

Теорема В.А.Котельникова. Реальні сигнали завжди мають кінцеву тривалість і обмежену смугу частот. Граничні частоти спектра визначаються головним чином властивостями системи передачі і самим отримувачем. Так, наприклад, при передачі дискретних повідомлень смуга частот визначається швидкістю передачі, при передачі телевізійного зображення – прийнятим стандартом чіткості (числом строчок і т.п.).

Для функцій з обмеженим спектром В.А. Котельников довів чудову теорему, що лежить в основі дискретизації неперервних сигналів.

Згідно до цієї теореми функція $S(t)$, яка не містить частот вищих від F , повністю визначається послідовністю своїх значень в моменти, які відстають один від одного на

$$\Delta t = 1/2F = \pi/\omega.$$

Фізичним підтвердженням цього є відомий факт про те, що сигнал $S(t)$ не може істотно змінитися за час, менший, ніж половина періоду його найвищої частоти, тобто $1/2F$.

Якщо неперервний сигнал обмежений за спектром, не обов'язково передавати всі миттєві значення цієї функції, а тільки окремі її значення.

) прийме вигляд:

$$S(t) \approx \sum_{k=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} S(k\Delta t) \frac{\sin \omega_B(t - k\Delta t)}{\omega_B(t - k\Delta t)} \quad (1.7)$$

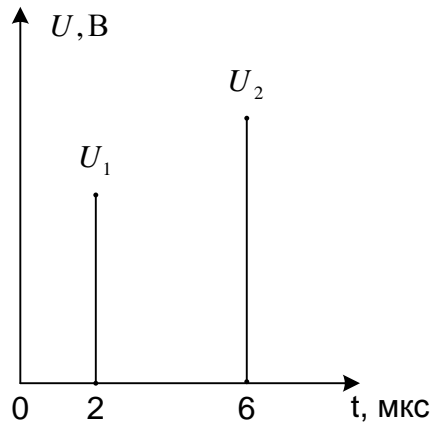
При кінцевому числі відліків сума (1.7) буде співпадати з миттєвими значеннями $S(t)$ не на всьому інтервалі існування повідомлення T_c , а тільки у відлікових точках. В проміжках між цими значеннями $S(t)$ відрізняється від суми кінцевого числа членів ряду, в результаті чого виникає похибка. Ця похибка мінімальна в середині інтервалу T_c і буде зростати до його країв (рис.1.8).

Визначити середньоквадратичну похибку відновлення повідомлення кінцевої тривалості рядом Котельникова із кінцевим числом членів важко. Однак в роботі [1] визначені границі похибки, що виникає при відновленні реального повідомлення із необмеженим спектром рядом Котельникова (1.3). Позначаючи відновлене повідомлення $S'(t)$, запишемо вираз для середньоквадратичної похибки δ

Завдання

Сигнал з обмеженим спектром надано двома відліками. Знайти верхню частоту в спектрі цього сигналу. Знайти миттєве значення сигналу у момент часу

t_0 .



№ варіанта	2
t_0 (мкс)	4
U_1 (мВ)	12
U_2 (мВ)	34

Розв'язування:

$$\Delta t = 4 \text{ мкс}$$

$$\kappa(U_1) = 1$$

$$\kappa(U_2) = 2$$

$$F_B = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2 * 4 * 10^{-3}} = 0.125 \text{ мГц}$$

$$S(t) = \sum S(k\Delta t) \frac{\sin 2\pi f(t_0 - k\Delta t)}{2\pi f(t_0 - k\Delta t)} = 12 * 10^{-3} * \frac{\sin 2 * 3.14 * 0.125 * 10^6(4 * 10^{-6} - 1 * 4 * 10^{-6})}{2 * 3.14 * 0.125 * 10^6(4 * 10^{-6} - 1 * 4 * 10^{-6})} +$$

$$+ 34 * 10^{-3} * \frac{\sin 2 * 3.14 * 0.125 * 10^6(4 * 10^{-6} - 2 * 4 * 10^{-6})}{2 * 3.14 * 0.125 * 10^6(4 * 10^{-6} - 2 * 4 * 10^{-6})} = 0.017 * 10^{-3} = 0,017 \text{ мВ}$$