідь очевидна: другий шлях цілком може обернутися максимум в 1 рік після верифікації інновації.

При цьому тільки другий шлях дозволяє досягти монополії - тобто отримати максимальну вигоду. А це означає, що тільки другий шлях і працюватиме в розвиненій економіці.

І це дійсно так. Інноватор-професор працює в університеті. Як тільки він «придумав нове», навколо нього негайно збирається група студентів, які починають йому допомагати! Студенти в цьому зацікавлені: якщо продукт «підє», то вони матимуть гарантовані робочі місця. Всі вони разом «доводять» інноваційний продукт до готовності для передачі на фірму. Якщо потрібна допомога фахівця - так в тому ж самому університеті працює багато «потрібних» професорів. Фірма отримує і продукт, і готову команду з випускників для його виробництва.

До речі: професор при такій системі зацікавлений в тому, щоб на старших курсах бакалаврату (не говорячи вже про магістрат!) студенти отримували б усі необхідні для виробничої діяльності уміння і навички. Його не потрібно «вмовляти» постійно вводити «нове» в свій учбовий курс: він сам особисто в цьому зацікавлений (порівняйте із результатами, наведеними в параграфах 5.1 та 5.2).

Сучасна економіка сильна тим, що вона враховує інтереси всіх сторін, які беруть участь в економічній діяльності. Як видно, при роботі по *другому* шляху інтереси *всіх* учасників *співпадають*, що свідчить про те, що ми, ймовірно, маємо справу з оптимумом по Парето та рівновагою Неша.

Значить, рано чи пізно, а буде саме так: без «академічної» і без «галузевої» науки, з прямими контрактами на «розробку нового» між фірмою і конкретним викладачем (не університетом, а саме з викладачем!). Саме по такому шляху і розвиватимуться інститути впровадження науки, - природно, за наявності відповідних «правил гри». Тому що це - вигідно. Що, до речі, і відбувається в країнах Східної Європи.

Природно, «академіки» і «галузевіки» опиратимуться цьому процесу: їм-то якраз це невигідно! Вони й роблять сьогодні це, намагаючись використовувати своє «право експерта». Але в області економіки в пострадянських країнах експертів практично немає: для України аргументація приведена в [24], а для Росії кількість експертів настільки мала, що вони практично не роблять ніякого впливу на економіку країни. Але питання функціонування науки - це ж і є саме питання виключно економічне.

Без створення на державному рівні (це - також вимога сучасної економіки) умов для того, щоб в Україні «запрацював» *другий* шлях, прийнятий в розвинених країнах, пострадянські країни *ніколи* не зможуть розвиватися за інноваційним та інвестиційним сценаріями. А оскільки вони надзвичайно швидко втрачають свій науковий потенціал, то наслідки будуть летальними: Україна *назавжди* прилучаться до країн «третього світу», де масової науки немає взагалі. Де є тільки «імітація», якою все більше стає з кожним роком в області освіти і ВНЗівської науки в Росії і в Україні (дивись відповідні моделі в [25,33]) та в параграфах 5.1-5.2).

До речі: а в «радянські часи» організатори науки завжди знали і використовували цей «*другий*» шлях, коли з'являлася необхідність в *швидкій* соціалізації інновацій! Наприклад, саме за таким сценарієм *раніше* функціонував створений в післявоєнний час Московський фізико-технічний інститут (знаменитий «Фізтех»): старшокурсники працювали безпосередньо в лабораторіях *спільно* із науковцями. І так було завжди, коли країні потрібний побут *результат*. Проте це було *виключенням*, а не правилом. Доводиться тільки жалкувати, що зараз навіть цей шлях міцно забутий.

## **6.2 Математична модель для впливу суспільних інститутів на ефективність економіки України**

Виклад базується на статті [49].

В економічній літературі в останні роки широко дискутується проблема походження суспільних інститутів та їх впливу на розвиток економіки країни [20,50]. Під суспільним інститутом розуміють систему норм та правил, якими користуються люди в процесі свого спілкування та спільної діяльності [20].

Проте основні задачі моделювання впливу суспільних інститутів на економічний розвиток країни все ще залишаються не вирішеними. Зокрема, такі процеси, як корупція і ефективність роботи економічних інститутів, розглядаються, зазвичай окремо (винятком може бути хіба що робота [51], але і в ній розглянуто вплив корупції на економіку лише через зайнятість населення).

Далі побудовано математичну модель для опису впливу суспільних інститутів та корупції та ефективність виконання економічних проектів. Показано, що неефективні суспільні інститути призводять до економічних втрат, які можуть бути співставними із втратами, спричиненими тіншовим бізнесом. Отримані результати дозволили визначити перспективні напрямки розвитку реформування економіки за рахунок внутрішніх ресурсів для країн, економіка яких знаходиться у перехідному стані (передовсім – для України).

### ***Огляд літератури та постановка задачі***

Одні й ті є самі економічні інститути можуть існувати в рамках різних суспільних організацій держави, визначаючи, тим самим, ефективність її економіки. Наприклад, одні й ті ж економічні інститути мають різну економічну ефективність при демократії і при диктатурі [20]. Як правило, моделюється це через різне управління розподільними процесами, які здійснюють або олігархічна еліта, або ж бідна більшість населення [20,22].

Очевидно що моделі для опису неефективності економіки будуть ґрунтуватися на розгляді процесів, які враховують те, що владна еліта зацікавлена в пошуку ренти [20,43,51]. Таким чином, основним напрямком досліджень є моделювання корупції [43,51,52] та недоліків, що випливають із невідповідності цілей еліти цілям розвитку суспільства [20,43,53].

З розгляду можливих схем організації управління інститутами випливає, що вони можуть бути описані як управління обмеженнями та нормами діяльності [14].

Для України, як і для всіх пострадянських країн, велике значення має моделювання ефектів, які виникають в результаті трансформації суспільних інститутів, з метою управління трансформацією економіки. Проведені дослідження свідчать, що використання досвіду економічно розвинених країн є вкрай обмеженим, а непродумане копіювання механізмів, які вико-

ристовуються в розвинених країнах, може призвести до так званих «інституційних пасток» [28] – неефективних стабільних норм поведінки економічних гравців. Така поведінка є не вигідною для суспільства в цілому, - але економічним агентам не вигідно відхилитися від неї внаслідок недостатньої координації. Інституційна пастка має властивість «метастабільної рівноваги» - тобто щоб вийти із неї суспільству будуть потрібні вельми суттєві затрати.

Книга [54] містить 20 статей вчених з України та Росії, в яких досліджено різні аспекти інституційних перетворень у пострадянських країнах. Однак в ній розгляд проводиться на теоретичному рівні – математичних моделей, які б могли описати кількісно економічні ефекти від недоліків відомих суспільних інститутів, не наведено. Таким чином, проблема побудови математичних моделей для опису впливу суспільних інститутів на економіку пострадянських країн є актуальною.

В [25,48] розглянута задача оптимізації інноваційного розвитку економіки пострадянських країн, і показано, що інститут інтегрування науки в економіку економічно розвинених країнах, є більш економічно ефективний аніж той, що має місце в пострадянських країнах. Описані також економічні механізми, які дозволяють підвищити ефективність інноваційних проектів.

Таким чином, проблема вивчення особливостей функціонування суспільних інститутів і їх впливу на економіку України все ще залишається вельми важливою і актуальною задачею.

У цій роботі зосередимося лише на формі ведення економічної діяльності у вигляді виконання проектів [46]. В цьому випадку вплив інститутів на економічну ефективність проекту відбувається двома каналами:

1. Наявність затримок у часі на хід бізнесового проекту на всіх його етапах.
2. Наявність корупції з боку суспільних інститутів (дозвільна система, «відкати» тощо).

В результаті у пострадянських країнах сформувався досить специфічний спосіб ведення бізнесу, математична модель якого буде побудована у наступному розділі.

Задачею статті є *порівняння* двох систем суспільних інститутів: того, що існує в сучасній Україні, і того, який відповідає умовам економічно розвинених країн (і який можна створити в Україні шляхом здійснення суспільного вибору).

### **Базова модель**

Розглянемо  $n$ -стадійний проект. На кожній із стадій  $i$  його виконання формується дохід  $P_i > 0$  і затрати  $E_i > 0$ ,  $i \in [1, n]$ . При цьому  $E_i > P_i$  [46].

Під час переходів (транзакцій) між окремими стадіями проекту проходить певний час. Для урахування цього необхідно ввести на всіх стадіях два різні фактори. По-перше, потрібно урахувати наявність (безроз-



мірного) дисконтного фактора  $0 < \beta_i < 1$  [41]. По-друге, потрібно урахувати наявність трансакційних витрат  $\alpha_i > 0$ , які є безрозмірним множником і збільшують затрати на даній стадії проекту в  $(1 + \alpha_i)$  разів.

Розглянемо сутність величин  $\alpha_i$ . Перш за все, в них входять, наприклад, хабарі чиновникам та іншим службовцям («відкати»), які надають дозвіл на виконання відповідної стадії проекту. Але в ці величини повинен також входити: ризик від розкриття конкурентам «ноу-хау» проекту певним службовцем, страхування від інфляції, страхування від ризику отримати відмову на черговому етапі просування проекту, та ще багато чого. Цей перелік залежить від конкретного проекту, і може змінюватися залежно від галузі економіки, регіону тощо. Зокрема, на його величину і кількість каналів впливу буде впливати перебіг політичних процесів в країні.

Таким чином, величини  $\alpha_i$  визначаються як економічними, так і політичними причинами. Через це ефективність виконання проекту буде залежати саме від особливостей побудови та функціонування суспільних інститутів в даній країні. Зокрема, навіть сам розподіл проекту на окремі стадії може залежати від інституціональних особливостей: виділення стадій проекту часто визначається дозвільними процедурами діючого законодавства, яке для пострадянських країн зазвичай не відповідає ринковим умовам.

Очікуваній дохід від виконання даного проекту дорівнює  $P_0$ . Ця величина може бути оцінена лише для умов ринку на початковій стадії проекту (стадії розробки), тому що прогноз майбутнього стану ринку, який буде по його закінченні, неможливо здійснити внаслідок відсутності необхідної інформації.

Збираючи разом всі доданки, враховуючи дисконтування та витрати на трансакції, отримуємо таку задачу для інвестора:

$$I_1 = \max \left\{ \beta^n P_0 + \sum_{i=1}^n \beta^{i-1} [P_i - (1 + \alpha_i) E_i] \right\}. \quad (6.2.1)$$

Тут враховано, що інвестор вже зробив мінімізацію по змінним  $\beta_i$  і  $\alpha_i$  (це необхідно, щоб «прискорити» проект та мінімізувати трансакційні витрати), а також досяг оптимальної кількості стадій проекту. Вважається, що вартість кожної стадії не змінюється. Внаслідок цього далі будемо користуватися значенням  $I_1$ , вважаючи максимізацію вже зробленою.

Дисконтуючі фактори та періоди часу для простоти вважатимемо рівними між собою – в протилежному випадку потрібно брати середнє геометричне за весь термін здійснення проекту. Відзначимо, що узагальнення на нерівні проміжки часу не впливає на отримані в статті результати (однак воно може бути важливим при розгляді конкретного проекту).

В країні із розвинутою економікою та, відповідно, розвиненими суспільними інститутами, кількість «регламентуючих» стадій є суттєво меншим за ту, яка врахована в (6.2.1). Тому для розвинутої економіки інвестор вирішує таку задачу:

$$I_2 = \max \left\{ \beta^m P_0 + \sum_{k=1}^m \beta^{k-1} \left( \sum_{l=1}^{L_k} (P_l^k - E_l^k) \right) \right\}. \quad (6.2.2)$$

В (6.2.2) враховано, що в країнах з розвинутою економікою той же самий проект розбивається на меншу кількість етапів  $m$ ,  $m < n$ .  $k \in [1, m]$  тут нумерує етапи того є самого проекту, але який виконується в умовах розвинутої економіки.  $P_l^k$  і  $E_l^k$  є, відповідно, дохід та витрати на тій єдиній стадії  $k$ , яка в умовах нерозвинутого ринку розбивається на декілька стадій  $L_k$  внаслідок надмірної кількості дозвільних процедур. Звичайно, при цьому виконано співвідношення

$$\sum_{k=1}^m L_k = n.$$

В даній задачі, коли ми зосереджуємося тільки на інституціональній складовій впливу на ефективність економіки, ми будемо розглядати *один і той самий проект*, але за умови двох різних реалізацій суспільних інститутів: наявного в Україні і того, який діє в розвиненій економіці. Це дозволить нам порівняти ефективність відповідних суспільних інститутів.

Аналогічно сказаному вище, будемо розглядати лише  $I_2$ , вважаючи в (6.2.2) процедуру максимізації вже виконаною.

Таким чином, втрати економіки України внаслідок неефективності суспільних інститутів можуть бути оцінені так:

$$\Delta = I_2 - I_1 = \beta^m (1 - \beta^{n-m}) P_0 + \sum_{k=1}^m \beta^{k-1} \left( \sum_l (P_l^k - E_l^k) \right) - \sum_{i=1}^n \beta^{i-1} [P_i - (1 + \alpha_i) E_i] \quad (6.2.3)$$

Підкреслимо, що ці втрати мають дві складові. Перша визначається коефіцієнтами  $\alpha_i$  і походить від наявності корупції та недосконалості економічних трансакцій, а друга є наслідком саме інституційної недосконалості економіки України, яка виражена через наявність неефективного поділу виконуваного проекту на етапи.

Ми можемо також підрахувати втрати економіки України від корупції та недосконалості трансакційних витрат за формулою

$$\Delta_{cor} = \sum_{k=1}^m \left( \sum_l (P_l^k - E_l^k) \right) - \sum_{i=1}^n [P_i - (1 + \alpha_i)E_i]. \quad (6.2.4)$$

А втрати економіки України, які мають *виключно* інституційне походження, розраховуються таким чином:

$$\Delta_{inst} = \beta^m (1 - \beta^{n-m}) P_0 + \sum_{k=1}^m \beta^{k-1} \left( \sum_l (P_l^k - E_l^k) \right) - \sum_{i=1}^n \beta^{i-1} (P_i - E_i) \quad (6.2.5)$$

### ***Рішення моделі***

Як впливає із порівняння між собою залежностей (6.2.1) і (6.2.2), з урахуванням очевидної вимоги  $I_1 > 0$  і  $I_2 > 0$ , економіки України завжди є додатними, тобто  $\Delta > 0$ , що свідчить про неефективність роботи економіки в умовах, коли суспільні інститути стимулюють неефективні як поділ проекту на етапи, так і трансакційні витрати.

Таким чином, справедлива теорема 1.

**Теорема 1.** При фінансуванні інвестиційних проектів інвестор, якщо буде мати таку можливість, буде вибирати такі суспільні інститути, які 1) не втручаються в поділ проекту на етапи та 2) забезпечують найменші трансакційні витрати.

Ця теорема відповідає відомій теоремі Коуза, яка справедлива для економічної діяльності і описує механізми виправлення недоліків ринкової економіки [9].

Крім того, із (3) та умови  $E_i > P_i$  впливає, що величина втрат  $\Delta$  зменшується зі зменшенням кількості (та тривалості) етапів, на які розбивається проект. Таким чином, приходимо до теореми 2.

**Теорема 2.** За умови неефективних суспільних інститутів інвестор вибирає для фінансування той проект, який май найменшу кількість етапів.

Оскільки найменшу кількість етапів мають проекти типу «купи – продай», то із теореми 2 впливає, що саме вони й будуть найбільш розповсюджені в економіці як України, так і всіх пострадянських країн.

### ***Приклад***

Наведемо деякі кількісні дані.

В [41] була розглянута задача про втрати *інноваційного* проекту від неефективного поділу на етапи та від трансакційних витрат в умовах, характерних для сучасної економіки України. Розглядався чотирьохетапний

інноваційний проект та його порівняння із випадком, коли весь проект здійснюється протягом *одного* етапу (що відповідає типовій схемі здійснення інноваційних проектів у розвинених країнах [41,54]).

Для рівня трансакційних витрат прийнято, відповідно до [47], величину  $\alpha_i = 0,3 \div 0,4$  (що є оцінкою знизу, бо не враховує цілу низку перерахованих вище ризиків), а дисконтний фактор  $\beta = (1+0,15)^{-1} = 0,87$ . За таких умов отримано для загальних втрат оцінку

$$\Delta > 0,34E_1 + 0,56E_2 + 0,40E_3 + 0,26E_4. \quad (6.2.6)$$

Для чисто корупційних втрат, за умови «ідеальності» суспільних інститутів, отримано оцінку

$$\Delta_{cor} > \alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2 + \alpha_3 E_3 + \alpha_4 E_4 \approx 0,4E. \quad (6.2.7)$$

А для втрат, які зумовлені інституційною недосконалістю економіки України отримано оцінку

$$\begin{aligned} \Delta_{inst} > (1 - \beta^3)E_1 + \beta(1 - \beta^2)E_2 + \beta^2(1 - \beta)E_3 = \\ = 0,34E_1 + 0,21E_2 + 0,10E_3. \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

Підкреслимо, що оцінка (6.2.8) отримана за умови, коли корупція відсутня.

### ***Механізм трансформації суспільних інститутів***

Із порівняння (6.2.7) і (6.2.8) для наведеного вище прикладу видно, що зумовлені інституціональною недосконалістю втрати економіки України можуть бути порівняні із втратами економіки за рахунок корупції. Більш того: оскільки дохід в рамках відсутності продажу ресурсів – а для України має місце саме така ситуація – є порівняним із витратами, то приходимо до висновку, що інституціональні втрати економіки можуть сягати 20-30% ВВП (без урахування втрачених можливостей щодо започаткування нових проектів).

Зазвичай для задач реструктуризації суспільних інститутів є критично важливим питання про знаходження джерел фінансування. Як видно із наведених вище оцінок, необхідне фінансування цілком може бути отримане із «внутрішніх» ресурсів, притаманних економіці України. Для їх отримання потрібно сформулювати ефективний механізм для здійснення тих інституціональних перетворень у суспільстві, які описані теоремою 1. Розпочавши швидкий процес цих інституціональних змін, ми отримаємо одночасно потужне джерело для їх фінансування за рахунок тих резервів, які вже існують в економіці України.

Таким чином, наведені в статті результати надають можливість розробити механізми для самофінансування при виведенні України із інституційної пастки економічно неефективних суспільних інститутів. Внаслідок описаного механізму можна очікувати зростання ВВП України на 20-30% протягом року та його подвоєння протягом 2-3 років внаслідок створення умов для стимулювання інноваційних та інвестиційних проектів.

Зокрема, найбільш ефективною буде така організація процесу формування нових інститутів, яка проводиться *авторитарними* методами. При цьому необхідно одночасно («шоково») ввести в дію *нові* суспільні інститути. Як свідчить теорема 1, *новий* суспільний інститут буде переможцем в *економічному* змаганні зі старим як більш економічно вигідний. Внаслідок цього з часом буде швидко наростати підтримка такого «нового курсу» із боку тих мас населення, які приймають активну участь в економічній діяльності. А це, в свою чергу, приведе до зростання стабільності як соціально-економічної, так політичної.

Цікаво, що є пряме статистичне підтвердження наведеним аргументам. В [55] на значному емпіричному матеріалі показано, що країни, які спочатку ліберізували економіку (тобто почали впроваджувати нові суспільні інститути, які характерні для розвиненої економіки) отримали більш високий рівень зростання аніж ті, які розпочинали свій рух із політичних реформувань. Україна, на жаль, вибрала саме другий варіант. Також на користь авторитарного способу формування суспільних інститутів свідчить те, що Президентська форма управління країною на шляху до побудови розвиненої економіки має переваги над Парламентською внаслідок меншого рівня корупції та меншого бюрократичного апарату [55].

Як свідчить історичний досвід країн, які успішно реформували свою економіку до розвиненого стану (наприклад, Японії, Сінгапуру, Південної Кореї, Китаю та інших), найефективніше таке реформування здійснюється саме авторитарними методами. До того ж, це дає можливість завершити реформування у вкрай стислий термін.

### ***Висновки***

Розроблена математична модель для опису впливу функціонування суспільних інститутів на здійснення проектів, яка дозволяє отримати кількісні оцінки такого впливу. Це дозволяє вибрати оптимальний спосіб для трансформації суспільних інститутів у напрямку збільшення їх економічної ефективності.

Показано, що трансформація суспільних інститутів до форм, притаманних розвиненій економіці, може бути здійснена за рахунок внутрішнього самофінансування економіки країни. Запропоновано механізм здійснення такої трансформації.

### **6.3 Рівень корупції як результат суспільного вибору: вплив асиметрії інформації на суспільну ефективність бізнесу**

Проблема підвищення ролі бізнесу в продукуванні суспільного блага сьогодні є однією із головних у сучасній Україні.

Разом із тим відомо, що таке суспільне явище, як корупція, приводить до суспільної неефективності економічної діяльності. Корупцію визначимо як «зловживання службовим положення в особистих цілях». Звернемо увагу на те, що при такому визначенні ми не розглядаємо, були порушені посадові інструкції службовою особою, чи ні. Це дозволяє описати значно широкі коло економічно важливих ситуацій, - ураховуючи, зокрема, наявність протиріч у національному законодавстві, неефективні механізми правоохоронної та судової системи, відсутність системи проведенні експертизи управлінських рішень тощо.

Але корупційні явища в умовах становлення економіки та формування ринкових інститутів є, найчастіше, вигідними для усіх задіяних сторін. Тому виникає задача про об'єднаний розгляд проблеми корупції як явища саме соціально-економічного, визначаючи ті чинники, які впливають як на об'єктивні, так і на суб'єктивні характеристики корупції.

Дана стаття зосереджена на дослідженні ефектів суспільного вибору рівня корупції, які виникають внаслідок впливу інформаційної асиметрії. Під терміном «рівень корупції» ми будемо розуміти як «середній відсоток корумпованих агентів» серед сторін економічної взаємодії, так і «середню величину вигоди», отриману корумпованою стороною (по тексту буде зрозуміло, яке саме із цих значень мається на увазі).

#### ***Огляд літератури***

Проблема корупції досліджувалася в останні роки вельми інтенсивно – дивись, наприклад, [56] та посилання там. Загальну математичну постановку проблеми, як правило, зводять до обрахунку тих втрат суспільного блага, які несе економіка внаслідок корупції. Розроблено моделі для обрахунків різних схем корупційної діяльності [51,53,57].

В останні роки отримано ряд результатів, які свідчать про те, що корупція являє собою комплексне явище, яке має багато різних каналів для свого «проростання» у суспільстві. Так, в [56] розглянуті інституціональні корені хабарництва як явища, яке часто супроводжує корупцію. В [57] розглянуто загальні постановки для математичного моделювання економічних наслідків корупційної діяльності. В [52] побудовано базову математичну модель, в якій враховано як економічну корисність для службовця, так і економічний ризик від участі у корупційних діяннях. В [51] побудована модель для самоорганізації економічної діяльності, в якій показано, що максимізація суспільного блага може досягатися при деякому ненульовому рівні корупції. При розгляді математичної моделі [53] показано, що багаті

вимагають меншого рівня захисту прав власності, аніж бідні, - що теж приводить до відповідного рівня корупції.

В [20,22] наведено велику сукупність математичних моделей, які використовуються, в тому числі, і для прогнозування економічних наслідків корупції та її впливу на економічний розвиток.

Разом із тим, все ще залишаються невирішеними цілий ряд проблем, які визначають рівень корупції в країні. Зокрема, корупція може стати масовою тільки за умови, коли вона буде інтегрована у певні суспільні інститути. Але це можливо тільки тоді, коли широкі маси суспільства стануть розглядати її «як прийнятну для себе норму». Тобто за тих умов, коли буде зроблено відповідний суспільний вибір всіма зацікавленими сторонами.

### ***Постановка задачі***

Таким чином, сьогодні все ще залишається актуальною для умов сучасної України задача побудови математичної моделі, яка описує вплив асиметрії інформації у суспільстві на ті характеристики рівня корумпованості економічної діяльності, які визначаються суспільним вибором різних агентів економічних процесів.

Задачею розгляду є:

- Розробити модель для урахування впливу існуючого в суспільстві уявлення про корупцію на її реальний стан.

В статті буде використано ведення економічної діяльності у вигляді окремих Проектів [46], які на різних стадіях свого життєвого циклу вимагають *узгодження* службовцем: саме необхідність такого узгодження і надає можливість для самого проявлення акту корупції [56].

### ***Модель***

Введемо функцію переваг  $q(x)$  для даного економічного гравця, яка визначає його схильність до участі і корупційній діяльності. Тут  $x \in [0, 1]$ , де  $x=0$  означає ігнорування, а  $x=1$  – участь *завжди* у корупційних діяннях.

Нехай функція  $q(x)$  є *одно-пиковою* [20,22]. Це означає, що кожен економічний агент має лише *єдиний* найбільш прийнятний для нього рівень участі у корупційній діяльності.

Таке припущення означає, що за «менших» умов гравець не вважає за «вигідне» для себе приймати участь у корупційних діяннях («воно того не варте»), а за «більших» умов гравець не хоче ризикувати («кара буде аж занадто велика»). Звичайно, кожен гравець вибирає «для себе» саме той рівень, при наявності якого йому *комфортно* – тому кожен із гравців буде мати свою власну функцію  $q(x)$ .

Опишемо акт корупції як динамічну гру (дивись [9]), часове розгортання якої може проходити за двома *різними* основним сценаріям:

***Сценарій 1.*** За ним проходить прийняття рішення *службовцем*.

- Спочатку на розгляд гравців-службовців пропонується певний заданий набір Проектів.

- Гравці-службовці розглядають Проекти та вибирають ті із них, які відповідають притаманному їм рівню корупції.
- Процедура вибору Проекту здійснюється методом *прямого* голосування службовців (прийняття *колективного* рішення).
- Рента розподіляється між гравцями (службовцями та розробниками).

**Сценарій 2.** За ним проходить гра для *розробників* Проектів, які пропонуються для узгодження службовцем.

- Гравці-розробники вибирають *очікуваний* ними рівень корупції службовців.
- Гравці-розробники пропонують тільки ті Проекти, які *враховують* очікуваний ними рівень корупції службовців.
- Службовці здійснюють процедуру вибору Проекту.
- Рента розподіляється між гравцями (службовцями та розробниками).

Таким чином, Сценарій 1 відповідає методу *прямої* демократії в прийнятті суспільного рішення і ним визначається рівень корупції як кількість (відсоток) корумпованих агентів. Сценарій 2 відповідає методу *опосередкованої* демократії в прийнятті суспільного рішення і ним визначається рівень корупції як (усереднена) сума коштів, задіяних у корупційній економіці.

### **Метод рішення моделі**

Описана нами модель звела задачу про корупцію до результатів відомої теореми «про медіанного виборця» [20,22], яка широко застосовується при розгляді економічних результатів застосування процедури суспільного вибору.

Наведемо відповідні формулювання математичних результатів (результати адаптовані для умов нашої задачі).

**Теорема 1** [20]. Розглянемо набір можливих рішень  $Q \subset R$ , нехай  $q \in Q$  є рішення, яке вибирається виборцем, і нехай  $M$  є медіанний виборець, який вибирає ідеальну точку  $q^M$ . Якщо всі виборці мають однопикові функції переваг на  $Q$ , тоді:

(1)  $q^M$  завжди перемагає любую іншу альтернативу  $q' \in Q$  при  $q' \neq q^M$ , в парному змаганні,

(2)  $q^M$  є завжди переможцем в прямій демократичній процедурі вибору із відкритим списком.

Теорема 1 відповідає Сценарію 1, який описує *пряму* демократичну процедуру прийняття суспільного вибору.

**Теорема 2** [20]. Розглянемо вектор вибору  $(q_A, q_B) \in Q \times Q$ , де  $Q \subset R$ , дві сторони  $A$  і  $B$ , які хочуть бути обраними, і можуть обіцяти відповідний результат. Нехай  $M$  є медіанний виборець, який має свою «ідеальну точку» вибору рішення,  $q^M$ . Якщо всі виборці мають однопикові функції переваг на



$Q$ , тоді в унікальній досконалій в підіграх рівновазі Неша обидві сторони  $A$  і  $B$  повинні вибрати наступні результати:  $q^*_A = q^*_B = q^M$ .

Теорема 2 відповідає Сценарію 2, який описує процедуру здійснення *опосередкованого* демократичного суспільного вибору. Потрібно відмітити, що теорема 2 сформульована лише для *двох* учасників (розробників Проекту): для більшої кількості учасників така гра рішень в загальному вигляді не має – потрібно наводити *додаткові* припущення, які будуть деталізувати цей сценарій (частина із них наведена нижче в статті).

### ***Рішення моделі та інтерпретація***

Ситуацію прямого вибору за демократичною процедурою (Сценарій 1) може мати місце при голосуванні депутатів рад різних рівнів, при засіданні службовців, експертних комісій тощо. В цьому випадку в якості економічних агентів, які приймають рішення – в тому числі і про свою участь у корупційних діяннях, виступають депутати, чиновники, службовці, експерти тощо. Відповідно до Теорема 1, рівень корупції серед них буде визначатися медіанним гравцем. У цьому випадку буде прийнято саме той із Проектів, який «задовольняє» корупційні очікування такого медіанного виборця. Відмітимо, що, якщо трактувати функцію корисності як «суму хабара» (що є далеко не завжди так!), то медіанним економічним гравцем буде «задаватися» також і сума хабара.

Ситуація суспільного вибору за опосередкованою демократичною процедурою (Сценарій 2) має місце серед економічних гравців, які будуть конкурувати «за увагу» тих осіб, які приймають рішення (перш за все – бізнесменів). Тобто – конкурувати «за увагу» все тих же службовців, чиновників, експертів, депутатів тощо. При цьому, відповідно до теорема 2, *всі* запропоновані ними для розгляду службовцями Проекти будуть орієнтовані на *відомий для бізнесмена* рівень корупції для медіанного гравця-службовця. Важливо, що при цьому, відповідно до Теорема 2, *всі* запропоновані Проекти будуть практично «рівнозначними» за своїми втратами для суспільного блага. Тобто, власне кажучи, і «вибирати» буде практично не із чого: Проекти із іншим *рівнем корупції* просто *не будуть пропонуватися* для розгляду!

Якщо задача для Сценарію 1 має повне математичне рішення (за умови однопиковості функції переваг виборця), то для Сценарію 2 повне математичне рішення сьогодні ще не отримано [20,22]. Зокрема, в цьому випадку може виявитися перспективним підхід із використанням теорії кооперативних ігор [58].

Загальним математичним результатом для умов Сценарію 2 є той, що, коли кількість осіб, які приймають рішення, перевищує 2, та коли кількість запропонованих Проектів перевищує 2, *завжди знайдеться* хоч одна особа, яка своїм вибором може *вплинути* на результат голосування. Така особа чи коаліція зветься «множиною диктатора» [59].

З урахуванням цієї обставини в умовах Сценарію 2 можуть реалізуватися ситуації, коли загальний рівень корупції (тобто вибір Проекту, який «орієнтований» на певний рівень корупції) вже не буде визначатися «медіанним» виборцем. Зокрема, він може бути як *меншим* за медіанний, так і *більшим*.

Таким чином, основний результат запропонованої математичної моделі може бути виражений наступною Теоремою 3.

**Теорема 3.** Рівень корупції в державі буде визначатися більшою із наступних величин:

1) тими уявленнями про рівень корупції, які має «медіанний службовець» (або, в загальному випадку, «медіанний представник» з тих осіб, які приймають рішення голосуванням),

2) тими уявленнями про рівень корупції, які має бізнесмен (або, в загальному випадку, «медіанний представник» із кола тих осіб, які *готують* економічні та організаційні пропозиції для пропонованих Проектів).

*Доведення.* Розглянемо випадок, коли службовець «розраховує» на корумпований характер економічної взаємодії. Він має силу влади *примусити* бізнесмена запропонувати йому хабара, а також він має силу *визначити* розмір такого хабара (чи його еквіваленту).

Із іншого боку, раціональною поведінкою службовця буде та, щоб узяти хабара (чи його еквівалент) навіть у тому випадку, коли величина цього хабара *переважає* його «потреби» («службовець *здачі* не дає»!). також, якщо навіть службовець і *не хоче* брати хабара (чи його еквівалент), раціональною поведінкою бізнесмена буде (за умови суспільних уявлень про розповсюдження корупції та розміри хабара) *грати на підвищення* ставки (чи, як мінімум, *умовляти* чиновника цей хабар взяти).

*Теорема доведена.*

Цією теоремою визначається як рівень корупції у відсотках корумпованих учасників економічного процесу, так і рівень корупції як суми коштів, задіяних у корупційній економіці.

***Вплив ЗМІ та інформаційних інститутів суспільства на рівень корупції***

Проведений аналіз показує, що *інформованість* економічних гравців – як осіб, які приймають рішення, так і розробників Проектів – має *вирішальний вплив* на встановлення *реального* рівня корупції в економічній сфері.

Для Сценарію 1 рівень корупції може бути знайдений із результатів соціальних опитувань серед осіб, які приймають рішення. Можуть бути застосовані також експертні опитування за умови, коли обробка результатів буде проводитися за схемами [14], щоб експерти були адекватно мотивовані. Можуть бути використані також спеціальним чином організовані *експерименти*.

У випадку Сценарію 2 ситуація значно складніша. Тут має місце асиметрія інформації, коли розробники Проектів не мають повної та адек-

ватної інформації щодо рівня корупції осіб, які приймають рішення. Як відомо із результатів математичного моделювання економіки [9], особи, які мають *повну* інформацію, можуть отримувати так звану «інформаційну ренту». Зокрема, для службовців важливо, щоб інформація, якою користуються бізнесмени, *перебільшувала* реальний рівень їх корумпованості.

В умовах України ЗМІ активно розповсюджують інформацію про соціальні опитування, які впливають на рівень інформованості пересічного бізнесмена про «рівень корупції в Україні».

Так, наведені в [60] результати опитування 10580 респондентів свідчать, що 52% респондентів вважають корупцію оправданою в більшості ситуацій, коли потрібно «вирішувати питання». Наведені в [56] дані також свідчать, що хабарі як засіб «стимулювання» для прийняття рішення службовцем вважають прийнятними для себе понад 50% бізнесменів. Таким чином, українському бізнесмену надано чіткий сигнал: «медіанний чиновник» *завжди* корумпований! Більш того: ці результати переконливо свідчать, що запропоновані Проекти будуть орієнтуватися саме на «корумпованого чиновника».

Важливість впливу ЗМІ підтверджує також і той факт, що більшість населення отримує інформацію про корупцію та про Програми боротьби із нею саме із ЗМІ, - причому 32% впевнені в об'єктивності такої інформації!

Разом із тим відомо, що ЗМІ орієнтуються переважно на так звані «сенсації», виділяючи «больові точки суспільства», які, власне, й отримують резонанс серед населення. Коли ж така інформація в ЗМІ наводиться *постійно*, тоді має місце *викривлення* реальної ситуації: у споживача інформації складається *явно хибне* уявлення щодо ситуації в країні. Зокрема, в умовах, коли інформаційні інститути демократичного суспільства ще тільки формуються і є *незрілими*, в країні виникає уявлення про корупцію, яке *завищує* її реальний рівень.

Яка ситуація в цьому плану в Україні – на це повинні відповісти спеціальні дослідження: опитування експертів, соціологічні опитування, порівняння із даними статистики, тощо. Як свідчать результати проведеного вище розгляду, може мати місце *позитивний* зворотний зв'язок, що приведе до стрімкого зростання рівня корупції в державі саме внаслідок неадекватної діяльності ЗМІ: канали для такого зростання і описані в даній статті.

Більш того, у випадку *неконтрольованого* впливу ЗМІ в Україні може сформуватися *негативна* для економіки екстерналія (тобто корупція), яка, внаслідок відомої теореми про неефективність ринку із екстерналіями, буде вироблятися у *надлишку* [9]. Тобто, спіраль корупції буде розкручуватися. Таким чином створюються умови для того, щоб Українська економіка потрапила до так званої «інституційної пастки» [26], коли в країні будуть створені умови для несприятливого та неефективного розвитку економіки.

### ***Інформаційні технології боротьби із корупцією***

Боротьба з корупцією вимагає системних та інституціональних рішень. Далі ми зупинимося лише на тих із них, які зв'язані із інформаційними інститутами суспільства та спираються на отримані нами результати. Це дозволяє, зокрема, отримати аргументацію для обґрунтування механізмів боротьби із корупцією, яка доповнює рекомендації роботи [56].

Наприклад, на рівень корупції впливає кількість *дозвільних* процедур [41]: при їх *завеликій* кількості бізнесмену приходиться *часто* розглядати задачу «вибору при представницькому голосуванні». Саме внаслідок цієї обставини, до речі, має місце певна «уніфікація» рівня корупції в середовищі чиновників даного рівня [56].

Далі, як свідчить проведений вище розгляд, рівень корупції в країні може регулюватися за допомогою ЗМІ, в яких оприлюднюються результати соціологічних опитувань, думок експертів, тощо.

Які ж інформаційні технології можуть бути застосовані для боротьби із корупцією?

Перш за все – це наявність об'єктивної інформації. Для цього необхідно отримати *об'єктивні* дані статистичних досліджень про *реальний* рівень корупції в середовищі службовців, депутатів та експертів, та створити канали для доведення їх як до широкого загалу, так і для бізнесменів. В рамках вирішення цієї задачі можна створити умови для можливості отримання колективної репутації та колективної відповідальності соціологів (наприклад, утворивши відповідні громадські Асоціації). Також перспективним буде започаткування та видання спеціалізованих журналів для викладу теоретичних результатів та результатів соціологічних опитувань, – які, до речі, також є інструментом створення репутації: внаслідок цього, наприклад, ЗМІ будуть ізольовані від впливу на споживача. Наведена аргументація дозволяє розглядати моделювати механізми для інституціональних технологій боротьби із хабарництвом [56].

Оскільки потрібно зменшити кількість *дозвільних* процедур, внаслідок чого бізнесмену буде вистачати часу як для того, щоб вивчити *реальну* ситуацію із корупцією у своїй сфері діяльності, так і для того, щоб звернутися до суду за вирішенням ситуації (за умов *тотальної* корупції легше заплатити хабар, аніж витратити час та зусилля на судову тяганину – математична модель цього процесу описана, наприклад, в [61]).

Доцільно також широко запровадити проведення процедур *колективного* прийняття рішень за механізмами, які забезпечують прийняття адекватного рішення – наприклад, із використанням механізмів Вікрі-Гровса-Кларка [9].

### ***Висновки***

Розглянута задача по урахуванню впливу існуючого в суспільстві уявлення про корупцію на її реальний стан. Виявлено, що існує механізм

*позитивного* зворотного зв'язку, внаслідок якого у суспільстві може «розкручуватися» спіраль збільшення корупції.

Зокрема, саме завдяки описаному механізму має місце селекція особами, які приймають рішення (наприклад, державними службовцями, депутатами чи експертами) тих Проектів, які допускають наявність корупційних діянь (або слугують для полегшення її можливості). Також саме за цим механізмом має місце мотивація сторін до корупційних діянь.

Запропоновано основані на застосуванні інформаційних технологій економічні механізми боротьби із корупцією.

#### **6.4 Математичне моделювання корупційних ризиків при впровадженні другого рівня пенсійної реформи в Україні**

Впровадження другого рівня пенсійної реформи в Україні підняло цілу низку проблем, від вирішення яких залежить не тільки майбутнє всієї фінансової системи країни, але й суспільна стабільність та розвиток економіки в цілому.

Світова фінансова криза привела до того, що на багато років практично єдиним стабільним джерелом інвестицій в економіку України стануть внутрішні джерела.

Накопичувальна пенсійна система якраз і є таким джерелом. В сфері управління ефективністю функціонування недержавних пенсійних фондів сплітаються воедино інтереси та цілі великої кількості економічних суб'єктів, які контролюють потужні соціально-економічні структури. Ці сили можуть бути зацікавлені в стимулюванні неефективного функціонування діяльності недержавних пенсійних фондів, і тому має місце системна, інституційна загроза фінансовій системі України та економіки в цілому.

##### ***Постановка задачі***

Із наведеного вище випливає, що основні ризики для другого етапу пенсійної реформи в Україні зосереджені на рівні «чиновник – підприємець», бо саме результатом узгодження цих сторін і буде, в кінцевому підсумку, визначатися результат.

В статті побудовано теоретико-ігрову модель для узгодження інтересів чиновника пенсійного фонду, який надає кредити, та підприємця, який отримує ці кредити. Отримано умови, за яких інтереси чиновника і підприємця відповідають інтересам суспільства, зацікавлених в ефективній роботі пенсійної системи. Наведено інституційні механізми, які контролюють цей процес та отримано систему критеріїв.

##### ***Базова теоретико-ігрова модель***

У чиновника пенсійного фонду (1) є наступні стратегії: не надавати кредиту (a), надати кредит чесно (d), надати кредит за хабар (c). У підприємця (2) є, відповідно, дві стратегії: працювати чесно та віддати кредит (t)

або ж присвоїти кредит (nt). Перший хід робить чиновник, а потім вступає в гру і підприємець.

Таким чином, процес узгодження інтересів чиновника та підприємця може бути змодельований динамічною грою, яка має вигляд, зображений на Рис. 6.3.

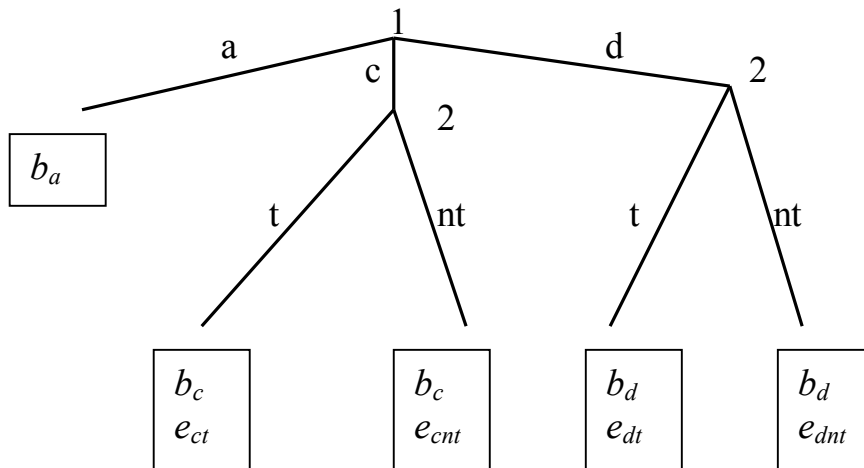


Рис. 6.3 – Динамічна гра «чиновник – підприємець» за умови надання інвестицій пенсійним фондом.

Виграш чиновника позначено через  $b$  із відповідними індексами, а підприємця – відповідно через  $e$ . Індеси у виграшів відповідають стратегіям гравців.

Виграші підприємця запишемо наступним чином (стратегії гравців записані як індекси).

$$e_{ct} = (\alpha - \beta)S_0 - r - V_1 \quad (6.4.1)$$

$$e_{cnt} = p(S_0 - r - V) \quad (6.4.2)$$

$$e_{dt} = (\alpha - \beta)S_0 - V_1 \quad (6.4.3)$$

$$e_{dnt} = p(S_0 - V) \quad (6.4.4)$$

Тут  $(\alpha - \beta)S_0 = (1 + \alpha)S_0 - (1 + \beta)S_0$ .  $S_0$  – кошти, які надає пенсійний фонд для інвестицій,  $\alpha$  – норма збільшення цих коштів підприємцем за рахунок своєї підприємницької діяльності,  $\beta$  – норма кредитної ставки у банку,  $r$  – хабар чиновнику, який виплачує підприємець за надання йому інвестицій,  $V_1$  – витрати підприємця на випуск продукції,  $p$  – ймовірність підприємця сховати свою нечесність від правоохоронних органів,  $V$  – витрати підприємця на утаювання коштів.

Для чиновника будуть наступні виграші.

$$b_c = q(r - w) + (1 - q)\delta \quad (6.4.5)$$

$$b_c = \delta \quad (6.4.6)$$

$$b_a < 0 \quad (6.4.7)$$

Тут  $q$  – ймовірність того, що чиновник уникне покарання за хабар,  $\delta$  – оплата чиновнику від держави за виконання ним обов’язків,  $w$  – витрати на обслуговування хабара.  $b_a$  – оплата чиновнику у випадку, коли він не буде надавати кредитів: очевидно, що у цьому випадку це буде штраф.

### **Метод рішення моделі**

Теоретико-ігрова модель, задана у вигляді динамічної гри, вирішується методом зворотної індукції. Для цього на першому етапі вибирається найбільше значення виграшу підприємця, а вже потім вибирається (якщо буде вибір) рішення чиновника.

Таким чином, для рішення моделі потрібно буде порівнювати між собою виграші підприємця. Це надасть можливість отримати такі співвідношення між характеристиками задачі, які забезпечують те чи інше рішення.

### **Аналіз рішення**

Порівнюючи між собою виграші підприємця, приходимо до наступних теорем.

**Теорема 1.** Підприємець вибирає чесного чиновника.

Доведення слідує із порівняння між собою співвідношень (6.4.2) і (6.4.4) та (6.4.1) і (6.4.3).

**Зауваження.** Дана модель побудована за припущення, що чиновник може надавати лише чітко визначену суму кредиту. Неважко побачити, що коли, по-перше, чиновник буде мати право вибирати суму кредиту, та коли підприємець буде виплачувати чиновнику хабар, який є пропорційним сумі кредиту (так званий «відкат»), то, при умовах «великого» кредиту (для його суми легко отримати кількісні оцінки в рамках запропонованої нами моделі) підприємець буде зацікавлений у корумпованому чиновнику. Оскільки нас в рамках цієї статі цікавлять умови для ефективної роботи накопичувальної пенсійної системи, така задача нами не розглядалася (бо вона «погіршує» ситуацію).

**Теорема 2.** За умови наявності зростання капіталу наслідок технологічного процесу та за високого рівня покарання підприємця, тобто за виконання нерівності

$$(\alpha - \beta)S_0 - V_1 > p(S_0 - V) \quad (6.4.8)$$

підприємець вибирає чесну поведінку.

Доведення впливає із теореми (6.4.1) і являє собою порівняння між собою співвідношень (6.4.3) і (6.4.4).

Порівнюючи між собою виграші чиновника, отримуємо наступну теорему.

**Теорема 3.** Чесну поведінку чиновнику вигідно вибрати тільки за умови, коли його оплата праці задовольняє нерівності

$$\delta > r - w. \quad (6.4.9)$$

Доведення випливає із порівняння формул (6.4.5) і (6.4.6).

Так як в умову (6.4.9) не входить  $q$ , то ймовірність «попастися» та отримати покарання не є стримуючим фактором для чиновника. Внаслідок цього протидія корупції чиновників може бути здійснена тільки і тільки економічними механізмами, але не правоохоронними заходами.

Об'єднуючи наведені вище результати, отримуємо наступну теорему, яка визначає умови для оптимальної для суспільства діяльності пенсійного фонду.

**Теорема 4 (основна).** Накопичувальна пенсійна система в умовах України буде працювати ефективно тільки тоді, коли будуть виконані наступні умови

$$\begin{cases} (\alpha - \beta)S_0 - V_1 > p(S_0 - V) \\ \delta > r - w \end{cases} \quad (6.4.10)$$

#### ***Обговорення результатів та їх економічна інтерпретація***

Співвідношеннями (9.4.10) задаються умови, тільки за умови виконання яких накопичувальні пенсійні фонди будуть працювати на благо народу України.

В ці співвідношення входять параметри, які характеризують різні суспільні та економічні інститути країни. Так, параметр  $\beta$  характеризує макроекономічні ефекти (зокрема, вони залежать від стану фінансових інститутів). Параметр  $\alpha$  характеризує стан розвитку технологій в країні, бо саме завдяки їх наявності кошти мають змогу зростати швидше, ніж рівень інфляції. Власне, саме заради цього і існують накопичувальні пенсійні фонди. Відмітимо, що, як показано в параграфі 6.2, сьогодні в Україні не створено умов для інноваційного розвитку економіки.

$V_1$  визначає рівень затрат підприємця на використання технологій. Величина коштів  $S_0$  пенсійної системи, які можна інвестувати в економіку, також є макроекономічними характеристиками. Показник  $p$  можливості для підприємця сховатися від правоохоронних органів, так само як і показник  $q$  для можливості чиновника уникнути покарання за хабар, а також сама величина хабара  $r$  задається суспільно-економічними очікуваннями суспільства України (дивись параграф 6.3), і сьогодні вони є незадовільними.



Більш того, оскільки чиновник сьогодні в умовах України та її дозвільної системи має силу влад, а покарання за хабар є достатньо ефемерними, то чиновники будуть вибирати стратегію  $c$  – тобто стратегію надавати інвестиції за хабар, що є вкрай не вигідним для економіки України. Механізм цього подібний до детально описаного в параграфі 6.3.

Крім того, в умовах України частина як чиновників, так і підприємців є «політичними особами», які мають силу влади повністю уникати покарання як для себе, так і для своїх підлеглих, то умови для запровадження другого рівня пенсійної реформи в Україні є вкрай загрозливими.

Діяльність держави в напрямку забезпечення виконання умов (6.4.10) теореми 4 повинна проводитися в двох різних напрямках.

Перший напрямок – це створення інституційних умов для ефективної діяльності підприємців. Як видно із першої нерівності в (6.4.10), це створення умов для запровадження інновацій (приводить до збільшення  $\alpha$ ), для стабілізації інфляції (приводить до зменшення  $\beta$ ) та до економічного стимулювання заощадження ресурсів (приводить до зменшення  $V_1$ ).

Другий напрямок – це інституційні заходи по протидії тіншовій економіці та корупції. Як видно із першої нерівності в (6.4.10), це підвищення ризику «попастися» для підприємця (приводить до зменшення  $p$ ) та витрат на «відмивання» коштів підприємцями (приводить до збільшення  $V$ ). Із другої нерівності в (6.4.10) впливає також необхідність підвищення витрат чиновника на обслуговування хабара.

Обидва ці напрямки діяльності реалізовані в економічно розвинених країнах світу: наприклад, це економічне стимулювання впровадження інновацій, заощадження ресурсів, протидія відмиванню коштів (включаючи систему заходів проти вкладення «брудних коштів» у економіку своїх країн) та декларування чиновниками та членами їх сімей не тільки доходів, але й витрат.

Аналогічні механізми повинні бути не просто запроваджені в Україні перед започаткуванням другого рівня пенсійної реформи – вони повинні бути вже звичними економічними інститутами перед її започаткуванням. Якщо цього не зробити – то, відповідно до теореми 4, умови (6.4.10) будуть порушені, а це приведе до того, що обом економічним гравцям буде вигідно вибирати найгірші для суспільства в цілому стратегії, що обов'язково приведе до суспільної та фінансової кризи в Україні.

### **Висновки**

На основі аналізу теоретико-ігрової моделі виявлені умови, за яких другий рівень пенсійної реформи буде ефективним. Показано, що існуючі сьогодні в Україні економічні умови приведуть до того, що чиновникам та підприємцям буде вигідно вибирати нечесні стратегії економічної поведінки, що приведе до суспільної та фінансової кризи.

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ

1. Доповнити динамічну гру, зображену на Рис. 6.1, урахуванням наявності бар'єру для входження на *закордонний* ринок. Наприклад, це можуть бути: мито за «вивезення коштів», витрати організаційного характеру в іноземній країні, витрати внаслідок конвертування валюти тощо.

Навести опис *декількох* можливих ситуацій.

2. Описати структуру динамічної гри «корупція» для Сценарію 1 та для Сценарію 2. Виділити та описати гравців, а також навести функції виграшу гравців.

3. Використовуючи результати параграфів 6.1 і 6.2 обґрунтувати, чому для розвитку економіки більш вигідні *менші* кредитні ставки.

4. Які проекти *закордонний* інвестор буде фінансувати в економічно нерозвиненій країні: високоприбуткові для нього (на світовому ринку) чи низькоприбуткові? Відповідь обґрунтувати.

5. Для заданого рівня корупції знайти кредитну ставку, яка максимізує прибуток для 2,3,4,5 та 7-ми стадійного проекту. Використати середовище Mathcad для знаходження числових значень. Побудувати залежність  $\beta(\alpha)$ .

6. Перечислити інститути, які впливають на успішність інноваційних проектів в умовах сучасної України. Обґрунтувати а) необхідність та б) достатність розгляду саме цих суспільних, соціальних, культурних та економічних інститутів.

Побудувати приклад теоретико-ігрової моделі, яка описує взаємодію кількох таких інститутів та описує механізми узгодження сторін-учасників (інститутів) під час здійснення конкретного процесу (елементу процесу) інноваційної діяльності.

7. Сформулювати теоретико-ігрову модель, яка описується *зауваженням* до теореми 1 параграфу 6.4. Побудувати відповідну динамічну гру та описати виграші сторін.

Довести, що цих умов підприємець вибирає саме *корумпованого* чиновника. Що необхідно зробити, щоб вибір корумпованого чиновника став не вигідним для підприємця? Пропозиції обґрунтуйте.

## Розділ 7 Теоретико-ігрове моделювання суспільно-економічних процесів

В цьому розділі будуть описані теоретико-ігрові моделі для урахування економічних наслідків від прийняття політичних рішень. В сучасній економіці такі задачі зв'язують із так званим *суспільним вибором*, коли ті чи інші групи суспільства, маючи політичну владу, приймають рішення, які *впливають* на хід економічних процесів.

### 7.1 Застосування рівноваги за Штакельбергом до опису політичної ситуації

Виклад базується на статті [62].

В даному параграфі ми розглянемо ситуацію, яка мала місце в Росії в 2006-2007 роках. Оскільки процеси на пострадянському просторі – зокрема в Україні – мають певну подібність, розгляд такої ситуації буде важливим і для українських політиків та економістів.

#### *Коли виборець «незадоволений» спектром партій*

В сучасній політиці пострадянських країн часто виникає ситуація, коли виборці незадоволені *всім спектром* політичних партій, які їм пропонуються для вибору. В умовах України політична пропаганда активно спрямована на те, щоб виборець «обов'язково вибрав хоча б якусь партію». В хід ідуть словесні формулювання типу «коней на переправі не міняють», «когось та вибрати ж треба» та інші. І практично ніколи в ЗМІ ні журналісти, ні політичні аналітики, ні самі політики навіть не обговорюють можливість для виборця вибрати позицію - «не підтримую жодного кандидата».

Таким чином, ЗМІ виступають каналом *приховування* інформації, *штучно* створюючи ситуацію з асиметрією інформації. Тим самим, гра «вибори» проходить не в умовах «загального знання», а в умовах, коли деякі стратегії вибору громадянина є *блокованими*.

Разом із тим, вибір полюса «проти всіх» означає, що виборець грає гру за Штакельбергом, тому що за цих умов саме він робить *перший хід*, демонструючи, що своє *незадоволення* існуючим станом.

Якщо *значна* кількість людей вибере цей полюс, то це буде недвозначний сигнал про те, що потрібні *нові* політичні сили, які будуть *мати шанс* прорватися до політичного лідерства.

Враховуючи, що основні політичні сили в Україні існують вже понад 10 років, така ситуація могла б змінити розклад сил на «політичному Олімпі».

Як не парадоксально, описана ситуація склалася не в Україні, де виборці багато говорять про своє незадоволення *всім* політичним спектром, і де вони в приватних розмовах виражають недовіру буквально до всіх гілок

влади, а в Росії, де, здавалося б, підтримка В. Путіна є «майже одноголосною».

Далі в цьому параграфі ми розглянемо опис практичної політичної ситуації, яка мала місце в Росії влітку та восени 2006 року а також на початку 2007 року на виборах до Губернського парламенту – Законодавчих Зборів губерній.

### ***Опис ситуації на виборах до Законодавчих Зборів у губерніях Росії***

Впродовж всього 2006 року і початку 2007 року Російський політикум переживав найважливішу подію, яка є *унікальною* на всьому пострадянському просторі. Подія, висновки з якої все ще не зроблені ні політичними аналітиками, ні політичними силами Росії.

Сутність цієї події в такому: на виборах в Законодавчі збори Губерній графу «проти всіх» заповнили від 30 до 70%. Наприклад, в журналі «Політичний маркетинг» (Москва) цикли статей практично в кожному номері, починаючи з літа 2006 року, наводили численні свідчення цього, із прив'язкою до конкретних губерній Росії.

Підкреслимо важливість цього факту: люди 1) прийшли на виборчу дільницю, вистояли чергу і взяли бюлетень, 2) пішли в кабінку для голосування (теж черга, між іншим), 3) *акуратно* (щоб не порухували бюлетень «зіпсованим») поставили відмітку проти графи «проти всіх», і 4) опустили бюлетень в урну для голосування (знову черга).

І зроблено це було людьми в самих *різних* регіонах Росії. Люди *здійснили дію*. Вони могли «не прийти», не з'явитися на виборчу дільницю, і при цьому заощадили б свій час і зусилля.

Але вони *прийшли*. Для чого? По суті – для того, щоб заявити про своє не задоволення *всім* спектром політичних партій, що існує сьогодні в Росії.

Люди готові *підтримати реформаторів*. Саме про це і сказали люди і довели *дією*.

І Росія *отримала шанс*. (На жаль, як показав хід розвитку подій – Росія цим шансом не скористалася.)

А зараз розглянемо цю ситуацію з використанням сучасного апарату політичної аналітики і, передовсім, теорії ігор.

### ***Теоретико-ігрова модель для гри «влада – нова опозиція» в Росії***

Побудуємо основу на теорії ігор модель для дій *нової* опозиції.

Чому саме *нової*? Чому не «старої» - наприклад, «Яблука» Г. Явлінського, «правих» І. Хакамади і Б. Немцова, ЛДПР В. Жириновського тощо? Тому, що саме *ці* політичні сили вже брали участь у виборах. І виборець проголосував *проти* них.

Політичні аналітики якось «не взяли до уваги», що, голосуючи «проти всіх», виборець, тим самим, проголосував не тільки «проти влади», але і *проти існуючої опозиції*».

Складемо дискретну гру в нормальній формі, учасниками якої є «нова» опозиція (якої поки що немає!) і виборець [9,62].

Можливими стратегіями для нової опозиції є дві: «грати» і «не грати».

Відповідно, можливими стратегіями для виборця є також дві: «підтримати» і «не підтримати».

Як виграш для «нової» опозиції виберемо відсотки, які виборець віддав за гравця «проти всіх», - тобто за **появу нового** гравця. Демонструючи, тим самим, що він *готовий підтримати* появу дійсно *нового* гравця на політичній арені.

Як виграш виборця можна також поставити значення відсотків, відданих «проти всіх», оскільки воно пропорційне «відчуттю задоволення» виборця від свого вибору.

Виграші опозиції і виборця є *незрівняними* між собою.

Таким чином, отримуємо гру, запис якої в матричній формі має такий вигляд, представлений в табл. 7.1.

Виграші «нової» опозиції (лівий нижній кут) впорядковані природним чином. Якщо виборець підтримує її, то 1) вибір стратегії «грати» приносить їй позитивний виграш, а 2) вибір стратегії - «не грати» - приводить до програшу опозиції (жаль від упущеної вигоди).

Якщо ж вибірково дотримується стратегії - «не підтримати», то 1) вибір стратегії «грати» приводить до марно загублених грошей і ресурсів на проведення виборчої кампанії (і тому він є найбільшим), а вибір стратегії «не грати» приводить до програшу (швидше «відчуття легкої досади» на «нерозсудливого виборця»).

Очевидне таке впорядкування виграшів для виборця.

Таблиця 7.1 – Типовий розподіл виграшів в грі «нової» опозиції і виборця

	Підтримати		Не підтримати	
Грати	ПО, Неш, Шт(в), Шт(о), ММ(о), ММ(в)			
	30-70			0
Не грати	30-70	-10	ММ(о)	
	-8	30-70	-5	0

Тут використані прийняті в теорії ігор позначення для різних концепцій рішень (дивись розділ 2). Щоб не вдаватися до математичних деталей, наведених у першій частині книги, тут приведемо просто *сміслові* описи, - за деталями посилаємо до цитованої раніше літератури.

### ***Рішення гри «нова опозиція – виборець»***

Перш за все, в теорії ігор передбачається виконання *гіпотези раціональної поведінки*, згідно якої кожен з гравців прагне шляхом вибору своєї стратегії максимізувати свій виграш. Зрозуміло, що у разі наявності декі-

лькох гравців індивідуально раціональна стратегія кожного із них залежить від стратегій інших гравців. Набір таких раціональних стратегій називається *рішенням гри* або *рівновагою*.

*Максимінна стратегія (ММ)*. У відповідність із нею гравець вважає, що в результаті гри реалізується *якнайгірша* для нього обстановка (вибір стратегій *іншими* гравцями), і вибором своєї стратегії він максимізує гарантоване значення свого виграшу. Це *песимістична* оцінка результату гри.

*Рівновага Неша*. Однією з найчастіше використовуваних концепцій рівноваги є рівновага Неша. Сукупність стратегій гравців називається *рівновагою Неша*, якщо нікому із гравців не вигідно змінювати свою стратегію за умови, що решта гравців також не міняє своїх стратегій. Слід зазначити, що використання концепції рівноваги Неша на практиці вимагає введення наступної гіпотези: гравці не можуть домовитися і піти із цієї точки рівноваги Неша спільно, що припускає відсутність коаліцій гравців. Для нашої політичної гри таке припущення є виправданим.

*Парето-оптимальна ситуація (оптимум по Парето)*. Вектор стратегій всіх гравців називається *Парето-оптимальним*, якщо не існує іншої ситуації, в якій всі гравці виграють не менше і хоч би один гравець виграє строго більше. *Множина Парето* складається з таких точок (векторів оцінок альтернатив), для яких не можна поліпшити оцінку альтернативи хоч би за одним критерієм, не погіршивши її при цьому за іншим критерієм.

У *рівновазі Штакельберга (Шт)*, очікування різних гравців формуються за різними принципами. Перший гравець (лідер) орієнтується на індивідуально - оптимальні відповіді партнерів, знаючи їх переваги, а останні грають, як і в рівновазі Неша, короткозоро реагуючи на його хід та на ходи один одного. Рівновага Штакельберга може виникати, наприклад, коли один із гравців (лідер) робить свій вибір раніше за інших і знає їх цілі.

Рішення даної гри приведені в табл. 7.1. З неї видно, що для «*нovoї*» опозиції єдиним правильним рішенням є вибір стратегії «*грати*» - тобто заявити про себе як про *нову* політичну силу, яка корінним чином відрізняється від всіх інших, що вже існують на Російській політичній сцені.

Виборцю також *вигідно* вибрати стратегію «*підтримати*» цю нову політичну силу. Власне, про це виборець вже і заявив вельми недвозначним чином, здійснивши, по суті гру *Штакельберга*: він вже зробив свій перший хід, проголосувавши «*проти всіх*».

Відзначимо, що «*гра Штакельберга*» типово виникає на ринку при розгляді завдання про *виведення нового товару на ринок*: як видно, ситуація повністю аналогічна розглянутій. Не дивно, що і висновки такі ж, як і в типових маркетингових задачах.

Підкреслимо, що приведена сукупність рішень даної гри «*нова*» *опозиція* - *виборець* є вельми слабо чутливою до конкретного чисельного вибору для виграшів. Головне - це *збереження впорядкування* виграшів

окремо для кожного із гравців, - а це представляється практично очевидним.

### *Інтерпретація результату*

Як бачимо, виборці Росії *однозначно* висловилися на користь появи на політичній арені країни *нової* політичної сили. І новій політичній силі *вигідно* заявити себе. Тим паче, що «прохідний» відсоток (встановлений для Росії в 7%) перебивається вельми суттєво: з урахуванням навіть того, що не всі «протестні» виборці проголосують «одноголосно» за нову політичну силу, вона, проте, має вельми хороші шанси на проходження в Думу.

Більш того, ця «нова» опозиція цілком може істотно *потіснити* в Думі навіть про-Путінські фракції: на регіональних виборах вони «не перемагали» в сутичці із «проти всіх».

Як бачимо, «призом для переможця» цілком може опинитися *вся Росія*. Є за що поборотися?!

Вельми цікавим представляється оцінити відношення до *можливої* «нової» опозиції як *влади*, так і *старої* опозиції. Не вдаючись до подробиць, опишемо результат аналізу також у вигляді дискретної гри в нормальній формі, описаної у вигляді табл. 7.2.

Таблиця 7.2 – Типовий розподіл виграшів в грі «нової» опозиції і влади

		Підтримати	Не підтримати
Грати	30-70	-20	ММ(в), Шт(в), Шт(о) 25
			-10
Не грати	-8	-5	ПО, Неш, ММ(о) 30
			-5

Нас не цікавитиме вибір стратегії «новою» опозицією: це ми вже проаналізували. Нас цікавитиме позиція влади. А вона, як видно з табл. 7.2, вельми і вельми *однозначна*: вибір стратегії «не підтримувати» однозначний. Також вельми цікаво, що *вигода* і «новій» опозиції і владі - співпадає: рівновага Неша і оптимум по Парето виділяють вибір стратегій «не грати, не підтримувати».

Нарешті, опишемо взаємодію «нової» і старої опозиції – табл. 7.3.

Таблиця 7.3 – Типовий розподіл виграшів в грі «нової» і старої опозиції

		Підтримати	Не підтримати
Грати	30-70	-20	ММ(со), Шт(со), Шт(о) 25
			-10
Не грати	-8	-5	ПО, Неш, ММ(о) 30
			-5

По суті, ми залишили таку ж таблицю виграшів: як і влада, стара опозиція не зацікавлена в появі «нової» опозиції.

### ***Конструювання політичних механізмів***

Спочатку про тестування отриманих результатів.

Як можна побачити з проведеного дослідження, основним завданням як влади, так і старої опозиції є здійснення якомога серйозніших акцій, спрямованих *проти* можливої появи нового політичного гравця на Російській політичній сцені, – тобто проти «нової» опозиції.

Це задача-мінімум: гравець - «*виборець*» свій хід *вже зробив*.

Задача-максимумом при цьому така:

- Не допустити надалі навіть *саму можливість* появи такої ситуації, коли виборець своїм голосуванням створить умови, сприяючи появі «нової політичної сили».

Власне, завдання-максимум вже сьогодні *успішно вирішена*: Дума ухвалила рішення про виключення пункту «проти всіх» з виборчого бюлетеня. Таким чином, наші висновки підтверджуються реальним ходом подій. З отриманих результатів виходить, що і влада, і стара опозиція, присутня в Думі, в своїй масі повинні були голосувати *однаково* «за виключення» цієї позиції з виборчого бюлетеня.

Ще одне «тестування» результатів відбулося в травні: дивовижний за своєю жорстокістю і *зовнішньою невмотивованістю* розгін частки демонстрантів в Москві і Санкт-Петербурзі. Пояснити таку поведінку влади можна тільки з погляду отриманих результатів: «нову» опозицію влада схилила до думки, що «битва» буде відчайдушна. Що «новій» опозиції краще б остерегтися: навіть, якщо Касьянова і Каспарова, відомих на весь світ і не «останніх» осіб в Російському політикумі, «упекли» в холодну, то вже з «нікому не відомими» політиками влада вже точно церемонитися не буде.

До речі: підкреслимо, що ні Касьянов, ні тим більше Каспаров, на роль «нової» опозиції претендувати явно не можуть.

Можливо, що «пригадали» про Березовського також саме з тієї причини, що він *озвучив* в ЗМІ, що «підтримує фінансово» якусь «опозицію». Це *сигнал* не Березовському (йому нічого боятися: у Великобританії він давно вже *політичний біженець*): це сигнал для тих, хто «може зазіхнути» на роль «нової» опозиції.

Так якою ж може бути «нова» опозиція і як їй слід діяти в даних умовах?

Стосовно Росії, то суть проблеми, як видно з проведеного аналізу, може бути сформульована стисло таким чином:

- Народ Росії *однозначно* висловився за необхідність *зміни всіх політичних еліт* в країні – як владної еліти, так і існуючої («старої») опозиційної.

Як це здійснити? В країні накопичений найбільший в світі потенціал ядерної та інших видів зброї. Та ще й стрімко насуваються геополітичні



зміни, пов'язані як із змінами на ринку вуглеводнів (для багатьох вони виявляються такими, що буквально шокують), так і з посилюванням глобального протистояння з Арабським світом?

Тут варто сказати декілька слів про можливі технології. Для влади, враховуючи, що «проти всіх» набрали в 3-4 рази більше, ніж «прохідний бар'єр в 7%, слід ініціювати створення 4-7 «нових» кишенькових партій, з раніше не відомими нікому «лідерами». Особи лідерів, проте, повинні задовольняти певним вимогам.

«Розкручуючи» такі партії, влада (та і «стара» опозиція також), тим самим, «дробитиме» ці самі 30-70% на вже явно «не прохідні» величини. Імовірніше, саме таке рішення і буде прийнято. Правда, можна повернутися і до мажоритарних виборів: проте, тоді доведеться в такі ігри «грати» в кожному виборчому окрузі. Втім, в 1999 році таке вже було.

Для «нової» опозиції є всього одна стратегія: єдиний фронт. Ще раз підкреслимо: обличчя повинні бути саме нові. А ще краще – взагалі запропонувати новий формат для ведення виборчої кампанії: 1) наявність Програми, орієнтованої на кожен з регіонів і що доступно пояснює виборцям, як їм слід далі жити, 2) створення під час виборчої кампанії суспільних структур, які здійснюватимуть контроль за здійсненням владних повноважень навіть і після виборів, й низка інших заходів.

Власне, для Росії з'явився шанс реально зробити перехід до *реальної* керованості країною: якщо його не використовувати зараз, події можуть прийняти незворотній характер вже в найближчому майбутньому.

## **7.2 Оптимальне управління фінансуванням виборчої кампанії в країні з нерозвинутою економікою**

З плином часу вдосконалювалися виборчі технології, у них все більше уваги приділяють нечесній грі, затратнішими ставали виборчі кампанії.

Наприклад, у 1846 р. А. Лінкольн висунувши свою кандидатуру на виборах до Конгресу США, отримав від друзів на виборчу кампанію \$200. Перемігши, він повернув \$199,25 (75 центів були витрачені на діжечку сидру для святкування перемоги). Під час виборчої кампанії А. Лінкольн жодного разу не виїхав за межі свого міста і не виголосив жодної промови перед виборцями.

Кандидати в американські президенти почали зустрічатися з тисячами виборців лише у другій половині XIX ст.: у 1888 р. Бенджамін Гарісон зустрівся з 200 000 особами, а Вільям Маккінлі (1896 р.) – із 750 000 виборців. У 1924 р. претенденти на президентський пост США Калвін Кулідж та його опонент Джон Дейвіс вперше викупили час в радіоефірі для презентації своїх політичних платформ. Радіотрансляції їх виступів слухали 30 млн. американців. У 1932 р. Франклін Рузвельт проїхав поїздом через всю країну до Чикаго, виступивши у 36 штатах.

Для опису виборчої кампанії в розвинених країнах є численні моделі. Нагадаємо, широко використовується так звана «теорема про медіанного виборця», яка є зручною базовою моделлю для розвинених країн (описана в параграфі 4.6).

У країнах же з нерозвинутою економікою політична влада використовується для досягнення розвитку і захисту прав власності багатій частини населення [20,53,63]. Перерозподіл суспільного блага контролюється саме ними, і, враховуючи, що права власності в таких країнах захищені відносно слабо, наявність *політичної сили* часто є для багатих єдиною гарантією безпеки їхньої власності. Захист економічних і владних інтересів часто перекликаються. Прихід до влади певної політичної групи практично обов'язково супроводжується переділом суспільного і приватного блага на користь цієї групи. Найбільш ефективний захист своєї власності в умовах нерозвинутої держави можливий тільки і лише в умовах наявності у власника певних владних повноважень [20,53,63].

Найбільш простим і ефективним способом приходу до влади політико-економічних груп є Парламентські вибори. Більш того, саме участь в Парламенті часто забезпечує найбільш ефективний спосіб захисту власності, - наприклад, шляхом лобіювання відповідних законів, вигідних лише одному або декільком заданим підприємствам. Проте аналогічні цілі переслідує багато багатих. Внаслідок цієї обставини виборча кампанія перетворюється на «сутичку олігархів». Додаткову «пікантність» додає їй та обставина, що велика частина олігархів фінансує відразу *декілька* політичних партій. Фінансування політичної партії в розвинених країнах не приводить до відчутних переваг інвестора, тоді як в умовах економічно нерозвинутої країни інвестор отримує ренту [20,53].

Далі побудовано модель для здійснення оптимального управління виборчою кампанією з урахуванням рівня ефективності використання згодом отриманих в результаті виборів переваг.

#### **Базова модель**

Припустимо, що інвестор (олігарх) виділяє на виборчу кампанію обмежені фінанси  $N$ .

Вигоду від вкладення своїх фінансів він може отримати тільки після того, як партія, яка ним фінансується, увійде до Парламенту. При цьому *після* проходження партії до парламенту має місце *ефект насичення корисності* від кількості депутатів в Парламенті для даного інвестора (що є *загальною вимогою* для будь-якої функції корисності [9]). Дійсно, для потреб лобіювання цілком досить просто мати «свою» фракцію в Парламенті, - наприклад, якщо лобіювання полягає в зверненні із запитом/проханням до міністра, то кількість депутатів неважлива. А якщо потрібне «результативне» голосування, то все рівно необхідно або «підкуповувати чужих» парламентаріїв, або «підкуповувати чужу фракцію», — в цьому випадку не-

ликі варіації в кількості «своїх» депутатів також не грають вирішальну роль.

Звичайно, існують ситуації, коли кількість грає велику роль і знаходиться поблизу свого роду «точки біфуркації»: наприклад, поблизу «прохідного бар'єру» до Парламенту, поблизу «простої більшості» або ж поблизу «конституційної більшості» (тут вже кожен *додатковий* голос на вагу золота). За цих умов описувана модель буде непридатною: її модифікація на цей випадок буде описана в параграфі 7.3.

До ефекту насичення корисності приводить також наявність тієї обставини, що для фракції, яка складається з «великої» кількості депутатів, необхідно організувати спеціальним чином структурований управлінський апарат, який стежитиме за «правильністю» голосування, попереджатиме «втечу» депутатів із фракції, стимулювати лояльність депутатів і тому подібне. А це вже *додаткові* витрати, які, як впливає з теорії фірми [9], стрімко зростають із збільшенням кількості депутатів.

Нарешті, в рамках даної моделі має місце так звана «проблема обіцянок» [20,63], яка має своєю природою наявність різниці в часі між наданням фінансування виборчої кампанії і «відробітком» його вже депутатами в Парламенті. Депутати, обрані до Парламенту, мають владу відмовитися від своїх обіцянок інвесторові, а інвестор, відповідно, не має *влади* відкликати їх. Оскільки сила *влади* депутатів зростає із зростанням їх кількості, інвестор вимушений стрімко витратити гроші, щоб «тримати їх в покорі». З цієї причини при зростанні кількості депутатів (кожен із яких має певну «силу влади») витрати на запобігання «проблемі обіцянок» стрімко зростають.

Нарешті, не можна забувати також і про те, що запобігання *розколу* фракції також вимагає тим більшої кількості фінансових витрат, чим більша кількість депутатів (тому що може утворитися більша кількість «осколків»).

Таким чином, приходимо до наступної моделі.

$$I = K \sqrt{\frac{m}{c}} - pm \rightarrow \max \quad (7.2.1)$$

$$m - c \geq 0 \quad (7.2.2)$$

$$pm \leq N \quad (7.2.3)$$

Тут  $m$  - відсоток виборців (висновки не зміняться, якщо як цей параметр використовувати *загальну кількість* поданих за партію голосів).  $c$  - «прохідний бар'єр» у відсотках (або ж в абсолютній кількості голосів) для проходження до Парламенту.  $p$  - кількість засобів, які вкладають в отри-

мання 1-го відсотка (або ж в отримання 1-го голосу). Перший член в (7.2.1) зумовлює простоту подальших формул. Відзначимо, що рівняння (7.2.1) може бути записано в загальному вигляді:

$$K\left(\frac{m}{c}\right)^a - pm \rightarrow \max, a < 1 \quad (7.2.1a)$$

Для моделі (7.2.1a) - (7.2.3) будуть справедливі все ті висновки, які зроблені для базової моделі (7.2.1) - (7.2.3).

Коефіцієнт  $K$  перед квадратним коренем в (7.2.1) є «коефіцієнт переведення» «корисності» в гроші.

Ми виділили його явно з наступної причини: коефіцієнт  $p$  є коефіцієнтом *екзогенного* характеру для нашої моделі, оскільки він визначається «репутацією» політичної партії, її «іміджем», який сприймається народом. Величину  $p$  можна назвати також вартістю (ціною) політичної репутації (політичної партії або окремого політика). Тобто, кінець-кінцем, чисельне значення цього параметра моделі визначається *виборцями*. Ми можемо *впливати* на цей параметр, але не задавати його. Відзначимо, що таке положення характерне для «ціни» взагалі в мікроекономічних моделях [9].

Підкреслимо також наступну обставину. Репутація політичної партії  $p$  складається в результаті *порівняння* її із іншими політичними партіям. Таким чином, вона є свого роду «показником рейтингу» даної партії серед інших. Саме з цієї причини ми можемо обмежитися розглядом тільки «однопартійного» завдання. Якщо мати на увазі, що параметр  $p$  *задаватиметься* ззовні (наприклад, з результатів *порівняльного* соціологічного опиту) для даної моделі, це припущення представляється виправданим.

На противагу сказаному, параметр  $K$  є *ендогенним*, так як він визначається здатністю політичної партії (у загальному випадку - політичної сили, включаючи і сили, що не увійшли до Парламенту, структури і інститути) переводити «кількісний вплив» (виражений у відсотках присутності в Парламенті) в гроші (або в інші ресурси). Він залежить, наприклад, від «згуртованості» фракції в парламенті, від ефективності використовуваних для лобіювання технологій, нарешті, навіть від цілей і завдань, які ставить перед собою дана політична сила. Головне, проте в тому, що все що ці впливають на параметр  $K$  напрями діяльності дана політична сила здатна *регулювати самостійно*.

Цікаво, що, в загальному випадку, *всі* результати даної моделі залежатимуть тільки від «перенормованого» параметра  $p' = p/K$ , - проте ми все ж таки залишаємо *явно* параметр  $p$ , оскільки тільки в цьому випадку вдасться провести *коректний* аналіз: дійсно, «новий» параметр  $p'$  визначатиметься *відношенням* параметрів *різного* роду - екзогенного і ендогенного характеру.

Обмеження (7.2.2) виражає наявність бар'єру в процентному (у кількості) виразі отриманих партією голосів, необхідних для проходження до Парламенту даної партії.

Вираз (7.2.3) є стандартним бюджетне обмеженням, де  $N$  гранична сума грошей, які дана партія може витратити на виборчу кампанія (або взагалі на Проект по проходженню до Парламенту).

Інвестор вирішує наступну теоретико-ігрову задачу:

- Якщо  $I > I_0$ , де  $I$  - прибуток інвестора від присутності в парламенті «його» фракції, а  $I_0$  - гранична потрібна їм прибути, то інвестор ухвалює рішення брати участь у фінансуванні виборчої кампанії.
- Якщо  $I < I_0$ , то інвестор відмовляється брати участь у виборах (фінансуючи дану політичну силу).

### *Рішення моделі*

Умова максимуму (7.2.1) приводить, що очевидно, до співвідношення

$$m = \frac{K^2}{4cp^2} \quad (7.2.4)$$

Урахування нерівності (7.2.2) дозволяє отримати точку, яка обмежує знизу інтервал тих значень  $p$ , які задовольняють умові (7.2.1) і нерівності (7.2.2) (дивись Рис. 7.1 і 7.2).

$$p^* = \frac{K}{2c}$$

Таким чином, за заданих умов інвестора задовольнятимуть тільки значення  $p > p^*$ .

Врахування обмеження (7.2.3) приводить до формули

$$m \leq \frac{N}{p} \quad (7.2.5)$$

Можна ввести точку  $p_c$ , яка обмежує область «успішних» за даних умов значень  $p > p_c$ . Ця точка задається перетином (7.2.5) з умовою (7.2.2):

Положення точки перетину (7.2.4) і (7.2.5) виражається у вигляді:

$$p_0 = \frac{K^2}{4cN}$$

### Інтерпретація

У загальному випадку можливі дві ситуації, які показані на Рис. 7.1 і 7.2.

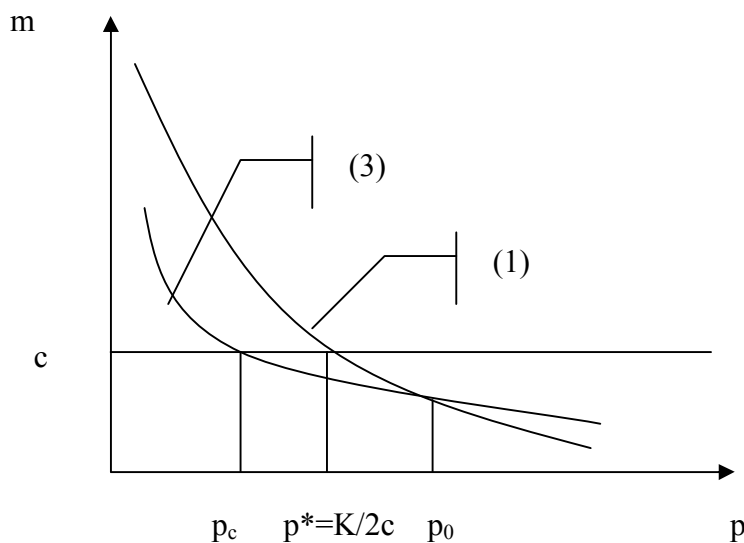


Рис. 7.1 – Вирішальний вплив обмеження (7.2.3)

*Випадок 1.* Вирішальне значення має обмеження (7.2.3).

У цій ситуації  $p_0 > p^*$ , і «бюджетне обмеження» є активним. Це означає, що саме їм визначатиметься умова «перетину» (перевищення прохідного бар'єру) для виборчої кампанії. Ситуація зображена на Рис. 7.1.

*Випадок 2.* Вирішальне значення має обмеження (7.2.2).

Для цієї ситуації, навпаки,  $p_0 < p^*$ , і бюджетне обмеження «неактивне» - воно позначатиметься тільки при  $p < p_0$  - Рис. 7.2.

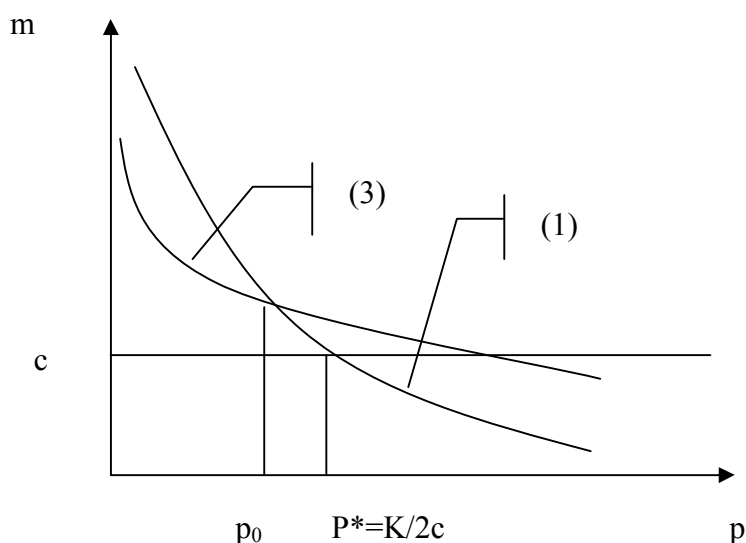


Рис. 7.2 – Вирішальний вплив обмеження (7.2.2)

Таким чином, приходимо до наступного твердження.

**Твердження.** При  $p_0 < p^*$  фінансування виборчої кампанії є достатнім для проходження до Парламенту, а при  $p_0 > p^*$  - недостатнім.

Відповідно, для інвестора отримуємо такі можливості.

**Теорема.** Для заданих значень  $K, c, p$  і  $N$  інвестор приймає наступний вибір:

1) якщо  $p_0 > p^*$ , то він відмовляється від фінансування виборчої кампанії

2) якщо  $p_0 < p^*$  і  $I < I_0$ , то інвестор відмовляється від участі у виборчій кампанії

3) якщо  $p_0 < p^*$  і  $I > I_0$ , то інвестор фінансує виборчу кампанію.

Отже, нами сформульовані умови участі інвестора у виборчій кампанії виходячи з параметра  $p$ , який характеризує *репутацію* політичної партії. Саме цей параметр, який назад пропорційний набраним партією відсоткам в соціологічних опитах, і використовується сьогодні для ухвалення рішень про фінансування. Проте тільки в рамках справжньої роботи вперше вдається отримати деякі якісні оцінки для необхідних витрат на фінансування виборчої кампанії для заданої конкретної політичної партії. Проте навіть отримання описаних нижче якісних оцінок дозволяє, спираючись на *минулі* результати (або ж на результати, отримані *порівнянням* своєї політичної сили з конкурентами), підвищити прогнозованість політичного процесу як для інвесторів, так і для політичних сил.

Розглянемо вплив різних параметрів на висновки, які можуть бути зроблені для практичної політики.

1. З моделі (7.2.1) — (7.2.3) випливає, що виграшною стратегією діяльності партії є *зменшення*  $p$  - витрат на «залучення» голосу одного виборця. Це відповідає інтуїтивним очікуванням.

Таку стратегію можна здійснити, наприклад, підвищуючи рівень «іміджу» партії, а, в умовах сучасної України це означає покращення *іміджу лідера* (партії, руху, блоку): партійна діяльність в цих країнах здійснюється тільки в *персоніфікованому* варіанті. Зокрема, саме на підвищення іміджу лідера партії, «першої п'ятірки» її виборчого списку і тому подібне і направлена практично вся діяльність партії як до, так і під час виборів.

Внаслідок цього конкурентна боротьба між партіями повинна, як випливає з моделі, полягати в прагненні *зменшити* «особистий імідж» для Лідера партії конкурентів (тобто *збільшити* значення  $p$  «для чужих»). Всі виборчі кампанії в Росії і Україні носять *саме такий* явно виражений характер.

Наприклад, виборча кампанія в Україні в 2007 р. була побудована виключно на спробах погіршити імідж лідера конкуруючої партії. При цьому основні політичні сили орієнтувалися практично на один і той же електоральний сегмент (наприклад, «Блок Юлії Тимошенко» і «Наша

Україна — народна самооборона», або ж «Блок Литвина» і Соціалістична партія О.Моро́за), та й основні передвиборчі гасла партії із задоволенням «запозичували» один у одного. З цієї причини збільшення «частини репутації»  $p$  у однієї політичної сили приводило до «перетікання» виборців до «політичного конкурента», тобто до *зниження* значення  $p$  для партії-конкурента.

Таким чином, «компромат» і «чорний PR» - це невід'ємні риси як минулих, так і майбутніх виборчих кампаній в Росії і Україні.

2. Запропонована модель описує проведення виборчих кампаній також для так званих «кольорових» революцій. Їх сенс полягає в *різкому зменшенні*  $p$ . Таким чином, «кольорові революції» слід здійснювати не «після», а *перед* виборчою кампанією (або ж, як мінімум, під час її проведення). Ситуація з «Майданом» в Україні осінню 2004 р. була здійснена з метою зменшення  $p$ . Проте цікавою особливістю є те, що для України «кольорова революція», по суті, *не спрацювала*: результати голосування в 3-му турі Президентських виборів 2004р. не свідчать про *істотне* зменшення  $p$  для пропрезидентських сил. А подальша діяльність «помаранчевих» політиків взагалі привела до різкого збільшення  $p$  для сил, які знаходилися в опозиції до влади, що знайшло віддзеркалення на виборах до Парламенту України в 2006-2007 роках.

Для Грузинської «революції троянд» ситуація з Президентськими виборами різко відрізнялася від Української: у Грузії *вдалося зменшити* значення  $p$  для «пропрезидентської» політичної сили, про що свідчить збіг результатів Президентських і Парламентських виборів.

Таким чином, можна зробити висновок, що в Грузії «кольорова» революція *вдалася*, тоді як в Україні вона потерпіла *нищівну поразку*.

3. Також стає зрозумілим, чому власті в Росії прийняли такі *жорсткі* заходи по розгону демонстрації опозиції весною 2007 року – в результаті вони здійснили *вельми істотне підвищення*  $p$  для опозиційної сили, оскільки *пов'язали* в очах виборців їх участь в «опозиційних заходах» з їх особистою безпекою (тим паче, що достатньо часто опозиція влаштовувала масові дії *без дозволу* властей).

4. Інші висновки із наведеної моделі стосується ролі прохідного бар'єру до Парламенту  $s$ . Так, підвищення  $s$  приводить до істотного зменшення кількості партій, які здатні отримати місця в Парламенті внаслідок відмови «дрібних інвесторів» брати участь в кампанії. Проте необхідно підкреслити, що навіть в цих умовах зберігають шанси на обрання до парламенту або партії, яких «дуже люблять» (і які мають малі значення  $p$ ), або ж партії, які мають значні фінансові ресурси. Останнє, до речі, вимагає також об'єднання політичних партій.

5. Зменшення втрат на управління депутатами в Парламенті може бути досягнуте організаційним шляхом, - наприклад, включенням у виборчий список «гарантовано керованих» людей. Так, в Україні за наслідками



виборів 2006 року у Верховну Раду пройшли: декілька синів, батьки, брати, водій, секретарка, охоронець, прес-секретар, куми обох полови, друзі по бізнесу і багато подібних (у різні фракції і по відношенню до різних людей, звичайно; дані українських ЗМІ). Це приводить в результаті до більш увігнутою функції корисності від депутатів, що математично виражається в збільшенні коефіцієнта  $a$  в співвідношенні (7.2.1a). Всі отримані вище висновки, звичайно, зберігають силу.

6. Стає також зрозумілим, чому в Україні і Росії здійснено перехід до *пропорційної* системи виборів. Дійсно, описана в модель цілком може бути застосована і до *мажоритарної* системи виборів, зберігаючи всі отримані результати. Проте в цьому випадку для *олігархів* виникає «проблема обіцянок»: фінансуючи певну *сукупність* кандидатів, інвестор *після* становлення кандидата «депутатом» втрачає над ним владну силу, тоді як кандидат, перебуваючи «при владі», знаходить силу *відмовитися* від своїх обіцянок інвесторові.

Крім того, кількість «*іміджевих* політичних акторів» в будь-якій країні істотно обмежена, і з цієї причини має сенс вкладати кошти лише в «зірки». Але оскільки вкладення грошей «в партію» вимагає істотно вищих сум, аніж вкладення грошей «в мажоритарного депутата», то *Лідер* партії стурбований навіть і «після проходження» тим, щоб зберігати з інвестором «хороші відносини»: інвесторів, так як і «політичних зірок», *надзвичайно мало!* В протилежність цьому, *мажоритарні* вибори вимагають істотно менших грошових витрат, внаслідок чого депутат володіє достатньо великою політичною свободою.

Абсолютно не випадково, що саме після виборів на Україні заговорили про «імперативний мандат» для депутата: щоб депутат голосував тільки і лише «за наказом Лідера»: гроші інвестора повинні бути «відпрацьовані»!

### ***Обговорення отриманих результатів***

На відміну від праці [63], де розглядалися загальні умови появи неефективних суспільних і економічних інститутів, ми розглянули просту модель, яка дозволяє провести якісний аналіз формування неефективних інститутів в умовах нерозвиненої економіки перехідного типу.

Як ми згадували, автори приділяють увагу побудові моделей для виявлення умов для здійснення переходу від диктатури до демократії. <sup>Ошибка!</sup> ~~Закладка не определена.~~, ми ж розглянули «м'якші» умови, при яких відбувається *закріплення* існуючих інститутів.

Ми вже звертали увагу на роботу, де побудовано модель для отримання ренти бізнесменом в результаті його проходження до парламенту [64]. На відміну від цієї роботи, вище проаналізована ситуація, коли бізнесмен «наймає» політичну силу, при цьому залишаючись або поза рамками парламенту, або ж будучи «рядовим» депутатом. Для умов сучасної України такий перехід намітився досить очевидно. Нарешті, ми звертали увагу й на працю, присвячену опису ефектів, пов'язаних вже з отриманням ренти в

результаті отримання «політичної влади» олігархічним кланом [53]. Імовірно, наші результати можуть бути використані для побудови моделей, які дозволяють оцінити явний вид функції корисності для інвестора, - тобто оцінити ті вигоди, які він отримає в результаті проходження «своєї» політичної сили до парламенту.

Таким чином, отримані результати доповнюють існуючі результати і дозволяють, в принципі, «замкнути» цикл моделей, які описують достатньо широкий круг питань функціонування сучасного суспільств країн з нерозвиненою економікою (перш за все, України). Запропонована якісна модель може бути використана для прийняття рішень в процесі управління виборчою кампанією для широкого класу ситуацій.

### **7.3 Моделювання фінансових механізмів лобіювання в умовах «критичності» за кількістю депутатів**

Виклад базується на статті [65].

В сучасній вітчизняній політичній науці є актуальним дослідження проблем, пов'язаних з прийняттям політичних рішень і прогнозуванням ситуації. Проте варто зауважити, що математичні методи майже не застосовуються для досліджень в політичній сфері. Щодо зарубіжних авторів, то вони почали використовувати математичні моделі, зокрема, для лобіювання, але ці моделі побудовано переважно для умов економічно розвинених держав [22,66,67]. В умовах нерозвинутої економіки пострадянських держав технології лобіювання використовуються, як правило, в досить «примітивних» формах, оскільки недосконала законодавча база і відсутня інформованість самих політиків про технології «цивілізованого лобіювання». Так, сьогодні найбільше розповсюдження отримала, так звана «перекупка» депутатів, тобто «фінансове стимулювання» їх переходу із однієї фракції в іншу.

Наприклад, в умовах мажоритарних або змішаних мажоритарно-пропорційних виборах (до 2006 року) в Україні кількість таких «переходів» із фракції у фракцію перевищила число кандидатів. Насамкінець, фінансовий супровід «покупки» голосів депутатів для здійснення «потрібного» голосування є, як свідчать виступи депутатів у ЗМІ, «нормальним функціонуванням» депутатського корпусу.

Назрілу необхідність в моделюванні політичних процесів прийняття рішень в умовах нерозвинутої економіки пострадянських країн продемонструвала криза у Верховній Раді України 2007 року, яка призвела до дострокових парламентських виборів. Відомо, що і ця криза, і власне дострокові вибори були викликані, перш за все, «переходом» депутатів, обраних від конкретної політичної партії, у фракції інших партій. Відомо, що при цьому в ЗМІ «постраждалими» лідерами політичних партій називалися шести-і навіть семизначні суми «в доларах» у якості «заохочення» для «перебіж-

чиків». В Росії в кінці 2007 р. вибори *вперше* відбувалися також за пропорційною схемою.

Таким чином, для пострадянських країн питання про моделювання фінансових механізмів «фінансового стимулювання» для переходу депутатів із фракції у фракцію набуває дуже актуальне звучання.

В нашій роботі побудована модель для опису фінансових механізмів лобіювання в умовах, коли кількість депутатів знаходиться поблизу «точки біфуркації». Наприклад, поблизу важливих *граничних* для прийняття рішень кількості голосів: звичайної більшості (226 депутатів для Української Верховної Ради), або конституційної більшості (300 депутатів для Української Верховної Ради).

### **Модель**

Розглянемо ситуацію, коли для політичної сили за будь-яких причини стає важливим отримати певну *додаткову* кількість людей.

Це може бути ситуація з подоланням «прохідного бар'єру» в ході виборів в Парламент (або орган місцевого самоврядування, мерію тощо), коли політична сила, яка розглядається, *поблизу границі*. Також це може бути ситуація з «перекупкою» депутатів в умовах, коли дана політична сила вже має «досить велику» кількість членів фракції (або — голосів при «важливому» голосуванні). В подальшому для визначеності будемо розглядати ситуацію «купівлі депутатів», — це випадок, як буде показано, може мати важливі для практики наслідки.

В цьому випадку залежність функції корисності даної політичної сили буде увігнутою, тобто буде зростати швидше лінійної з ростом «додаткової кількості» депутатів. Позначаючи цю потрібну додаткову кількість через  $c$ , а поточна кількість «новокуплених» депутатів через  $m$ , приходимо до задачі, яку повинен розв'язувати «партійний інвестор» (лідер партії чи уповноважена на цю справу особа)

$$I = K \left( \frac{m}{c} \right)^b - pm \rightarrow \max \quad (7.3.1)$$

$$m - c \geq 0 \quad (7.3.2)$$

$$pm \leq N \quad (7.3.3)$$

Як вище зазначено, тут покладено  $b > 1$ . Для спрощення математичних викладок подальший розгляд буде проведений для випадку  $b=2$ : всі висновки зберігаються на випадок довільного  $b > 1$ .

Тут  $p$  — кількість засобів, які вкладають у «купівлю» одного депутата (це можна назвати «ціною купівлі одного депутата»). Для спрощення моделі будемо вважати, що «вартість купівлі» є постійною. При невиконанні цієї умови, тобто, коли ціна купівлі депутатів змінюється, висновки

справжньої роботи зберігаються, але розв'язувати цю задачу потрібно буде із використанням методів динамічного програмування. Хоча, це потребує розгляду вже конкретних випадків, що виходить за рамки нашого дослідження.

$N$  — гранична сума, яку політична партія, що розглядається, може витратити на купівлю депутатів. Нормування в (7.3.1) обрана таким чином, щоб *на межі* виконувалося співвідношення  $I \geq K-N$ .

Задача виду (7.3.1) - (7.3.3) є стандартною задачею у теорії ігор та теорії прийняття рішень [9].

Інвестор розв'язує таку теоретико-ігрову задачу:

Якщо  $I > I_0$ , де  $I$  — прибуток інвестора від того, що його фракція отримала новий статус політичної сили внаслідок подолання «точки бі-фуркації».

Якщо  $I < I_0$ , то інвестор відмовляється приймати участь в даній грі.

#### **Рішення моделі**

Умова максимуму (7.3.1) з врахуванням припущення  $b=2$  має вигляд

$$m = \frac{c^2}{2K} p \quad (7.3.4)$$

Якщо обмеження (7.3.2) активне, що неважко отримати із (7.3.2) і (7.3.4) умову на ціну, при якій буде досягнута необхідна кількість депутатів:  $p > p^* = 2K/2$ .

Якщо ж співвідношення (7.3.2) не активне, а активне співвідношення (7.3.3), то отримуємо, з врахуванням (7.3.4),  $p_0 = (NK)^{1/2} / c > p^*$ .

#### **Інтерпретація**

Ситуація, що склалася, показана на Рис. 7.3.

Можна побачити, що в цьому завданні ціна зростає з кількістю придбаного «товару». Є очевидним, що «партійний інвестор» буде фінансувати «купівлю» тільки у випадку, якщо виконана умова  $N > 2K$ .

Таким чином, приходимо до теореми.

**Теорема.** Інвестор буде фінансувати даний Проект за лобіюванням тільки у випадку, коли виконані одночасно такі дві такі умови: 1)  $I > 0$  та 2)  $N > 2K$ .

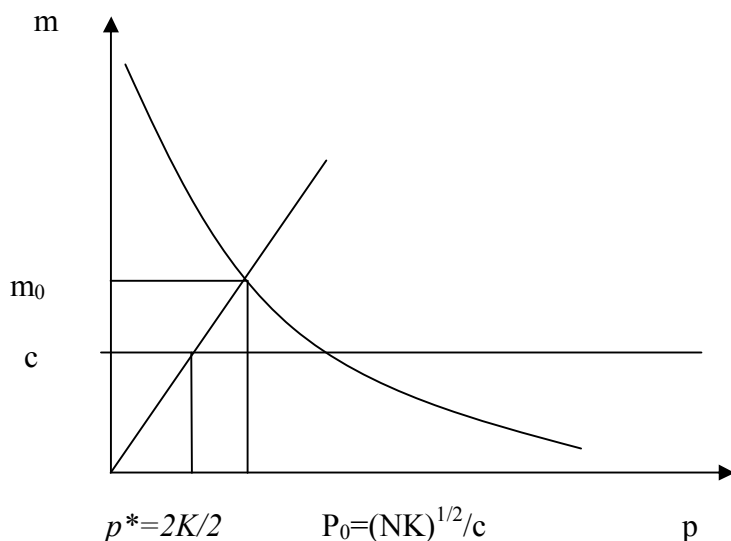


Рис. 7.3 – Ситуація при активності обмеження (7.3.3)

Отже, виходячи із нашої моделі, в точці біфуркації стрімко зростає вартість «купівлі депутата». Оскільки в пострадянських країнах мова йде, по суті, про можливість додаткового перерозподілу ренти, суспільного і приватного блага, то не дивно, що ціна депутата є зростаючою функцією від їх кількості.

Однак, слід підкреслити, що побудована нами модель описує тільки ті випадки, коли необхідно «докупити» *порівняно невелику* кількість депутатів, і при цьому справжній стан фракції знаходиться *поблизу* одного із «важливих» кількісних бар'єрів для даного Парламенту. Якщо ж кількісний склад фракції знаходиться «подалі» від так званої «точки біфуркації», то дана модель стає некоректною і повинна бути замінена на модель з опуклою (тобто — така, що убиває) функцією корисності від кількості депутатів.

1. Використовуючи розвинуту модель, розглянемо ситуацію в Верховній Раді України взимку і восени 2007 року. Тоді значна кількість депутатів вийшла з опозиційних фракцій і вступила у фракції коаліційної більшості. Більш того: представники цієї більшості неодноразово заявляли, що «проблема 300» — тобто створення фракції більшості в кількості 300 чоловік (конституційної більшості для Верховної Ради України) з врахуванням «перебіжчиків» є завданням «декількох місяців». Лідери ж опозиційних фракцій озвучили в ЗМІ суми «за стимулювання переходу» в декілька мільйонів доларів.

Отримані результати дозволяють зробити висновок, що такі суми — із розрахунку на «купівлю» до 50-70 депутатів могли бути цілком реальними.

В політичних умовах України початку 2007 року мова могла йти про те, що парламентська більшість могла отримати такі можливості:

1) Долати вето Президента, що дозволило б здійснити будь-який потрібний більшості Проект в умовах України, включаючи довільний перерозподіл суспільного блага, прав власності, ренти тощо.

2) Можливість такої зміни Конституції України, яке закріплювало б переваги «більшості» (точніше — їх інвесторів) на досить тривалий час.

Таким чином, мова могла йти про можливість перерозподілу сум, порівняних з ВВП України. З цієї причини суми «виплат відступного» для депутатів — «перебіжчиків» не є настільки вже «фантастичними». Можна дивуватися, скоріш за все, таким скромним названим сумами, що, можливо, свідчить про те, що ні депутати, ні «інвестори» не розуміли весь економічний контекст ситуації. Однак коаліційна більшість не врахувала ту обставину, що вона, по суті, планувала «знищити» меншість і ті фінансові та економічні ресурси, які остання контролювала. Іншими словами, більшість депутатів навіть не усвідомлювали, що вони *розпочали* «війну на знищення». Однак, в рамках меншості знаходився владний ресурс: Президент країни та інші, частково контрольовані ними політичні інститути (Міністерство оборони, Служба безпеки України, частково Верховний і Конституційний суди тощо). З цієї причини, більшість грала в динамічну гру, зображену на Рис. 7.4.

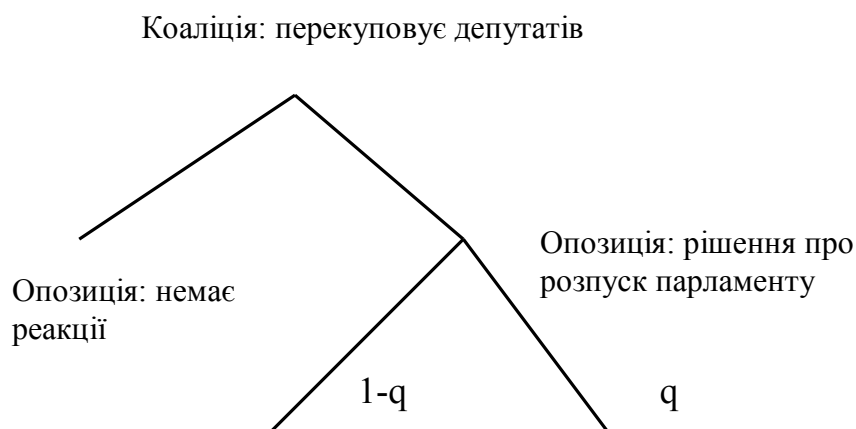


Рис. 7.4 – Динамічна гра між коаліцією і опозицією

Оскільки стратегія опозиції — «немає реакції» явно домінується стратегією «реагування», то будемо розглядати саме її. Опозиція має дві можливі стратегії: перша — «розпустити Парламент» з ймовірністю  $q$ , і друга «не розпускати Парламент» з ймовірністю  $1-q$ . Виявляється очевидним, що ймовірність вибору стратегії опозицією буде залежати від дій коаліції, так що  $q$  є умовною ймовірністю. Враховуючи вищезазначене, з приводу долі опозиції, виявляється, що ймовірність розпуску Парламенту повинна прагнути до одиниці, коли число депутатів в коаліції прагне до 300. Звичайно, для практичних потреб тут можна обмежитись деяким числом,

яке є меншим 300 тому, що «після» його досягнення, ситуація виходить з під контроль опозиції.

Свідками даної гри ми були взимку і весною 2007 року: сукупність обіцянок і загроз з обох сторін. З точки зору теорії ігор абсолютно зрозуміло, що мета (стратегія) — «даєш 300» — не може бути досягнута в даних умовах.

Розвиток подій свідчить також про те, що коаліційна більшість не володіє досить міцними аналітичними структурами, які могли б здійснити адекватне моделювання ситуації у Верховній Раді, описати її в рамках моделі динамічної гри (Рис. 7.3.2).

2. Проведене дослідження було здійснено в умовах симетричної інформації — що, частково, мало місце в Україні в 2007 року.

Якщо дана гра проводиться в умовах асиметричної інформації, причому в ролі інформаційної сторони виступає фінансовий інвестор, то не важко побачити, що *торги* можуть бути проведені за ціною, яка є вигіднішою інвестору.

Дещо було зроблено в Україні, коли коаліція здійснила «перекупку» частини опозиційної фракції — політичної партії під керівництвом А.Кінаха (який потім отримав пост Міністра економіки).

3. Також в рамках цієї моделі стає зрозумілою необхідність мати фінансовому інвестору *чесний* апарат: *неконтрольовані* «виплати» парламентаріям здатні не тільки суттєво збільшити витрати, але й призвести до *провалу* всього Проекту лобювання внаслідок нестачі фінансів.

#### **7.4 Моделювання вибору програми для економічної діяльності місцевої влади**

Проблема управління розвитком економіки на регіональному рівні є сьогодні для України вкрай важливою. На відміну від виборів до Верховної Ради, вибори до місцевих рад вимагають від політичних сил більш конкретних програм діяльності.

Особливий інтерес та актуальність цієї задачі надає та обставина, що сьогодні Україна знаходиться в очікуванні як реформи місцевого самоврядування, так і виборів до місцевих органів влади.

Разом із тим, «змагання *економічних* програм» поки що не стало практикою: а це, в свою чергу, суттєво впливає на плановірність та передбачуваність розвитку економіки регіону.

##### ***Аналіз проблеми та огляд літератури***

Так звана «проблема обіцянок», коли політична сила обіцяє до виборів що завгодно, а після виборів *відмовляється* від своєї передвиборчої платформи, детально досліджена в [20]. Там показано, що політична сила керується передовсім *раціональним* вибором, і досліджено можливі канали впливу на пост-виборчу діяльність з боку електорату. Але в [20] досліджу-

валися макроекономічні ефекти, і тому вплив із боку електорату був досить обмежений (досліджувалися лише економічні наслідки революції або ж її загрози).

В [28,50,54,68] досліджувалися різні задачі щодо розвитку економіки із урахуванням впливу чинників інституціонального характеру. Тоді як роботи [28,50,54] зосереджені переважно на аналізі макроекономічних характеристик, в [68] показано, що при аналізі економіки регіону потрібно урахувати взаємозв'язок між місцевою владою та олігархічними силами, які мають свої інтереси в даному регіоні.

В [41,65] побудовано математичні моделі для узгодження інтересів сторін, в яких показано, що політична влада та економічна еліта часто можуть діяти узгоджено.

Якщо на макроекономічному рівні на сьогодні же є певні результати [20, 28,50,54,68], які дозволяють прогнозувати розвиток економіки на рівні держави як цілого, то моделювання особливостей взаємозв'язку між органами місцевої ладі та силами, які представляють інтереси економічної еліти регіону, все ще лишається невирішеною задачею.

#### ***Постановка задачі***

В [56,69] показано, що пошук ренти – то є головний та *раціональний* напрямок діяльності для представників влади, в тому числі й місцевої, в умовах пострадянських країн. Місцева влада зацікавлена перш за все в тому, щоб отримати найбільшу ренту, - а отримати її вона може лише від місцевої економічної еліти. Таким чином, будемо розглядати гру «місцева влада – олігархи». Останні мають силу влади, як мінімум, заставити місцеву владу урахувати їх інтереси.

Є ще один вельми потужний гравець: виборці. Але в умовах України вони, поки що, практично не мають змоги вплинути на вибір стратегії місцевою владою *після* її перемоги на виборах (більш детально ця задача буде розглянута в окремій статті).

Метою статті є побудувати теоретико-ігрову модель для узгодження інтересів між місцевою владою та силами економічної еліти даного регіону (в подальшому для них буде використано назву «місцеві олігархи»).

#### ***Опис базової моделі***

Таким чином, в умовах після приходу політичної сили до влади в регіоні на її економічну політику впливають виключно два гравця: сама місцева влада та місцеві олігархи.

Визначимо набір можливих стратегій обох гравців.

Для *місцевої влади* є всього дві можливі стратегії.

Перша полягає в намаганні отримати ренту від місцевих олігархів, нічого не роблячи взамін – назвемо її «пошук ренти». Як правило, це буде полягати в *перерозподілі* тих рентних потоків, які існували раніше.



Друга стратегія полягає в тому, щоб *збільшити* економічний потенціал регіону, запропонувавши *нові*, економічно привабливі проекти. І, відповідно збільшити рентні потоки.

Для *місцевих олігархів* також можна виділити дві стратегії поведінки.

Перша стратегія – це *захист* своїх економічних інтересів від експансії щойно вибраної місцевої ради.

Друга стратегія полягає в економічному стимулюванні місцевої влади за умови, що та пропонує вигідні для місцевих олігархів проекти.

Таким чином, взаємодія «влада-олігархи» на регіональному рівні може бути представлена у вигляді наступної гри в нормальній формі [9].

Таблиця 7.4 – Виграші сторін у грі «влада-олігархи»

		Олігархи	
		Захист інтересів	Стимулювання
Влада	Існуючі проекти	$a$ $b$	$a+\delta_1$ $b+\Delta_1$
	Нові проекти	$MM-P$ $a+\delta_2$ $b+\Delta_2$	$РДС, Н-Р, П-О, Шм-Р$ $a+\delta_3$ $b+\Delta_3$

В табл. 7.4 має місце наступне співвідношення між виграшами влади при різних результатах гри:

$$\begin{aligned} 0 < \Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3 \\ \delta_1 < 0 < \delta_2 < \delta_3 \end{aligned} \quad (7.4.1)$$

Для влади отримані співвідношення для гри практично очевидні. Для олігархів при записі (7.4.1) враховано, що витрати на захист власних інтересів в умовах України є більшими, аніж стимулювання влади рентою: «війна» із владою більш затратна.

Випадок, коли до влади олігархи приводять «свою» владу, розглянуто далі.

### **Рішення гри**

Розглядаючи різні концепції рішення ігор, використовують припущення щодо *раціональної* поведінки гравця [9,14]. Під цим розуміється, що гравець вибирає саме те рішення, яке буде приносити йому найбільший виграш.

Існує декілька концепцій рішення ігор, які мають *різну* економічну природу, - за деталями відсилаємо до розділу 2. Всі можливі рішення наведені у відповідних комірках табл. 7.4.

Перша концепція – це так звана *максимінна рівновага*, притримуючись якої гравці отримують *гарантований* результат, який вже не може бути зменшений (звичайно, коли вони притримуються *раціональної* поведін-

ки). Для нашої гри вона досягається, і буде досягатися при наступному виборі стратегій гравцями: {нові проекти, захист інтересів}.

Друга концепція рішення – це *рівновага в доміантних стратегіях* (РДС), коли гравці поступово відкидають ті стратегії, які приносять їм меншу вигоду, аніж ті, які лишилися.

Третя концепція рішення – це *рівновага Неша* (Н-Р), яка знаходиться як набір таких стратегій гравців, що кожному із них *невигодно* покидати відповідну свою стратегію (бо тоді він отримає менше – за умови, що інший гравець буде вибирати «Нешівську» стратегію). Це свого роду «егоїстична рівновага» сторін

Четверта концепція – *оптимум за Парето* (П-О): це такий набір стратегій, що коли один із гравців вибере іншу стратегію, то хоч один із гравців отримає менше. Це свого роду «альтруїстична рівновага» сторін.

Концепція *рівноваги за Штакельбергом* (Шт-Р) уже враховує послідовність кроків, що відповідає наявності *сили влади*: хто її має, той і робить перший крок. Для нашої гри ця обставина виявилася неважливою: результат буде той самий.

Відмітимо, що вирішальне значення для отримання рішення даної гри має та обставина, що виграші *обох* гравців для вибору стратегії влади «пропонування *нових* проектів» є більшими у порівнянні із іншою стратегією влади. Ця обставина є практично очевидною, так само як і та, що за цих умов олігархам є більш вигідно стимулювати владу до пошуків все більшої кількості нових проектів, аніж намагатися «захопити» якийсь один із запропонованих.

### ***Економічна інтерпретація отриманих результатів***

Як бачимо, всі концепції для рішення побудованої нами гри приводять до того, що місцева влада буде вибирати стратегію «пропонувати *нові* економічні проекти».

Таким чином, в результаті приходимо до наступної теореми.

**Теорема.** Для *довільної* політичної сили в умовах сучасної України, після її проходу до влади, найбільш ефективною економічною діяльністю є пропонувати для здійснення такі *нові* економічні проекти, які відповідають інтересам регіональних олігархів.

З наведеної Теореми випливає декілька наслідків економічного характеру.

**Наслідок 1.** Так як нові проекти приносять *додаткове* суспільне благо, яке виробляється в даному регіоні, то спостерігається підвищення економічних показників (яке не обов'язково супроводжується підвищенням рівня життя населення регіону: просто збільшується рента, яку розподіляють між собою влада та олігархи).

**Наслідок 2.** В першу чергу будуть пропонуватися такі проекти, які вимагають найменших витрат із боку місцевої влади.

Безумовно, це будуть передовсім проекти із *продажу* комунального майна: спочатку нерухомості (бо вона ще за радянських часів була облікована), а потім і землі.

**Наслідок 3.** Проекти інноваційного та інвестиційного характеру місцевою владою будуть пропонуватися та підтримуватися в останню чергу, тобто лише тільки тоді, коли будуть здійснені всі ті проекти, яки не вимагають від неї ніяких витрат.

Отримані результати слугують поясненням економічної ситуації, яка має місце в усіх регіонах України протягом останніх років.

Спочатку, ще до формування класу олігархів регіонального рівня, місцева влада проводила активну підтримку «власного виробника». Для того періоду характерне прагнення місцевої влади «зберегти» існуючі в регіоні виробничі потужності.

Далі, коли з'явилися такі олігархи, почався процес стрімкого продажу підприємств, нерухомості, комунального майна тощо. Відмітимо, що, як доведено в [49] (дивись параграф 6.2), продаж є *найкоротшим* інвестиційним процесом, і тому в умовах України саме він і був реалізований.

Тепер, коли продавати в регіонах вже «нема чого», основні проекти, які здійснює місцева влада стосуються землі. Точніше – її продажу.

При цьому, як впливає із доведеної Теореми, не має значення, до якої саме політичної сили належить місцева влада: її економічна діяльність буде визначатися тільки і виключно її взаємовідносинами із регіональними олігархами.

Приклад Києва наглядне тому підтвердження: в 2006 році до влади прийшла інша політична сила – але напрямок економічної діяльності Київської міської ради залишився без змін. Як свідчать ЗМІ [70], в діяльності Київської міської ради значно переважає саме продаж землі (або ж передача її до іншої форми власності).

На закінчення відмітимо, що введена модель дозволяє також і ситуацію, коли місцева влада є «кишеньковою» для олігархів. За цієї умови виграш влади не зміниться, а виграш олігархів буде задовольняти умові  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$ . Неважко побачити, що це не приведе до зміни наведеної в Таблиці 1 системи рішень розглядуваної гри.

### ***Висновки та перспективи подальших досліджень***

В статті розглянута теоретико-ігрова модель для взаємодії місцевої влади та місцевої економічної еліти в умовах сучасної України, яка вперше дозволила виявити причини такої узгодженої поведінки сторін, яка є економічно неефективною.

Подальший розвиток описаної моделі в напрямку дослідження впливу на обмеження дозволить запропонувати потужні механізми та технології для управління процесом формування оптимальних з економічної точки зору інститутів регіонального самоуправління.

## ЗАДАЧІ І ЗАВДАННЯ

1. Описати динамічну гру між коаліцією та опозицією, зображену на Рис. 7.3.2. Обґрунтувати функції виграшу для обох гравців. Описати гру у випадку, коли опозиція *не здатна* розпустити парламент.  
Навести інтерпретацію.

2. Описати наступну динамічну гру «вибори». 1 – політик обіцяє виборцю (наприклад, ставку податку), 2 – виборець вибирає, 3 – політик виконує. Які рішення цієї гри?

*Вказівка 1.* Ця гра відома як «проблема обіцянок».

Чи існують суспільні інститути, які могли б *змусити* політика виконувати обіцяне? Які ви пропонуєте рішення? Обґрунтуйте.

*Вказівка 2.* Один із таких способів запропоновано в [20].

3. Чи зацікавлені «олігархи» в переході до пропорційної виборчої системи? Скористайтесь результатами параграфу 7.2 для обґрунтування.

4. Описати вплив корупції в виборчих штабах на результати виборів в рамках моделі параграфу 7.2.

5. До чого приводить *збільшення* «прохідного бар'єру» до Парламенту в рамках моделі параграфу 7.2? Чи усі партії зможуть «витримати» таке підвищення? Чи вигідно «партійному інвестору» таке підвищення?

6. Описати умови, за яких місцевій владі стало б *вигідним* стимулювати розвиток економіки. Можливо, для цього потрібно створити спеціальні суспільно-економічні інститути? Якщо «так» то які саме?

7. На Президентських виборах є 2 кандидати. Кожен кандидат називає також свого майбутнього віце-президента. Один із кандидатів – відомий політик, вже давно відомий на політичній арені, до того ж діючий кандидат належить до його партії. Другий – молодий, лише недавно в «великій політиці». Його «конкурентом» була жінка-кандидат, чоловік якої вже був президентом. Побудувати теоретико-ігрову модель ситуації.

*Вказівка.* Описана ситуація виборів 2008 року: «давній політик» - Джон Мак-Кейн, республіканець. «Молодий політик» - Барак Обама, жінка – Хіларі Клінтон, обидва демократи. Чи впливає на теоретико-ігрову модель та обставина, що Барак Обама не запропонував Х. Клінтон пост віце-Президента? Відповідь обґрунтувати.

## ГЛОСАРІЙ

1. Агент – agent.
2. Активна система – active system.
3. Алгоритм – algorithm.
4. Антагоністичні ігри – antagonistic games.
5. Байєсівська гра – Bayesian game.
6. Вибір – choice.
7. Виграш – payoff.
8. Гарантуюча стратегія – guaranteeing strategy.
9. Гра антагоністична – antagonistic game.
10. Гравець – player.
11. Дилема ув'язнених – the prisoners' dilemma.
12. Дискретні ігри – discrete game.
13. Диференціальні ігри – differential game.
14. Дія – action.
15. Діяльність – activity.
16. Домінантна стратегія – dominant strategy.
17. Досконала інформація – perfect information.
18. Досконала під-ігрова рівновага Неша – subgame perfect Nash equilibrium.
19. Дослідження операцій – operations research.
20. Загальне знання – common knowledge.
21. Змішані стратегії – mixed strategies.
22. Ігри із нульовою сумою – zero-sum games.
23. Ігри класу принципал-агент – principal-agent problems.
24. Ігри, які повторюються – repeated games.
25. Інновації – R&d (research and development).
26. Інституціональне управління – institutional management.
27. Ймовірність – probability.
28. Контракт – contract.
29. Концепції рішення гри – conceptions of game solving.
30. Кооперативні ігри – cooperative games.
31. Корисність – utility.
32. Максимінна рівновага – maximin equilibrium.
33. Матриця виграшів – payoff's matrix.
34. Метод – method.
35. Метод зворотної індукції – backward induction.
36. Міжнародна торгівля – international trade.
37. Множина – set.
38. Моделювання – simulation.
39. Недосконала інформація – imperfect information.
40. Некооперативні ігри – noncooperative games.

- 41.Неповна інформованість – incomplete information.
- 42.Нормальна (стратегічна) форма гри – normal (strategic) form game.
- 43.Обстановка – environment.
- 44.Одночасно – simultaneously.
- 45.Оподаткування – taxation.
- 46.Оптимальне управління – optimal management.
- 47.Орел чи решка – matching pennies.
- 48.Парето-оптимальна ситуація – Pareto optimal situation.
- 49.Перевага – advantage.
- 50.Перехрестя – crossing.
- 51.Повна інформованість – complete information.
- 52.Правила гри – game's rule.
- 53.Прибуток – income.
- 54.Прийняття (ухвалення) рішення – decision making.
- 55.Припущення – assumption.
- 56.Прогноз – forecast.
- 57.Програш – payoff.
- 58.Проект – project.
- 59.Раціональна поведінка – rational behavior.
- 60.Результат діяльності – output.
- 61.Рівновага в домінантних стратегіях – dominant strategies equilibrium.
- 62.Рівновага Неша – Nash equilibrium.
- 63.Рівновага Штакельберга – Stackelberg equilibrium.
- 64.Рішення гри – game solution.
- 65.Рядочок – line.
- 66.Самоорганізація – self-organization.
- 67.Сімейна суперечка – battle of the sexes.
- 68.Соціально-економічна система – social-economical system.
- 69.Спільні дії – coupled actions.
- 70.Спосіб – mechanism.
- 71.Стовпчик – column.
- 72.Стратегія – strategy.
- 73.Строго (сильно) домінована стратегія – strong dominated strategy.
- 74.Суспільне благо – public goods.
- 75.Теорія ігор – game theory.
- 76.Теорія контрактів – contract theory.
- 77.Технологія – technology
- 78.Тип гравця – player's type.
- 79.Форми представлення гри – forms of game representation.
- 80.Функція корисності – utility function.
- 81.Ціль – goal.
- 82.Ціна – price.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Aumann R.J. Lectures on Game Theory. – San Francisco: Westview Press, 1989. – 120 с.
2. Dixit A., Nalebuff B. Thinking Strategically: The Competitive Edge in Business, Politics and Everyday Life. – N.Y.: Norton, 1991. – 394 с.
3. Васильев В.А. Модели экономического обмена и кооперативные игры. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1984. – 96 с.
4. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: ИПУ, 2005. – 138 с.
5. Kreps D.M. A Course in Microeconomic Theory. – Princeton: Princeton University Press, 1990. – 840 с.
6. Полтерович В.М. Кризис экономической теории // Труды семинара «Неизвестная экономика». Отделение экономики РАН. – М.: ЦЭМИ РАН, 1997.
7. Фон Неман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970. – 708 с.
8. Печерский С.Л., Беляева А.А. Теория игр для экономистов. – СПб: Изд-во Европейского университета в С.-Петербурге, 2001. – 342 с.
9. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic Theory. – Oxford: Oxford University Press, 1995. – 977 p.
10. Корнієнко В.О., Денисюк С.Г., Шиян А.А. Моделювання процесів у політико-комунікативному просторі: Монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. — 185 с.
11. Gibbons R. Game Theory for Applied Economists. – Princeton: Princeton University Press, 1992. – 268 p.
12. Данилов В.И. Лекции по теории игр. /КЛ./2002/001. – М.: РЭШ, 2002. – 140 с.
13. Гришанов Г.М., Павлов О.В. Исследование систем управления. – Самара: Самарский гос. аэрокосм. ун-т, 2005. – 128 с.
14. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.
15. Шиян А.А. Економічна кібернетика: вступ до моделювання соціальних і економічних систем: Навчальний посібник. – Львів: «Магнолія 2006». – 2007. – 228 с.
16. Шиян А.А. Теоретико-ігровий аналіз раціональної поведінки людини та прийняття рішень в управлінні соціально-економічними системами. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 414 с.
17. Таха Х.А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2005. – 912 с.
18. Бусыгин В., Желободько Е., Коковин С., Цыплаков А. Микроэкономический анализ несовершенных рынков – I. – Новосибирск, ЭФ НГУ, 2000. – 264 с.

19. Шиян А.А., Взятыхшев В.Ф. Система обучения в государстве и качество жизни индивида в нем // Научная сессия МИФИ-2004. Сборник научных трудов. - Том 6: Проблемы образования. Гуманитаристика. - М, 2004. – С. 100-101.
20. Acemoglu, D., Robinson, J. A., Economic Origins of Dictatorship and Democracy. - Cambridge. - Cambridge University Press, Cambridge. - 2006. – 416 p.
21. Acemoglu, D. Introduction to Modern Economic Growth. – Princeton: Princeton University Press, 2009. – 1072 p.
22. Persson T., Tabellini G. Political Economics: Explaining Economic Policy. - Cambridge, MA: MIT Press, 2000. – 533 p.
23. Bolton P. Dewatripont M. Contract Theory. – Cambridge: MIT Press, 2005. – 724 p.
24. Шиян А.А. Когда ВАК становится угрозой Национальной безопасности // Газета «Зеркало Недели». - №16-17 (645-646) от 28 апреля 2007 года. С.18.
25. Шиян А.А. Теоретико-игровая модель для управления эффективностью взаимодействия «преподаватель – ВУЗ» // Управление большими системами / Сборник трудов. Выпуск 18. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 141-159.
26. Полтерович В.М. Институциональные ловушки и экономические реформы // Экономика и математические методы. 1999. Т. 35, вып.2. С.3-19.
27. Полтерович В. М. Институциональные ловушки: есть ли выход? // Общественные науки и современность. – 2004. - №3. – С.5-16.
28. Полтерович В.М. К руководству для реформаторов: некоторые выводы из теории экономических реформ // Экономическая наука современной России. – 2005. - №1(28). – С.7-24.
29. Взятыхшев В.Ф., Анненков В.В., Богданов А.Д., Лобанов Ю.И., Нилова С.В., Овсейцев А.А., Питт ДЖ., Сенькина Г.Е., Шиян А.А. Технологическое и Научное Образование на протяжении всей жизни: соответствие проблемам сбалансированного развития России в XXI-м веке // Известия МАН ВШ. 2003. 1 (23). С.19-34.
30. Взятыхшев В.Ф., Анненков В.В., Питт ДЖ., Шиян А.А. Социальные технологии работы со знаниями и информацией: в классе, в аудитории, в сети // Bulletin of the Ukrainian Branch of the International Higher Educational Academy of Sciences. Киев: Изд. Центр МНТУ, 2003. №1(1). С.119-136.
31. Akerlof G. A. The market for «lemons»: quality uncertainty and the market mechanism // Quarterly Journal of Economics. - 1970. - Vol. 84, N3. - P.488-500.
32. Spence M. Job Market signalling // Quarterly Journal of Economics. - 1973. Vol.87. - P.355-374.



33. Шиян А.А., Злепко С.М., Корнієнко В.О., Теоретико-ігрове моделювання ефективності взаємодії «викладач – ВНЗ» в умовах урахування переговорної сили сторін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. - №1. – С. 27-30.
34. Петров М.К. Язык, знак, культура. - М.: Наука, 1991. – 328 с.
35. Петрук В.А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін. Монографія — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.
36. Rubinstein A. Experience from a course in game theory: pre- and post- class problem sets as a didactic device // Games and Economic Behavior. – 1999. – V.28. – P. 155-170.
37. Мокіна Ю.В., Штельмах І.М. Комп'ютерне моделювання процесу визначення ефективності діяльності докторів наук та професорів ВНЗ із підготовки науково-педагогічних кадрів та створення якісної наукової продукції. // Вісник ВПП. – 2005. - №4. – С.42-49.
38. Нікіфорова Л.О. Первісні витoki мотивації людини // Вісник Львівської державної академії фінансів. – 2007 – № 12 – С. 244-250.
39. Небава М.І. Теорія корпоративного управління: вузлові питання. – Київ, ЦНЛ, 2004. – С. 295.
40. Osborne M.J., Rubinstein A. Bargaining and Markets – New York: Academic Press, 1990. – 216 p.
41. Шиян А.А. Механизм интегрирования науки в экономику для инновационного развития постсоветских государств: моделирование механизма принятия решений // Управление большими системами / Сборник трудов. Выпуск 19. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С.204-217.
42. Acemoglu D., Robinson J. A., A Theory of Political Transitions // American Economic Review. – 2001. – V.91, №4. – P.938–963.
43. Chaudhry A., Garner P. Do governments suppress growth? Institutions, rent-seeking, and innovation blocking in a model of Schumpeterian growth // Economics & Politics. Vol.19. 2007. No.1. P.35-52.
44. Логинова У.С. Исследования в академических институтах и частном секторе, распространение идей и академическая свобода // Препринт # BSP/2007/092 R. – М.: Российская Экономическая Школа, 2007. – 36 с.
45. Aghion P., Dewatripont M., Stein J.C. Academic Freedom, Private-Sector Focus, and the Process of Innovation. – NBER Working Paper, 2005. – W11542. – 44 p.
46. Новиков Д.А. Управление проектами: организационные механизмы. М.: ПМСОФТ, 2007. – 140 с.
47. Марусов А., Мостовая Ю., Сколотяный Ю., Яценко Н. Неоконченная пьеса с шантажом в законе, или как навести порядок в государственных закупках? // Зеркало недели (Киев). 2007, 1.09. №32(661). С.8-11.

48. Шиян А.А. ...А «академики» и «отраслевики» – против // Зеркало недели (Киев). 2007, 22.09. №35(664). С.17.
49. Шиян А.А. Математична модель для впливу суспільних інститутів на ефективність економіки України // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. - №2. – С.19-23.
50. Мороз О.О. Інституціональна система аграрної економіки України. – Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2006. – 438 с.
51. Acemoglu D., Verdier T. The Choice Between Market Failures and Corruption // American Economic Review Papers and Proceedings. – 2000. – V.90 – P. 194-211.
52. Shleifer A., Vishny R.W. Corruption // Quarterly Journal of Economics. – 1993. – V.108(3). – P.599-618.
53. Sonin K. Why the Rich May Favor Poor Protection of Property Rights // Journal of Comparative Economics. – 2003. – V.31 (4). – P.715-732.
54. Постсоветский институционализм /Под ред. Р.М. Нуриева и В.В. Деметтьева. – Донецк: «Каштан», 2005. – 480 с.
55. Persson T., Tabellini G. Democracy And Development: The Devil in the Details. – 2006. - NBER Working Paper, N11993. – 18 p.
56. Гриценко А.А., Гриценко О.А. Хабарництво як інституційний комплекс // Економіка і прогнозування. – 2005. - №2. – С.45-63.
57. Левин М.И., Цирик М.Л. Коррупция как объект математического моделирования // Экономика и математические методы. – 1998. - №5. – С.32-45.
58. Губко М.В. Управление организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. – М: ИПУ РАН, 2003. – 140 с.
59. Петраков С.Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктатора. – М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.
60. Кириченко И. Вкус к справедливости против «культуры коррупции» // Зеркало недели. – 2008. - № 1 (680). – С.15.
61. Егоров Г.В. Разрешение коммерческих споров в условиях несовершенной информации. – Препринт # BSP/2004/073 R. – М.: РЭШ, 2004. – 44 с.
62. Шиян А.А. Шанс для «новой оппозиции» на будущих выборах в Госдуму: следующей возможности не будет // Политический маркетинг (Москва). – 2007. - №8. – С. 37-43.
63. Acemoglu D. Why Not a Political Coase Theorem? Social Conflict, Commitment and Politics // Journal of Comparative Economics. – 2003. - v.31. - P.620 – 652.
64. Gehlbach S., Sonin K., Zhuravskaya E. Businessman Candidates. - CEFIR / NES Working Paper series, 2006. - Working Paper No 67. – 38p.
65. Корнієнко В.О., Шиян А.А., Денисюк С.Г. Моделювання фінансових механізмів лобіювання в умовах «критичності» за кількістю депутатів у

- прийнятті рішень // Політологічний вісник. – Київ: «ІНТАС», 2007. – Вип. 29. – С.110-117.
- 66.Romer T., Rosenthal H. Political Allocation, Controlled Agendas, and the Status Quo // Public Choice. – 1978. – V.33.— P. 27-43.
- 67.Grossman G.M., Helpman E. Special Interest Politics. — Cambridge, MA: MIT Press. – 2002. — 380 p.
- 68.Геєць В.М. Інституційні перетворення і суспільний розвиток // Економіка і прогнозування. - 2005. - №2.- С. 9-36.
- 69.Шиян А.А. Корупція як результат суспільного вибору: асиметрія інформації та роль ЗМІ // Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції «Економічна безпека сучасного підприємства» (Вінниця, Україна, 23-24 травня 2008 р.). – С.349-355.
- 70.Макаров А. Общество употребления // Зеркало недели. – 2008 (31.05-06.06). - № 20 (699).

*Навчальне видання*

Анатолій Антонович Шиян

Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено укладачем

Редактор

Науково – методичний відділ ВНТУ  
Свідоцтво Держкомінформу України  
серія ДК № 746 від 25.12.2001  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку

Гарнітура Times New Roman

Формат 29,7x42<sup>¼</sup>

Папір офсетний

Друк різнографічний

Ум. друк. арк

Тираж прим.

Зам. №

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі Вінницького національного технічного університету

Свідоцтво Держкомвидаву України

серія ДК №746 від 25.12.2001

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ