

Кафедра физической электроники и нанотехнологий

Белорусский государственный университет

доцент

**ЖЕВНЯК Олег Григорьевич**

# **ТЕОРИЯ КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ ПРИБОРНЫХ СТРУКТУР**

Для студентов

специальности:

**1-31 04 02 Радиофизика**

специализации:

**1-31 04 02 08 Интеллектуальные технологии и материалы**

# *КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ*

## **Лекция 1.**

### **Введение**

Вопросы для рассмотрения:

- 1. Обзор структур с низкоразмерным электронным газом*
- 2. Особенности электронного дрейфа в квантоворазмерных структурах*
- 3. Тенденции развития нанoeлектроники*

Структуры с низкоразмерным электронным газом относятся к структурам нанoeлектроники — науки, изучающей закономерности движения электронов в структурах с размерами от 100 нм до 1 нм.

К современным структурам нанoeлектроники относятся:

1. Стандартные интегральные транзисторы с малыми размерами своих элементов (истоковых и стоковых областей, а также проводящих каналов и изолирующих диэлектриков).

1.1. Транзисторы с размерами элементов 100 нм и менее.

1.2. Транзисторы с низкоразмерным электронным газом.

1.3. Транзисторы с квазибаллистическим переносом носителей заряда.

2. Структуры на сверхрешетках.

2.1. Транзисторы с модулированным легированием.

2.2. Гетеролазеры.

2.3. Резонансно-туннельные диоды.

3. Нанoeлектронные структуры на квантовых эффектах.

3.1. Твердотельные структуры.

3.1.1. Гибридные микро- и нанoeлектронные структуры.

3.1.2. Структуры на кластерах.

3.1.3. Структуры одноэлектроники.

3.1.4. Структуры спинтроники.

3.2. Структуры молекулярной электроники.

3.2.1. Структуры на углеродных фуллеренах.

3.2.2. Структуры на углеродных нанотрубках.

3.2.3. Структуры на органических сложномолекулярных цепях.

Развитие физики нанобъектов сегодня может быть разделено по следующими направлениям

- физика наночастиц;
- химия наночастиц;
- материаловедение наночастиц;
- нанотехнологии;
- методы нанодиагностики;
- нанoeлектроника;
- нанооптика;
- наномеханика;
- микро- и наноэнергетика;
- биомедицинские нанотехнологии.

Физика и химия наночастиц и материаловедение наночастиц ориентированы на изучение физических и химических свойств объектов с размерами в несколько десятков или сотен

атомов и имеющих размеры в несколько нанометров, а также анализ способов их получения. Нанотехнологии в основном связаны с разработкой технологических приемов получения приборных структур с нанометровыми размерами, а также приборов в которых в качестве основных рабочих участков, например, проводящих каналов используются наночастицы. Методы диагностики связаны с разработкой приемов анализа химического состава и геометрической структуры объектов и приборов нанометрового размера, а также изучением их электрических, механических и оптических свойств. Развитие наноэлектроники ориентировано на исследование особенностей протекания электронных процессов в нанометровых условиях, т.е. в структурах с нанометровыми размерами активных областей.

## Лекция 2. Электроны в квантовой яме

Вопросы для рассмотрения:

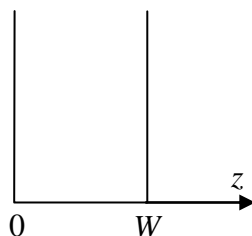
1. Уравнение Шредингера
2. Квантование энергии
3. Волновые функции

В случае, когда электрон находится в прямоугольной яме, у него может случиться волновая локализация, сопровождающаяся запретом движения в направлении поперек ямы и квантованием энергии. Это произойдет, если де Бройлевская длина волны электрона станет меньше ширины ямы —  $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} < W$ , где  $h$  — постоянная Планка,  $v$  — скорость электрона,  $W$  — ширина ямы. Теперь электрон может находиться только на каком-то из уровней размерного квантования, обозначаемых  $E_i$ , где  $i$  может принимать значения 1, 2, 3 ... , а его волновые свойства будут определяться волновой функцией  $\psi_i$ , изменяющейся вдоль направления ширины ямы. Как известно из квантовой механики, величины  $E_i$  и  $\psi_i$  удовлетворяют уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} \psi + U\psi = -E\psi$$

Здесь величина  $U$  есть значение потенциальной энергии в яме, а направление поперек ямы (вдоль  $W$ ) выбрано за ось  $Z$ .

Рассмотрим квантование энергии электрона в яме с бесконечной высотой барьеров и нулевым значением потенциальной энергии  $U$ .



Для данной ямы перепишем уравнение Шредингера в виде

$$\frac{d^2}{dz^2} \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0.$$

Вводя обозначение  $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ , получим стандартное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2}{dz^2} \psi + k^2 \psi = 0.$$

Его решения известны и имеют вид  $\psi(z) = a \sin(kz + b)$ . Параметры  $a$  и  $b$  — неизвестны, однако их можно найти из предварительных рассуждений, связанных с физическими закономерностями. Волновая функция  $\psi(z)$  фактически есть функция, задающая места расположения электрона. Очевидно предположить, что на стенках потенциальной ямы и за ее пределами электрона нет, тогда можно записать так называемые граничные условия для функции  $\psi(z)$ :  $\psi(0) = 0$  и  $\psi(W) = 0$ . Наложив первое условие на найденное решение уравнения Шредингера, получим  $\psi(0) = a \sin(k \cdot 0 + b) = a \sin(b) = 0$ . Отсюда либо  $a = 0$ , либо  $b = 0$ . Но первый случай исключен, так как тогда  $\psi(z) = a \sin(kz + b) \equiv 0$ . Поэтому  $b = 0$  и решение принимает вид  $\psi(z) = a \sin(kz)$ . Подставив второе граничное условие, получим  $\psi(W) = a \sin(kW) = 0$ . Синус равен нулю, если его аргумент кратен  $\pi$ . Следовательно  $kW = i\pi$ , где  $i = 1, 2, 3 \dots$ . Это условие и есть условие появления квантования в яме:

$$k_i = \frac{i\pi}{W}.$$

Но так как согласно введенному обозначению  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , то для энергии в яме получим

$$E_i = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW^2} i^2.$$

Чтобы найти параметр  $a$ , необходимо воспользоваться условием нормировки волновой функции электрона, которое имеет тот физический смысл, что где-то в пространстве рассматриваемый нами электрон обязательно находится, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(z) dz = 1.$$

Электрон локализован в яме шириной  $W$ , поэтому интеграл можно считать только по этой ширине, т.е.

$$\int_0^W \psi^2(z) dz = \int_0^W a^2 \sin^2(kz) dz = 1.$$

Интеграл  $\int_0^W \sin^2(kz) dz$  — табличный и равен  $\frac{W}{2}$ . Подставив это значение, получим

$$\int_0^W a^2 \sin^2(kz) dz = a^2 \int_0^W \sin^2(kz) dz = \frac{a^2 W}{2} = 1.$$

Отсюда окончательно имеем  $a = \sqrt{\frac{2}{W}}$ , а для волновой функции в яме

$$\psi_i = \sqrt{\frac{2}{W}} \sin\left(\frac{\pi i}{W} z\right).$$

Мы рассмотрели яму только вдоль одного направления  $Z$ . В ней формируется так называемый двумерный электронный газ (2D). Однако данные вычисления справедливы и для двух и для трех направлений, если в них будут существовать однотипные рассмотренной прямоугольные ямы со стенками бесконечной высоты. В первом случае получается одномерный электронный газ (1D), а во втором — нульмерный (0D). При этом ширина ямы в каждом из направлений квантования может быть разной.

Для 1D-газа тогда можно записать

$$k_z^i = \frac{i\pi}{W_z}, \quad k_y^l = \frac{l\pi}{W_y}, \quad i, l \text{ — квантовые числа, } (= 1, 2, 3 \dots),$$

$$E_{il} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW_z^2} i^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW_y^2} l^2,$$

$$\Psi_{il} = \sqrt{\frac{2}{W_z}} \sqrt{\frac{2}{W_y}} \sin\left(\frac{\pi i}{W_z} z\right) \sin\left(\frac{\pi l}{W_y} y\right).$$

Для 0D-газа эти выражения переписутся уже с учетом трех направлений

$$k_z^i = \frac{i\pi}{W_z}, \quad k_y^l = \frac{l\pi}{W_y}, \quad k_x^p = \frac{p\pi}{W_x}, \quad i, l, p \text{ — квантовые числа, } (= 1, 2, 3 \dots),$$

$$E_{ilp} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW_z^2} i^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW_y^2} l^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW_x^2} p^2,$$

$$\Psi_{ilp} = \sqrt{\frac{2}{W_z}} \sqrt{\frac{2}{W_y}} \sqrt{\frac{2}{W_x}} \sin\left(\frac{\pi i}{W_z} z\right) \sin\left(\frac{\pi l}{W_y} y\right) \sin\left(\frac{\pi p}{W_x} x\right).$$

Для 1D- и 0D-газа энергетический спектр станет достаточно сложным и запутанным. При различии величин  $W_z$ ,  $W_y$  и  $W_x$  индексы в определении уровня квантования станут не равноправными, и, например, уровень  $E_{123}$  не будет равен уровню  $E_{321}$ . Еще более запутанной ситуация может стать в полупроводниках с анизотропией массы проводимости (когда масса по разным направлениям движения различна), как, например, в кремнии. Тогда значения уровней квантования будут определяться согласно

$$E_i = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_z W_z^2} i^2, \quad (2D\text{-газ}),$$

$$E_{il} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_z W_z^2} i^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_y W_y^2} l^2, \quad (1D\text{-газ}),$$

$$E_{ilp} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_z W_z^2} i^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_y W_y^2} l^2 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_x W_x^2} p^2, \quad (0D\text{-газ}).$$

### Лекция 3.

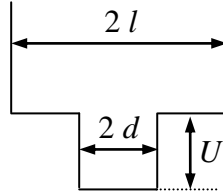
#### Электроны в квантовых ямах сложной формы

Вопросы для рассмотрения:

1. Квантование энергии в линейном осцилляторе
2. Квантовые ямы сложной прямоугольной формы
3. Квантовые ямы треугольной формы

Квантовые ямы, однако, могут быть как прямоугольными, так и произвольной формы. Обычно наиболее распространенными формами являются три — 1) две прямоугольные (одна широкая прямоугольная с узкой внутри себя), 2) гармонического осциллятора, 3) треугольной формы.

На рисунке ниже представлена энергетическая диаграмма исследуемой ямы. Она характеризуется тремя параметрами: шириной широкой части, равной  $2l$ , шириной узкой части (провала), равной  $2d$ , и глубиной провала, равной  $U$ . Наружные стенки ямы полагаются бесконечно высокими. Обычно получить такие ямы проще всего на основе арсенид галлиевых сверхрешеток. Поэтому будем рассматривать далее арсенид галлиевую яму, для которой  $m = 0.067m_0$ .



Значение двух самых нижних уровней размерного квантования можно отождествить с волновым вектором электрона, связанным с этим уровнем, согласно известным соотношениям  $E_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$  и  $E_1 = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m}$ . В данной яме с каждым из волновых векторов  $k_0$  и  $k_1$  также связана своя волновая функция, определяющая пространственное расположение электронов находящихся на уровнях  $E_0$  и  $E_1$  в яме. Из условий, налагаемых на эти волновые функции, вытекают два трансцендентных уравнения для  $k_0$  и  $k_1$  в следующем виде

$$k_0 l = \frac{\pi}{2} + k_0 d - \arctg \left( \frac{\sqrt{1 + \frac{2mU}{\hbar^2 k_0^2}} \operatorname{tg} \sqrt{k_0^2 d^2 + \frac{2mUd^2}{\hbar^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2mU}{\hbar^2 k_0^2}}} \right)$$

и

$$k_1 l = \pi + k_1 d - \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \sqrt{k_0^2 d^2 + \frac{2mUd^2}{\hbar^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2mU}{\hbar^2 k_0^2}}} \right).$$

Решив эти уравнения относительно  $k_0$  и  $k_1$  и подставив значения волновых функций в соотношения для энергий  $E_0$  и  $E_1$ , рассчитываются значения двух нижних уровней размерного квантования в исследуемой яме.

Во втором типе ям значения уровней равны  $E_i = \hbar \sqrt{\frac{k}{m}} (i + 0,5)$ .

В третьем типе ям значения уровней равны  $E_i \approx \sqrt[3]{\frac{1}{2m} \left( \frac{3}{2} \pi \hbar e F_s (i + 0,75) \right)^2}$ , где

$F_s = \frac{U}{d}$ , т.е. отношение высоты треугольной ямы к ее максимальной ширине.

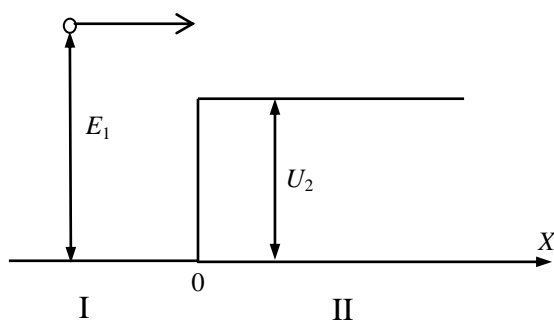
## Лекция 4.

### Туннелирование электронов через потенциальный барьер

Вопросы для рассмотрения:

1. Прохождение электронов над ступенькой
2. Туннелирование электронов через прямоугольный барьер
3. Туннелирование электронов через барьер в виде двойной ступеньки

Движение электронов в структурах наноэлектроники фактически всегда представляет собой движение вдоль потенциальных барьеров различной формы или сквозь них. В структурах наноэлектроники движение электрона над потенциальным барьером отличается от движения частиц в объемных средах. Если во вторых носители заряда практически не замечают таких барьеров — и ток через них переносится без потерь, то в нанометровых условиях потери возникают. Рассмотрим данный случай подробнее.



Здесь исследуемую структуру следует разбить на две области — I и II. В первой волновой вектор электрона определяется

согласно  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar}$ , во второй —

$k_2 = \frac{\sqrt{2m(E_1 - U_2)}}{\hbar}$ . Волновые функции

электрона для каждой из областей можно записать в виде

$$\text{I} \rightarrow \psi_1 = A_1 \exp(ik_1x) + B_1 \exp(-ik_1x), \quad (3.1)$$

$$\text{II} \rightarrow \psi_2 = A_2 \exp(ik_2x). \quad (3.2)$$

Функция  $\psi_1$  фактически представляет собой суперпозицию падающей  $\psi_1^+$  и отраженной  $\psi_1^-$  волн де Бройля электрона, а функция  $\psi_2$  — прошедшую волну  $\psi_2^+$ . Величина  $A_1$  является амплитудой электронной волны, распространяющейся от источника электронов к барьеру, величина  $B_1$  — амплитудой рассеявшейся от ступеньки назад электронной волны, распространяющейся от ступеньки к источнику, и величина  $A_2$  — амплитудой прошедшей электронной волны, распространяющейся над ступенькой.

Если бы электрон рассматривался строго как частица, то при  $E_1 < U_2$  он бы отразился от ступеньки, а при  $E_1 > U_2$  — свободно пролетел бы над ней (как обычный детский мячик, брошенный в препятствие в виде ступеньки). Но в силу наличия волновых свойств у электрона аналогом его механического движения над ступенькой является плотность потока вероятности  $\xi_i$ . Величина  $\xi_1^+$  является физическим эквивалентом числа электронов подлетевших к ступеньке, величина  $\xi_1^-$  — эквивалентом числа электронов отразившихся от ступеньки назад и величина  $\xi_2^+$  — эквивалентом числа электронов пролетевших над

ступенькой вперед. Отношение  $\frac{\xi_2^+}{\xi_1^+}$  имеет смысл коэффициента прохождения  $D$  электронами с энергией  $E_1$  потенциального барьера в виде ступеньки, а отношение  $\frac{\xi_1^-}{\xi_1^+}$  — смысл коэффициента отражения  $R$  электронов с энергией  $E_1$  от данного барьера. Очевидно, что в случаях, когда  $\xi_1^-$  будет равна 0, волновыми свойствами электрона можно пренебрегать и рассматривать его только как корпускулу.

В квантовой механике выводится следующее соотношение для плотности потока вероятности электронной волны:

$$\xi_i = \frac{i\hbar}{m} \left( \psi \frac{d\psi^*}{dx} - \psi^* \frac{d\psi}{dx} \right). \quad (3.3)$$

Следовательно, для величин  $D$  и  $R$  мы можем записать

$$D = \frac{\xi_2^+}{\xi_1^+} = \frac{\psi_2^+ \frac{d\psi_2^{+*}}{dx} - \psi_2^{+*} \frac{d\psi_2^+}{dx}}{\psi_1^+ \frac{d\psi_1^{+*}}{dx} - \psi_1^{+*} \frac{d\psi_1^+}{dx}}, \quad (3.4)$$

$$R = \frac{\xi_1^-}{\xi_1^+} = \frac{\psi_1^- \frac{d\psi_1^{-*}}{dx} - \psi_1^{-*} \frac{d\psi_1^-}{dx}}{\psi_1^+ \frac{d\psi_1^{+*}}{dx} - \psi_1^{+*} \frac{d\psi_1^+}{dx}}. \quad (3.5)$$

Равенство 0 величин  $\xi_1^-$  и  $R$  возможно только при  $\psi_1^- \frac{d\psi_1^{-*}}{dx} = \psi_1^{-*} \frac{d\psi_1^-}{dx}$ . Проверим это.

Распишем (3.4) и (3.5) для первого случая (ступеньки), подставляя (3.1) и (3.2) и помня, что комплексно сопряженная функция для исходной получается заменой множителя  $(i)$  везде на множитель  $(-i)$ . Получим следующие соотношения:

$$D = \frac{A_2 \exp(ik_2x) \frac{d(A_2 \exp(-ik_2x))}{dx} - A_2 \exp(-ik_2x) \frac{d(A_2 \exp(ik_2x))}{dx}}{A_1 \exp(ik_1x) \frac{d(A_1 \exp(-ik_1x))}{dx} - A_1 \exp(-ik_1x) \frac{d(A_1 \exp(ik_1x))}{dx}}, \quad (3.6)$$

$$R = \frac{B_1 \exp(-ik_1x) \frac{d(B_1 \exp(ik_1x))}{dx} - B_1 \exp(ik_1x) \frac{d(B_1 \exp(-ik_1x))}{dx}}{A_1 \exp(ik_1x) \frac{d(A_1 \exp(-ik_1x))}{dx} - A_1 \exp(-ik_1x) \frac{d(A_1 \exp(ik_1x))}{dx}}. \quad (3.7)$$

Помня, что  $\frac{d \exp(\alpha x)}{dx} = \alpha \exp(\alpha x)$ ,  $\frac{d \exp(-\alpha x)}{dx} = -\alpha \exp(\alpha x)$ ,  $\exp(\alpha x) \exp(-\alpha x) = 1$  и  $(i)^2 = -1$ , рассчитаем числители в (3.6) и (3.7) и их знаменатель. Для числителей получим  $-2A_2^2 ik_2$  и  $-2B_1^2 ik_1$ , для знаменателя —  $-2A_1^2 ik_1$ .

Окончательно для величин  $D$  и  $R$  получим:

$$D = \frac{k_2}{k_1} \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{k_2}{k_1} \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2, \quad (3.8)$$



$$R = \frac{B_1^2}{A_1^2} = \left( \frac{B_1}{A_1} \right)^2. \quad (3.9)$$

Из соотношения (3.9) видно, что  $R = 0$  (и  $\xi_1^- = 0$ ) только при  $B_1 = 0$ . Точные значения амплитуд  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$  можно установить с помощью специальных условий, накладываемых на волновые функции электронов в каждом конкретном случае. Обычно эти условия связаны с граничными условиями или законами сохранения. В рассматриваемом случае ступеньки мы можем воспользоваться двумя условиями — 1) равенством функций  $\psi_1$  и  $\psi_2$  в точке  $x = 0$ , так как они непрерывны и должны в этой точке переходить одна в другую, 2) законом сохранения электронного потока, так как число электронов, долетевших до ступеньки, должно равняться числу отраженных от нее плюс числу прошедших над ней. Математически эти условия записываются следующим образом:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \quad \Rightarrow \quad A_1 + B_1 = A_2, \quad (3.10)$$

$$\xi_1^+ = \xi_1^- + \xi_2^+ \quad \Rightarrow \quad -2A_1^2 ik_1 = -2B_1^2 ik_1 - 2A_2^2 ik_2 \quad \Rightarrow \quad A_1^2 k_1 = B_1^2 k_1 + A_2^2 k_2. \quad (3.11)$$

Уравнений — два, а неизвестных — три. Точные значения амплитуд найти не удастся, однако можно использовать  $A_1$  как параметр и выразить  $B_1$  и  $A_2$  через  $A_1$ . Подставим (3.10) в (3.11). Слегка преобразовав, получим квадратное уравнение относительно переменной  $B_1$ :

$$(k_1 + k_2) B_1^2 + 2k_2 A_1 B_1 - (k_1 - k_2) A_1^2 = 0. \quad (3.12)$$

Так как  $B_1$  есть амплитуда волны — ее значение всегда положительно (амплитуда по определению есть модуль максимального отклонения). Значит, имеем одно решение квадратного уравнения в виде:

$$B_1 = \frac{-2k_2 A_1 + \sqrt{4k_2^2 A_1^2 + 4(k_1 + k_2)(k_1 - k_2) A_1^2}}{2(k_1 + k_2)} = A_1 \frac{(k_1 - k_2)}{(k_1 + k_2)}. \quad (3.13)$$

Подставив это решение в (3.10) для  $A_2$  получим:

$$A_2 = A_1 \frac{2k_1}{(k_1 + k_2)}. \quad (3.14)$$

Из соотношений (3.13) и (3.14) легко выделить дроби  $\frac{A_2}{A_1}$  и  $\frac{B_1}{A_1}$ , подставив которые в (3.8) и (3.9), для исследуемого случая получим следующие выражения для  $D$  и  $R$ :

$$D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad (3.15)$$

$$R = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2}. \quad (3.16)$$

Анализируя (3.16), очевидно сделать вывод, что  $R = 0$  только при  $k_1 = k_2$ , что выполняется, если ступенька отсутствует. Если же она есть, даже хотя бы самой мельчайшей высоты, вероятность того, что электрон может от нее отразиться, отлична от нуля. Напри-

мер, если высота ступеньки в 10 раз меньше энергии электрона ( $\frac{E_1}{U_2} = 10$ ), то вероятность события, что электрон рассеется от такой ступеньки, будет равна почти 0.0007, при соотношении  $\frac{E_1}{U_2} = 2$  — уже 0.03.

Суммирование (3.15) и (3.16) подтверждает достоверность того, что при столкновении со ступенькой электрон должен либо рассеяться от нее, либо преодолеть ее, так как

$$\frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2} + \frac{(k_1-k_2)^2}{(k_1+k_2)^2} = 1 \quad (3.17)$$

(т.е.  $D+R=1$ ).

При движении над потенциальной ямой глубиной  $U$  электрон точно также может как свободно пролететь дальше с вероятностью  $D$ , так и отразится от данной ямы с вероятностью  $R$ . Значения этих вероятностей можно рассчитать с помощью следующих формул:

$$D = \frac{4E(E-U)}{4E(E-U) + U^2 \sin^2 \left( \sqrt{\frac{2mW^2E}{\hbar^2}} \right)},$$

$$R = \frac{U^2 \sin^2 \left( \sqrt{\frac{2mW^2E}{\hbar^2}} \right)}{4E(E-U) + U^2 \sin^2 \left( \sqrt{\frac{2mW^2E}{\hbar^2}} \right)},$$

где  $W$  – ширина ямы.

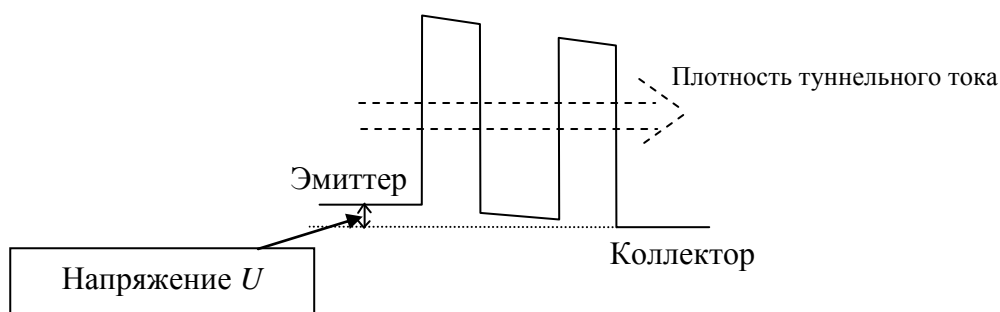
## Лекция 5.

### Туннелирование электронов через двух барьерные резонансно-туннельные структуры

Вопросы для рассмотрения:

1. Туннелирование электронов через систему двух одинаковых барьеров
2. Туннелирование электронов через систему двух одинаковых барьеров и потенциальной ямой между ними
3. Резонансное туннелирование электронов через симметричную двухбарьерную структуру

На рисунке ниже схематически представлена энергетическая схема двухбарьерного резонансно-туннельного диода и показано протекание туннельного тока. Данный диод создается на основе арсенида галлия. При этом обычно области эмиттера состоит из  $p$ -GaAs, а коллектора —  $n$ -GaAs. При подаче на диод напряжения электроны начинают активно туннелировать через два потенциальных барьера и формировать электрический ток.



Туннельный ток составляют электроны с разной энергией. Электроны с конкретной энергией  $E$  создают туннельный ток величиной

$$I_E = e \sqrt{\frac{E}{8m}} \frac{f_e(1-f_c)}{\pi^3 \hbar^3} D_E,$$

где  $m = 0.067 m_0$ ,  $f_e = \frac{1}{1 + \frac{n_i}{p} \exp\left(\frac{E}{k_B T}\right)}$ ,  $f_c = \frac{1}{1 + \frac{p}{n_i} \exp\left(\frac{E + eU}{k_B T}\right)}$ ,  $n_i = 2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$  – собствен-

ная концентрация в арсениде галлия,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура, а  $D_E$  есть коэффициент прозрачности двухбарьерной структуры для электронов с энергией  $E$ . Значение этого коэффициента можно рассчитать согласно.

$$D = \frac{4k_1^4 k_2^4}{4k_1^4 k_2^4 + (k_1^2 + k_2^2)^2 \text{sh}^2(k_2 L) \left\{ 2k_1 k_2 \text{ch}(k_2 L) \cos(k_1 W) - (k_1^2 + k_2^2) \text{sh}(k_2 L) \sin(k_1 W) \right\}},$$

где  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar}$ ,  $k_2 = \frac{\sqrt{2m(U_2 - E_1)}}{\hbar}$ ,  $L$  – высота барьеров,  $W$  – расстояние между ними.

## Лекции 6–8.

### Понятие о сверхрешетках. Приборные структуры на сверхрешетках

Вопросы для рассмотрения:

1. Зонная структура сверхрешеток
2. Классификация сверхрешеток
3. Однородно легированные сверхрешетки
4. Модулировано легированные сверхрешетки
5. Полевой транзистор
6. Гетеролазеры
7. Лавинный фотодиод
8. Резонансно-туннельный диод

Сверхрешетками называются полупроводниковые структуры, состоящие из множества наложенных друг на друга слоев, отличающихся различным электронным средством или шириной запрещенной зоны. В результате зона проводимости сверхрешетки будет представлять собой сложный набор потенциальных барьеров и ям, образуемых каждым слоем (см. рис. 1). При этом число различных слоев может быть произвольным, вплоть до того, что используются только два слоя, чередующиеся друг за другом. В результате по-

лучается набор последовательно сменяющих друг друга симметричных потенциальных ям и барьеров.

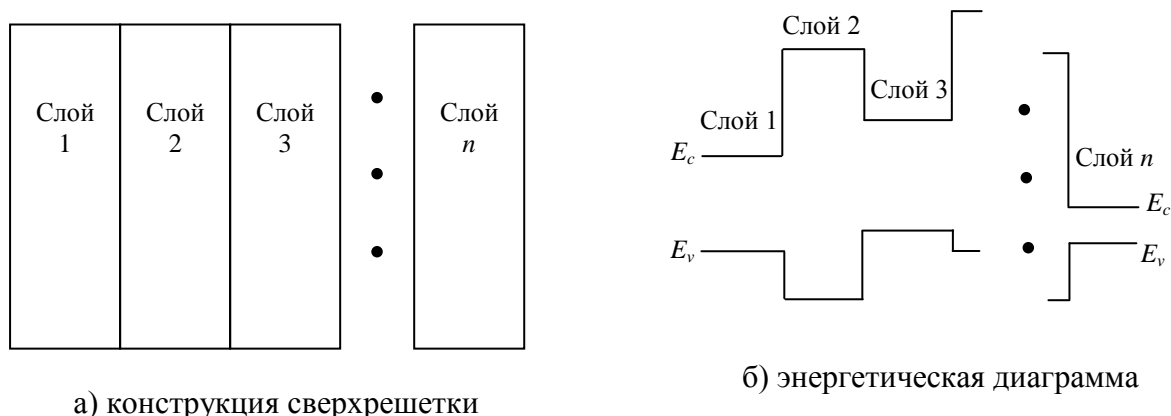


Рис. 1. Наглядное представление структуры сверхрешетки (с условной энергетической диаграммой).

Приборы на сверхрешетках используют механизм пространственного разделения электронов и дырок в различных слоях сверхрешетки и могут быть основаны на прохождении электрического тока как в поперечном направлении перпендикулярно всем слоям, так и в продольном направлении вдоль какого-то одного слоя (см. рис. 2). В качестве простейшей двухслойной сверхрешетки можно рассматривать, например, структуру Si/SiO<sub>2</sub> МОП-транзистора.

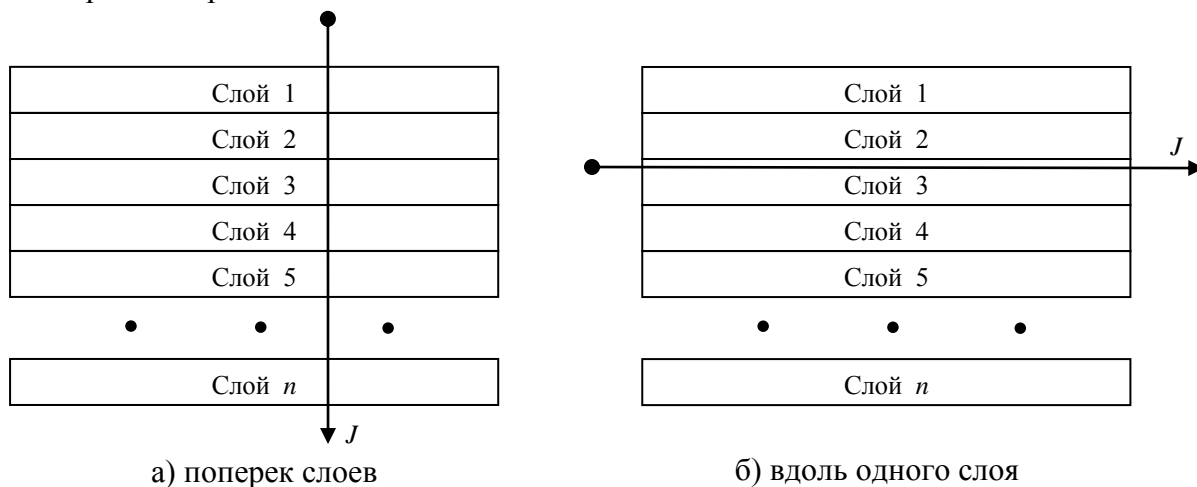


Рис. 2. Направление движения тока в сверхрешетках.

Сверхрешетки стали активно исследоваться и проектироваться в качестве приборных структур нанoeлектроники после появления и развития технологии молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ). Под молекулярно-лучевой эпитаксией подразумевается процесс контролируемого термического напыления в сверхвысоком вакууме, когда атомы или молекулы одного или нескольких видов падают на поверхность мишени, испаряясь из специальных пушек, и “прилипают” к ней.

Преимущества МЛЭ.

1) получение монокристаллов высокой чистоты — за счет роста в сверхвысоком вакууме;

- 2) выращивание сверхтонких структур с резкими изменениями состава на границах — за счет относительно низких температур, препятствующих диффузии;
- 3) получение бездефектных поверхностей — за счет ступенчатого механизма роста;
- 4) получение сверхтонких слоев с контролируемой толщиной — за счет малой скорости роста и точного управления потоками;
- 5) создание структур со сложным составом и (или) профилем легирования;
- 6) создание структур с заданными внутренними напряжениями.

С помощью МЛЭ выращиваются слоистые структуры — вначале создается подложка, потом слой расположенный на ней и так далее пока в конце не выращивается самый верхний слой.

Сверхрешетки образуются из полупроводниковых материалов. В таблице приведена наиболее распространенная классификация сверхрешеток.

Таблица. Классификация сверхрешеток.

Монокристаллические сверхрешетки			Аморфные сверхрешетки
Композиционные сверхрешетки	Легированные сверхрешетки	Легированные композиционные сверхрешетки	$\alpha\text{Si:H}/\alpha\text{Ge:H}$
		Однородно легированные	
$n\text{GaAs}/p\text{GaAs}$		$\text{GaAs}/n^+\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	

Композиционные сверхрешетки 1-го типа					Композиционные сверхрешетки 2-го типа	Политипные сверхрешетки
Изопериодические	Спиновые	Полупроводник/полуметалл	Кремниевые	С напряжениями слоями	InAs/GaSb	типа ABCABC
$\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	$\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{1-y}\text{Mn}_y\text{Te}$	HgTe/CdTe	Si/Si <sub>x</sub> Ge <sub>1-x</sub>	ZnS/ZnSe		

Активнее всего используется сверхрешетка  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . Первым приборам на ее основе почти тридцать лет. В последнее десятилетие популярность в связи с возможностью использования в планарной технологии получили сверхрешетки на основе кремния и, в первую очередь,  $\text{Si}/\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x}$ . Популярность  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  сверхрешеток обусловлена относительной технологической простотой получения структур с разной высотой потенциального барьера, обусловленного параметром  $x$ , который определяет процентное замещение в структуре GaAs атомов Ga на атомы Al. Например, величина  $x = 0,5$  означает, что в структуре GaAs ровно половина атомов Ga замещена атомами Al. Чем выше параметр  $x$ , тем выше величина потенциального барьера. На рис. 3 приведена энергетическая диаграмма сверхрешетки  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0,25}\text{Ga}_{0,75}\text{As}$ .

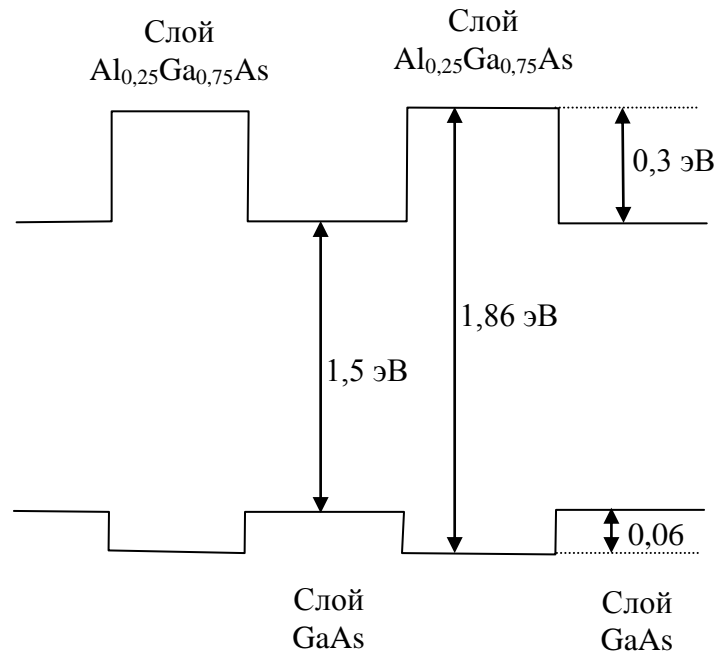


Рис. 3. Параметры сверхрешетки GaAs/Al<sub>0,25</sub>Ga<sub>0,75</sub>As (схематически).

Приведенная на рис. 3 сверхрешетка не легирована примесью. Однако зачастую некоторые слои могут быть легированы примесью, т.е. формально записываться с параметром  $n$  в начале, если легированы донорной примесью, или  $p$ , если легированы акцепторной примесью. Например, обозначение  $n$ GaAs означает, что слой арсенида галлия легирован донорной примесью.

Если слой GaAs легирован донорной примесью и (или) слой Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As легирован акцепторной примесью, то энергетическая диаграмма сверхрешетки не модифицируется. Но если будет обратная ситуация — либо будет создан  $p$ GaAs, либо будет создан  $n$ Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, либо оба одновременно — энергетическая диаграмма исказится. Избыток электронов со слоя Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, так как они расположены выше, стечет в слой GaAs (точнее в потенциальную яму этого слоя). В результате края слоя Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As загнутся вверх (из-за недостатка электронов проводимость слоя у его края станет более дырочной), а края слоя GaAs — вниз (из-за избытка электронов в этом месте). Схематически данная ситуация показана на рис. 4, а.

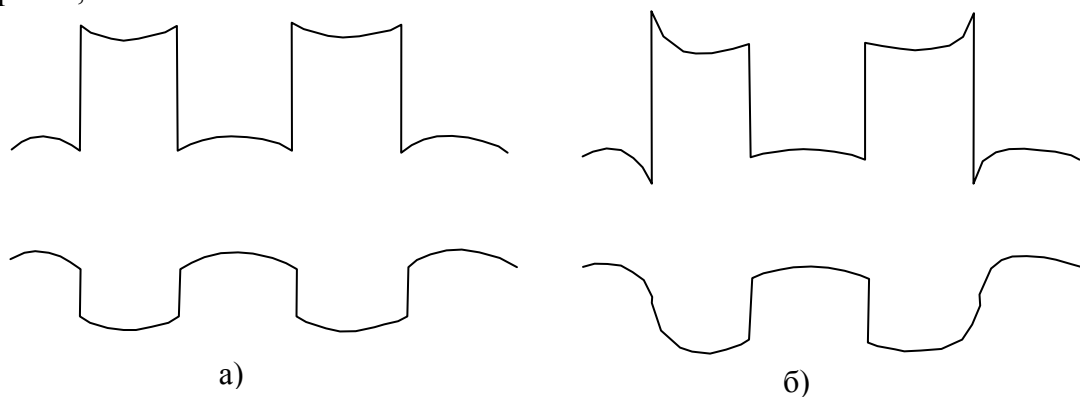


Рис. 4. Примерные диаграммы однородно и модулированно легированных сверхрешеток GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As.

Модулированное легирование наблюдается тогда, когда примесь вдоль слоев легирована неоднородно, и в результате диаграмма вдоль направления расположения слоев станет несимметричной (перекошенной), т.е. какие-то края будут загнуты сильнее, а какие-то слабее. Условный пример данной ситуации показан на рис. 4, б.

На рис. 5 приведена схема типичного полевого транзистора на основе данной сверхрешетки. Первая (слева)  $n^+$  область является истоком транзистора, крайняя справа — стоком.

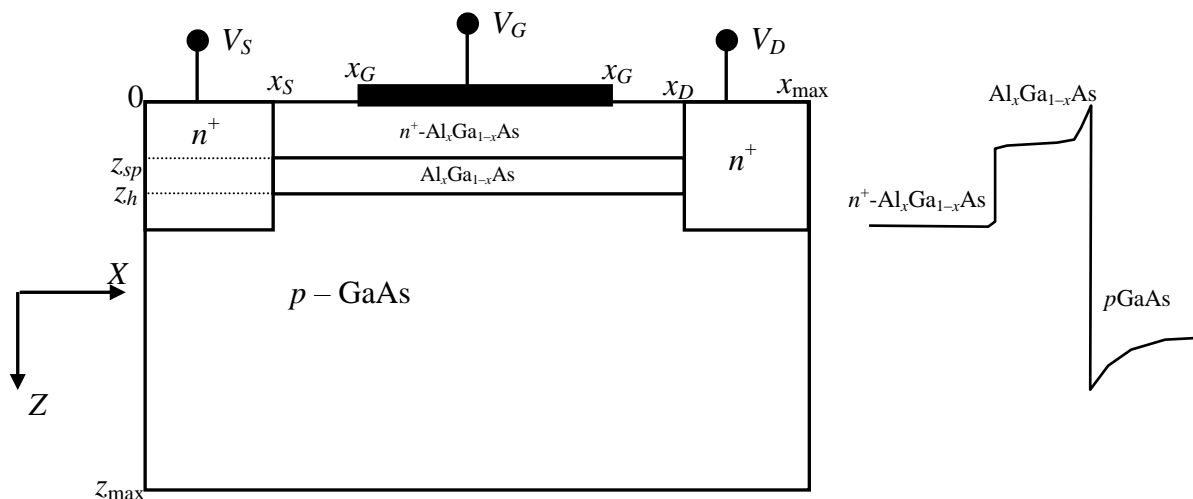


Рис. 5. Конструкция типичного полевого транзистора на сверхрешетке GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$  с энергетической диаграммой зоны проводимости вдоль сечения в глубину подложки

Гетероструктурные полевые транзисторы на основе GaAs являются одними из наиболее быстродействующих полупроводниковых приборов. В ГПТ по сравнению с кремниевыми МОП-транзисторами используется преимущество более высокой подвижности носителей заряда в двумерном электронном газе у границы раздела GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$ . Проводящий канал транзистора образуется искривлением края потенциальной ямы, возникающим на границе слоев GaAs и  $Al_xGa_{1-x}As$ . Это искривление вызвано перетеканием электронов из слоя  $n^+-Al_xGa_{1-x}As$  в слой GaAs через слой  $Al_xGa_{1-x}As$ . Выделение в конструкции между легированным слоем  $n^+-Al_xGa_{1-x}As$  и GaAs нелегированного слоя  $Al_xGa_{1-x}As$  позволяет отделить проводящий канал, в котором движутся электроны, от примесей слоя  $n^+-Al_xGa_{1-x}As$ . В результате этого заметно увеличивается подвижность электронов, так как они не рассеиваются на примесях.

Обычно ширина канала транзистора много больше его длины, поэтому краевыми эффектами в направлении оси Y можно пренебречь. Так как структура транзистора в направлении оси Y однородна, тогда для электростатического потенциала  $\phi$  и концентрации электронов  $n_{el}$  справедливы следующие соотношения:  $\forall x, y_1 \neq y_2, z, \phi(x, y_1, z) = \phi(x, y_2, z)$ ,  $n_{el}(x, y_1, z) = n_{el}(x, y_2, z)$ . Таким образом, величины электростатического потенциала и концентрации электронов не зависят от координаты y.

На рис. 6 и 7 приведены характерные зависимости средней кинетической энергии и дрейфовой скорости электронов от координаты вдоль проводящего канала.

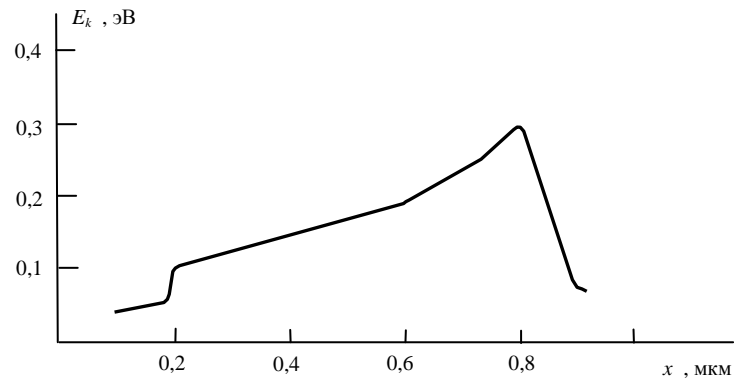


Рис. 6. Зависимость средней кинетической энергии электронов от координаты вдоль канала:  $V_G=0,8$  В;  $V_D=1,2$  В;  $x_S=0,2$  мкм;  $x_{G1}=0,4$  мкм;  $x_{G2}=0,75$  мкм;  $x_D=0,95$  мкм;  $z_h=40$  нм;  $z_{sp}=36$  нм

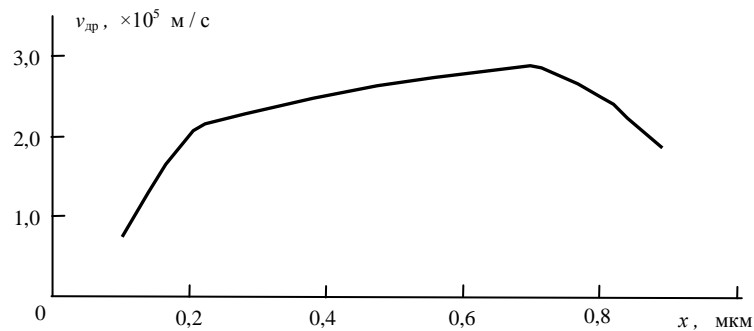


Рис. 7. Зависимость дрейфовой скорости электронов от координаты вдоль канала:  $V_G=0,8$  В;  $V_D=1,2$  В;  $x_S=0,2$  мкм;  $x_{G1}=0,4$  мкм;  $x_{G2}=0,75$  мкм;  $x_D=0,95$  мкм;  $z_h=40$  нм;  $z_{sp}=36$  нм

ВАХ данного транзистора аналогичны ВАХ обычных МОП-транзисторов, только значения тока заметно выше, чем у кремниевых приборов.

Гетеролазерами называются сверхрешетки, состоящие из множества слоев. При этом один из слоев, как правило, тот, в котором дно зоны проводимости расположено ниже, чем во всех остальных слоях, называется рабочей (активной) областью. Благодаря тому, что в этой области дно зоны проводимости расположено очень низко, в нее со всех остальных слоев стекают избыточные электроны. При этом нередко используется и механизм туннелирования электронов в эту область через тонкие барьеры. Накопленные электроны потом с помощью какого-то стимулирующего сигнала (импульса) инициируются для испускания кванта света и перехода в валентную зону с заполнением дырочной вакансии (т.е. аннигиляции с дыркой). Таким образом гетеролазеры и испускают стимулированное когерентное излучение.

На рис. 8 приведены схема и энергетическая диаграмма гетеролазера с набором квантовых ям.



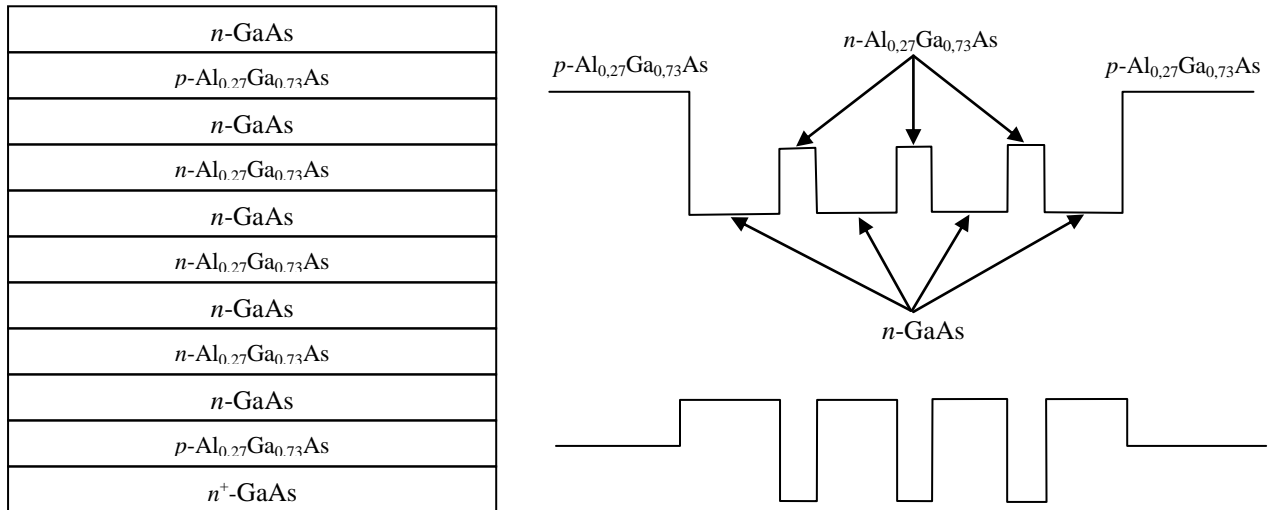


Рис. 8. Пример гетеролазера с набором квантовых ям (четырьмя).

Активная область гетеролазера может состоять из большого количества квантовых ям, образованных слоями  $n\text{-GaAs}$  (на рис. 8 — из 4). Излучение генерируется рекомбинацией электронно-дырочных пар в этих ямах. Строго говоря, их края слегка закруглены, а у барьеров вытянуты вверх из-за небольшого стекания электронов, расположенных на вершине барьеров, в ямы (см. рис.4), но на рис. 8 это не показано.

На рис. 9 приведена характерная зависимость плотности порогового тока лазера, протекающего в его активной области при появлении генерируемого излучения, от ширины этой области при условии наличия в ней нескольких квантовых ям.

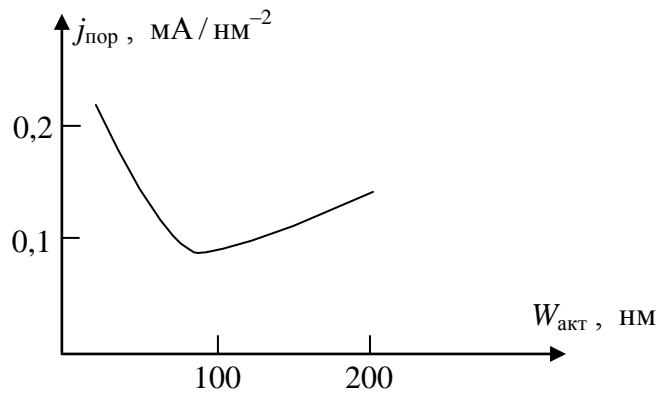


Рис. 9. Плотность порогового тока лазера от ширины активной области.

На рис. 10 приведены схема и энергетическая диаграмма гетеролазера с двойным барьером. В нем имеются два эмиттерных слоя  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , два варизонных барьера, состоящих из слоя  $p\text{-Al}_i\text{Ga}_{1-i}\text{As}$ , где  $i$  меняется от  $x + 0,1$  до  $x + 0,04$ , и слоя  $n\text{-Al}_j\text{Ga}_{1-j}\text{As}$ , где  $j$  меняется от  $x + 0,5$  до  $x + 0,1$ , а также активный слой  $p\text{-Al}_a\text{Ga}_{1-a}\text{As}$ , в котором  $a \sim 0,08$ , т.е. атомов Al в нем практически нет и материал близок к структуре GaAs.

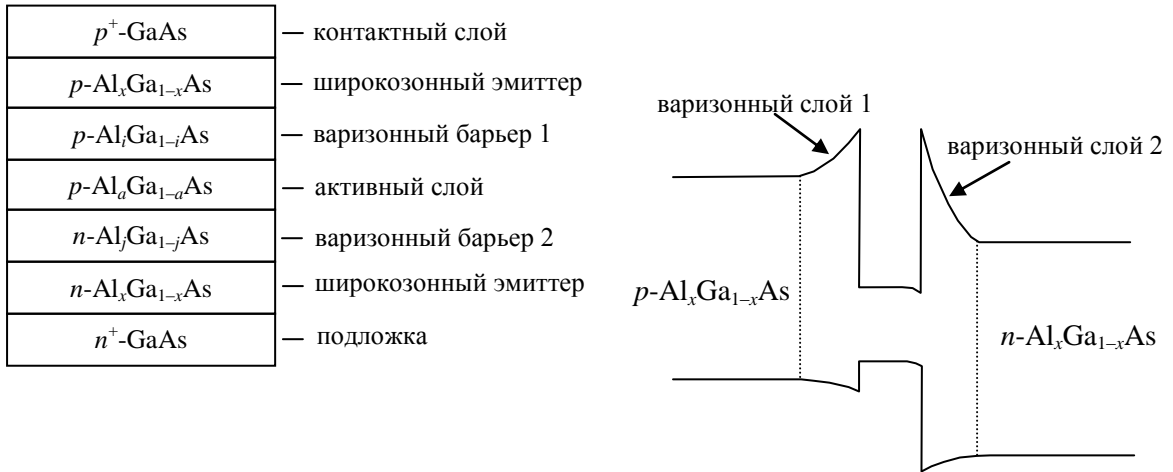


Рис. 10. Пример гетеролазера с двойным барьером.

На рис. 11 приведены условные зависимости мощности генерируемого излучения от тока накачки лазера (протекающего в активной области) от температуры, при которой находится материал лазера. Продлевая остро растущие кривые до пересечения с горизонтальной осью, можно оценить величину порогового тока генерации.

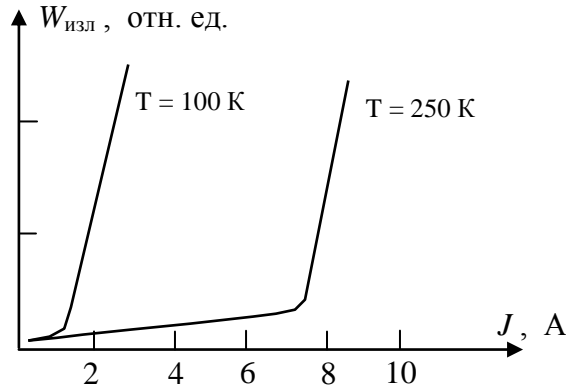


Рис. 11. Пример гетеролазера с двойным барьером.

На рис. 12 приведены схема и энергетическая диаграмма гетеролазера с ограничением и волноводом. В нем по аналогии с вышерассмотренным лазером также имеются два эмиттерных слоя Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, два варизонных барьера, состоящих из слоев  $p$ -Al<sub>i</sub>Ga<sub>1-i</sub>As и  $n$ -Al<sub>i</sub>Ga<sub>1-i</sub>As, а также активный слой  $p$ -Al<sub>a</sub>Ga<sub>1-a</sub>As с очень маленьким значением  $a \sim 0,08$ . Только в данном лазере параметр  $i$  изменяется симметрично в пределах следующего соотношения:  $x > i > y \square a$ .

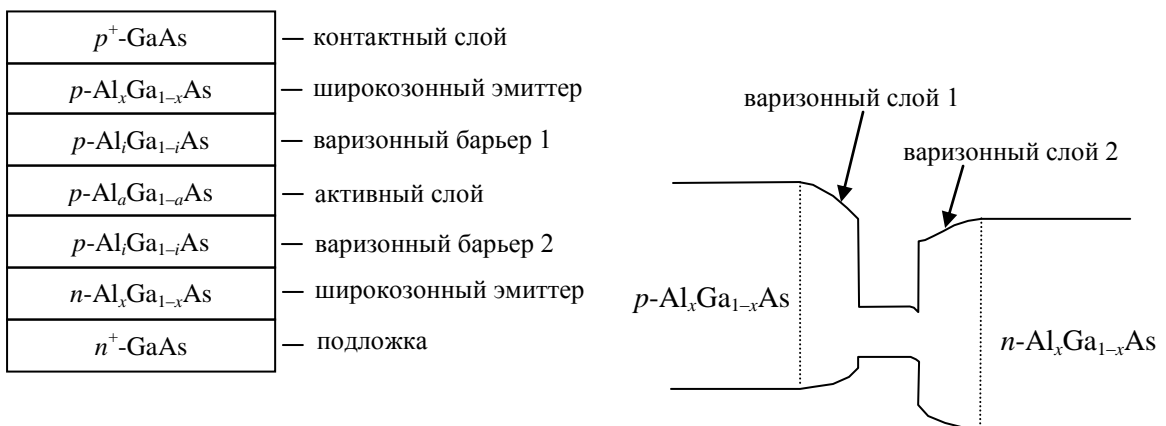


Рис. 12. Пример гетеролазера с ограничением и волноводом.

На рис. 13 и 14 приведены типичные зависимости порогового тока от ширины активного слоя и мощности излучения от тока накачки лазера.

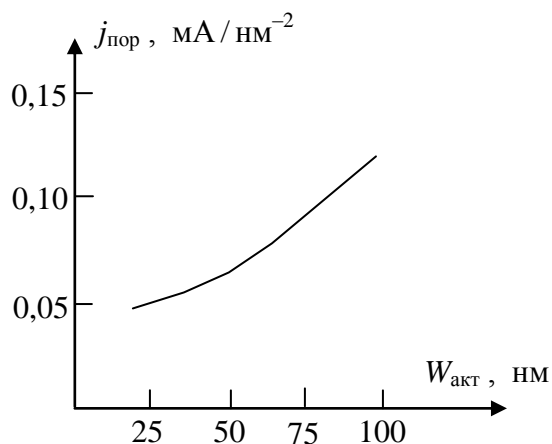


Рис. 13. Пороговый ток.

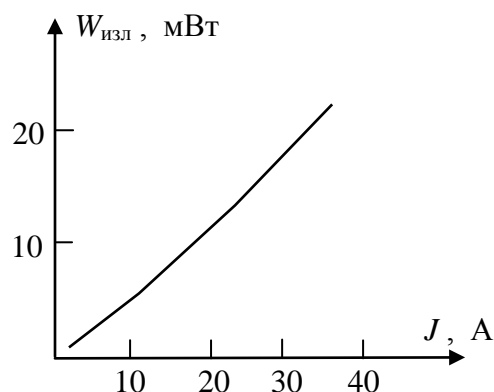


Рис. 14. Мощность излучения.

Лавинный фотодиод предназначен для детектирования светового излучения. В отсутствие света через диод протекает незначительный ток. В случае же попадания на него даже одного кванта света этот ток значительно возрастает. В основе работы фотодиода лежит принцип лавинного умножения носителей заряда в сверхрешетке. Обычно используется симметричная сверхрешетка, состоящая из несколько потенциальных барьеров и ям.

На рис. 15 приведена структура типичного фотодиода. К контактным слоям  $p^+$ -GaAs и  $n^+$ -GaAs подключается рабочее напряжение. Оно выбирается таким образом, чтобы через всю структуру сверхрешетки (перпендикулярно всем слоям) протекал какой-то относительно малый ток. При этом энергетический профиль в сверхрешетке искривится и ее энергетическая диаграмма примет вид, представленный на рис. 16. Рассмотрим, как возникает лавинное умножение носителей при наличие кванта света.

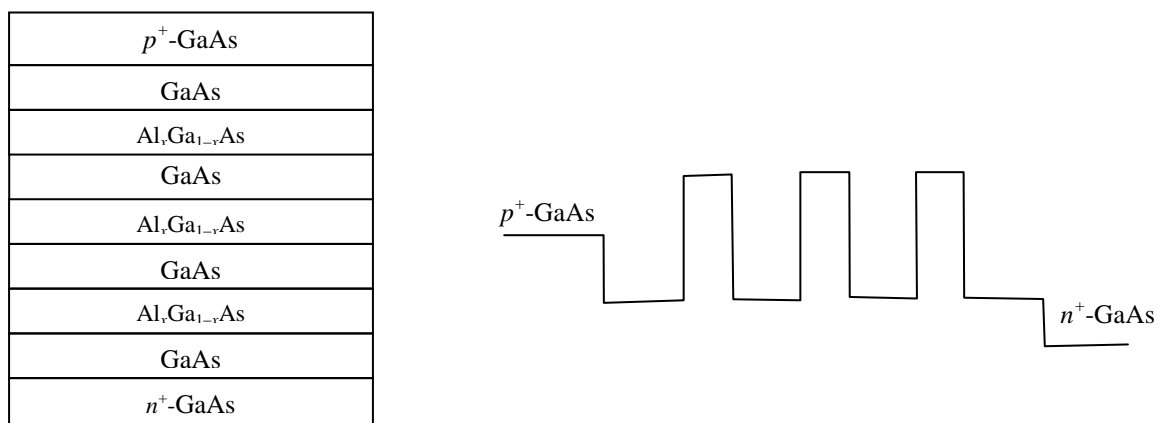


Рис. 15. Структура фотодиода и его энергетическая диаграмма для зоны проводимости.

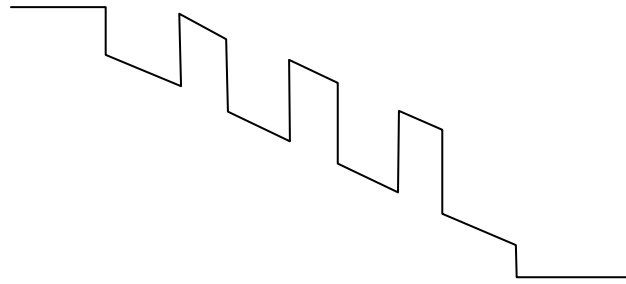


Рис. 16. Искривление энергетического профиля фотодиода под действием приложенного напряжения.

Протекающий через диод ток в основном образуют только те электроны, которые имеют энергию выше величины высоты потенциальных барьеров, а также туннелирующие через барьеры. Количество тех и других крайне мало, поэтому и величина тока мала. Когда на фотодиод попадает квант света, какой-то из электронов его поглощает и, соответственно, значительно увеличивается его энергия. Это означает, что данный электрон подымается над барьерами и теперь может свободно проходить над ними. При этом, переходя в следующую за барьерами область, он из-за искривления потенциала в ней получает дополнительную энергию и становится сильно горячим электроном. Его энергии теперь достаточно для того, чтобы произвести акты ударной ионизации и породить электронно-дырочные пары. Рис. 17 поясняет данное явление.

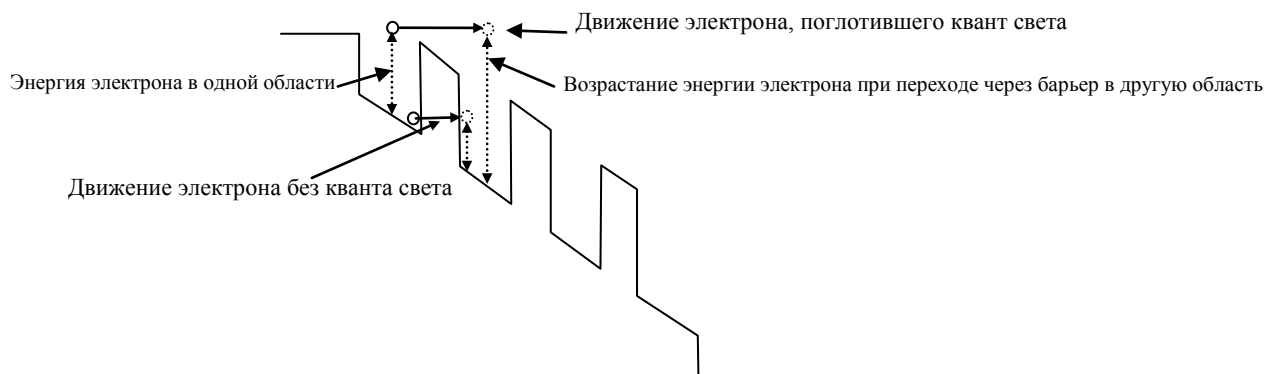


Рис. 17. Лавинное умножение носителей в фотодиоде.

Порождаемый первым электроном вторичный электрон также может иметь энергию, превышающую высоту барьера, и потому свободно перейдет в следующую область, где уже в свою очередь произведет акт ударной ионизации. Так возникает лавинное умножение носителей, и стремительно увеличивается проходящий через фотодиод ток. Электроны же без начального поглощения кванта света не в состоянии произвести лавинное умножение, так как они, даже протуннелировав через барьер, в следующей области будут иметь недостаточно большую энергию для этого.

Резонансно-туннельные диоды имеют структуру однотипную лавинному фотодиоду, но состоят только из двух потенциальных барьеров. Типичная структура представлена на рис. 18.

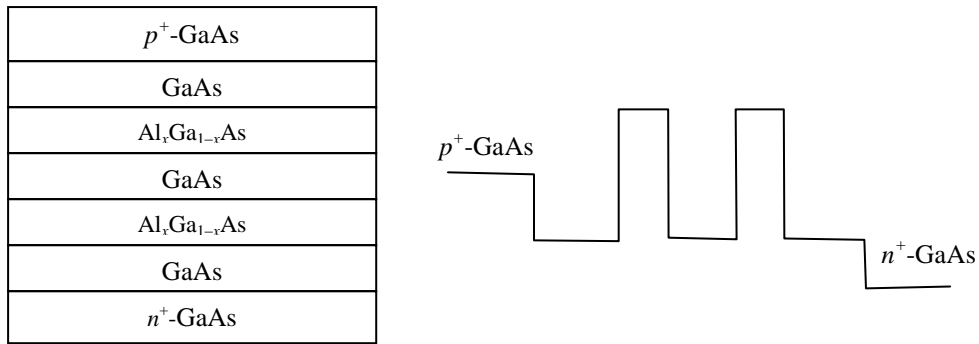


Рис. 18. Типичная структура резонансно-туннельного диода.

Прохождение тока через диод обусловлено двумя электронными процессами — резонансным туннелированием электронов через барьеры и прохождением их над барьерами. Резонансное туннелирование осуществляется через уровни размерного квантования, возникающие в яме между барьерами. Когда энергии электронов достаточно для попадания на эти уровни — будет наблюдаться рост тока с увеличением напряжения, когда энергии электронов не достаточно — ток уменьшается с увеличением напряжения. При надбарьерном же прохождении ток всегда растет с ростом напряжения. В результате типичная ВАХ диода будет иметь вид, изображенный на рис. 19.

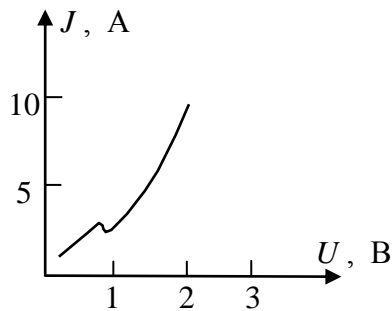


Рис. 19. Типичная ВАХ резонансно-туннельного диода.

Существенность проявления участка с отрицательной проводимостью на ВАХ связана с шириной ямы между барьерами — с уменьшением ширины перепад тока возрастает. При переключении полярности диода характер туннелирования через барьеры не изменится, и поэтому ВАХ будет однотипна той, что показана на рис. 19. Однако за счет того, что выходные контакты имеют разный тип проводимости ( $p^+$ -GaAs и  $n^+$ -GaAs), ВАХ будет несколько смещена относительно 0 и перевернута (так как направление тока изменится).

## Лекция 9.

### Условия квантования энергии

Вопросы для рассмотрения:

1. Ограничение движения
2. Плотность состояний в низкоразмерных условиях
3. Рассеяние в низкоразмерных условиях
4. Состояние после рассеяния в низкоразмерных условиях

Все макропараметры любой электронной системы, прибора, устройства (ток, сопротивление, проводимость) обусловлены микропараметрами, характеризующими электронный перенос в них (подвижностью, дрейфовой скоростью, временем и длиной свободного пробега и рядом других). Эти микропараметры определяют или точнее сами задаются кинетикой электронов. Кинетика, или пространственное движение электронов, — это, прежде всего, движение под действием электрических и магнитных полей в веществе, непрерывно прерываемое различными актами рассеяния. При рассеянии направление движения электронов меняется. Чаще всего это изменения направления движения хаотичны, однако некоторые механизмы рассеяния, например, на ионах примеси и электронов друг на друге, подчиняются определенным закономерностям.

В целом рассеяние электрона определяется углом рассеяния  $\theta$ . Однако при точном определении его пространственного расположения необходимо знать ряд других углов. На рис. 1 заданы эти углы. Волновой вектор  $\vec{k}$  определяет направление движения электрона до рассеяния, вектор  $\vec{k}'$  — после рассеяния. Между векторами  $\vec{k}$  и  $\vec{v}$  существует очевидная связь  $\hbar\vec{k} = m\vec{v}$ .

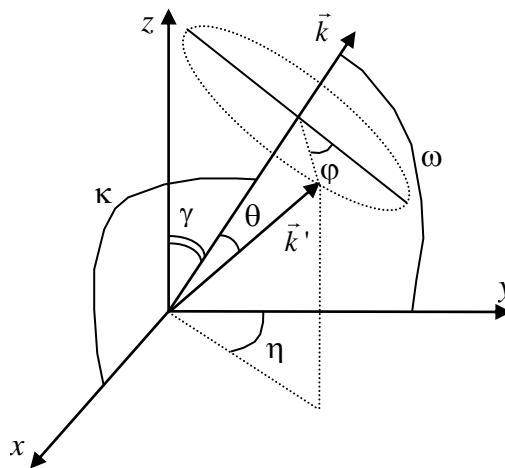


Рис. 1. Пространственная ориентация волновых векторов электрона при рассеянии.

Углы  $\gamma$ ,  $\omega$ ,  $\kappa$  и  $\eta$  — известны до рассеяния (они задают направление движения электрона до рассеяния), углы  $\theta$  и  $\phi$  называются углами рассеяния. У каждого механизма рассеяния они свои. Зная углы  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\gamma$ ,  $\omega$ ,  $\kappa$  и  $\eta$ , можно определить направление движения электрона после рассеяния с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} k'_z &= k'(\cos\theta\cos\gamma + \sin\theta\cos\phi\sin\gamma), \\ k'_y &= k'(\cos\theta\cos\omega - \sin\theta\cos\phi\cos\gamma\cos\eta - \sin\theta\sin\phi\sin\eta), \\ k'_x &= k'(\cos\theta\cos\kappa - \sin\theta\cos\phi\cos\gamma\sin\eta + \sin\theta\sin\phi\cos\eta). \end{aligned}$$

Рассеяние может быть упругим, тогда  $k' = k$ , и неупругим, тогда  $k' \neq k$ . Закон, определяющий соответствие между  $k'$  и  $k$ , устанавливается характером каждого механизма рассеяния.

3D-состояние — это когда электрон свободен в своем движении по всем трем направлениям (при рассеянии все компоненты вектора  $\vec{k}$  меняются), 2D-состояние — это когда электрон свободен в своем движении только по двум направлениям (меняются только два компонента вектора  $\vec{k}$  — обычно в качестве ее выбирают  $k_x$  и  $k_y$ ), 1D-состояние — это когда электрон свободен в своем движении только по одному направлению (меняется только одна компонента вектора  $\vec{k}$  — обычно в качестве ее выбирают  $k_x$ ).

Плотность состояний  $n(E)$  есть параметр, определяющий сколько энергетических состояний, которые могут занимать электроны, приходится на единичный интервал энергии. Данная величина имеет очень важный физический смысл, так как она определяет концентрацию электронов в конкретной области любого материала или прибора, а также интенсивность рассеяния электронов в этой области (число рассеяний в единицу времени).

Возьмем объемный прямоугольной формы образец, с размерами  $L_x$ ,  $L_y$  и  $L_z$ , превышающими де Бройлевскую длину волны электрона (см. рис. 2).

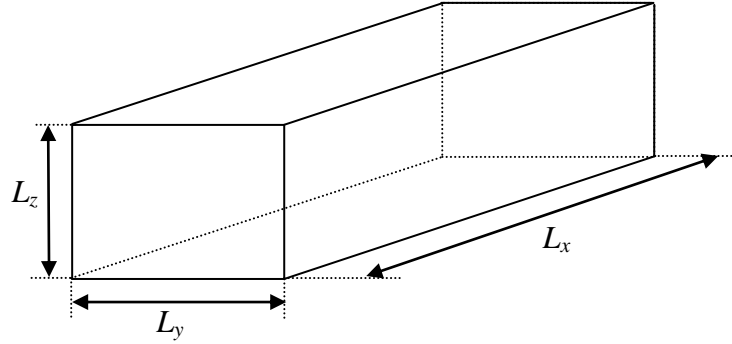


Рис. 2. Образец прямоугольной формы.

Модуль волнового вектора электрона по определению рассчитывается как  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ . Минимальные изменения его проекций  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  в объемном образце будут равны  $\Delta k_x = \frac{2\pi}{L_x}$ ,  $\Delta k_y = \frac{2\pi}{L_y}$ ,  $\Delta k_z = \frac{2\pi}{L_z}$  (в соответствии с одним из ключевых положений зонной теории полупроводников — периодичности решетки). Оценим, как эти изменения соотносятся со средним значением величин  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ .

Среднее значение любой из проекций приблизительно соответствует одной трети тепловой энергии электрона ( $k_j \rightarrow \frac{1}{3} E_{\text{тепл}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} k_B T$ ), т.е.  $\frac{\hbar^2 k_j^2}{2m} \approx \frac{1}{2} k_B T$ . Для арсенида галлия при комнатной температуре получим  $k_j \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}$ . Минимальные же изменения этой величины для образца, например, с  $L_x = L_y = L_z = 1 \text{ мкм}$  будут  $\Delta k_j \approx 0,063 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}$ , т.е. почти в 25 раз меньше.

Определим размеры в пространстве  $k$ -векторов, приходящиеся на одно состояние. Они будут равны отношению величины объема минимального изменения вектора  $k$  электрона к объему пространства, в котором это изменение наблюдается, т.е.  $\frac{\Delta k_x \cdot \Delta k_y \cdot \Delta k_z}{L_x \cdot L_y \cdot L_z}$ .

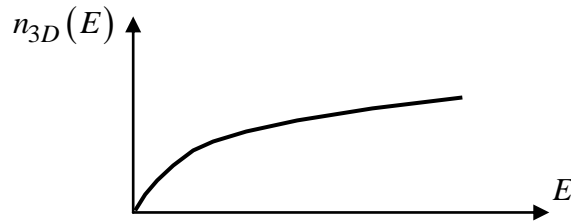
Подставив значения  $\Delta k_x$ ,  $\Delta k_y$ ,  $\Delta k_z$  и учитывая, что на каждом состоянии может находиться два электрона с разными спинами, для плотности состояний в  $k$ -пространстве получим  $V_{\text{единич}}^k = \frac{\Delta k_x \cdot \Delta k_y \cdot \Delta k_z}{L_x \cdot L_y \cdot L_z} = \frac{1}{(2\pi)^3}$  и  $n(k) = 2V_{\text{единич}}^k = \frac{2}{(2\pi)^3}$ .

В практических целях более интересным является значение плотности состояний в пространстве энергий  $n(E)$ . Эта величина связана с  $n(k)$  посредством выражения  $n(E) = n(k) \cdot \frac{dV_E}{dE}$ . Найдем значение  $n(E)$ .

Как известно, энергия зависит от волнового вектора согласно  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , т.е. значение энергии фактически можно представить в виде сферы с радиусом  $k$ . Мельчайшее изменение объема в пространстве энергий  $dV_E$  очевидно связано с мельчайшим изменением волнового вектора  $dk$  как поверхность сферы умноженная на величину  $dk$ :  $dV_E = 4\pi k^2 dk$ . Перейдем в  $dV_E$  от  $dk$  к  $dE$ . Для этого продифференцируем выражение  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ :  $dE = \frac{\hbar^2 k}{m} dk$ . Отсюда  $dk = \frac{m}{\hbar^2 k} dE$ . Подставив это в выражение для  $dV_E$ , получим  $dV_E = \frac{4\pi k m}{\hbar^2} dE$ . Но по определению энергии  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ . Следовательно, окончательно получим  $dV_E = \frac{4\pi\sqrt{2m^3 E}}{\hbar^3} dE$ . Отсюда  $\frac{dV_E}{dE} = \frac{4\pi\sqrt{2m^3 E}}{\hbar^3}$ .

Подставив значения  $n(k)$  и  $\frac{dV_E}{dE}$  в выражение для  $n(E)$ , получим значение плотности состояний в обычном объемном случае в виде

$$n_{3D}(E) = \frac{\sqrt{2m^3}}{\hbar^3 \pi^2} \sqrt{E}.$$



В двумерном электронном газе свободным для движения является лишь два направления — например, по длинам  $L_x$  и  $L_y$ . В этом случае для энергии будем иметь

$$E = E_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m},$$

а для плотности состояний в  $k$ -пространстве  $V_{\text{единич}}^k = \frac{\Delta k_x \cdot \Delta k_y}{L_x \cdot L_y \cdot L_z} = \frac{1}{(2\pi)^2 L_z}$  и

$n(k) = \frac{2}{(2\pi)^2 L_z}$ . Как и в объемном случае найдем выражение для  $\frac{dV_E}{dE}$ . Для 2D-

электронного газа зависимость энергии от вектора  $k$  имеет зависимость в виде окружности, и значит элементарное изменение  $dV_E$  от  $dk$  будет представлять собой площадь обо-

да  $dV_E = dS_E = 2\pi k dk$ .  $dE$  с  $dk$  будут связаны тем же соотношением  $dk = \frac{m}{\hbar^2 k} dE$ . Под-

ставив в  $dV_E$  или точнее  $dS_E$ , получим  $dS_E = \frac{2\pi m}{\hbar^2} dE$ . Отсюда  $\frac{dS_E}{dE} = \frac{2\pi m}{\hbar^2}$ . Однако в

этом выражении нужно иметь в виду, что  $dE$  имеет разрыв в точке  $E = E_n$ . Этот разрыв можно учесть путем добавления суммы по всем возможным  $E_n$  множителя

$\Theta(E - E_n) = \begin{cases} 1 & E \geq E_n \\ 0 & E < E_n \end{cases}$  —  $\frac{dS_E}{dE} = \frac{2\pi m}{\hbar^2} \sum_n \Theta(E - E_n)$ . Если энергия меньше энергии само-



го первого уровня размерного квантования ( $E < E_1$ ), то величина  $\frac{dS_E}{dE}$  вообще будет равна 0 и также нулю будет равна и плотность состояний. При достижении  $E = E_1$  величина  $\frac{dS_E}{dE}$  скачком приобретает значение  $\frac{2\pi m}{\hbar^2}$ . При достижении следующего уровня размерного квантования эта величина удваивается и так далее.

Перемножив  $n(k)$  и  $\frac{dS_E}{dE}$ , получив выражение для плотности состояний в двумерном случае

$$n_{2D}(E) = \frac{m}{\pi\hbar^2 L_z} \sum_n \Theta(E - E_n).$$

Аналогичные, еще более простые расчеты, для плотности состояний в одномерном случае дают следующее соотношение

$$n_{1D}(E) = \frac{\sqrt{2m}}{\pi\hbar L_y L_z} \sum_n \sum_m \frac{\Theta(E - E_{nm})}{\sqrt{E - E_{nm}}}.$$

## Лекция 10.

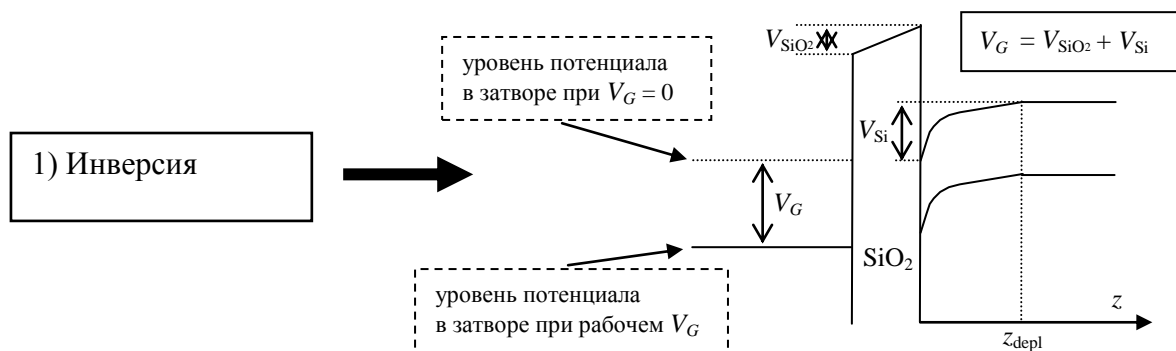
### Области пространственного заряда

Вопросы для рассмотрения:

1. Разновидности ОПЗ
2. Уравнения Пуассона и Шредингера в ОПЗ
3. Экранирование заряда в ОПЗ и в низкоразмерных условиях

Области пространственного заряда (ОПЗ) возникают в полупроводнике результате наведения в нем зарядов. Эти заряды наводятся по принципу обкладок конденсаторы. Через слой диэлектрика на поверхность полупроводника подается некоторое напряжение  $U$ . Это напряжение наводит на поверхности заряд, величиной  $Q = CU$ , где  $C$  – емкость конденсатора, получаемого из диэлектрика на поверхности. Данный наведенный заряд располагается в небольшом приповерхностном слое, который и получил название ОПЗ.

Различают четыре разновидности ОПЗ, связанные с количеством наведенного заряда — две, когда его много, и две, когда его немного. По два различия связаны с тем, что наведенный заряд может совпадать по знаку с типом проводимости полупроводника, а может быть ему противоположным. Если знаки зарядов совпадают, то говорят об ОПЗ с обогащением, когда не совпадают, то говорят об ОПЗ с обеднением. Таким образом, четырьмя разновидностями ОПЗ являются — 1) сильное обеднение (называется также инверсия), 2) слабое обеднение, 3) обогащение, 4) сильное обогащение. Ход потенциала в ОПЗ зависит от основного типа проводимости полупроводника. Схематически ход потенциала, например, для кремния  $p$ -типа представлен на рис. 1.



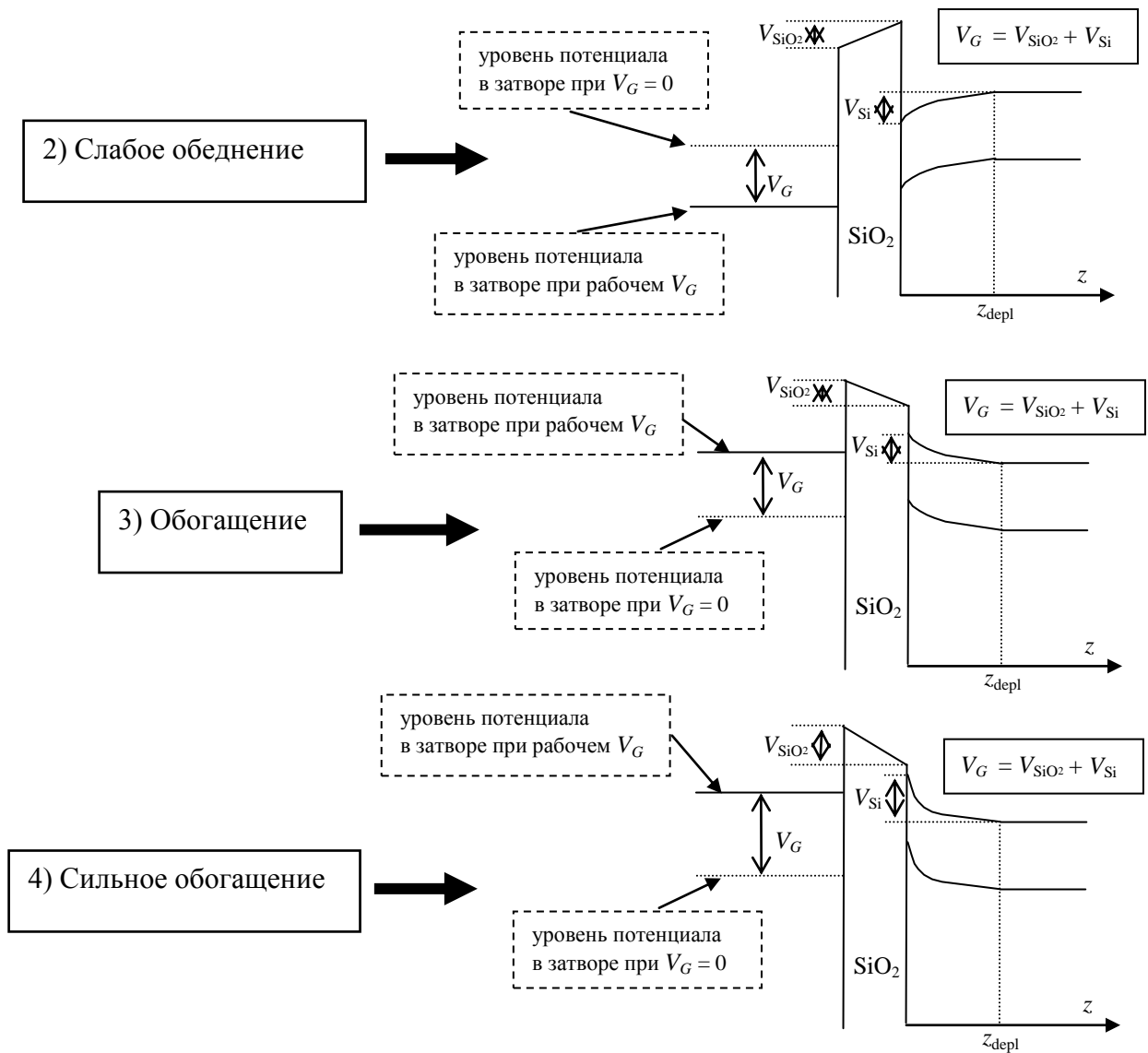


Рис. 1. Разновидности ОПЗ для кремния *p*-типа

Ход потенциала в ОПЗ может быть описан количественно. Рассмотрим представленный на рис. 2 случай ОПЗ с инверсией. Очевидно, что к затвору приложено напряжение  $V_G$ , которое падает частью на окисле (эта часть равна  $V_{ox}$ ), а частью на кремнии (эта часть равна  $\phi_s + \phi_b$ ).

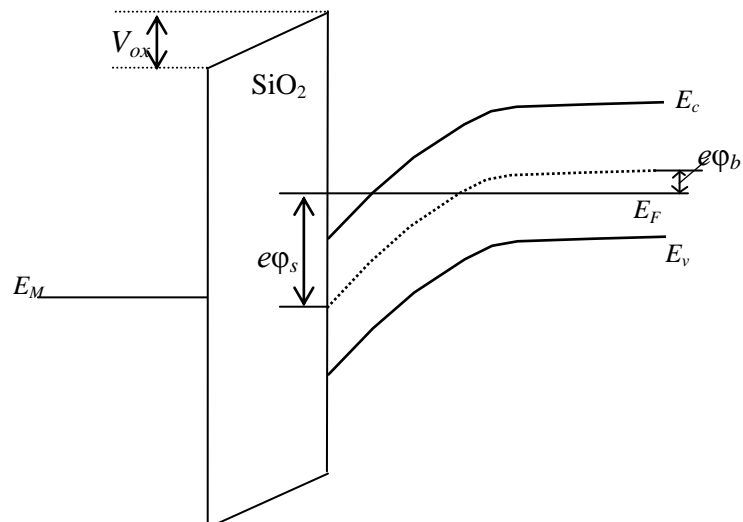


Рис. 2. Ход электрического потенциала у поверхности раздела Si/SiO<sub>2</sub> в канале МОП-транзистора

Согласно закону Гаусса для границы раздела двух сред Si/SiO<sub>2</sub> для потенциала в ОПЗ можно записать следующее выражение

$$\frac{\varepsilon_{ox}}{d_{ox}}(V_G - \varphi_s + \varphi_{FB}) = \frac{e}{\varepsilon_0}(N_s + N_{depl})$$

где левая часть фактически и есть доля затворного напряжения, падающая на окисле, а правая – на приповерхностной области кремния *p*-типа. В этом выражении  $V_G$  – напряжение на затворе,  $\varphi_s$  – падение напряжения в кремнии (искривление зон),  $\varphi_{FB}$  – потенциал плоских зон, который для *n*-канального МОП-транзистора всегда положителен и изменяется от 0,8 до 1,1 В,  $\varepsilon_{ox}$  и  $d_{ox}$  – диэлектрическая постоянная окисла и его толщина,  $N_s$  и  $N_{depl}$  – поверхностные концентрации электронов и акцепторного заряда ОПЗ, в данном случае обедненной области.

Величины этих концентраций с незначительной погрешностью можно рассчитать с помощью известных соотношений

$$N_s = N_e \cdot z_{inv}$$

$$N_e = n_i \exp\left(\frac{e\varphi_s}{k_B T}\right)$$

$$N_{depl} = N_A \left( \sqrt{\frac{2\varphi_s \varepsilon_0 \varepsilon_{si}}{e N_A}} - z_{inv} \right)$$

где  $N_e$  – объемная концентрация электронов у поверхности раздела окисел/кремний,  $n_i$  – собственная концентрация носителей заряда в кремнии при данной температуре (порядка  $10^{19} \text{ м}^{-3}$ ),  $N_A$  – объемная концентрация акцепторной примеси,  $\varepsilon_{si}$  – диэлектрическая постоянная кремния,  $z_{inv}$  – толщина инверсионного слоя, которая практически для всех случаев равна приблизительно 10 нм. Таким образом, положительное затворное напряжение вызовет определенное падение напряжения в кремнии под затвором, которое равно по величине искривлению энергетических зон у границы раздела Si/SiO<sub>2</sub>. В случае, когда  $\varphi_s$

станет больше  $\frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$  согласно первой формуле сформируется так называемый ин-

версионный канал толщиной  $z_{inv}$  с поверхностной концентрацией электронов  $N_s$ , удовлетворяющей соотношениям второй и третьей формул. Величина тока от истока к стоку определяется только значением  $N_e$ , величина же  $N_{depl}$  является паразитной и ненужной — ее формирование ухудшает характеристики транзистора и является фактически причиной существования порогового напряжения. Пока не сформируется определенное значение  $N_{depl}$  — инверсные электроны не возникают.

Если размеры инверсионного слоя  $z_{inv}$  окажутся соизмеримыми с длиной волны де-Бройля электронов в этом слое, то в нем энергия электронов для движения перпендикулярно поверхности раздела окисел/полупроводник будет квантоваться.

## Лекция 11.

### Магнитные квантовые явления

Вопросы для рассмотрения:

1. Влияние магнитного поля на квантование энергии

2. Магнитные квантовые эффекты  
 3. Квантовый эффект Холла

Плотность состояний есть число энергетических уровней, которые могут занимать электроны в зоне проводимости, приходящееся на единицу площади. На рис. 1 приведены зависимости этой плотности от энергии электронов для 3D- и 2D- электронного газа. Как известно, в трехмерном газе эта зависимость определяется величиной  $E^{3/2}$ , а в двумерном имеет ступенчатый вид, изменяясь на величину  $\Delta n = \frac{\pi m^*}{\hbar^2}$  при достижении энергии следующего уровня размерного квантования.

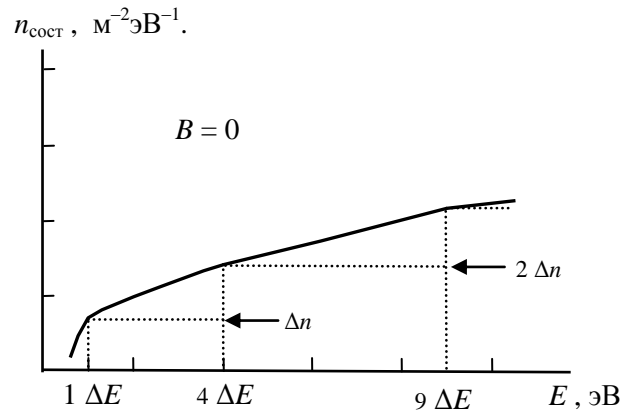


Рис.1. Плотность состояний, когда магнитное поле отсутствует: непрерывные линии соответствуют трехмерным состояниям, пунктирные — двумерным, где  $\Delta E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m^*}$ .

При включении магнитного поля  $B$  энергия электронов в двух направлениях, перпендикулярных направлению  $B$ , квантуется на величину  $\Delta E_B = \hbar \omega_c$ , начиная с  $\Delta E_{B0} = \frac{1}{2} \Delta E_B$ , где циклотронная частота  $\omega_c$  равна  $\frac{eB}{m^*}$ . Уровни квантования ( $1\Delta E_{B0}$ ,  $3\Delta E_{B0}$ ,  $5\Delta E_{B0}$ ,  $7\Delta E_{B0} \dots$ ) называются уровнями Ландау. Для двумерного газа, если  $B$  направить вдоль направления квантования, то энергия электронов окажется квантуемой по всем трем направлениям. Плотность состояний в системах с  $B \neq 0$  изображена на рис. 2 и 3.

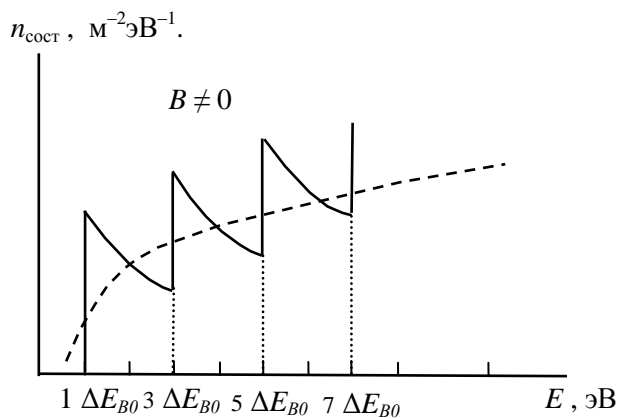


Рис.2. Плотность состояний в трехмерном газе: непрерывные линии соответствуют состояниям при  $B \neq 0$ , штриховые — при  $B = 0$ .

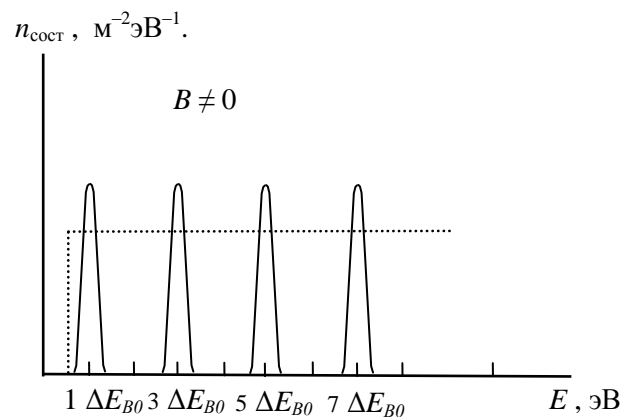


Рис.3. Плотность состояний для двумерного газа: непрерывные линии соответствуют состояниям при  $B \neq 0$ , пунктирные — при  $B = 0$ .

Число пиков для двумерного случая специфично для каждой ступеньки. Например, ширина первой ступеньки составляет  $3 \Delta E$  ( $4 \Delta E - 1 \Delta E$ ) и количество пиков в ней будет столько, во сколько раз  $3 \Delta E$  больше, чем  $\Delta E_B$ .

### Эффект Аронова – Бома

Данный эффект состоит во влиянии магнитного поля на интерференционные характеристики электрона. В случае, когда длина волны де Бройля электрона больше длины свободного пробега (между двумя ближайшими актами рассеяния) в каком-нибудь проводнике или устройстве электрон движется в нем как волна, а не как частица и может испытывать при взаимодействии с другими электронами интерференцию (усиление или ослабление волны). Магнитное поле заметно влияет на процесс интерференции.

Рассмотрим структуру с петлей, представленную на рис. 4. Она образована металлическим проводом очень малой толщины (несколько десятков нм), диаметр петли — чуть менее 1 мкм. Магнитное поле величиной  $B$  проходит через ось петли перпендикулярно ее плоскости.

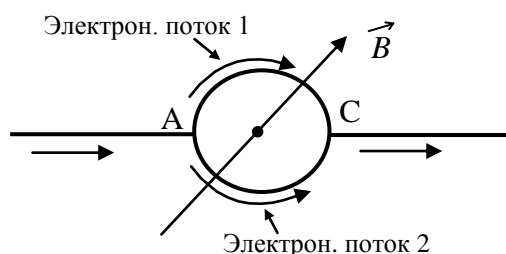


Рис.4. Структура, демонстрирующая эффект Аронова – Бома.

В точке А электронный поток раздваивается, а в С — сливается. Магнитное поле влияет на проводимость структуры. В зависимости от величины  $B$  проводимость испытывает осцилляции — многократные колебательные изменения от  $\max$  к  $\min$  значениям. Амплитуда этих колебаний пропорциональна величине  $\frac{e}{\hbar} 2\pi\Phi$ , где  $\Phi = \int_{\text{по петле}} \vec{B} dS$  — маг-

нитный поток через петлю. При условии  $\frac{e}{\hbar} \Phi \rightarrow N$ , где  $N$  — целое число, получаем  $\max$

электронной волны в точке С, при  $\frac{e}{\hbar} \Phi \rightarrow K$ , где  $K$  — половинная дробь ( $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \dots$ )

— имеем  $\min$  электронной волны в точке С. Чтобы осцилляции были четко видны (наблюдалась интерференция), необходимо выполнение условия когерентности — длина де Бройля электрона должна быть больше длины свободного пробега электронов и обе эти величины должны быть больше диаметра петли. Это возможно только при очень низких температурах — порядка несколько кельвин.

### Эффект Шубникова – де Гааза

Наблюдается в МОП-транзисторах также при очень низких температурах (близких к абсолютному нулю) и при подаче магнитного поля перпендикулярно плоскости затвора и подзатворного окисла. На рис. 5 приведена схема прибора, позволяющая обнаружить эффект Шубникова – де Гааза.

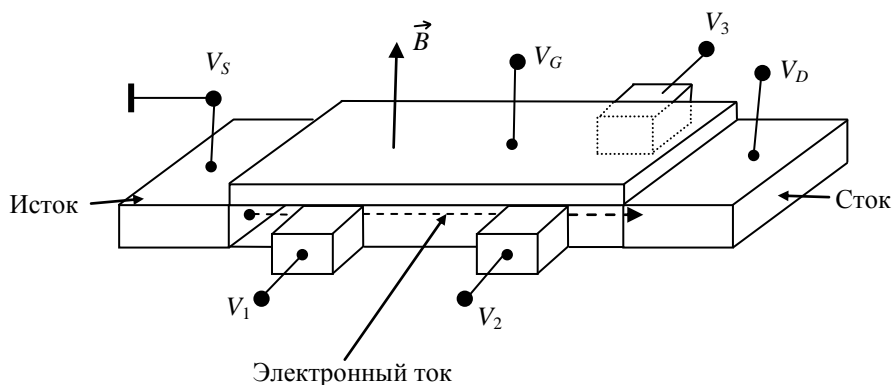


Рис.5. МОП-транзистор с тремя зондами для определения текущих напряжений вдоль канала ( $V_2 - V_1$ ) и поперек канала ( $V_3 - V_2$ ).

Выбран режим, когда напряжение  $V_D$  (или точнее  $V_D - V_S$ ) постоянно и невелико, чтобы не было разогрева электронов в канале, и по его длине подвижность электронов не изменялась бы. Значение  $B$  также постоянно, а вот напряжение  $V_G$  изменяется. Для каждого  $V_G$  меряется разница напряжений  $V_2 - V_1$ , которая определяет изменение проводимости канала. Зависимость этой разницы напряжений имеет осцилляциоподобный характер. На рис. 6 приведен схематичный, условный вид этой зависимости.

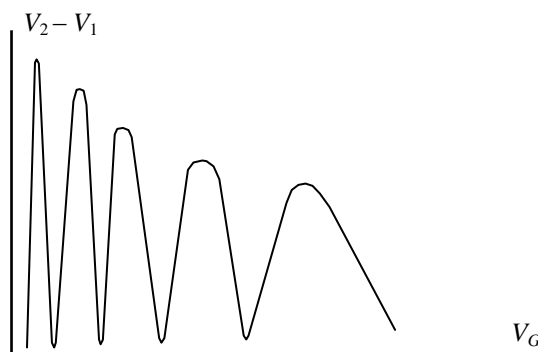


Рис.6. Осцилляции разницы напряжений  $V_2 - V_1$  от напряжения на затворе.

С ростом  $V_G$  пики функции  $V_2 - V_1 = f(V_G)$  становятся шире и менее высокими. Проявление этих пиков и есть эффект Шубникова – де Гааза. Изменение  $V_G$  увеличивает значение уровня Ферми  $E_F$  в канале транзистора, а этот уровень при температурах близких к абсолютному нулю точно определяет верхний уровень энергии, который заселяют электроны (при комнатных температурах он является серединой того энергетического интервала уровней, которые заселяют электроны). Согласно рис. 12 (плотности уровней при наличии магнитного поля)  $E_F$  может попасть как на интервалы  $\Delta E_B$ , где плотность состояний не равна нулю, т.е. на уровни Ландау, и между этими интервалами, где плотность состояний равна нулю. В первом случае величина  $V_2 - V_1$  будет иметь свое минимальное значение, т.е. проводимость канала оказывается высокой (электронов в нем много и они могут двигаться), во втором случае электронов в канале становится намного меньше, так как для них нет подходящего уровня заселения, и величина  $V_2 - V_1$  будет сильно увеличиваться (наблюдаться пик). Уменьшение разницы  $V_2 - V_1$  с ростом  $V_G$  связано с тем, что  $E_F$  уже прошло какое-то количество уровней Ландау, и они частично заселены электронами, которые и двигаются в канале прибора.

## Квантовый эффект Холла

Данный эффект напрямую связан с предыдущим эффектом и также наблюдается в рассмотренном на рис. 5 МОП-транзисторе и при тех же условиях. Он связан с поведением разницы напряжений  $V_3 - V_1$ . Эту разницу называют также напряжением Холла  $V_H$ , и оно с ростом  $V_G$  имеет участки постоянного значения, определяемого только универсальными константами и не зависящего ни от конструкции МОП-транзистора, ни от приложенных к его электродам напряжений  $V_G$  и  $V_D$ . В честь первооткрывателя квантового эффекта Холла Клитцинга ввели величину сопротивления Клитцинга  $R_K$ , равную  $R_K = \frac{V_H}{I_D}$ , где  $I_D$  – ток стока МОП-транзистора. Клитцинг измерил зависимость величины удельного сопротивления при боковом смещении электронов в канале транзистора, вызывающем падение напряжений  $V_3 - V_1$ , т.е. величину  $V_H$ . На рис. 7 приведен схематичный, условный вид этой зависимости.

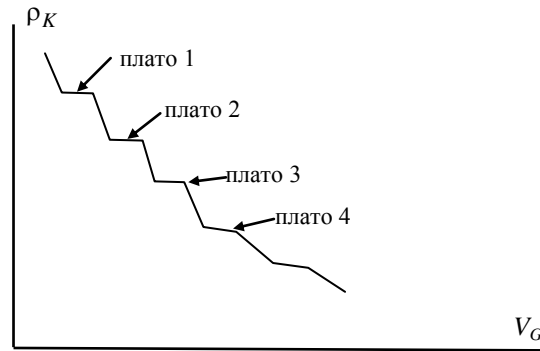


Рис.7. Схематичный вид зависимости  $\rho_K$  от напряжения на затворе.

Величина  $\rho_K$  определяется как  $\rho_K = \frac{V_H}{d j_{\text{МОП}}}$ , где  $d$  – ширина канала (участок, на котором образуется  $V_H$ ,  $j_{\text{МОП}}$  – плотность тока, протекающего в канале МОП-транзистора. Отсюда  $\rho_K = \frac{E_H}{j_{\text{МОП}}}$ , где  $E_H$  – холловская напряженность электрического поля. Но в простом эффекте Холла, обнаруженном ранее, было установлено, что  $E_H = \frac{j_{\text{МОП}} B}{en_s}$ , где  $n_s$  – поверхностная плотность электронов в МОП-транзисторе. Эта плотность при наличии магнитного поля равна  $n_s = \frac{eBn}{2\pi\hbar}$ , где  $n$  – число уровней квантования Ландау, заселенных электронами. Отсюда несложно получить выражение для  $\rho_K$  в виде  $\rho_K = \frac{2\pi\hbar}{e^2 n}$ .

Таким образом, изменяя  $V_G$ , мы передвигаем  $E_F$ , и когда уровень Ферми достигнет следующего уровня Ландау, т.е. будет изменяться квантовое число  $n$ , величина  $\rho_K$  станет постоянной и равной  $\frac{2\pi\hbar}{e^2 n}$ . В этот момент зависимость  $\rho_K = f(V_G)$  будет демонстрировать то по очереди плато, номер которого совпадает с величиной  $n$ . Когда  $E_F$  перешагнет уровень Ландау и попадет в область с нулевым значением плотности состояний, то  $\rho_K$

опять начнет изменяться с ростом  $V_G$  (уменьшаться по величине, так как будет значительно возрастать  $j_{\text{МОП}}$  при почти постоянном  $V_H$ ). В появлении плато на зависимости  $\rho_K = f(V_G)$  и состоит квантовый эффект Холла.

В структурах на основе GaAs/Al<sub>0,3</sub>Ga<sub>0,7</sub>As был обнаружен дробный квантовый эффект Холла, когда плато возникали и при  $n$  не целочисленном ( $n = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{2} \dots$ ). Объясняется этот дробный эффект тем, что электроны на уровнях Ландау могут взаимодействовать друг с другом, что приводит к некоторой модификации этих уровней в полупроводниках с высокой подвижностью электронов, что и характерно для структуры GaAs/Al<sub>0,3</sub>Ga<sub>0,7</sub>As.

## Лекция 12.

### Основные механизмы рассеяния

Вопросы для рассмотрения:

1. Рассеяние на фононах
2. Рассеяние на ионах примеси
3. Рассеяние на неоднородностях поверхности
4. Переход в состояние с более высокой размерностью

Различают рассеяния на ионах примеси, на неоднородностях поверхности, на акустических фононах, на оптических фононах и электрон-электронное.

Интенсивность примесного рассеяния можно рассчитать согласно:

$$W_I = \frac{\pi e^4 N_I^{2D}}{512 \bar{\epsilon}^2 \epsilon_0^2 \hbar E_k} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{S}{q}\right) d\theta,$$

где  $E_k$  – кинетическая энергия электрона;  $N_I^{2D}$  – поверхностная концентрация ионизированной примеси;  $\bar{\epsilon} = (\epsilon_{sc} + \epsilon_{ox})/2$  – среднее значение диэлектрической проницаемости на границе раздела окисел/полупроводник;  $S$  – параметр экранирования, равный

$$S = \frac{e^2 N_s}{\bar{\epsilon} \epsilon_0 k_B T}.$$

При расчете интенсивности рассеяния на ионизированной примеси для устранения расходимости интегралов при  $\theta \rightarrow 0$  в качестве нижнего предела интегрирования необходимо выбирать некоторый ненулевой угол  $\theta_{\min}$ .

Интенсивность рассеяния на шероховатостях поверхности рассчитывается согласно

$$W_{SR}(k) = \frac{m^* \Delta^2 \Lambda^2}{2 \hbar^3} \int_0^{2\pi} \frac{\Gamma^2(q, N_s)}{\epsilon^2(q, T, N_s)} \exp\left(-\frac{q^2 \Lambda^2}{4}\right) d\theta,$$

где  $\Delta$  – среднеквадратическая высота шероховатостей;  $\Lambda$  – среднее расстояние между ними (корреляционная длина), а функция  $\Gamma(q, N_s)$  при  $q/b \gg 1$  равна

$$\Gamma(N_s) = \frac{e^2}{\epsilon_{sc} \epsilon_0} \left( \frac{N_s}{2} + N_{depl} \right).$$

Для температур, близких к комнатной, принимая во внимание, что энергия акустических фононов много меньше энергии электронов, интенсивность рассеяния на этих фононах может быть рассчитана согласно:



$$W_{ac} = \frac{D_{ac}^2 m^* k_B T}{\rho \hbar^3 u^2} U(E - E') \int |\psi_i(z) \psi_{i'}(z)|^2 dz,$$

где  $i$  и  $i'$  – номера, соответственно, начальной и конечной подзон при рассеянии, которые расположены в одной и той же долине;  $\psi_i(z)$  и  $\psi_{i'}(z)$  – волновые функции электрона для данных подзон;  $D_{ac} = 9,5$  эВ;  $\rho$  – плотность материала;  $u$  – скорость звука в кремнии;  $U(E - E')$  – ступенчатая функция, равная нулю, если аргумент меньше нуля, и равная единице, если аргумент больше или равен нулю. Наличие данной функции обеспечивает выполнение закона сохранения энергии.

Интенсивность рассеяния электронов на оптических фононах можно рассчитать с помощью следующего выражения:

$$W_{opt} = \frac{D_{opt}^2 m^* g_{i'}}{\hbar \rho k_B T_{ph}} \left( N_{ph} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) U(E - E') \int |\psi_i(z) \psi_{i'}(z)|^2 dz,$$

где  $D_{opt} = 9 \cdot 10^{10}$  эВ/м – константа взаимодействия;  $N_{ph}$  – количество фононов с температурой  $T_{ph}$ , определяемое согласно распределению Бозе – Эйнштейна;  $g_{i'}$  – параметр мультиплексности конечной при переходе подзоны. Рассеяние электронов на оптических фононах, сопровождающееся межподзонным переходом, может являться междолинным рассеянием, если подзона, в которую переходит электрон при этом рассеянии, расположена в другой долине по отношению к первоначальной подзоне.

При электрон-электронном рассеянии необходимо различать процессы, сопровождающиеся и не сопровождающиеся межподзонными переходами. Интенсивность процессов, связанных с межподзонными переходами, рассчитывается по формуле

$$[W_{ee}^{2D}]_{im} = \frac{N_s m_{2D}^* e^4 N_{sub} |F_{ijmn}^{\max}(q)|^2}{2 \hbar^3 \epsilon_0^2 \epsilon_{sc}^2 s^2},$$

а процессов без межподзонных переходов (т. е. внутривидового рассеяния) – по формуле

$$[W_{ee}^{2D}]_{ii} = \frac{N_s m_{2D}^* e^4}{2 \hbar^3 \epsilon_0^2 \epsilon_{sc}^2 s^2},$$

где  $N_{sub}$  – число учитываемых при моделировании подзон;  $F_{ijmn}^{\max}(q)$  – максимальная величина форм-фактора;  $j$  и  $n$  – значения начальной и конечной подзон для второго электрона;  $s$  – параметр экранировки.

## Лекции 13–14.

### Дрейф электронов в низкоразмерных условиях

Вопросы для рассмотрения:

1. Разогрев электронов в квазидвумерном электронном газе в кремнии
2. Разогрев электронов в квазидвумерном электронном газе в арсениде галлия
3. Разогрев электронов в квазиодномерном электронном газе в кремнии
4. Разогрев электронов в квазиодномерном электронном газе в арсениде галлия

Электрон движется в низкоразмерном газе под действием тянущего продольного поля. Электрон движется в среде, в которой постоянно испытывает соударения (акты рас-

сеяния). Между соударениями он летит ускоренно. Поэтому разогрев электронов очень сильно зависит от времени его движения между рассеяниями.

Время свободного пробега электрона  $\tau$  между двумя ближайшими актами соударения можно оценить, если известна суммарная интенсивность рассеяния электрона по формуле

$$\tau = -\frac{1}{W_{\Sigma}} \ln \frac{1}{r},$$

где  $r$  – случайное число, равномерно распределённое на интервале от 0 до 1. Очевидно, что  $W_{\Sigma}$  за время  $\tau$  должна сохраняться постоянной, что обеспечивается введением процесса саморассеяния. При этом подразумевается, что в результате саморассеяния волновой вектор электрона не претерпевает изменений ни по модулю, ни по направлению. Интенсивность саморассеяния  $W_{ss}$  выбирается такой, чтобы на интервале изменения величины энергии  $E$  сумма  $W_{\Sigma} + W_{ss}$  была постоянной.

Для определения состояния носителя заряда после рассеяния необходимо точно знать, какой механизм рассеяния приводит к прерыванию свободного пробега электрона. С этой целью составляется матрица рассеяния, представляющая собой таблицу, в которой по горизонтали откладываются интервалы возможных значений энергии носителей заряда, а по вертикали – сумма интенсивностей всех учитываемых механизмов рассеяния, при чем эта сумма для каждой  $i$ -той строчки рассчитывается путем сложения парциальных интенсивностей процессов от 1 до  $i$ -того:  $\sum_i W_i$ .

Выбор конкретного типа рассеяния осуществляется согласно следующей известной процедуре. Генерируется случайное число  $r$ , равномерно распределённое на интервале от 0 до 1. В качестве механизма рассеяния, прерывающего свободный пробег носителя заряда, выбирается  $i$ -ый процесс, для которого справедливо неравенство

$$\sum_{k=1}^{i-1} W_k \leq r W_{\Sigma}(E) < \sum_{k=1}^i W_k,$$

где  $i$  изменяется от 1 до  $N_{mech}$ ,  $N_{mech}$  – общее количество рассматриваемых процессов рассеяния. При  $i=1$  в (49)  $\sum_{k=1}^{i-1} W_k = 0$ .

Моделирование электронного переноса проводится в пространстве координат и импульсов. Если обозначить через  $E$  и  $k$  энергию электрона и модуль его волнового вектора непосредственно перед самым актом рассеяния, то определение состояния электрона после данного акта рассеяния предполагает расчет его энергии  $E'$  и соответственно модуля волнового вектора  $k'$ , а также проекций вектора  $k'$  на оси координат  $k'_x, k'_y, k'_z$ . Данные процедуры выполняются в строгом соответствии с законами сохранения.

Значения координаты  $x^{t+\tau}$  и волнового вектора электрона  $k_x^{t+\tau}$  в конце участка свободного пробега  $\tau$  рассчитываются с помощью известных соотношений, считая, что в момент времени  $t$  значения  $x^t$  и  $k_x^t$  заданы

$$\begin{cases} v^{t+\tau} = v^t + \frac{eF_x}{m_x} \tau \\ x^{t+\tau} = x^t + v^t \tau + \frac{eF_x}{2m_x} \tau^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_x^{t+\tau} = k_x^t + \frac{eF_x}{\hbar} \tau \\ x^{t+\tau} = x^t + k_x^t \frac{\hbar}{m_x} \tau + \frac{eF_x}{2m_x} \tau^2 \end{cases},$$

где  $F_x$  – значение продольного (“тянущего”) поля в той ячейке полевой аппроксимации, в которой находится электрон;  $m_x$  – масса проводимости.

Расчет электрофизических параметров, характеризующих электронный перенос, осуществляется в конце его моделирования, либо когда просмотрен пробег всех электронов моделируемого ансамбля через проводящий канал исследуемого прибора или структуры (метод синхронного ансамбля), либо когда просмотрен пробег носителей заряда в течение всего времени моделирования (многочастичный метод).

Для каждой области пространственного разбиения рассматриваемой структуры исследуемые значения могут быть найдены с помощью следующих соотношений:

для энергии

$$E^b = \frac{\sum_{j=1}^{N^b} (E_{t+\tau_j}^b)_j}{N^b},$$

где  $E^b$  – среднее значение энергии электронов в  $b$ -ой области пространственного разбиения исследуемой структуры, обычно совпадающей по своим размерам с соответствующей ячейкой полевой аппроксимации;  $E_{t+\tau_j}^b$  – энергия отдельно рассматриваемого электрона в конце участка его свободного пробега в данной ячейке  $b$ ;  $N^b$  – суммарное число всех свободных пробегов электронов моделируемого ансамбля носителей в данной ячейке;

для дрейфовой скорости

$$v_{др}^b = \frac{\sum_{j=1}^{K^b} \frac{\hbar(k_x^b)_j}{(m_c)_j (1 + 2\alpha(E^b)_j)}}{K^b},$$

где  $v_{др}^b$  – среднее значение дрейфовой скорости электронов в ячейке  $b$ ;

$(k_x^b)_j$  – значение проекции волнового вектора электрона на направление тянущего поля  $F_x$  при  $j$ -ом пересечении им границ данной ячейки;

$(m_c)_j$  – масса проводимости электрона при  $j$ -ом пересечении им границ ячейки (зависит от долины, в которой находится носитель);

$(E^b)_j$  – значение энергии электрона в момент времени пересечения границ ячейки;

$K^b$  – суммарное число пересечений всеми электронами ансамбля границ рассматриваемой ячейки;

для подвижности

$$\mu^b = \frac{v_{др}^b}{F_x^b},$$

где  $\mu^b$  – среднее значение подвижности электронов в ячейке  $b$ ;

$F_x^b$  – значение напряженности тянущего электрического поля в этой ячейке;

Ток, протекающий через структуру, рассчитывается по следующей формуле

$$j = en v_{др},$$

где  $n$  – концентрация электронов.

## Лекции 15–16.

### Квазидвумерные электроны в кремниевом МОП-транзисторе

Вопросы для рассмотрения:

1. Образование инверсионного слоя у поверхности кремния.
2. Квантование энергии и волновые функции электронов в инверсионном слое.
3. Условия снятия квантования.
4. Дрейф квазидвумерных электронов в канале МОП-транзисторов.
5. Характеристики МОП-транзисторов с квазидвумерными носителями.

Формирование инверсионного слоя в кремниевой МОП-структуре имеет место у границы раздела Si/SiO<sub>2</sub>, когда к затвору приложено определенное напряжение. В этом случае в результате изгиба энергетических зон у поверхности (рис. 1) подавляющее большинство инверсных электронов сосредоточено в узком приповерхностном слое, толщина которого сравнима с де-бройлевской длиной волны носителей заряда. Так как движение электронов в одном из трех направлений ограничено и, как правило реализуется многоподзонный перенос носителей заряда, такой электронный газ является квазидвумерным (Q2D). Если инверсионный слой расположен в плоскости, перпендикулярной оси  $Z$ , то энергия электрона в Q2D-газе может быть записана в виде

$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y^*},$$

где  $E_i$  – уровни размерного квантования, с каждым из которых связана энергетическая подзона;  $k_x, k_y$  – проекции волнового вектора электрона на направления осей  $X$  и  $Y$ , соответственно;  $m_x^*, m_y^*$  – значения эффективной массы носителя в этих направлениях.

Для определения уровней  $E_i$  необходимо самосогласованно решить уравнения Шредингера и Пуассона, которые в рассматриваемом случае можно записать в следующем виде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_z^*} \frac{d^2 \psi_i(z)}{dz^2} - e\phi(z) \psi_i(z) = E_i \psi_i(z),$$

$$\epsilon_0 \epsilon \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} = eN_s \sum_i N_i |\psi_i(z)|^2 - \rho_{depl},$$

$$\rho_{depl} = eN_A Z_{depl},$$

$$\psi(0) = \psi(Z_{depl}) = 0,$$

$$\phi(0) = \phi'(Z_{depl}) = 0,$$

где  $\phi(z)$  – изменение потенциала в инверсионном слое кремния;  $\psi_i(z)$  – волновые функции электронов;  $N_A$  – концентрация акцепторной примеси, полагаемая постоянной;  $N_i$  – значения поверхностной концентрации электронов в  $i$ -й подзоне;  $N_s$  – поверхностная концентрация электронов, значение которой можно определить исходя из конструктивно-технологических параметров реальной МОП-структуры с помощью следующего соотношения:

$$N_s = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{ox}}{ed_{ox}} (V_G - V_T),$$

где  $V_T$  – пороговое напряжение для данной МОП-структуры. При толщине подзатворного окисла, равной, например,  $d_{ox} = 10$  нм, имеем  $N_s \approx 2 \cdot 10^{16} \times (V_G - V_T) \text{ м}^{-2}$ .

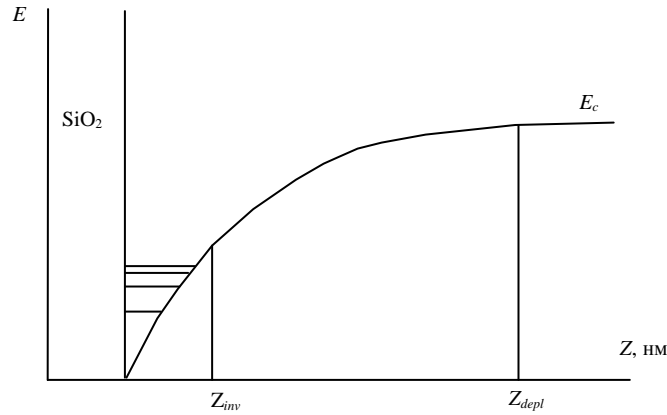


Рис. 1. Изгиб зоны проводимости на границе Si/SiO<sub>2</sub>

Полагая, что электроны распределены по энергиям согласно статистике Ферми – Дирака, и учитывая двукратное спиновое вырождение, можно рассчитать значение  $N_i$  по формуле

$$N_i = \frac{g_v m_{di} k_B T}{N_s \pi \hbar^2} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{E_F - E_i}{k_B T} \right) \right],$$

где  $g_v$  – кратность долинного вырождения;  $m_{di}$  – эффективная масса плотности состояний в  $i$ -й подзоне;  $E_F$  – энергия Ферми.

Обычно технологически получают МОП-структуру, в которой поверхность раздела  $p$ -Si/SiO<sub>2</sub> параллельна кристаллографической плоскости (100), а продольное (тянущее) электрическое поле приложено в направлении [110]. Как известно, нижнюю зону проводимости в кремнии (X-зону) можно представить в виде шести эллипсоидов постоянной энергии, расположенных на осях симметрии [100], [010] и [001]. В этом случае соответствующая двумерная система имеет один двукратно вырожденный эквиэнергетический контур в виде окружности и четыре эквиэнергетических контура в виде эллипсов. Эллипсоиды и контуры постоянной энергии показаны на рис. 2. Подзоны, соответствующие круговым контурам и характеризующиеся большим значением  $m_z$ , равным  $0,916 m_0$ , принято обозначать индексами 0, 1, 2 и т. д., а сами подзоны называть нижними. В свою очередь, подзоны, соответствующие эллиптическим контурам и характеризующиеся меньшим значением  $m_z$ , равным  $0,19 m_0$ , принято обозначать индексами 0', 1', 2' и т. д., а сами подзоны называть верхними. Эффективные массы плотности состояний в нижних и верхних подзонах различны. Это оказывает существенное влияние на заселенность подзон, а следовательно, и на интенсивности межподзонных переходов.

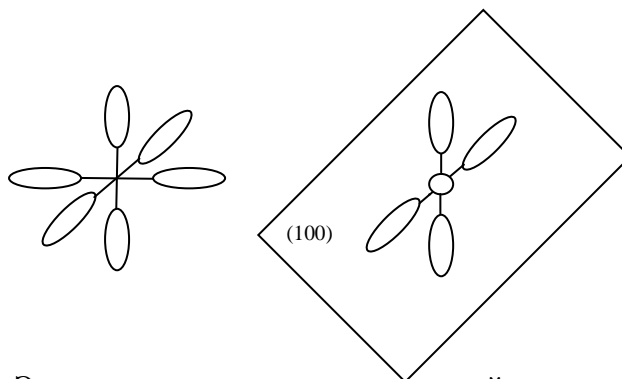


Рис. 2. Эллипсоиды и контуры постоянной энергии в канале МОП-транзистора

Наибольший практический интерес представляет изучение электрофизических свойств инверсионных слоев кремниевых МОП-структур в случае приложения к ним достаточно сильных продольных электрических полей. Ниже приведены некоторые результаты исследования поведения ряда параметров, характеризующих электронный дрейф в таких структурах.

На рис. 3 дана зависимость дрейфовой скорости электронов  $v_{др}$  от напряженности продольного электрического поля  $F$  при температуре  $T = 300$  К (кривая 1), полученные в результате численного моделирования методом Монте-Карло.

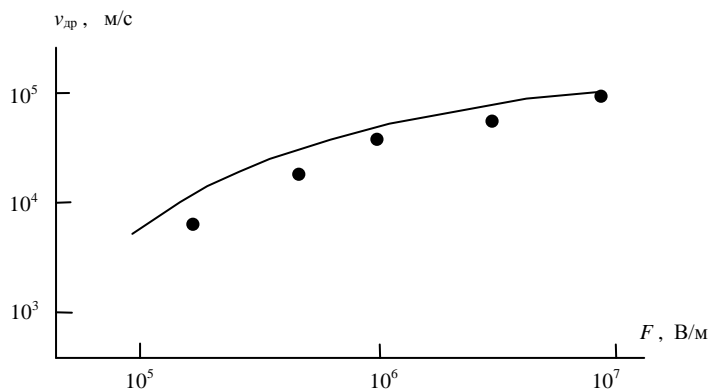


Рис. 3. Зависимость дрейфовой скорости электронов  $v_{др}$  от напряженности продольного поля  $F$  при  $N_s = 6,6 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$  и  $T = 300$  К

Для сравнения на этом же рисунке представлены результаты эксперимента (точки). Результаты расчета зависимости подвижности электронов  $\mu$  от величины их поверхностной концентрации  $N_s$  показаны на 18. На том же рисунке приведены результаты эксперимента. Нетрудно видеть, что с ростом поля дрейфовая скорость имеет тенденцию к насыщению. Это можно объяснить, прежде всего, значительным ростом числа актов межподзонального рассеяния на оптических фононах, который приводит к уменьшению энергии носителей заряда.

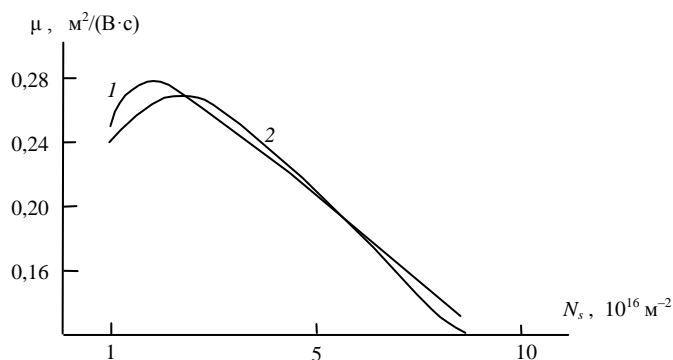


Рис. 4. Зависимость подвижности электронов  $\mu$  от величины их поверхностной концентрации  $N_s$  при  $T = 300$  К: 1 – результаты моделирования; 2 – эксперимент

## Лекция 17.

### Квазидвумерные электроны в КНИ-МОП-транзисторе

Вопросы для рассмотрения:

1. Уравнение Шредингера и Пуассона для канала КНИ-МОП-транзисторов
2. Энергия и волновые функции электронов в канале КНИ-МОП-транзисторов

### 3. Характеристики КНИ-МОП-транзисторов

Одной из перспективных конструкций МОП-транзисторов являются КНИ-МОП-транзисторы. На рис. 1 представлена наиболее интенсивно исследуемая теоретически и экспериментально структура с полностью обедненным проводящим слоем кремния, эпитаксиально выращенным на толстом слое оксида кремния. Наибольшее внимание сегодня имеют транзисторы со следующим конструктивно-технологическими параметрами:  $L_{ch} = 0,075 \div 0,15$  мкм;  $N_A = 10^{23} \div 5 \cdot 10^{23}$  м<sup>-3</sup>;  $d_{ox} = 3 \div 8$  нм;  $d_j = 3 \div 10$  нм;  $d_{ch} = 5 \div 10$  нм;  $d_{bur} = 10 \div 100$  нм;  $n^+ = 10^{25}$  м<sup>-3</sup>.

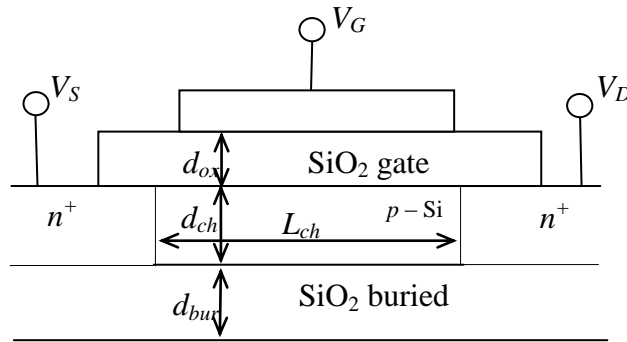


Рис. 1. Полностью обедненные КНИ-МОП-транзисторы

Преимущества КНИ-МОП-транзисторов связаны с двумя достоинствами. *Первое* — область обеднения заряда  $N_{depl}$  ограничена не размером  $\sqrt{\frac{2\phi_s \epsilon_0 \epsilon_{si}}{eN_A}} - z_{inv}$ , как в стандартном МОП-транзисторе, а только величиной  $d_{ch}$ , которая фактически сравнима с  $z_{inv}$ . В этой связи инверсный заряд легко контролируется  $V_G$ , и короткоканальные эффекты практически не влияют на этот заряд, а следовательно и их действие незначительно. Точно также снижено и влияние вторичных дырок на увеличение тока стока в связи с уменьшением  $N_{depl}$ , однако до конца оно не убирается, так как вторичные дырки вынуждены удаляться из канала только через исток, где они модифицируют определенным образом высоту барьера исток-канал (наподобие эффекта DIBL).

*Второе* достоинство связано с защитным окислом (SiO<sub>2</sub> buried). На его границе с каналом возникает напряженность поля, которую можно рассчитать согласно:

$$F_{bur} = \sqrt{\frac{2eN_A V_{bur}}{\epsilon_0 \epsilon_{oxbur}}},$$

где  $F_{bur}$  и  $V_{bur}$  — напряженность поля на поверхности защитного оксида и падение напряжения в нем.

Эта напряженность поля вызывает такое распределение потенциала в канале КНИ-МОП-транзистора, что по сравнению со стандартным МОП-транзистором, во-первых, напряженность продольной составляющей поля в канале слегка уменьшается и изменяется вдоль канала более пологим образом, а во-вторых, напряженность поперечной составляющей вообще фактически равна 0. Очевидно, что благодаря этому и разогрев электронов в КНИ-МОП-транзисторах будет заметно меньше, нежели в стандартных МОП-транзисторах. Тем не менее, при очень малых длинах канала, инжекция горячих электронов в подзатворный окисел будет со временем приводит к деградации локального порогового напряжения, которая совершенно нежелательна при переключениях истока и стока.

## Лекция 18.

### Электронные свойства квантовых проволок

Вопросы для рассмотрения:

1. Квантование энергии в квантовых проволоках
2. Основные механизмы рассеяния в квантовых проволоках
3. Законы сохранения энергии и импульса в квантовых проволоках

В полупроводниковых квантовых проволоках (проводах) движение носителей заряда будет, очевидно, уже ограничено по двум направлениям, поскольку размеры проволоки в этих двух направлениях сравнимы с де-бройлевской длиной волны электрона. Таким образом, в данных структурах образуется 1D-электронный газ, вследствие чего перенос носителей в них будет характеризоваться рядом особенностей, отличающих его от переноса в трехмерных и двумерных системах. Во-первых, за счет наличия особых точек на зависимости плотности состояний от энергии носителей суммарная интенсивность их рассеяния в квантовых проволоках имеет многопиковый характер. Во-вторых, угол рассеяния носителя в рассматриваемых 1D-системах может принимать только два значения: 0 или  $\pi$ , в результате чего в них будут наблюдаться специфические релаксационные процессы. Все это приводит к появлению в квантовых проволоках уникальных кинетических эффектов и делает в последнее время данные структуры объектом интенсивных научных исследований.

Ограничимся рассмотрением квантовых проволок с прямоугольным поперечным сечением. Обозначим через  $Y$  и  $Z$  направления, в которых движение носителей заряда в рассматриваемой проволоке ограничено. Тогда свободное движение электрона возможно только вдоль оси  $X$ . Выражения для волновой функции и полной энергии электрона в приближении двумерной прямоугольной квантовой ямы с бесконечно высокими потенциальными барьерами будут иметь следующий вид:

$$\psi(x, y, z) = \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L_x}} \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin \frac{n_y \pi y}{L_y} \sqrt{\frac{2}{L_z}} \sin \frac{n_z \pi z}{L_z},$$

$$E = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \frac{\hbar^2}{2} \left\{ \frac{1}{m_y^*} \left( \frac{n_y \pi}{L_y} \right)^2 + \frac{1}{m_z^*} \left( \frac{n_z \pi}{L_z} \right)^2 \right\},$$

где  $k_x$  и  $m_x^*$  – волновой вектор и эффективная масса электрона вдоль оси  $X$ ;  $m_y^*$  и  $m_z^*$  – эффективные массы электронов вдоль осей  $Y$  и  $Z$ ;  $L_x$  – длина квантовой проволоки;  $L_y$  и  $L_z$  – ее поперечные размеры;  $n_y=1, 2, 3, \dots$  и  $n_z=1, 2, 3, \dots$ . При этом считается, что  $L_x \gg \{L_z, L_y\}$  (рис. 1). Первое слагаемое во втором уравнении соответствует кинетической энергии сво

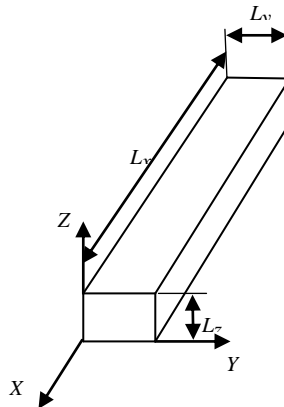


Рис.1. Схематическое изображение полупроводниковой квантовой проволоки



бодного движения электрона вдоль оси  $X$ . Второе слагаемое представляет собой энергию дна подзон размерного квантования, определяемых поперечными размерами  $L_y$  и  $L_z$ , соответствующими эффективными массами и набором целых положительных чисел  $n_y$  и  $n_z$ . Из формулы для энергии, в частности, следует, что при  $L_y=L_z$  вторая подзона оказывается двукратно вырожденной при  $n_y=2, n_z=1$  и  $n_y=1, n_z=2$ .

В электрическом квантовом пределе имеет место равенство  $n_y=n_z=1$ . В этом случае заполненной электронами оказывается только одна нижайшая подзона. На рис. 2 приведены рассчитанные зависимости величины энергетического зазора  $\Delta E$  между нижайшей и следующей ближайшей к ней подзоной для проволок с квадратным поперечным сечением. Нетрудно видеть, что в GaAs величина этого зазора намного больше, чем в Si. Например, для проволоки со стороной сечения  $L_y=L_z=L=10$  нм  $\Delta E=168$  мэВ в случае GaAs и  $\Delta E=1,6$  мэВ в случае Si. Это означает, что все квантоворазмерные эффекты в арсенид-галлиевой квантовой проволоке будут выражены гораздо сильнее.

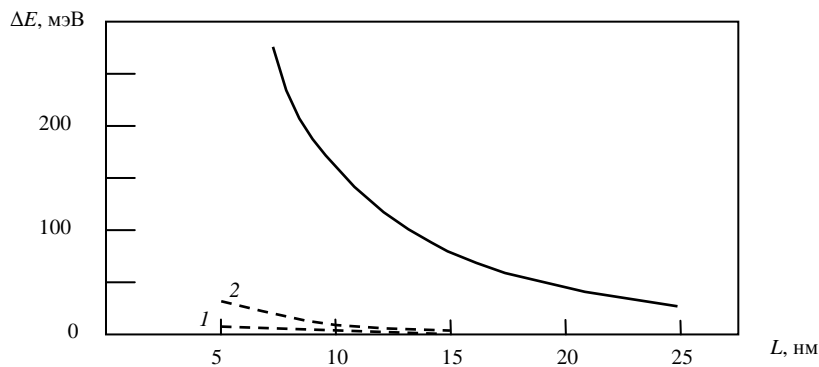


Рис. 2. Величина энергетического зазора  $\Delta E$  между нижайшей и следующей, ближайшей к ней подзоной в различных квантовых проволоках:  
 1 – между ближайшими уровнями разнотипных подзон;  
 2 – между ближайшими уровнями однотипных подзон  
 (непрерывная линия – проволока на основе арсенида галлия, штрихованные – кремния)

Поэтому 1D-электронный газ в основном существует только в арсенид-галлиевых квантовых проволоках. При этом можно ограничиться рассмотрением только одной, самой нижней подзоны. Этот случай называется электрическим квантовым пределом. Для него справедливо:

$$\psi(x, y, z) = \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L_x}} \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \sqrt{\frac{2}{L_z}} \sin\left(\frac{\pi z}{L_z}\right),$$

$$E = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left\{ \left(\frac{\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L_z}\right)^2 \right\}.$$

## Лекция 19.

### Электронный перенос в GaAs-квантовых проволоках

Вопросы для рассмотрения:

1. Особенности квантования в GaAs-квантовых проволоках
2. Полярное оптическое рассеяние
3. Осцилляции дрейфовой скорости электронов
4. Полевые транзисторы на GaAs-квантовых проволоках

В приборных структурах на основе объемного GaAs очень важное практическое значение приобретают нестационарные процессы, связанные с особенностями рассеяния электронов в данном материале, например, эффект Ганна. Подобного рода нестационарные явления протекают и в арсенид галлиевых квантовых проволоках. Они связаны с рассеянием на полярных оптических фононах и наблюдаются при воздействии на проволоки ступенчатых электрических полей.

На рис. 1 приведена зависимость значения дрейфовой скорости электронов от времени после приложения к проволоке бесконечной длины при температуре 77 К постоянного электрического поля с различными значениями напряженности:  $5 \cdot 10^4$ ,  $10^5$  и  $5 \cdot 10^5$  В/м. Данные зависимости получены с учетом только одного механизма рассеяния – на полярных оптических фононах для проволок квадратного поперечного сечения с длиной стороны, равной  $L=L_0$  и  $L=10$  нм. Анализируя поведение кривых, нетрудно сделать вывод, что частота и амплитуда колебаний дрейфовой скорости электронов в значительной степени зависят от напряженности электрического поля. Чем выше напряженность, тем быстрее электроны набирают энергию, достаточную для испускания полярного оптического фонона, и тем выше будет частота колебаний. Как видно из рис. 21, величина  $L$  не оказывает никакого влияния на частоту осцилляций, но несколько снижает среднее значение дрейфовой скорости, и это особенно становится заметным при полях с высокой напряженностью.

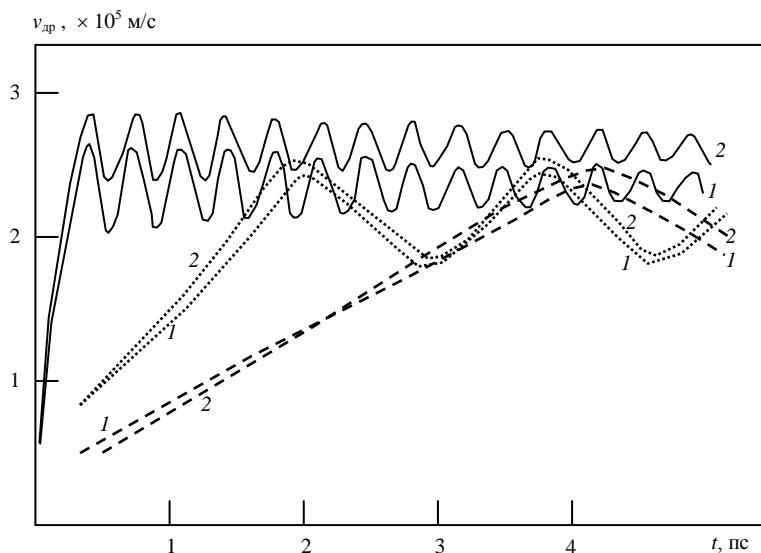


Рис. 1. Изменение дрейфовой скорости электронов во времени при учете только рассеяния на полярных оптических фононах: 1 —  $L=L_0$ ; 2 —  $L=10$  нм; штрихованные линии —  $F=5 \cdot 10^4$  В/м, пунктирные линии —  $F=10^5$  В/м, непрерывные линии —  $F=5 \cdot 10^5$  В/м

Влияние различных механизмов рассеяния электронов на дрейфовую скорость представлено на рис. 2. Кривые получены с последовательным учетом рассеяния на полярных оптических фононах, удаленных ионах примеси и неоднородностях поверхности. Данный рисунок наглядно демонстрирует тот факт, что включение дополнительного механизма, во-первых, уменьшает установившееся значение дрейфовой скорости, а во-вторых, ускоряет затухание ее колебаний.

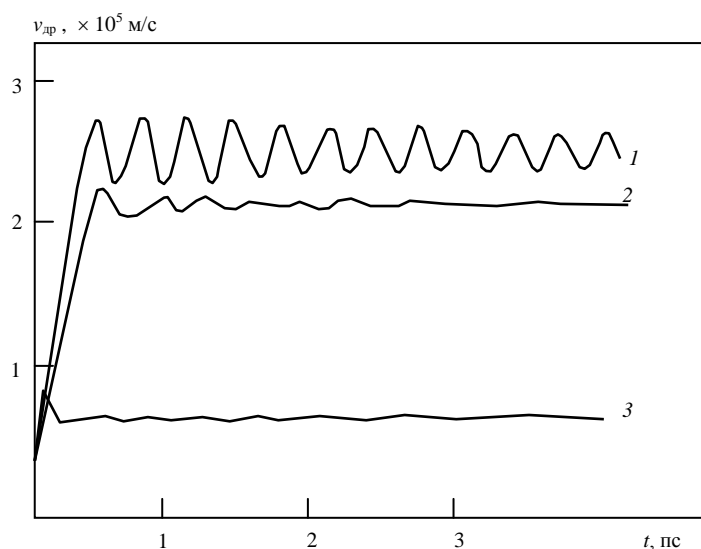


Рис. 2. Изменение дрейфовой скорости электронов во времени при учете различных механизмов рассеяния: 1 – учет только рассеяния на полярных оптических фононах; 2 – учет рассеяния на полярных оптических фононах и неоднородностях поверхности; 3 – учет рассеяния на полярных оптических фононах, неоднородностях поверхности и ионизированной примеси;  $F = 5 \cdot 10^5$  В/м;  $T = 77$  К

## Лекция 20.

### Свойства наночастиц и кластеров

Вопросы для рассмотрения:

1. *Определение и примеры наночастиц и кластеров*
2. *Механические свойства наночастиц*
3. *Оптические свойства наночастиц*
4. *Электрические свойства наночастиц*

К **наночастицам** относятся твердотельные объекты размером в несколько нанометров, которые проявляют свойства отличные от тех, что имеют твердые тела того же материала, но стандартных (бытовых) размеров. Обычно наночастицы содержат не более 1000 атомов и принимают форму близкую к сферической.

Выделяют шесть специфических свойств, по которым объекты относят к наночастицам: 1) уменьшение температуры плавления, 2) самоочищение от примесей, 3) увеличение механической прочности, 4) смещение оптических свойств в коротковолновой диапазон, 5) уменьшение электрической проводимости, 6) искажение магнитных свойств, связанных с ферромагнитными качествами.

1) *Уменьшение температуры плавления.* В наночастицах доля поверхностных атомов к их общему числу  $\frac{N_{surf}}{N_{tot}}$  приближается к 1/2. Связи между поверхностными ато-

мами слабее, чем между находящимися в объеме материала, и потому температура плавления начинает уменьшаться. Уменьшение этой температуры  $\Delta T$  прямо пропорциональ-

но величине  $\frac{T_{fus}}{r_n \sqrt[3]{\rho_n}}$ , где  $T_{fus}$  – температура плавления обычного образца,  $r_n$  – радиус

наночастицы,  $\rho_n$  – плотность ее материала. На рис.1 приведена зависимость величины  $\Delta T$  от  $r_n$  наночастицы золота, которая показывает насколько уменьшается температура плавления по сравнению с  $T_{fus}$  для конкретного значения  $r_n$ .

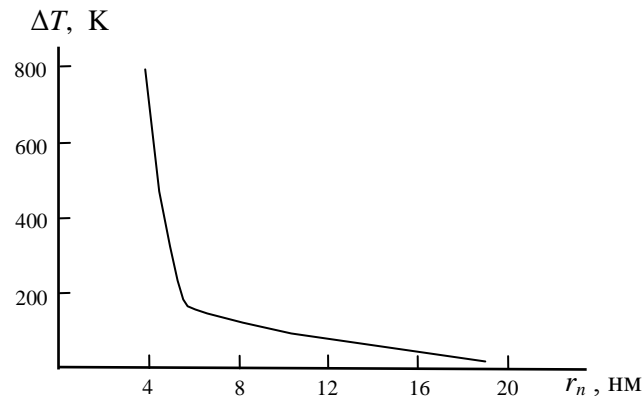


Рис.1. Уменьшение температуры плавления образцов золота при формировании наночастиц.

2) *Самоочищение наночастиц.* С уменьшением размеров наночастицы и увеличением соотношения  $\frac{N_{surf}}{N_{tot}}$  усиливается роль поверхности. Поверхность обладает минимальной потенциальной энергией благодаря разрыву связей, что приводит к скапливанию на поверхности различных дефектов, механических напряжений, примесей, дислокаций, неперIODичности решетки и т.п., откуда многие из них могут легко улетучиваться. Этот процесс и характеризует самоочищение наночастиц.

3) *Увеличение механической прочности наночастиц.* Благодаря удалению из тела наночастицы различных дефектов, улучшаются ее механические свойства, она становится прочнее и выдерживает более сильные механические нагрузки. Чаще всего, соответствующим образом изменяется и структура кристаллической решетки. Например вещество  $\text{BaTiO}_3$  в обычном состоянии имеет тетрагональную решетку, тогда как наночастица при диаметре менее 400 нм — орторомбическую.

На рис. 2 приведена зависимость величины механической прочности наночастицы поваренной соли от ее диаметра.

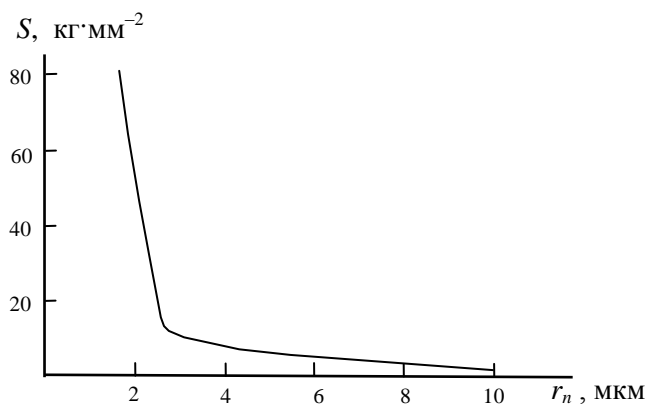


Рис.2. Прочность наночастицы поваренной соли.

4) *Смещение оптических свойств в коротковолновой диапазон.* Спектры поглощения наночастиц смещаются в область с меньшей длиной волны, т.е. большей частотой и энергией излучения. Это обусловлено тем, что в наночастицах увеличивается ширина за-

прещенной зоны (энергетическая щель между зоной проводимости и валентной зоной) за счет значительного уменьшения числа атомов.  $\Delta E_g \propto \hbar\omega_{ph}$ , где  $\omega_{ph}$  – частота фонона. Но  $\omega_{ph}$  обратно пропорциональна длине волны, и если частота увеличивается, то длина волны уменьшается.

5) *Уменьшение электрической проводимости.* Поверхность при рассмотрении электрических свойств, т.е. характеристик, связанных с протеканием электрического тока или дрейфа электронов в наночастицах, является источником очень сильных помех для такого дрейфа. Электроны очень сильно рассеиваются на поверхности и теряют свой импульс, что приводит к резкому уменьшению подвижности. Формально можно считать, что справедливо условие  $\frac{1}{\mu_n} = \frac{1}{\mu_{объем}} + \frac{1}{\mu_{поверхность}}$ . При этом величина  $\mu_{поверхность}$  сравнима

по величине с  $\mu_{объем}$ , в результате подвижность электронов в наночастице  $\mu_n$  оказывается почти в два раза меньше, нежели в объемном образце  $\mu_{объем}$ .

6) *Изменение магнитных свойств.* Благодаря усилению влияния поверхности исчезает такое свойство объемных веществ, как ферромагнетизм. Все ферромагнетики становятся суперпарамагнетиками. Т.е. спонтанная намагниченность исчезает, зато при появлении магнитного поля вдоль его направления возникает очень сильная намагниченность.

**Наночастицы** нужно отличать от **кластеров**. Наночастицы более организованы и сохраняют заметное подобие со своим объемным материалом. Кластеры, как правило, содержат на один-два порядка меньше атомов, чем наночастица (10÷100) и почти не сохраняют свойства объемного материала, за исключением некоторых неметаллических веществ (например, воды, графита, песка – SiO<sub>2</sub>)

Один из основных механизмов получения наночастиц — нуклеация. Это процесс формирования наночастицы из диспергированного материала. При высокой температуре материал распыляется в маленькие кластерные образования и затем они резко охлаждаются и склеиваются в наночастицы.

## Лекция 21.

### Микроскопия и спектроскопия наночастиц

Вопросы для рассмотрения:

1. *Электронные микроскопы*
2. *Атомно-силовые микроскопы*
3. *Рентгеновская микроскопия*
4. *Виды спектроскопии наночастиц*

Электронные микроскопы бывают зондовыми туннельными сканирующими и просвечивающими. В первом типе электронных микроскопов основной исследовательской частью является тончайшая игла, имеющая диаметр в один-два нанометра. Эти микроскопы предназначены для исследования металлических поверхностей. На зонд подается какое-то напряжение и зонд медленно сканирует поверхность. С зонда на поверхность протекает туннельный ток электронов. Чем больше расстояние от зонда до поверхности, тем меньше туннельный ток. Обычно игла микроскопа настроена на поддержание какого-то постоянного значения туннельного тока, поэтому если рельеф поверхности непостоянный специальный механизм то опускает, то подымает иглу, чтобы между ней и поверхностью была одно и то же расстояние для поддержания постоянства туннельного тока. Компьютер микроскопа по подъему и опусканию иглы рисует рельеф исследуемой поверхности.

Просвечивающие сканирующие электронные микроскопы предназначены для исследования неметаллических образцов. Создается тонкий слой исследуемого образца и его просвечивают потоком высокоэнергетических электронов. За образцом устанавливается специальное приемное устройство, которое анализирует спектр прошедших через исследуемый образец электронов и по нему строит изображение этого образца.

Атомно-силовой микроскоп построен на расчете вандерваальсовских сил взаимодействия между тонкой иглой-зондом и исследуемой поверхностью. Данный микроскоп похож на электронный туннельный, но вся его механика настроена на расчете сил взаимодействия иглы-зонда с поверхностью.

К основным видам спектроскопии наночастиц является масс-ионная спектроскопия и оже-спектроскопия.

## Лекция 22.

### Основы одноэлектроники

Вопросы для рассмотрения:

1. Одноэлектронный транспорт
2. Кулоновская блокады
3. Приборные структуры одноэлектроники

Одноэлектроника — это раздел нанoeлектроники, изучающий условия и приборные структуры, в которых перенос тока осуществляется одним электроном, или, точнее, определяется движением одного электрона.

В принципе в современных МОП-транзисторах с малой длиной и шириной канала, например в КНИ-МОП-транзисторах с длиной канала  $L_{ch}$ , толщиной канала  $d_{ch}$  и шириной канала  $W$ , перенос тока в определенные моменты времени осуществляется одним или считанным числом электронов. Число электронов, образующих ток, очевидно равно  $N = L_{ch}d_{ch}Wn_{эл}$ , где  $n_{эл}$  — концентрация электронов. Для  $L_{ch}=0.1$  мкм,  $d_{ch} = 0.01$  мкм,  $W=0.01$  мкм и традиционной для проводящего канала МОП-транзистора  $n_{эл}=10^{24}$  м<sup>-3</sup> имеем  $N = 10$ . Однако в стандартном МОП-транзисторе электроны движутся непрерывно, нет возможности выделить один электрон из общего потока и потому данные транзисторы не рассматриваются как приборы одноэлектроники.

Одноэлектронные структуры можно создать на основе конденсатора и процесса туннелирования электронов через потенциальный барьер, связанный с диэлектриком конденсатора. Однако, чтобы зафиксировать на конденсаторе заряд одного электрона, нужно чтобы по величине его емкость была соизмерима с зарядом электрона, т.е. величиной  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ . такую маленькую емкость выделить невозможно, так как в любой схеме всегда существует паразитная емкость межсоединений, которая не бывает меньше величины в  $10^{-15}$  Ф. Чтобы избежать влияние паразитных емкостей для хранения заряда одного электрона используют два последовательно включенных конденсатора. В этом случае суммарная емкость системы будет  $C_{\Sigma} = C_1 + C_2$ , где  $\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{конд1}} + \frac{1}{C_{паразит}}$  и

$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{конд2}} + \frac{1}{C_{паразит}}$ . Так как емкости конденсаторов намного меньше паразитных, то они и будут определять  $C_1$  и  $C_2$ , а значит и  $C_{\Sigma}$ .

Для электронов участок между двумя конденсаторами будет представлять собой как бы металлический островок. Энергия этого островка равна  $E = \frac{Q^2}{2C_{\Sigma}}$ . Если на островке

находится один электрон, то его энергия будет  $E = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ . Попадание второго электрона на островок оказывается невыгодно, так как в этом случае энергия островка увеличится на ту же величину  $E = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ , а чтобы увеличить энергию, нужно приложить к системе напряжение. Более выгодным будет обратный процесс — уход электрона из островка. На этом и основан принцип работы одноэлектронного устройства — подавать на входной и выходной конденсаторы такие напряжения, чтобы электронам было выгодно либо попасть на островок, либо уходить с него, либо задерживаться на нем, т.е. путем изменения напряжений на входе и выходе регулировать ток через островок, который формирует только один электрон. Напряжение  $U = \frac{E}{e} = \frac{e}{2C_\Sigma}$ , контролирующее перенос электронов через островок, получило название напряжение кулоновской блокады.

Однако, чтобы измерительные приборы могли фиксировать энергию  $E = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$ , эта энергия должна быть меньше тепловой  $E_T = k_B T$ . Отсюда можно получить критическую температуру для наблюдения одноэлектронных эффектов:

$$\frac{e^2}{2C_\Sigma} > k_B T,$$

$$T < \frac{e^2}{2k_B C_\Sigma}.$$

При  $C_\Sigma = 10^{-15}$  Ф (порядка паразитной) получаем  $T_{\text{крит}} \approx 1$  К. При  $C_\Sigma = 10^{-17}$  Ф получаем  $T_{\text{крит}} \approx 100$  К. В настоящее время получить  $C_\Sigma$  порядка  $10^{-17}$  Ф не получается и поэтому одноэлектронные явления можно наблюдать только при крайне низких температурах — порядка 100 К и менее.

Приборные структуры одноэлектроники базируются на структурах с двумя последовательно включенными конденсаторами, которые есть ни что иное как квантовая точка. Другими словами все структуры одноэлектроники — это структуры на основе квантовых точек. Точки эти могут группироваться в целые массивы (матрицы).

В настоящее время ведутся исследования одноэлектронных структур на основе 1) сканирующего туннельного зондового микроскопа, 2) слоистых структур на основе гетероструктур при низких температурах, 3) последовательной цепочки квантовых точек при низких температурах и 4) двумерного массива квантовых точек при низких температурах.

## Лекция 23.

### Основы спинтроники

Вопросы для рассмотрения:

1. Спин электрона
2. Приборные структуры спинтроники
3. Квантовые компьютеры

Как известно, спин электрона — это специфическое свойство электрона, присущее ему наравне с массой порядка  $10^{-31}$  кг и зарядом порядка  $10^{-19}$  Кл. Спин — это момент

импульса электрона на некоторую ось  $Z$ , т.е. проекция на эту ось какого-то движения электрона относительно нее. Фактически электрон как бы вращается вокруг этой оси наподобие вращения Луны вокруг Земли. При этом электроны могут иметь две одинаковые проекции, но с разными знаками. Следовательно, различаются электроны с проекцией спина связанной с движением электрона относительно оси  $Z$  по часовой стрелке и с проекцией спина связанной с движением электрона относительно оси  $Z$  против часовой стрелки. В первом случае спин электрона направлен по оси, во втором — против. В любом энергетическом состоянии могут находиться два электрона, но обязательно с разными спинами.

Количественно движение электрона в магнитных полях описывается с помощью магнетона Бора

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}.$$

Величина  $\gamma = \frac{e}{m}$  получила наименование гиромангнитного отношения для электрона. Частное от деления магнетона Бора на гиромангнитное соотношение и составляет значение спина электрона

$$L = \frac{\hbar}{2}.$$

Учет того, что спин может иметь две разные проекции дает

$$L = \pm \frac{\hbar}{2}.$$

Известно, что все вещества по влиянию на них магнитного поля можно разделить на парамагнетики, на диамагнетики и на ферромагнетики. Диамагнетики — это вещества, которые под действием магнитного поля очень слабо намагничиваются в направлении противоположном магнитному полю. Парамагнетики очень слабо намагничиваются в направлении магнитного поля, тогда как ферромагнетики очень сильно намагничиваются в направлении магнитного поля. Экспериментальные результаты показали, что через намагниченный ферромагнетик могут проходить электроны со спином, направленным в ту же сторону, куда намагничен ферромагнетик. Электроны же с противоположным спином через данный ферромагнетик не проходят. На этом факте и основаны все структуры спинтроники.

На рис. 1 приведена схема элемента памяти, построенного на спинтронном эффекте. Информация (заряд электронов) записывается во втором ферромагнетике. Первый и третий служат изоляторами, не позволяющими рассеиваться информации. Запись осуществляется путем подачи в течение какого-то времени (времени записи) одинаковых по направлению, но слабых магнитных полей  $B_1$  и  $B_2$  и противоположного им поля  $B_3$  на соответствующие ферромагнетики при одновременной подаче тока на входную шину. После этого устанавливается поле  $B_1$  одинаково направленное с  $B_3$  и противоположное  $B_2$ . На ферромагнетике 2 накопились электроны с определенным спином и они не могут уйти с него, так как рядом находятся ферромагнетик 1 и ферромагнетик 3 с другим направлением намагниченности, не совпадающей с направлением спина электронов. Обнуление информации осуществляется аналогично, только теперь одинаково направлены поля  $B_2$  и  $B_3$ .

По такому же принципу работают и полевые транзисторы на спинтронном эффекте. Ферромагнетики 1 и 3 являются истоком и стоком транзистора и они всегда намагничены одинаково и постоянно. Ферромагнетик 2 является проводящим каналом. Путем подачи на него поля  $B_2$  с разным направлением можно варьировать проводимость канала и добиваться разного значения тока.

Основной недостаток приборов спинтроники — использование разных источников переменного магнитного поля и создание активных областей, соответствующих различным ферромагнетиком, с быстрым реагированием на переключение магнитного поля. В



результате очень непросто создать области с малыми размерами, а в случае получения таких ферромагнитных областей — очень не просто изолировать их от влияния не своих полей. Например, подавая  $V_1$  на ферромагнетик 1 мы частично влияем и на ферромагнетик 2, зачастую не позволяя переключиться ему в нужное состояние. Чтобы избежать таких паразитных переключений нужно создавать очень сложные изолирующие конструкции, что заметно увеличивает размеры элементов и самих приборных структур.



Рис. 1. Элемент памяти спинтроники

## Лекция 24.

### Углеродные нанокластеры

Вопросы для рассмотрения:

1. Структура углеродных нанокластеров
2. Фуллерены
3. Углеродные нанотрубки
4. Получение фуллеренов и углеродных нанотрубок

Один из основных механизмов получения наночастиц — нуклеация. Это процесс формирования наночастицы из диспергированного материала. При высокой температуре материал распыляется в маленькие кластерные образования и затем они резко охлаждаются и склеиваются в наночастицы. Наиболее характерный и практически важный случай — углерод. На рис. 1 показана схема формирования углеродной наночастицы, получившей название фуллерена.

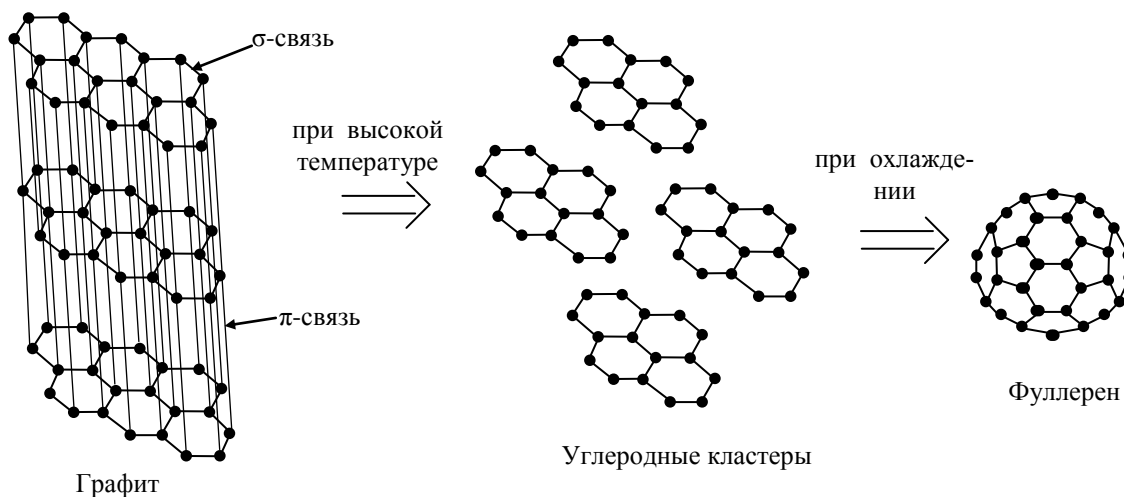


Рис.1. Процесс нуклеации — образования наночастицы углерода фуллерена.

Графит состоит из слоев с гексагональной структурой связи атомов углерода, получившей название  $\sigma$ -связи (расстояние между атомами составляет  $1,42 \text{ \AA}$ ), которые соединены друг с другом ковалентной связью, получившей название  $\pi$ -связи (расстояние между атомами составляет  $3,35 \text{ \AA}$ ). При разогреве  $\pi$ -связи разрываются, а также могут отрываться и отдельные  $\sigma$ -связи, в результате получаются кластеры, состоящие из нескольких гексагоналей атомов углерода. При резком охлаждении эти гексагонали объединяются друг с другом, но уже не в слои, как в графите, а в сфероподобные конструкции — фуллерены. В подавляющем большинстве случаев углеродные кластеры формируют два вида фуллеренов — состоящих из 60 и 70 атомов углерода. Очень редко, но возможны фуллерены и с другим числом атомов. Если в качестве охлаждающего центра поместить какую-то холодную подложку, то на ней фуллерены не будут скручиваться в шар, а непрерывно расти в виде цилиндра, получившего название углеродной нанотрубки. Рассмотрим свойства нанотрубок отдельно.

Углеродные нанотрубки - своеобразные цилиндрические молекулы диаметром примерно от половины нанометра и длиной до нескольких микрометров. Эти полимерные системы впервые обнаружили менее 10 лет назад как побочные продукты синтеза фуллерена  $C_{60}$ . Тем не менее уже сейчас на основе углеродных нанотрубок создаются электронные устройства нанометрового (молекулярного) размера. Ожидается, что в обозримом будущем они заменят элементы аналогичного назначения в электронных схемах различных приборов, в том числе современных компьютеров. В результате будет достигнут теоретический предел плотности записи информации (порядка одного бита на молекулу) и вычислительные машины обретут практически неограниченную память и быстрдействие, лимитируемое только временем прохождения сигнала через прибор.

Не содержащая дефектов одностенная углеродная нанотрубка представляет собой свернутую в виде цилиндра ленту с упаковкой атомов по типу графита (рис. 2). Кроме индексов  $(n, m)$ , геометрию нанотрубки можно охарактеризовать длиной окружности цилиндра  $C$  и углом хиральности  $F$ . Если вектор  $C$  совпадает с вертикальной или наклонной “разреженной” линией шестиугольников, получаются нехиральные трубки  $(n, 0)$  и  $(n, n)$ . Чтобы представить пространственное расположение атомов в нанотрубке, отложим на графитовом слое вектор  $C = (na_1, ma_2)$ , где  $a_1$  и  $a_2$  - базисные векторы, а  $n$  и  $m$  - целые числа. Через точки начала и конца этого вектора проведем перпендикулярно ему две прямые -  $L$  и  $L'$  и вырежем из слоя бесконечную ленту вдоль этих линий. Свернем ленту в цилиндр так, чтобы прямые  $L$  и  $L'$  совместились. У нашего цилиндра  $L$  будет образующей, а длина окружности равна модулю вектора  $C$ . Так мы получим нанотрубку  $(n, m)$ . В общем случае нанотрубки обладают винтовой осью симметрии (тогда говорят, что они хиральны). Нехиральными оказываются нанотрубки  $(n, 0)$  и  $(n, n)$ , в которых углеродные шестиугольники ориентированы параллельно и перпендикулярно оси цилиндра соответственно.

Для создания электронных устройств и их объединения в сложные приборы требуются полупроводники и материалы с высокой электропроводностью. Нанотрубки с разными значениями индексов  $(n, m)$  - это полимеры разного строения, а потому они должны обладать разными электрическими свойствами. Зависимости электрических свойств нанотрубок от геометрических параметров были предсказаны на основе квантово-химических расчетов их зонной структуры. Известно, что все атомы углерода в нанотрубках имеют тройную координацию, а значит, нанотрубки - сопряженные ароматические системы, в которых три из четырех валентных электронов каждого углерода образуют локализованные  $\sigma$ -связи, а четвертый участвует в образовании делокализованной  $\pi$ -системы (как, например, в бензоле). Эти  $p$ -электроны слабо связаны со своими атомами, поэтому именно они могут участвовать в переносе заряда в системе.

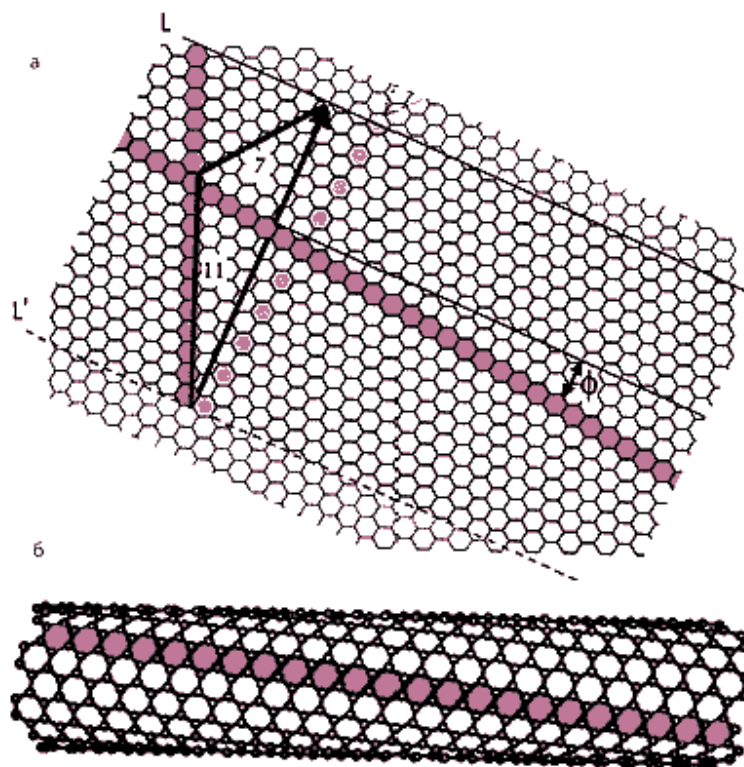


Рис. 2. Построение модели нанотрубки: а) графитовый слой и лента (11, 7); б) нанотрубка (11, 7).

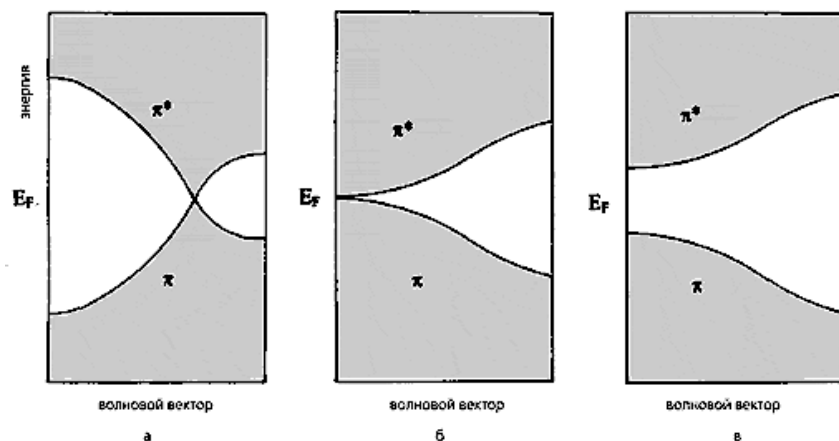


Рис. 3. Электронная структура нехиральных трубок: а) все трубки  $(n, n)$  металлические; трубки  $(n, 0)$  металлические, если  $n$  кратно трем (б), иначе они полупроводниковые (в). Уровень Ферми  $E_F$  разделяет занятые и вакантные состояния.

Высокая (металлическая) проводимость должна появиться, если занятые  $\pi$ -состояния не отделены от вакантных  $\pi^*$ -состояний (рис. 3). В противном случае нанотрубка - полупроводник. Расчеты показали, что металлическим типом зонной структуры обладают те, для которых разность  $n - m$  кратна трем, - т.е. треть нанотрубок. Остальные нанотрубки должны быть полупроводниками с шириной запрещенной зоны от нескольких десятых до примерно двух эВ, возрастающей с уменьшением диаметра нанотрубки. Потребовалось целых шесть лет, чтобы квантово-химический прогноз подтвердился экспериментально. Наконец, методами сканирующей туннельной микроскопии для индивидуальных нанотрубок удалось определить атомную структуру (геометрию - по топографическим изобра-

жениям) и электропроводность (по зависимости тока  $I$  через нанотрубку от напряжения смещения  $V$ ).

Цилиндрические неизогнутые нанотрубки образуются из повторяющихся углеродных шестиугольников. Если углеродный шестиугольник заменить, например, на пятиугольник, семиугольник или на два таких дефекта, как показано на рис. 4, нанотрубка изогнется. С разных сторон относительно изгиба ориентация углеродных шестиугольников оказывается различной. Но с изменением ориентации шестиугольников по отношению к оси нанотрубки меняется ее электронный спектр, положение уровня Ферми, ширина оптической щели и т.п. В частности, для приведенного на рис. 6 случая, слева относительно изгиба нанотрубка должна быть металлической, а справа - полупроводниковой. Таким образом, эта изогнутая нанотрубка должна представлять собой молекулярный гетеропереход металл-полупроводник.

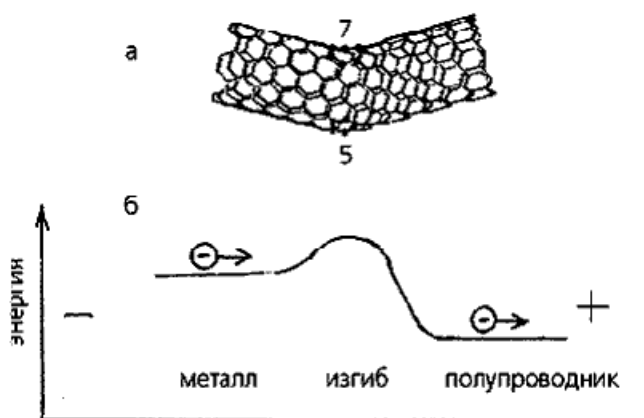


Рис. 4. Влияние дефекта семиугольник-пятиугольник на геометрию нанотрубки (а) и энергию подвижных электронов (б).

## Лекция 25.

### Приборные структуры на нанотрубках

Вопросы для рассмотрения:

1. Разновидности нанотрубок и методы их получения
2. Электрические свойства нанотрубок
3. Полевые транзисторы на нанотрубках

Если рассматривать данные куски нанотрубки изолированно, с разных сторон относительно изгиба электроны на уровне Ферми обладают разной энергией. В единой системе выигрыш в энергии приводит к перетеканию заряда и образованию потенциального барьера. Электрический ток в таком переходе течет только в том случае, если электроны перемещаются из области нанотрубки с большей энергией Ферми в область с меньшей. Иначе говоря, ток может течь только в одном направлении. "Одностороннее" прохождение тока через нанотрубку с изгибом используется для создания выпрямляющего диода - одного из основных элементов электронных схем (рис. 1).

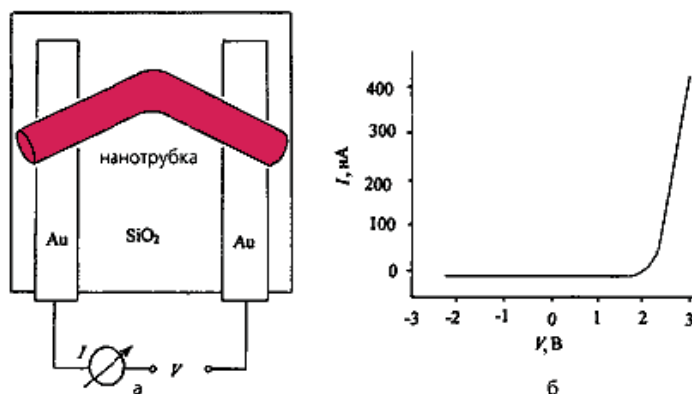


Рис. 1. Выпрямляющий диод на изогнутой нанотрубке. Нанотрубка лежит на непроводящей (кварцевой) подложке в контакте с двумя сверхтонкими проводами (а); вольт-амперная характеристика для такой системы (б).

На основе полупроводниковой или металлической нанотрубки удалось сделать полевые транзисторы, работающие при комнатной (в первом случае) и сверхнизкой (во втором) температуре. Полевые транзисторы (триоды) - электронные устройства, на перенос заряда через которые оказывает сильное влияние внешнее (управляющее) электрическое поле, что используется в усилителях электрического сигнала, переключателях и т.п.

В транзисторе на полупроводниковой нанотрубке электрическое поле управляет концентрацией носителей в зонах делокализованных состояний (рис. 2). В полупроводниковой нанотрубке состояния валентной зоны отделены от состояний зоны проводимости энергетической щелью - запрещенной зоной. Из-за наличия этой щели при обычных условиях концентрация носителей в зонах мала и нанотрубка обладает высоким сопротивлением. При подаче на третий электрод (затвор) электрического потенциала  $U$  в области нанотрубки возникает электрическое поле и изгиб энергетических зон изменяется. При этом концентрация дырок в валентной зоне (и соответственно электропроводность) возрастает по экспоненциальному закону со смещением края зоны относительно уровня Ферми. При потенциале затвора около  $-6$  В концентрация дырок достигает максимального значения, сопротивление - минимального, а нанотрубка становится металлической.

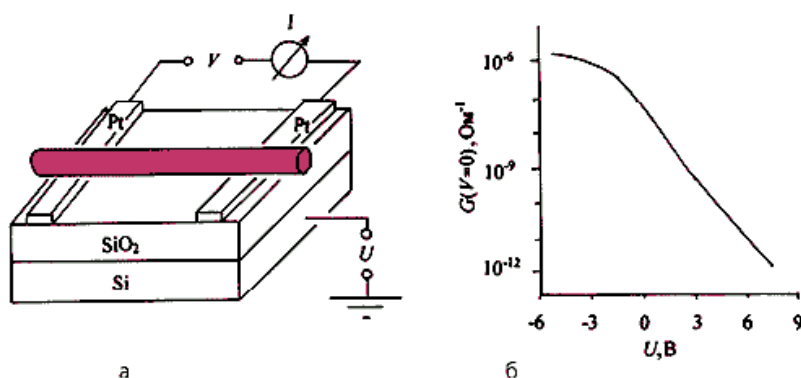


Рис. 2. Полевой транзистор на полупроводниковой нанотрубке. Нанотрубка лежит на непроводящей (кварцевой) подложке в контакте с двумя сверхтонкими проводами, в качестве третьего электрода (затвора) используется кремниевый слой (а); зависимость проводимости в цепи от потенциала затвора (б).

При создании полевого транзистора на металлической нанотрубке используются эффекты туннельного переноса электронов через нанотрубку по отдельным молекулярным орбитальям. Из-за конечной длины нанотрубки ее электронный спектр, строго говоря, не непрерывен, как показано на рис. 5, а дискретен, с расстоянием между отдельными

уровнями  $\sim 1$  мэВ при длине нанотрубки  $\sim 1$  мкм (рис. 3). Такой характер расщепления уровней, конечно, не сказывается на электропроводности нанотрубки, например, при комнатной температуре ( $0.025$  эВ), но полностью определяет ее электрические свойства при температуре ниже  $1$  К.

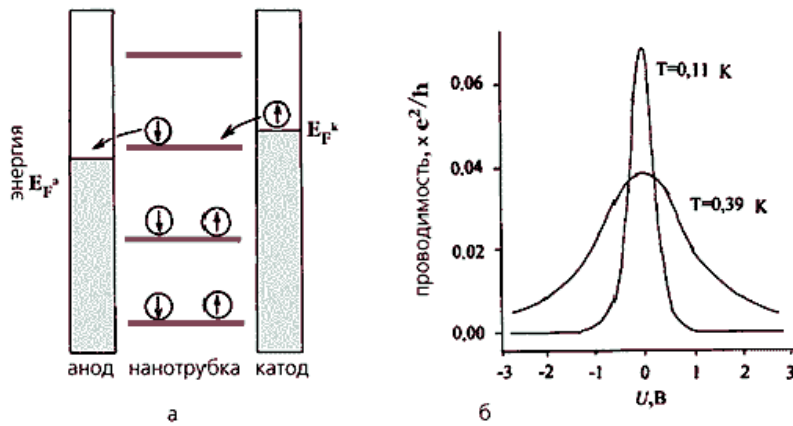


Рис. 3. Схема переноса электронов с участием одного дискретного уровня в полевом транзисторе на металлической нанотрубке (а) и зависимость проводимости в цепи от потенциала затвора (б).

## Контрольные вопросы

1. Каковы основные тенденции развития нанoeлектроники?
2. В чем состоят особенности дрейфа электронов в квантоворазмерных структурах?
3. Что такое длина волны де-Бройля электронов?
4. Каким образом ширина ямы определяет расстояние между уровнями размерного квантования в прямоугольной квантовой яме?
5. Как влияет температура на расстояние между уровнями размерного квантования в прямоугольной квантовой яме?
6. Почему электроны могут туннелировать через потенциальные барьеры?
7. Как влияет высота барьера на процесс туннелирования электронов?
8. Почему при надбарьерном прохождении барьеров возникают интерференционные явления?
9. С чем связано возникновение резонанса при туннелировании через структуру с двумя близко расположенными потенциальными барьерами?
10. Что такое сверхрешетка?
11. В чем основное отличие сверхрешеток II типа от сверхрешеток I типа?
12. Что такое модулировано легированные сверхрешетки?
13. В чем состоит основной принцип конструирования гетеролазеров?
14. На чем основана работа лавинных фотодиодов?
15. В чем преимущества арсенид галлиевого полевого транзистора перед кремниевым МОП-транзистором?
16. Что такое плотность состояний и как она влияет на пробег электронов в приборных структурах нанoeлектроники?
17. Как зависит плотность состояний от температуры в 2D условиях?
18. Как зависит плотность состояний от температуры в 1D условиях?
19. Как зависит плотность состояний от энергии электронов в 2D условиях?
20. Как зависит плотность состояний от энергии электронов в 1D условиях?
21. Какие основные механизмы рассеяния электронов в низкоразмерных условиях?
22. Какие разновидности ОПЗ в полупроводниках бывают?
23. Что такое инверсионный слой?
24. Какой закон определяет искривление зон на поверхности раздела сред?
25. Какие параметры определяют ход потенциала в ОПЗ?
26. Что такое уровни размерного квантования Лоренца?
27. В чем состоит эффект Шубникова-де Газа?
28. В чем состоит квантовый эффект Холла?
29. Как происходит переход электронов из низкоразмерного состояние в состояние с более высокой размерностью?
30. Как влияют размеры поперечного сечения квантовой проволоки на квантование энергии в ней?
31. Что такое наночастица и в чем ее отличие от кластера?
32. Что такое фуллерен?
33. В чем состоят преимущества углеродных нанотрубок?
34. Чем электронный сканирующий микроскоп отличается от просвечивающего?
35. Что такое нанолитография?
36. Что такое нанопечать?
37. Что такое самоорганизация наноструктур?
38. При каких условиях возможен одноэлектронный перенос?
39. Что такое кулоновская блокада?
40. Что такое спин электрона и в чем его отличие от спина атома?
41. Диамагнитные, парамагнитные или ферромагнитные материалы являются основой создания приборов спинтроники и почему?
42. В чем состоит принцип работы магнитной ячейки памяти?
43. Что такое квантовые компьютеры?

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

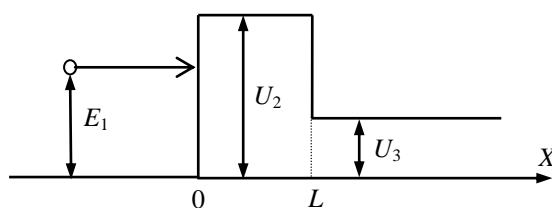
## Лабораторная работа 1.

Моделирование процесса туннелирования электронов через систему барьеров в структурах нанoeлектроники

Цель работы: Рассчитать значения двух нижних уровней размерного квантования в прямоугольной яме, имеющей в своем центре прямоугольный провал.

Теоретическая часть:

На рисунке ниже представлена энергетическая схема исследуемой системы барьеров. Энергия электрона меньше высоты первого барьера, но выше высоты второго.



Прямоугольный барьер с низкой ступенькой  
 $U_3 < E_1 < U_2$

Коэффициенты прохождения и отражения электрона от данной системы барьеров можно найти с помощью следующих соотношений

$$D = \frac{4k_1 k_2^2 k_3}{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 + k_3)^2 k_2^2}$$

$$R = \frac{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 - k_3)^2 k_2^2}{(k_1^2 + k_2^2)(k_3^2 + k_2^2) \operatorname{sh}^2(k_2 L) + (k_1 + k_3)^2 k_2^2},$$

где  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar}$ ,  $k_2 = \frac{\sqrt{2m(U_2 - E_1)}}{\hbar}$ ,  $k_3 = \frac{\sqrt{2m(E_1 - U_3)}}{\hbar}$ .

Практическая часть:

1. Выберите данные о структуре исследуемых барьеров в соответствии со своим вариантом

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
$U_2$ , эВ	2	3	4	5	10	4	5	7
$U_3$ , эВ	0.5	1	1	1	2	1	1	2
$L$ , нм	4	3	2	1	1	2	3	4

2. Рассчитайте значения  $D$  и  $R$  для пяти значений энергии в соответствии с нижеприведенной таблицей

	$E = 0.1 (U_2 - U_3)$	$E = 0.3 (U_2 - U_3)$	$E = 0.5 (U_2 - U_3)$	$E = 0.7 (U_2 - U_3)$	$E = 0.9 (U_2 - U_3)$
$D$					
$R$					

3. Постройте зависимости  $D(E)$  и  $R(E)$  и проанализируйте их



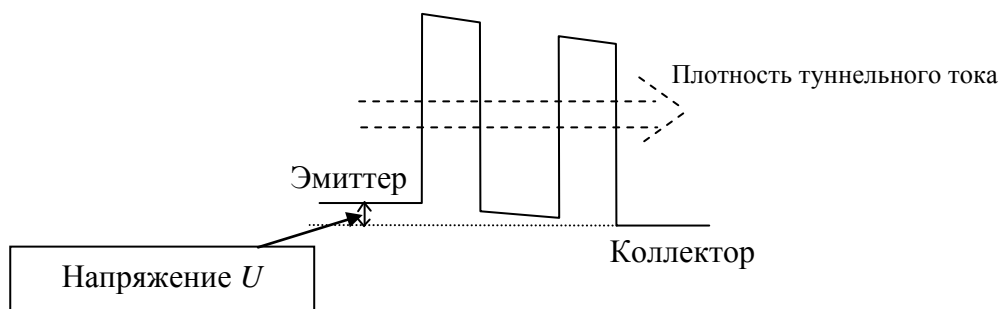
## Лабораторная работа 2.

### Моделирование туннельного тока в двухбарьерном резонансно-туннельном диоде

**Цель работы:** Рассчитать распределение волновых функций электронов в арсенид галлиевой квантовой проволоке и оценить вероятность обнаружения электрона в той или иной части поперечного сечения проволоки.

#### Теоретическая часть:

На рисунке ниже схематически представлена энергетическая схема двухбарьерного резонансно-туннельного диода и показано протекание туннельного тока. Данный диод создается на основе арсенида галлия. При этом обычно области эмиттера состоит из  $p$ -GaAs, а коллектора —  $n$ -GaAs. При подаче на диод



Туннельный ток составляют электроны с разной энергией. Электроны с конкретной энергией  $E$  создают туннельный ток величиной

$$I_E = e \sqrt{\frac{E}{8m}} \frac{f_e(1-f_c)}{\pi^3 \hbar^3} D_E,$$

где  $m = 0.067 m_0$ ,  $f_e = \frac{1}{1 + \frac{n_i}{p} \exp\left(\frac{E}{k_B T}\right)}$ ,  $f_c = \frac{1}{1 + \frac{p}{n_i} \exp\left(\frac{E + eU}{k_B T}\right)}$ ,  $n_i = 2 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$  – собствен-

ная концентрация в арсениде галлия,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура, а  $D_E$  есть коэффициент прозрачности двухбарьерной структуры для электронов с энергией  $E$ . Значение этого коэффициента можно рассчитать согласно.

$$D = \frac{4k_1^4 k_2^4}{4k_1^4 k_2^4 + (k_1^2 + k_2^2)^2 \text{sh}^2(k_2 L) \left\{ 2k_1 k_2 \text{ch}(k_2 L) \cos(k_1 W) - (k_1^2 + k_2^2) \text{sh}(k_2 L) \sin(k_1 W) \right\}},$$

где  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_1}}{\hbar}$ ,  $k_2 = \frac{\sqrt{2m(U_2 - E_1)}}{\hbar}$ ,  $L$  – высота барьеров,  $W$  – расстояние между ними.

#### Практическая часть:

1. В соответствии со своим вариантом выбрать исходные данные

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
$p, \text{ м}^{-3}$	2	3	4	5	10	4	5	7
$E, \text{ эВ}$	0.5	1	1	1	2	1	1	2
$U, \text{ В}$	1	1	1	1	2	2	2	2
$U_2, \text{ эВ}$	2	3	4	5	10	4	5	7
$L, \text{ нм}$	4	3	2	1	1	2	3	4
$W, \text{ нм}$	2	2	2	2	3	3	3	3

2. рассчитать для этих данных значение туннельного тока

### Лабораторная работа 3.

#### Расчет интенсивности рассеяния на ионах и неоднородностях поверхности в двумерном электронном газе

Цель работы: Рассчитать и проанализировать зависимости интенсивностей рассеяния на ионах примеси и неоднородностях поверхности в двумерном электронном газе, находящемся в инверсионном слое кремния.

Теоретическая часть:

Интенсивность рассеяния электронов на ионах примеси в двумерном электронном газе можно рассчитать с помощью следующей формулы:

$$W_I = \frac{\pi e^4 N_I^{2D}}{512 \bar{\epsilon}^2 \epsilon_0^2 \hbar E_k} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{S}{q}\right) d\theta,$$

где  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$  – кинетическая энергия электрона;  $k$  – волновой вектор электрона;  $N_I^{2D}$  – поверхностная концентрация ионизированной примеси;  $\bar{\epsilon} = (\epsilon_{sc} + \epsilon_{ox})/2$  – среднее значение диэлектрической проницаемости на границе раздела окисел/полупроводник;  $q$  – вектор, определяющий изменение волнового вектора электрона при рассеянии  $q = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ;  $\theta$  – угол рассеяния;  $S$  – параметр экранирования, равный

$$S = \frac{e^2 N_s}{\bar{\epsilon} \epsilon_0 k_B T},$$

где  $N_s$  – поверхностная концентрация электронов,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура.

Интенсивность рассеяния на неоднородностях поверхности можно рассчитать с помощью следующей формулы

$$W_{SR}(k) = \frac{m^* \Delta^2 \Lambda^2}{2\hbar^3} \int_0^{2\pi} \frac{\Gamma^2(N_s)}{\epsilon^2(q)} \exp\left(-\frac{q^2 \Lambda^2}{4}\right) d\theta,$$

где  $\Delta$  – среднеквадратическая высота шероховатостей;  $\Lambda$  – среднее расстояние между ними (корреляционная длина), функция  $\Gamma(N_s)$  равна  $\Gamma(N_s) = \frac{e^2}{\epsilon_{sc} \epsilon_0} \left(\frac{N_s}{2} + N_{depl}\right)$ ,

а функция  $\epsilon(q)$  равна  $\epsilon(q) = 1 + \frac{e^2}{2q \epsilon_{sc} \epsilon_0} \frac{m^*}{\pi \hbar^2}$ .

Практическая часть:

1. Взять для исследования кремниевый МОП-транзистор. Для него выбираются следующие данные  $m^* = \sqrt{0.19 \times 0.916} m_0$ ,  $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$  кг,  $\epsilon_{sc} = 11.7$ ,  $\epsilon_{ox} = 3.9$ ,  $T = 295$  К.

2. Вариантам 1, 3, 5, 7 рассчитать интенсивность рассеяния на ионах примеси, а вариантам 2, 4, 6, 8 — интенсивность на неоднородностях поверхности.

3. Для вариантов 1, 3, 5, 7 выбрать следующие значения параметров

	Вариант 1	Вариант 3	Вариант 5	Вариант 7
$N_I^{2D}$ , м <sup>-2</sup>	10 <sup>15</sup>	2·10 <sup>15</sup>	10 <sup>15</sup>	2·10 <sup>15</sup>

$N_s, \text{м}^{-2}$	$10^{16}$	$2 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{15}$	$5 \cdot 10^{15}$
Для вариантов 2, 4, 6, 8 выбрать следующие значения параметров				
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$N_s, \text{м}^{-2}$	$2 \cdot 10^{15}$	$10^{15}$	$2 \cdot 10^{15}$	$10^{15}$
$N_{depl}, \text{м}^{-2}$	$10^{16}$	$2 \cdot 10^{16}$	$4 \cdot 10^{15}$	$5 \cdot 10^{15}$
$\Delta, \text{нм}$	1 и 10	0.5 и 10	1 и 15	0.5 и 15

4. Рассчитать интенсивность рассеяния соответствующего своему варианту механизма для восьми значений энергии электрона, заполнив следующую таблицу

	$E =$ 0.02 эВ	$E =$ 0.05 эВ	$E =$ 0.08 эВ	$E =$ 0.1 эВ	$E =$ 0.2 эВ	$E =$ 0.3 эВ	$E =$ 0.5 эВ	$E =$ 1 эВ
$W, \text{с}^{-1}$								

5. Построить график зависимости  $W(E)$ . Сделать выводы о влиянии энергии электрона на изменение интенсивности рассеяния по соответствующему механизму.

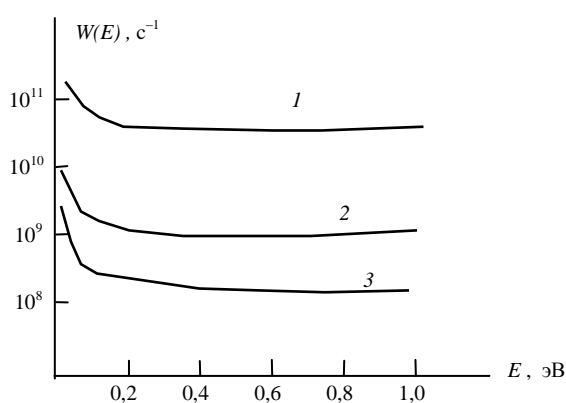
### Лабораторная работа 4.

#### Моделирование парциальных подвижностей в проводящем канале GaAs полевого транзистора

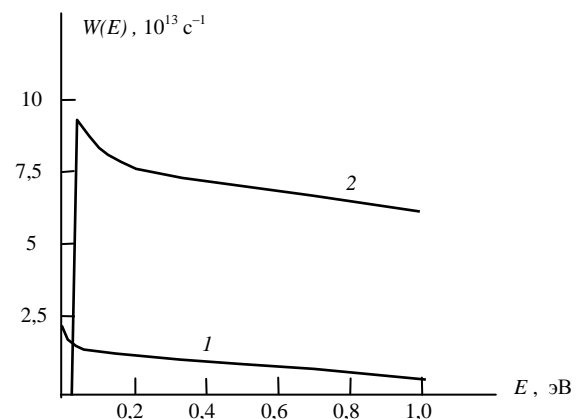
Цель работы: Рассчитать подвижность электронов в канале GaAs-полевого транзистора с помощью парциальных подвижностей.

#### Теоретическая часть:

В канале GaAs-полевого транзистора основными механизмами рассеяния являются рассеяния на неоднородностях поверхности, на фоновой ионизированной примеси, на удаленной ионизированной примеси и на полярных оптических фононах отдельно с их поглощением и отдельно с их испусканием. Ниже на двух рисунках приведены зависимости интенсивности этих пяти механизмов рассеяния от энергии электронов.



Зависимости интенсивностей рассеяния нефононных механизмов от энергии электронов: 1 – рассеяние на шероховатостях поверхности; 2 – на фоновой примеси; 3 – на удаленной примеси



Зависимости интенсивности рассеяния электронов на полярных оптических фононах от энергии носителей: 1 – с поглощением фонона; 2 – с испусканием фонона

Электрон, двигаясь в канале транзистора, случайным образом рассеивается на этих пяти механизмах. При этом чаще всего он рассеивается на том механизме, интенсивность которого выше. В частности, при энергии электрона до 0.03 эВ в основном он рассеивается на полярных оптических фононах с их поглощением, а выше этой энергии — на полярных оптических фононах с их испусканием. Время же свободного пробега между рассея-

ниями электрона в канале транзистора прямо пропорционально суммарной интенсивности рассеяния, которую можно рассчитать по формуле

$$\frac{1}{\tau_{\text{сп}}} = W_{\text{НП}} + W_{\text{Иуфон}} + W_{\text{Иудал}} + W_{\text{фонПогл}} + W_{\text{фонИспуск}},$$

где  $W_{\text{НП}}$  задается кривой 1 на левом графике,  $W_{\text{Иуфон}}$  – кривой 2 на левом графике,  $W_{\text{Иудал}}$  – кривой 3 на левом графике,  $W_{\text{фонПогл}}$  – кривой 1 на правом графике,  $W_{\text{фонИспуск}}$  – кривой 2 на правом графике.

Подвижность электронов можно найти по формуле

$$\mu = \frac{e\tau_{\text{сп}}}{m}$$

Практическая часть:

1. В соответствии со своим вариантом выбрать значения энергии

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
$E, \text{эВ}$	0.01	0.02	0.04	0.05	0.07	0.08	0.1	0.12
	0.15	0.17	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24
	0.25	0.27	0.28	0.31	0.3	0.32	0.34	0.35
	0.37	0.4	0.42	0.44	0.45	0.47	0.5	0.52
	0.55	0.55	0.55	0.6	0.62	0.63	0.65	0.67
	0.7	0.72	0.75	0.77	0.8	0.83	0.85	0.9
	0.91	0.92	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	1.0

2. Определить по графикам для этих данных значений энергии величины  $W_{\text{НП}}$ ,  $W_{\text{Иуфон}}$ ,  $W_{\text{Иудал}}$ ,  $W_{\text{фонПогл}}$ ,  $W_{\text{фонИспуск}}$ .

3. Рассчитайте по формулам значения  $\tau_{\text{сп}}$  и  $\mu$ , и заполните таблицу

	$E_1, \text{эВ}$	$E_2, \text{эВ}$	$E_3, \text{эВ}$	$E_4, \text{эВ}$	$E_5, \text{эВ}$	$E_6, \text{эВ}$	$E_7, \text{эВ}$
$\tau_{\text{сп}}, \text{с}$							
$\mu, \text{м}/(\text{В}\cdot\text{с})$							

4. Постройте график функции  $\mu(E)$ .

## Лабораторная работа 5.

Расчет распределения волновой функции электрона в GaAs-квантовой проволоке

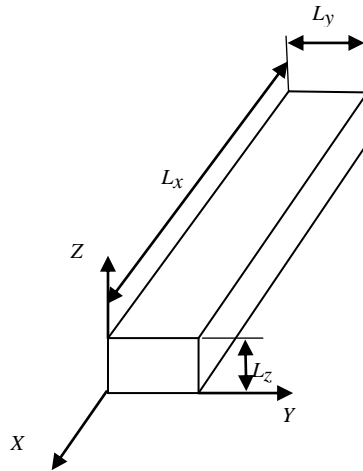
Цель работы: Рассчитать распределение волновых функций электронов в арсенид галлиевой квантовой проволоке и оценить вероятность обнаружения электрона в той или иной части поперечного сечения проволоки.

Теоретическая часть:

На рисунке ниже схематически изображена квантовая проволока. Ее размеры в поперечном сечении  $L_y$  и  $L_z$  соизмеримы с длиной волны электрона де Бройля и приводят к возникновению размерного квантования. Уровни размерного квантования и значения волновых функций можно рассчитать с помощью известных соотношений

$$E_{n_y, n_z} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \left( \frac{n_y \pi}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{n_z \pi}{L_z} \right)^2 \right\},$$

$$\Psi_{n_y n_z}(y, z) = \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin \frac{n_y \pi y}{L_y} \sqrt{\frac{2}{L_z}} \sin \frac{n_z \pi z}{L_z}.$$



Вероятность обнаружить электрон, находящегося на определенном уровне размерного квантования  $E_{n_y n_z}$ , в определенной точке прямоугольного сечения проволоки с координатами  $(y, z)$  равна  $P_{n_y n_z}(y, z) = (\Psi_{n_y n_z}(y, z))^2$

Практическая часть:

1. В соответствии со своим вариантом выбрать исходные данные для исследуемой квантовой проволоки

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$L_y$ , нм	3	4	2	5
$L_z$ , нм	4	3	5	2
$n_y, n_z$	1, 2 и 2, 1	1, 3 и 3, 1	2, 3 и 3, 2	1, 3 и 3, 2

Должны быть исследованы два состояния с двумя разными наборами номеров  $n_y$  и  $n_z$ .

2. Рассчитать распределение волновой функции по координатам поперечного сечения. Расчет вести в соответствии с нижеприведенной таблицей, в которой записывать рассчитанные при указанных  $y$  и  $z$  значения  $\Psi_{n_y n_z}(y, z)$ .

	$z = 0.1 L_z$	$z = 0.2 L_z$	$z = 0.4 L_z$	$z = 0.5 L_z$	$z = 0.7 L_z$	$z = 0.8 L_z$	$z = 0.95 L_z$
$y = 0.1 L_y$							
$y = 0.2 L_y$							
$y = 0.3 L_y$							
$y = 0.5 L_y$							
$y = 0.75 L_y$							
$y = 0.8 L_y$							
$y = 0.95 L_y$							

3. Найти квадрат волновой функции и таким образом оценить вероятность обнаружения электрона в следующих точках поперечного сечения квантовой проволоки:  $y = 0.1 L_y$  и  $z = 0.1 L_z$ , а также  $y = 0.5 L_y$  и  $z = 0.5 L_z$  и  $y = 0.8 L_y$  и  $z = 0.8 L_z$ .

## Лабораторная работа 6.

### Моделирование подвижности электронов в МОП-транзисторах с малой длиной канала

Цель работы: Научиться рассчитывать распределение подвижности в канале МОП-транзистора с помощью компьютерной программы JSiMOП\_TP.

#### Теоретическая часть:

Компьютерная программа JSiMOП\_TP моделирует перенос большого числа электронов в канале кремниевого МОП-транзистора методом Монте-Карло. Она позволяет с помощью данного численного моделирования рассчитать значения подвижности электронов в любой точке проводящего канала транзистора.

#### Практическая часть:

1. В соответствии со своим вариантом выбрать данные транзистора для моделирования

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
$L_{ch}$ , мкм	0.5	0.6	0.4	0.3	0.7	0.25	0.4	0.5
$t_{ox}$ , нм	10	12	8	8	12	7	10	9
$x_j$ , нм	50	60	40	40	50	30	30	40
$V_D$ , В	2	3	2	1	4	2	3	3
$V_G$ , В	2	2	1	1	1	1	2	2

2. Запуская для моделирования в программе JSiMOП\_TP 1000 электронов снять значения подвижности электронов в 20 различных точках проводящего канала.

3. Построить распределения подвижности электронов по длине и глубине канала МОП-транзистора.

# ТЕСТЫ ПО ВСЕМУ КУРСУ

## Вопрос 1.

Длина волны де Бройля электрона рассчитывается согласно формуле

*Варианты ответа*

1.  $\lambda_{\text{дБр}} = \frac{2\pi\hbar}{mv}$ .
2.  $\lambda_{\text{дБр}} = v\tau_{\text{свободн.пробег}}$ .
3.  $\lambda_{\text{дБр}} = \frac{2\pi}{k}$ .
4.  $\lambda_{\text{дБр}} = \frac{v}{2\pi f}$ .

Правильно 1) и 3).

## Вопрос 2.

Условие проявления квантоворазмерных эффектов заключается в выполнении условия

*Варианты ответа*

1.  $L \leq \lambda_{\text{дБр}}$ .
2.  $L > \lambda_{\text{дБр}}$ .
3.  $v_{\text{др}}\tau_{\text{сп}} \leq \lambda_{\text{дБр}}$ .
4.  $mv_{\text{др}} \leq \frac{2\pi\hbar}{\lambda_{\text{дБр}}}$ .

Правильно 1).

## Вопрос 3.

В арсенид галлиевой прямоугольной квантовой яме шириной  $W$  расстояние между уровнями размерного квантования  $E_4$  и  $E_2$  равно

*Варианты ответа*

1.  $8\left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
2.  $10\left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
3.  $12\left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
4.  $16\left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .

Правильно 3).

## Вопрос 4.

В арсенид галлиевом линейном осцилляторе расстояние между уровнями размерного квантования  $E_4$  и  $E_2$  равно

*Варианты ответа*

1.  $6\frac{\hbar^2 k^2}{m}$ .
2.  $2\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$ .
3.  $4\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$ .
4.  $\frac{2}{\hbar}\sqrt{\frac{m}{k}}$ .

Правильно 2).

### Вопрос 5.

При туннелировании электрона через одиночный несимметричный потенциальный барьер если увеличить высоту ступеньки после него, то коэффициент прозрачности при этом будет

*Варианты ответа*

1. увеличиваться.
  2. уменьшаться.
  3. не изменится.
  4. в зависимости от соотношения между энергией электрона и высотой барьера и ступеньки может как увеличиться, так и уменьшиться.
- Правильно 4).

### Вопрос 6.

Какое соотношение определяет возникновение интерференционных явлений при прохождении электрона над потенциальным барьером?

*Варианты ответа*

1.  $\frac{E}{U_0} = n\pi$  где  $E$  – энергия электрона,  $U_0$  – высота барьера.
  2.  $k_1 L = n\pi$ , где  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ ,  $L$  – ширина барьера.
  3.  $k_2 L = n\pi$ , где  $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$ ,  $U_0$  – высота барьера,  $L$  – ширина барьера.
  4.  $(k_1 - k_2)L = n\pi$ , где  $k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ ,  $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$ ,  $U_0$  – высота барьера,  $L$  – ширина барьера.
- Правильно 3).

### Вопрос 7.

При туннелировании электрона через структуру с двумя симметричными потенциальными барьерами резонансные явления при туннелировании связаны со следующим параметром

*Варианты ответа*

1. высотой барьеров.
  2. шириной барьеров.
  3. расстоянием между ними.
  4. энергией электрона.
- Правильно 3) и 4).

### Вопрос 8.

Плотность состояний в двумерном электронном газе изменяется в зависимости от энергии электрона по закону

*Варианты ответа*

1.  $\sqrt{E}$ .
2.  $\Theta(E - E_i)$ .



3.  $\frac{1}{\sqrt{E}}$ .

4. от  $E$  вообще не зависит.

Правильно 2).

### Вопрос 9.

Значение первого уровня магнитного квантования Ландау равно

Варианты ответа

1.  $E_{\text{Л}} = \frac{eB}{m}$ .

2.  $E_{\text{Л}} = \frac{eB}{2m}$ .

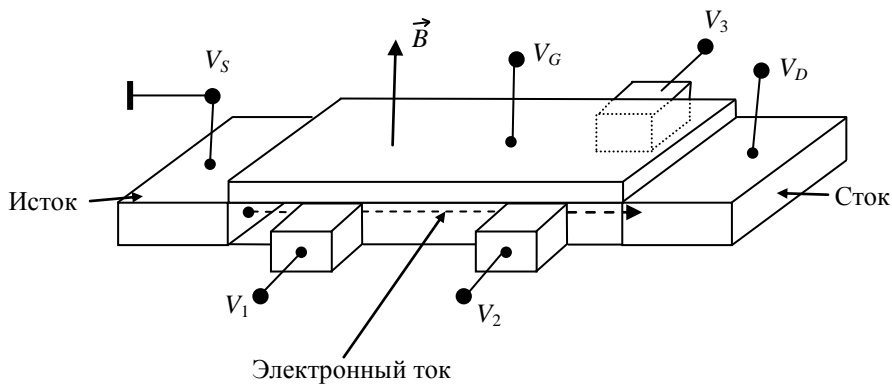
3.  $E_{\text{Л}} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^*}$ .

4.  $E_{\text{Л}} = \frac{evB}{m}$ .

Правильно 2).

### Вопрос 10.

Эффект Шубникова – де Гааза состоит в установлении зависимости (см. рис. ниже):



Варианты ответа

1.  $V_2 - V_1 = f(V_G)$ .

2.  $V_2 - V_1 = f(V_D)$ .

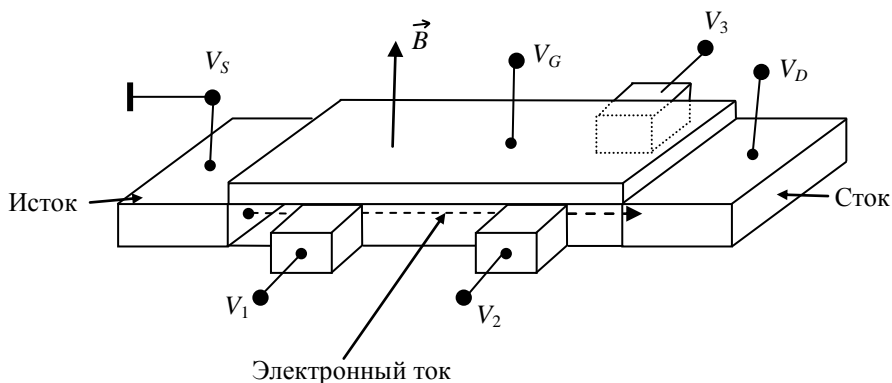
3.  $V_3 - V_2 = f(V_G)$ .

4.  $V_3 - V_2 = f(V_D)$ .

Правильно 1)

### Вопрос 11.

Квантовый эффект Холла состоит в установлении зависимости (см. рис. ниже):



*Варианты ответа*

1.  $V_2 - V_1 = f(V_G)$ .
2.  $V_2 - V_1 = f(V_D)$ .
3.  $V_3 - V_2 = f(V_G)$ .
4.  $V_3 - V_2 = f(V_D)$ .

Правильно 3)

### **Вопрос 12.**

В кремниевых двумерных слоях электрон с малой энергией чаще всего рассеивается

*Варианты ответа*

1. На ионах примеси.
2. На неоднородностях поверхности.
3. На акустических фононах.
4. На оптических фононах.

Правильно 2).

### **Вопрос 13.**

В кремниевых двумерных слоях электрон с высокой энергией чаще всего рассеивается

*Варианты ответа*

1. На ионах примеси.
2. На неоднородностях поверхности.
3. На акустических фононах.
4. На оптических фононах.

Правильно 4).

### **Вопрос 14.**

В арсенид галлиевой квантовой проволоке  $L_z = 2L_y$ . Чему равно значение энергетического уровня дна подзоны  $E_{32}$ ?

*Варианты ответа*

1.  $8 \left( \frac{2\pi}{L_y} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
2.  $10 \left( \frac{2\pi}{L_y} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
3.  $12 \left( \frac{2\pi}{L_y} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .
4.  $13 \left( \frac{2\pi}{L_y} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m}$ .

Правильно 2).

### **Вопрос 15.**

В арсенид галлиевых квантовых проволоках электрон с малой энергией чаще всего рассеивается

*Варианты ответа*

1. На ионах примеси.
2. На неоднородностях поверхности.
3. На акустических фононах.
4. На оптических фононах.

Правильно 2).

### Вопрос 16.

В арсенид галлиевых квантовых проволоках электрон с высокой энергией чаще всего рассеивается

*Варианты ответа*

1. На ионах примеси.
  2. На неоднородностях поверхности.
  3. На оптических неполярных фононах.
  4. На оптических полярных фононах.
- Правильно 4).

### Вопрос 17.

Интенсивность рассеяния на ионах примеси в одномерном электронном газе зависит от энергии электронов по закону

*Варианты ответа*

1.  $\frac{1}{\sqrt{E}}$ .
  2.  $\frac{1}{E}$ .
  3.  $\frac{1}{E} \exp(\sqrt{E})$ .
  4. От  $E$  не зависит.
- Правильно 3).

### Вопрос 18.

Осцилляции дрейфовой скорости в арсенид галлиевых квантовых проволоках возникают из-за

*Варианты ответа*

1. Рассеяния на ионах примеси.
  2. Рассеяния на неоднородностях поверхности.
  3. Рассеяния на полярных оптических фононах.
  4. Соотношения между размерами поперечного сечения проволоки.
- Правильно 3).

### Вопрос 19.

Напряжение кулоновской блокады, определяющей одноэлектронный транспорт, равно

*Варианты ответа*

1.  $U_{Кб} = \frac{e}{2C}$ .
  2.  $U_{Кб} = \frac{2e}{C}$ .
  3.  $U_{Кб} = \frac{C}{2e}$ .
  4.  $U_{Кб} = \frac{2C}{e}$ .
- Правильно 1).

### Вопрос 20.

Условие появления кулоновской блокады состоит в выполнении соотношения

*Варианты ответа*

1.  $C \ll \frac{e^2}{2k_B T}$ .      2.  $C \ll \frac{k_B T}{e^2}$ .      3.  $C \ll \frac{e^2}{2k_B T}$ .      4.  $C \ll \frac{k_B T}{e^2}$ .

Правильно 3).

### Вопрос 21.

Одноэлектронный перенос при комнатной температуре можно получить с помощью

*Варианты ответа*

1. Электронного сканирующего микроскопа.
2. Электронного просвечивающего микроскопа.
3. Атомно-силового микроскопа.
4. Рентгеновского микроскопа.

Правильно 1).

### Вопрос 22.

У наночастиц температура плавления по сравнению с объемными образцами

*Варианты ответа*

1. Не изменяется.
2. Понижается.
3. Растет.

Правильно 2).

### Вопрос 23.

У наночастиц электрическая проводимость по сравнению с объемными образцами

*Варианты ответа*

1. Не изменяется.
2. Понижается.
3. Растет.
4. У одних может расти, а у других понижаться.

Правильно 4).

## ***ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ***

1. Структуры с низкоразмерным электронным газом.
2. Осцилляции дрейфовой скорости в GaAs-квантовых проволоках.
3. Прохождение частицы через структуру с барьерами.
4. Понятие о Кулоновской блокаде.
5. Прохождение частицы через структуру с потенциальными ямами.
6. Приборные структуры на основе квантовых точек.
7. Туннелирование электронов через структуру с двумя симметричными барьерами.
8. Одноэлектронные приборные структуры.
9. Структуры на основе сверхрешеток.
10. Перенос электронов в углеродных нанотрубках.
11. Основные механизмы рассеяния электронов в низкоразмерном электронном газе.
12. Электронные свойства GaAs-полевых транзисторов с селективным легированием.
13. Условия появления квантования в полупроводниковых структурах.
14. Особенности электронного переноса в SOI МОП-транзисторах.
15. Пространственная ориентация волнового вектора электрона.
16. SOI МОП-транзисторы.
17. Электронные состояния при свободном пробеге и после рассеяния.
18. Резонансно-туннельный диод.
19. Низкоразмерный электронный газ в кремниевом МОП-транзисторе.
20. Особенности рассеяния на фононах в структурах с низкоразмерным электронным газом.
21. Низкоразмерный электронный газ в GaAs-полевом транзисторе.
22. Энергетический спектр частиц в системах с пониженной размерностью.
23. Дрейфовая скорость, подвижность и длина свободного пробега электронов в кремниевом МОП-транзисторе.
24. Приборные структуры на основе сверхрешеток.
25. Дрейфовая скорость, подвижность и длина свободного пробега электронов в арсенид-галлиевом полевом транзисторе.
26. Классификация сверхрешеток.
27. Полупроводниковые квантовые проволоки.
28. Понятие об одноэлектронном переносе.
29. Углеродные нанотрубки.
30. Основные механизмы рассеяния в квантовых проволоках.