Текст лекції

Модульовані сигнали.

4.1 Загальні положення о модуляції.

Модуляція – це процес зміни одного чи декількох параметрів переносника у відповідності зі зміною параметру, який діє на нього. Сигнал, який діє на керуємий параметр переносника, називається модулюючим.

Параметри переносника, який змінюється в часі під впливом модулюючого сигналу, називається інформаційним, так як в їх змінні вміщується інформація, яка передається. Фізичний процес зміни параметрів переносника і являється модуляцією. Таким чином, будь-який модулятор (рис.4.1) має два входу: один для переносника, другий – для моделюючого сигналу. В якості переносника в теперішній час широко використовуються гармонічні коливання, періодична послідовність імпульсів і вузькосмуговий випадковий процес. Параметри, які залишаються незмінними, являються постійними ознаками сигналу. Вони можуть бути використанні на прийомі для розрізнювання сингала від завад. В багатьох випадках модулювання сигнал можна представити як добуток двох функцій:

$$\dot{S}(t) = \dot{f}(t)\dot{M}[u(t)] \qquad (4.1)$$

де $\dot{f}(t)$ - функція, яка представляє несучу коливання (переносника);

$\dot{M}(t)$ - модуляційна функція, яка виражає дію передаваємого повідомлення u(t) на несучу f(t).

Коли для представлення несучої вибирається аналітичний сигнал (2.98), тоді для кожної модуляційної функції M(t) існує комплексний модульований сигнал s(t). При аналітичному представленні сигналу його дійсна і уявна частини відповідають реально існуючому модульованому сигналу, а його модуль визначає огинаючу. У випадку, коли несучою являється гармонійне коливання $A_0 e^{I\omega_0 t}$, модуляційна функція виражає діяння відеосигналу *u(t)* на амплітуду (частоту або фазу) несучої.

Спектр модульованого коливання (4.1) згідно з теоремою о спектрі добутку визначається згорткою.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{\infty}^{\infty} S_f(v) S_M(\omega - v)\, dv \qquad (4.2)$$

Звідси випливає, що процес модуляції призводить до складного перетворення спектру сигналу. Якщо несуча представляє собою вузькосмугове коливання, тоді модуляція призводить до розширення спектру і переносу його в область біля несучою частоти (рис.4.1,б). Якщо несуча – чиста синусоїда, то має місце просте зміщення спектра (рис. 4.1,в). Якщо несуча записуєтся в формі аналітичного сигнала, спектр якого існує тільки для позитивних частот, тоді частотне перетворення відноситься тільки до позитивних частот, як вказано на рис. 4.1,б,в.

4.2 Основні види аналогової амплітудної модуляції

До одних з видів аналогової модуляції відноситься амплітудна модуляція (АМ). Різновидами АМ являються балансная (БМ) і односмугова (ОМ) модуляції.

Безпосередня передача. Найбільш простим сигналом для передачі безперервного повідомлення *u(t)* являється сигнал пропорційний *u(t):*

$$S(t)=Au(t) \qquad (4.3)$$

де A – якась постійна. Такий сигнал відповідає формі (3.1), якщо в неї вложити f(t)=A и M[u(t)]=u(t). Прикладом такої безпосередньої передачі повідомлень є звичайний телефонний зв'язок по проводам.

Амплітудна модуляція. Для цього виду модуляції:

$$F(t)= A_0 e^{I\omega_0 t}, \ M[u(t)]=1+mu(t), \qquad (4.4)$$

де *m*- коефіцієнт модуляції.

Модульований сигнал запишеться:

$$\dot{s}(t) = A_0[1+mu(t)]e^{I\omega_0 t} = A_0[1+mu(t)](\cos\omega_0 t + i\sin\omega_0 t) \qquad (4.5)$$

Цей вираз дає представлення реального АМ сигналу

$$s(t)=Re\,\dot{s}(t)=A_0[1+mu(t)]\cos\ \omega_0 t \qquad (4.6)$$

Спектр сигнала в загальному випадку визначається як перетворення Фур'є від *s(t):*

$$S(i\,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t}dt = A_0\int_{-\infty}^{\infty}\cos\omega_0 t e^{-i\omega t}dt + mA_0\int_{-\infty}^{\infty}u(t)\cos\omega_0 t e^{-i\omega t}dt$$

Враховуючи, що $cos\,\omega t = \frac{1}{2}(e^{i\omega t}+e^{-i\omega t})$ $\quad u \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}dt = 2\pi\delta(\omega)$,

Отримаємо

$$S(\omega) = \pi A_0\delta(\omega-\omega_0) + \frac{mA_0}{2}S_u(w_0+w\ ) + \frac{mA_0}{2}S_u(\omega_0-\omega), \qquad (4.7)$$

де $S_u(\omega)$ - спектр повідомлення, яке передається. Звідси бачимо, що при АМ відбувається перенос спектра повідомлення на частоту ω_0 (рис. 4.1в). Ширина спектра сигналу F при АМ в два рази ширше спектру повідомлень F_m :

$F=2F_m$

При модуляції одним тоном, коли u(t)=cos Ωt,

$$s(t)=A_0(1+m\cos\Omega t)\cos\omega_0 t = A_0\cos\omega_0 t + \frac{mA_0}{2}\cos(\omega_0+\Omega) + \frac{mA_0}{2}\cos(\omega_0-\Omega)$$

При амплітудній модуляції гармонійного переносника приросту амплітуди переносника пропорційний миттєвим значенням моделюючого сигналу $U_м(t)$, тобто приросту $\Delta A(t) = QU_м(t)$ і амплітуда модульованого сигналу

$$A(t) = A_0 + \Delta A(t) = A_0 + aU_m(t) \qquad (4.9)$$

де а – коефіцієнт пропорційності; частота і фаза гармонійного переносника залишаються сталими.

Часову діаграму АМ сигналу наведено на рис.4.2, з якого видно, що згідно з миттєвими значеннями $u_м$ (t) амплітуда A(t) то підвищується до значення A_{max}, одержуючи при цьому приріст $\Delta A_+ = A_{\max} - A_0 = au_{м\max}$, то зменшується до A_{min}, одержуючи приріст $\Delta A_- = A_0 - au_{м\min}$. Звертає на себе увагу те, що амплітуда повторює форму моделюючого сигналу $u_м$ *(t).* В АМ сигналі амплітуда *A(t) є обвідною* високочастотного заповнення *cos* $(\omega_0 + \psi_0)$ (на рис. 4.2, б вона зображена штриховою лінією).

Коефіцієнт модуляції. Для математичного опису АМ сигналу у формулу (4.9) замість коефіцієнт *а*, що залежить від конкретної схеми модулятора, вводять *коефіцієнт модуляції* $m_{AM}= \Delta A_{сер} / A_0$, *який надає відносне значення приросту амплітуди.* Тут $\Delta A_{сер} = (\Delta A_+ + \Delta A_-)/2$ - середнє арифметичне значення приросту амплітуди АМ сигналу. Оскільки середнє значення амплітуди АМ сигналу за час модуляції $A_0=(A_{max}+A_{min})/2$, то коефіцієнт модуляції

$$m_{AM} = \Delta A_{сее} / A_0 = (A_{\max} + A_{\min})/(A_{\max} + A_{\min}) \qquad (4.10)$$

Таким чином, *коефіцієнт модуляції – це відношення різниці між максимальним і мінімальним значеннями амплітуд АМ сигналу до суми цих значень.* Досить часто коефіцієнт модуляції визначається у відсотках $M=m_{AM}$ *100%.* Але при всіх розрахунках АМ сигналів користуються коефіцієнтом модуляції m_{AM} не у відсотках, а у відносних одиницях.

Для симетричного моделюючого сигналу $u_m(t)$ АМ сигнал також симетричний: $\Delta A_+ = \Delta A_- = \Delta A$ і

$$m_{AM} = \Delta A / A_0 \qquad (4.11)$$

тобто коефіцієнт модуляції дорівнює відношенню максимального приросту амплітуди до амплітуди переносника. Фізично характеризує глибину амплітудної модуляції і може змінюватись у межах $0 \le m_{AM} \le 1$.

Приклад 4.1. Визначити коефіцієнт модуляції АМ сигналу, числову діаграму якого зображено на рис.4.2. Амплітуду сигналу відкладено на рис. 4.2 в лінійному масштабі.

Для визначення коефіцієнта модуляції скористуємося формулою (3.5). При розрахунках знати абсолютне значення амплітуд не обов'язково. Обчислення можна зробити в умовних одиницях (ум. од.). За 1 ум. од. візьмемо 1 мм на вертикальній осі амплітуд. Тоді A_{min} =4 ум. од., A_{max} =12 ум. од. і $m_{AM} =(A_{max} - A_{min})/(A_{max} + A_{min})=(12-4)/(12+4)=0,5\cdot 100 =50\%$

Амплітудна модуляція гармонічним коливанням. У найпростішому випадку модулюючий сигнал $u_м(t)$ є гармонічним коливанням із частотою $\Omega << \omega_0$ і початковою фазою Ψ. При цьому

$$s_{AM}(u_{m,}t) = A_0[1 + m_{AM}\cos(\Omega t + \psi)\cos(\omega_0 t + \psi_0) \qquad (4.12)$$

є аналітичним виразом (математичною моделлю) однотонального АМ сигналу, тобто модульованого одним гармонічним коливанням тональної частоти. На рис. 4.3, а, в зображено часові діаграми однотонального АМ сигналу при різних значеннях m_{AM} .На ньому дуже добре видно симетричність модуляції та характерні спотворення при *перемодуляції* (рис.4.3, в), коли форма обвідної вже не повторює форму модулюючого гармонічного коливання.

Однотональний АМ сигнал можна подати також у вигляді суми гармонічних складових. Якщо використати тригонометричну формулу добутку косинусів $\cos\alpha\cos\beta = 0{,}5[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$, із формули (4.12) дістаємо

$$s_{AM}(u_{м}, t) = A_0\cos(\omega_0 t + \psi_0) + 0{,}5A_0 m_{AM}\cos[(\omega_0 + \Omega)t + \psi_0 + \Psi)] + \\ + 0{,}5A_0 m_{AM}\cos[(\omega_0 - \Omega)t + \psi_0 - \Psi)]$$

Із формули (3.9) випливає, що однотональний АМ сигнал має три гармонічні спектральні складові з частотами: f_0 – переносника; $f_0 +F$- верхньою боковою; $f_0 -F$-нижньою боковою.

Спектральна діаграма –однотонального АМ сигналу, яку побудовано згідно з формулою (3.9), є симетричною відносно частоти переносника f_0 (рис. 4.3,г). Амплітуди бокових коливань однакові і навіть для $m_{AM} =1$ не перевищують половини амплітуди переносника A_0.

Амплітудна модуляція при складному модулюючому сигналі. Гармонічні модулюючи сигнали і відповідно однотональний АМ сигнал практично зустрічаються рідко. У більшості випадків модулюючи первинні сигнали (див. 2.8) є складними функціями часу. Аналітичний вираз АМ сигналу і для цього випадку можна подати у вигляді формули

$$s_{AM}(u_{м}, t) = A_0[1 + m_{AM}u_{м}(t)]\cos(\omega_0 + \psi_0) \qquad (4.14)$$

Спектр АМ сигналу при складному модулюючому сигналі якісно визначається з таких міркувань. Будь-який складний сигнал $u_м(t)$ можна подати у вигляді скінченної (чи нескінченної) суми гармонічних складових, якщо скористуватись для цього рядом чи інтегральним перетворенням Фур'є. Кожна гармонічна складова сигналу $u_м(t)$ із частотою Ω_i викликає в спектрі АМ сигналу дві бокові складові з частотами $f_0 \pm F_i$, а множина гармонічних складових модулюючого сигналу $\sum F_i$ - множину бокових складових із частотами $\sum(f_0 \pm F_i)$. Для наочності такі перетворення спектра для АМ наведено на рис. 4.4.

З рис.4.4 видно, що в спектрі складного АМ сигналу, крім складової з частиною переносника f_0 , містяться групи *верхніх та нижніх бокових коливань*, що утворюють відповідно верхню та нижню бокові смуги частот АМ сигналу. При цьому верхня бокова смуга частот є масштабною копією як дискретного, так і неперервного спектру модулюючого сигналу, як зсунуто за частотою на величину f_0 . Нижня бокова смуга частот також повторює спектральну діаграму (спектральну густину) сигналу $u_м(t)$, але частоти в неї розташовані дзеркально (у зворотному порядку) відносно частоти переносника f_0.

Із зазначеного випливає важливий висновок: *ширина спектра АМ сигналуF_{AM} дорівнює подвоєному значенню максимальної частоти F_{max} спектра модулюючого сигналу, тобто*

$$F_{AM}=2F_{max} \qquad (4.15)$$

З цього виразу випливає, що амплітуда модульованого сигналу змінюється від $A_{min}=A(1\text{-}m)$ *до* $A_{max}=A_0(1+m)$, а потужність сигналу відповідно від $P_{min}=P_н(1\text{-}m)^2$ *до*

$P_{max}=P_н(1+m)^2$, де $P_н = \frac{A^2{}_0}{2}$ - потужність несучого коливання. Середня потужність АМ сигнала дорівнює:

$$P_{ср.} = \frac{A^2{}_0}{2T}\int_0^T (1+m\cos\Omega t)^2 dt = P_н(1+\frac{m^2}{2})$$

(4.16)

При $m=1 P_{max}=4 P_н$ і $P_{ср}=1,5P_н$; відношення середньої потужності до максимальної дорівнює 0,375. Ці відношення вказують на суттєвий недолік амплітудної модуляції – погане використання потужності передатчика.

Балансна модуляція (БМ). Крім звичайної АМ застосовується передача АМ без несучої – балансна модуляція. Для цього вида модуляція:

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}, \qquad M[u(t)] = u(t) \tag{4.17}$$

тоді

$$\dot{s}(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} u(t) = A_0 u(t)\cos\omega_0 t + i\,A_0 u(t)\sin\omega_0 t \tag{4.18}$$

$$s(t) = \operatorname{Re}\dot{s}(t) = A_0 u(t)\cos\omega_0 t$$

Спектр сигналу при БМ

$$S(\omega) = \frac{1}{2}A_0[S_u(\omega_0+\omega) + S_u(\omega_0-\omega)]. \tag{4.19}$$

Тут знаходяться тільки дві бокові смуги - несуча відсутня.

При односмуговій модуляції (ОМ) передається тільки одна бокова смуга. Для цього виду модуляції при передачі верхньої бокової смуги:

$$f(t) = A_0 e^{i\omega_o t}, \qquad M[u(t)] = u(t) + i\hat{u}(t), \tag{4.20}$$

$$s(t) = A_0[u(t)\cos\omega_0 t - \hat{u}(t)\sin\omega_0 t] + iA_0[u(t)\sin\omega_0 t + \hat{u}(t)\cos\omega_0 t]. \tag{4.21}$$

$$s(t) = \operatorname{Re}\dot{s}(t) = A_0[u(t)\cos\omega_0 t - \hat{u}(t)\sin\omega_0 t].$$

Спектр сигналу ОМ

$$S(\omega) = \frac{A_0 m}{2} S_u(\omega_0+\omega) \tag{4.22}$$

Дійсно, якщо розкласти функції *u(t)* і $\hat{u}(t)$ в ряд Фур'е:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos(\Omega_k t + \varphi_k); \qquad \hat{u}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin(\Omega_k t + \varphi_k)$$

і врахувати, що *cos x* і *sin x* являються парою перетворення Гільберта, то отримаємо

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos[(\omega_0+\Omega_k)t + \varphi_k] + i\sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin[(\omega_0+\Omega_k)t + \varphi_k]$$

Таке представлення являється аналітичним для усіх $\omega_0 > 0$. Заміна модуляційної функції M[u(t)] на спряжену їй $M^*[u(t)] = u(t) - i\hat{u}(t)$ дає форму сигналу *s(t)*, яка відповідає нижній боковій смузі.

Спектри БМ і ОМ сигналів можна дістати зі спектра АМ сигналу, якщо з нього вилучити складову на частоті переносника для БМ сигналу чи складову на частоті переносника та одну з бокових смуг (верхню чи нижню) для ОМ. Такі перетворення спектра АМ сигналу надані на рис. 3.6.

Важливою перевагою БМ і ОМ сигналів є підвищення швидкості ефективності використання потужності передавача, що підвищує відповідно якість приймання таких сигналів. Крім того, при ОМ у два рази зменшується ширина спектра модульованого сигналу, що дозволяє вдвічі збільшити кількість сигналів у заданій смузі частот. Тому ОМ широко застосовується в багатоканальному зв’язку з частотним розділенням.

Контрольні питання

1. В чому складається суть модуляції сигналів.
2. Зобразіть векторні діаграми АМ і ЧМ сигналів.
3. Які переносники при модуляції Ви знаєте?
4. Як визначити потужність АМ сигналу?
5. Напишіть аналітичний вираз для АМ сигналу при модуляції несучої одним тоном.
6. При якому виді модуляції ширина спектру модульованого сигналу мінімальна?
7. Чому дорівнює ширина спектру АМ сигналу?
8. Чому дорівнює ширина спектру чМ сигналу?
9. Перерахуйте основні види дискретної модуляції?
10. Назвіть основні види імпульсної модуляції?
11. Чим в основному визначається ширина спектра сигналу при імпульсній модуляції?
12. Поясніть принципи модуляції шумової несучої.
13. Поясніть принципи побудови дискретних шумоподібних сигналів.
14. Являється дискретна псевдовипадкова послідовність випадковим процесом? В чому її подібність зі шумом?
15. Як здійснюється модуляція шумоподібних сигналів?
16. Як здійснюється цифрова амплітудна модуляція (ЦАМ)?
17. Які особливості цифрової фазової модуляції (ЦФМ)?
18. Намалюйте квадратурні схеми формування двійкового сигналу ММС та його детектування.