ТЕКСТ ЛЕКЦІЇ

Вступ

Дискретні сигнали представляються послідовністю імпульсів, що відображають передавану інформацію. Параметри інформаційних імпульсів мають значну різноманітність. Для зведення їх до єдиної системи позначення (символів) застосовують кодування.

Найголовнішим показником коду є значність коду або алфавіт вибраних елементарних сигналів (символів), що використовуються для запису інформації у вибраному коді. Якщо вибирається алфавіт з двох елементів (букв), наприклад, 0 і 1, то такий код (алфавіт) називають двійковим або бінарним, якщо число елементарних сигналів (букв) вибирають більше два, то такий код (алфавіт) називають багатозначним (наприклад, якщо кількість букв алфавіту – десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – такий код називають десятковим). Перетворення інформації з одного вигляду (системи позначень) в інший вигляд (систему позначень) називають кодуванням.

Наприклад, в двійково-десятковому кодуванні, кожна десяткова цифра (повідомлення) представляється групою двійкових символів, що складаються з 4-х елементів. Загальне число можливих комбінацій двійкового 4-х розрядного числа складає N = 24 = 16, використовується для представлення десяткового числа тільки 10 комбінацій, 6 є зайвими (надмірними), що дає можливість побудувати більша кількість варіантів коду.

При розгляді двійкового представлення десяткових цифр видно, що використовування перших 4-х ступенів цифри 2 (20, 21, 22, 23) приводить до одного з можливих кодів 8-4-2-1. Кожний розряд цього коду має постійну вагу. Можливі і інші двійково-десяткові коди з іншими терезами розрядів двійкового числа, наприклад:

7-4-2-1	7-3-2-1	3-3-2-1	6-3-1-1
6-4-2-1	6-3-2-1	6-2-2-1	5-3-1-1
5-4-2-1	5-3-2-1	5-2-2-1	4-3-1-1
4-4-2-1	4-3-2-1	4-2-2-1	5-2-1-1

Ці коди представляють десяткове число від 0 до 9, проте, вони не мають однозначності в зображенні десяткових чисел. Наприклад, код 4-3-2-1 дає визначення числа 6 у вигляді: 0111 або 1010.

Вибір виду двійково-десяткового коду диктується поряд конкретних умов його використовування. Двійково-десяткові коди широко застосовуються при побудові дискретних телеизмерительных систем в тих випадках, коли параметр, що виміряється, повинен відтворюватися на цифрових індикаторах.

Широке розповсюдження в обчислювальній техніці знайшли самодоповнюючі коди, як двійково-десяткові коди з властивістю самодоповнення до 9. Такі коди обумовлені заміною операції віднімання операцією складання в ЕОМ, виконуваних в зворотних і додаткових кодах. Найпоширенішими кодами є код 2-4-2-1 (код Айкена) і код 8-4-2-1 з надміром 3.

З таблиці видно, що при інвертуванні цифр всіх чотирьох розрядів (заміни 0 на 1 і навпаки) виходить доповнення до 9 для кодованої десяткової циф

Навчальні питання

В теорії кодування <u>перешкодостійкими (коректуючими)</u> називаються коди, застосування яких дає можливість знаходити або виправляти помилки, тобто спотворення окремих символів при передачі сигналів по каналах зв'язку з перешкодами або при записі (відтворенні) кодової послідовності в пристроях пам'яті.

Перешкодостійке кодування обов'язково передбачає введення в кодовану послідовність надмірної інформації у вигляді додаткових символів для компенсації втрат інформації, викликаних шкідливою дією перешкод в каналі зв'язку або дефектами пристроїв пам'яті.

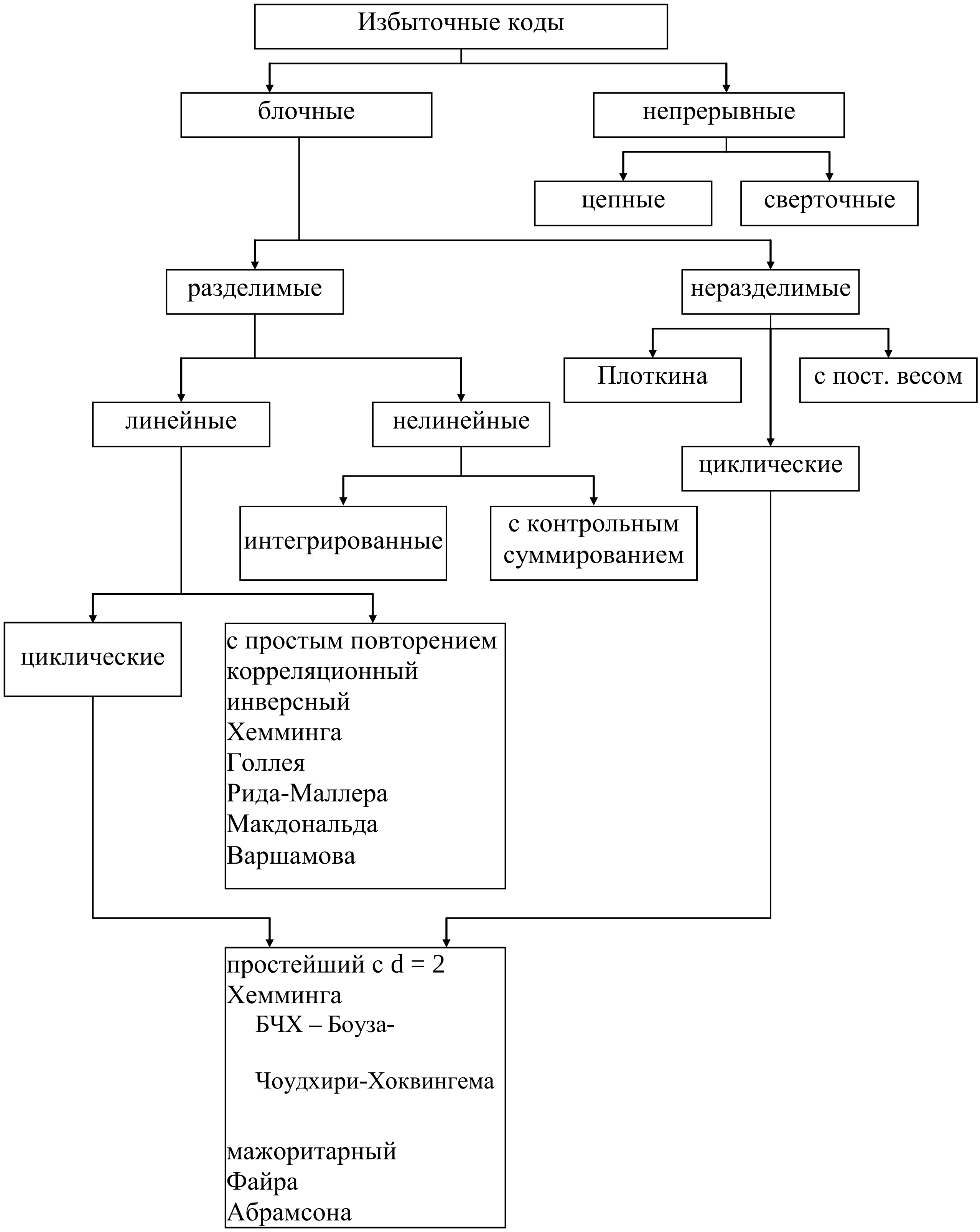
Отже, для передачі деякої кількості інформації необхідна послідовність з до символів. Для додання послідовності коректуючих властивостей вона подовжується до n>k символів. Що вводиться при цьому надмірність визначається коефіцієнтом надмірності Кизб = к/n.

Коди діляться також на блокові і безперервні. В блокових кодах кожний елемент повідомлення представляється у вигляді послідовності з n символів (кодової комбінації). Безперервні коди утворюють послідовність символів, що не розділяється на кодові комбінації, тобто надмірність вводиться без розбиття кодованої послідовності на окремі блоки. Найцінніша якість безперервних кодів - простота їх реалізації для виправлення помилок, що групуються (пакетів помилок). Тому найбільш часто їх застосовують при передачі повідомлень по лініях зв'язку, перешкоди в яких приводять до виникнення пакетів помилок.

Блокові коди бувають рівномірними і нерівномірними. В рівномірних кодах всі кодові комбінації містять однакову кількість символів, в нерівномірних - різне. В даний час в основному використовуються рівномірні коди, що вимагають значно більш простої техніки передачі і прийому.

Різновиди блокових і безперервних кодів - роздільні (систематичні) і нероздільні (несистематичні). В роздільних кодах завжди можна виділити інформаційні і перевірочні (контрольні) символи, останні є надмірними, що вводяться для корекції помилок. В несистематичних кодах немає розділення символів на інформаційні і перевірочні.

Сьогодні є велика різноманітність кодів. Деякі з них (що вживаються) відобразимо графічно.



Код з подвоєнням елементів

Кожний символ комбінації безнадмірності доповнюється протилежним перевірочним, тобто 1 записується у вигляді 10, а 0 - у вигляді 01. Так, кодова комбінація 10101 після кодування перетворюється на наступну: 10.01.10.01.10.

Даний код знаходить всі помилки в одному розряді (одиночні) і в декількох розрядах (кратні), окрім тих, при яких спотворюються обидва символи, що відображають один і той же символ кодованої комбінації.

Декодування зводиться до процедур:

1. Розділяються інформаційні і перевірочні символи.
2. Послідовність перевірочних символів інвертується (кожний символ 1 замінюється на 0 і навпаки).
3. Інвертована і інформаційна послідовності підсумовуються порозрядний по модулю 2.
4. Аналізується отримана сума. Наявність в сумі одиниць означає помилки в прийнятій комбінації.

Оскільки кожному символу початкової комбінації відповідає два символи після кодування, коефіцієнт надмірності такого коду Кизб = 0,5.

Код з парним числом одиниць

В цьому випадку кодування зводиться до додавання в початкову комбінацію ще одного - перевірочного символу. Значення перевірочного символу вибирається таким, щоб сума по модулю 2 всіх символів з урахуванням перевірочного була рівна 0, тобто щоб в закодованій комбінації було парне число одиниць.

Код дозволяє знаходити всі помилки: одиночні і непарної кратності. Виявлення помилок зводиться до перевірки на парність суми всіх елементів прийнятої комбінації. Невиконання умови парності означає наявність помилки в комбінації, що перевіряється.

Інверсний код

Кодування в даному коді полягає в наступному. Якщо кодована комбінація містить парну кількість одиниць, вона повторюється двічі в незмінному вигляді, якщо непарне - інформаційна комбінація продовжується інформаційній інвертованій. Наприклад, комбінація 0011 кодується так: 0011.0011, а комбінація 0111 - так: 0111.1000.

Декодування проводиться таким чином.

1. Підсумовуються одиниці в основній частині отриманої комбінації. Якщо їх кількість виявляється парною, то основна комбінація підсумовується по модулю 2 про додаткову, якщо непарним - додаткова частина комбінації інвертується, а потім підсумовується по модулю 2 з основною.

2. Аналізується отримана сума. Ухвалюється рішення про наявність помилок у випадку, якщо в сумі є хоча б одна одиниця.

Код не знаходить помилок лише тоді, коли одночасно спотворюються два, чотири і т.д. елемента в основній комбінації і відповідні їм два, чотири і т.д. елемента в додатковій.

Надмірність такого коду Кизб = 0,5.

Блокові лінійні коректуючі коди

. Загальна характеристика блокових кодів

Дані коди називаються лінійними тому що кодування і декодування в них зводяться до застосування деяких лінійних операцій алгебри.

Розрядність блоку, тобто довжина кодової комбінації, підбирається так, щоб безліч блоків цієї довжини істотно перевищувала безліч кодованих комбінацій. При цьому є можливість однозначно зіставляти кодовані комбінації з деякими підібраними за певними правилами комбінаціями перешкодостійкого коду. Останні називаються дозволеними, і саме вони передаються по каналу зв'язку. Решта комбінацій називається недозволеними і на виході каналу зв'язку може з'являтися тільки в результаті спотворення передаваних дозволах.

Таким чином, прийом недозволеної комбінації свідчить про наявність в ній помилки. Вказані властивості коду використовуються для виявлення помилок в комбінаціях, що приймаються. Крім того, багато код дають можливість виправляти деякі помилки за рахунок надмірності, укладеної в комбінації, що приймається.

Кількість спотворених символів в кодовій комбінації (блоці) - це кратність помилки. Код називається зробленим, якщо вся його надмірність витрачається на виправлення помилок кратності S і код не виправляє жодної помилки більш високої кратності. В теорії кодування оптимальним (плотноупакованным) називається код, який забезпечує якнайменшу вірогідність помилкового декодування серед кодів тієї ж довжини і надмірності.

У багатьох випадках вірогідність кратної помилки тим менше ніж більше кратність останньої. Тому багато код розраховано на виправлення помилок невеликої кратності в першу чергу, одиночних. У випадках, коли найвірогіднішими є пакети помилок, тобто помилок в розрядах, наступних один за одним, застосовуються спеціальні коди, що володіють відповідними властивостями.

В найзагальнішому вигляді принцип корекції помилок зводиться до наступного. Вся безліч комбінацій заданої розрядності розбивається на непересічні підмножини, в кожному з яких укладена тільки одна дозволена комбінація. При прийомі недозволеної комбінації вона замінюється тій дозволеній, яка знаходиться в одній підмножині з прийнятою недозволеною. Спосіб розбиття всіх можливих комбінацій на підмножини і визначає коректуючі властивості коду.

Для корекції найвірогідніших помилок, тобто помилок малої кратності, слід ухвалювати рішення, що була передана та дозволена комбінація, яка відрізняється від прийнятої якнайменшим числом символів. Відмінність між комбінаціями прийнята характеризувати відстанню Хеммінга d, рівною числу розрядів, в яких дві комбінації мають різні, тобто не співпадаючі символи. Наприклад, комбінація 0100 відрізняється від комбінації 1000 в двох розрядах, отже, дистанція (відстань) Хеммінга між цими комбінаціями рівна двом. Чим більше мінімальна відстань між дозволеними комбінаціями коду (кодова відстань d0), тим більше коректуючі можливості коду. Так, при кодовій відстані d0 = 2 код дає можливість знаходити тільки одиночні помилки, при d0 = 3 - виправляє всі одиночні помилки або знаходить всі одиночні і подвійні помилки. В загальному випадку для виправлення помилок кратності до S включно кодова відстань повинна задовольняти умові d0?2S+1.

Приклад. Безліч трьохрозрядних комбінацій в тривимірному просторі є безліччю вершин куба з довжиною ребер, рівній одиниці (мал. 3.1).

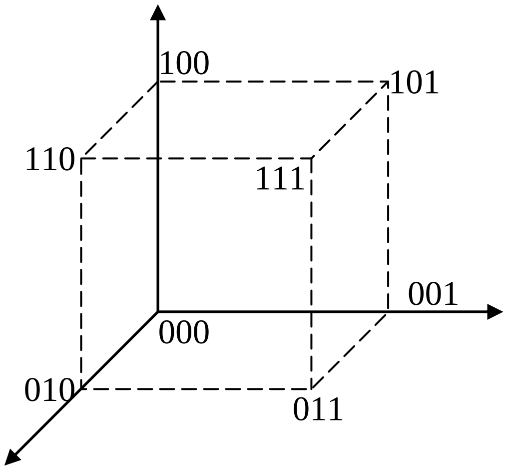


Рис. 3.1

З мал. 3.1 ясно, що при необхідності виправлення всіх одиночних помилок як дозволені слід вибирати дві комбінації, відповідні протилежним вершинам куба (наприклад, 101 і 010 або 000 і 111). Якщо необхідно тільки знаходити одиночні помилки, як дозволені можна брати комбінації, що розрізняються в двох розрядах (наприклад, 001, 010 і 111).

Розглянемо стисло властивості широко найвживаніших кодів.

Групові коди

Лінійні групові коди складають найбільший клас блокових кодів. Основою математичного опису лінійних блокових кодів є лінійна алгебра. Кодові комбінації розглядаються як елементи деякої множини, в якій визначені деякі операції алгебри.

В лінійній алгебрі групою називається безліч елементів, в якій визначена основна операція (звичайно позначається ⊕), причому вона повинна бути асоціативною (a⊕(b⊕з)=(a⊕b)⊕c), а для комутативних груп (груп Абеля) - і комутативної (a⊕b = b⊕a) і повинна володіти зворотною операцією. Групи, що складаються з кінцевого числа елементів, називаються кінцевими. В кінцевій групі в результаті операції, вживаної до будь-яких елементів групи, повинні утворюватися також елементи цієї групи. Остання властивість називається властивістю замкнутості.

Будь-який двійковий лінійний код є груповим, оскільки сукупність що входять в нього кодових комбінацій утворюють групу. В бінарних кодах як основна і зворотна операція приймається підсумовування по модулю 2 (позначається ⊕), а в якості нульового елемента - комбінація, що складається тільки з нулів.

Складання і множення елементів коду по модулю 2 (парності) проводиться за наступними правилами:

$$0 \oplus 0 = 0; \qquad 0 \oplus 1 = 1; \qquad 1 \oplus 1 = 0 \tag{3.1}$$

$$0 \times 0 = 0; \qquad 0 \times 1 = 1; \qquad 1 \times 1 = 1$$

Групові коди бувають роздільними (систематичними) і нероздільними (несистематичними). В систематичних кодах символи кодованої комбінації (інформаційні символи) без зміни проставляються в наперед відомі розряди надмірної комбінації, а в решті розрядів розташовують перевірочні символи, які визначають в результаті проведення лінійних операцій алгебри над інформаційними символами. В несистематичних кодах всі символи надмірної комбінації визначаються в результаті проведення операцій алгебри і не діляться на інформаційні і перевірочні. На практиці застосовуються переважно систематичні коди.

Ознайомимося докладніше з теорією двійкових систематичних кодів. Перевірочні символи в цьому випадку знаходяться шляхом наступних операцій алгебри. Підсумовується по модулю 2 кількість одиниць в певних інформаційних розрядах і додається таке значення перевірочного символу (1 або 0), щоб вся сума по модулю 2 була рівна нулю, тобто, щоб загальна кількість одиниць була парною. Таку рівність називають перевірочною. При декодуванні перевіряється виконання цієї рівності. Невиконання хоча б одного з них означає помилку в прийнятій комбінації.

Кількість інформаційних символів N0 = 2n – 1 або число розрядів двійкового коду n, загальна довжина (число розрядів) всієї закодованої комбінації m = n + r, де r – число розрядів перевірочних (надмірних), що складає в двійковому коді 2m = N дозволених кодових комбінацій. Код позначається (m, n).

Розглянемо деякі оцінки у виборі параметрів коду для виявлення і виправлення помилки в системі передачі кодових комбінацій.

Якщо є E векторів помилок, то число двійкових недозволених комбінацій, відмінних від кодових N0 комбінацій буде очевидний E · N0. З другого боку, це число не повинне перевершувати числа N – N0 всіх можливих недозволених комбінацій. Отже, EN0 ? N – N0 і тоді

$$N_0 \le \frac{N}{1+E}; \qquad N_0 \le \frac{2^m}{1+\sum_{i=1}^{S} C_n^i} \tag{3.2}$$

де S – кратність помилки (число невірно прийнятих розрядів)

$\sum_{i=1}^{S} C_n^i$ - число поєднань C_n^i можливих помилок.

Для виправлення однократної помилки S = 1 C_n^1 = n і нижня оцінка

$$N_0 \le \frac{2^m}{1+m}, \quad \text{оскільки} \quad N0 = 2n, \quad \text{то} \quad 2^n \le \frac{2^m}{1+m} \tag{3.3}$$

Ця умова вибору довжини коду m при заданій довжині інформаційного сигналу n. Знаючи n, обчисливши m, можна визначити розрядність перевірочних символів r = m – n. Для n = 4 (N0 = 24 = 16) m = 7, r = 3 код (7,4); для n = 5 (N0 = 25 = 32), m = 9, r = 4 код (9,5).

Для виправлення двократних помилок S = 2 $\sum_{i}^{2} C_n^i = m + \frac{m(m-1)}{2}$.

Для n = 4 (N0 = 24 = 16), m = 10, r = 6 код (10,4); для n = 5 (N0 = 25 = 32), m = 11, r = 5 код (11,5).