# Теоретичні положення

2.1. Для періодичних сигналів з періодом Т взаємозв´язок між часовим і спектральним уявлення виражається рядом Фур´є

$$f(t) = \frac{Ao}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} An\cos(n\Omega_1 t - \varphi_n)$$

де $\frac{Ao}{2}$ -стала складова, An –амплітуда n –ої гармоніки;

$\Omega_n$ =n $\Omega_1$-кутова частота n –ої гармоніки;

$\varphi_n$ -початкова фаза n –ої гармоніки.

Т=2π/Ω;

Залежність амплітуд An від частоти називається ***амплітудним спектром сигналу.***

Залежність фаз $\varphi_n$ від частоти - ***фазовим спектром.***

Для періодичних сигналів амплітуди An відмінні від нуля тільки на частотах кратних $f_1$. Їх зображують у вигляді вертикальних ліній на цих частота. Причому висота кожної лінії пропорційна амплітуді відповідної частотної складової. Таки спектри називають ***дискретними або лінійчатими .***

Співвідношення T/τ називають щілинністю.

## Практичне завдання

За допомогою нижченаведених формул встановити різні значення щілинності періодичної послідовності прямокутни х імпульсів (від 2 до 10) та зарисуйте графіки амплітудних спектрів з приблизним визначення амплітуди гармонік.

Залишаючи незмінним період , а змінюючи тривалість імпульсів дослідити Графіки.

**Спектральне представлення неперіодичних сигналів**

Інтегральне перетворення Фур'є. Періодичні сигнали є джерелами обмеженої, що не міняється згодом інформації. Дійсно, інформація, закладена в одному періоді такого коливання, періодично повторюється. Якщо ми хочемо за допомогою деякого електромагнітного процесу передавати мінливу в часі інформацію, необхідно відповідно змінювати форму сигналу. Але тоді сигнал стає неперіодичним. Серед різних неперіодичних сигналів найбільший інтерес представляють одиночні імпульси.

Одиночний імпульс S(t) можна розглядати як граничний випадок періодичної послідовності імпульсів Sp(t) при необмеженному збільшенні її періоду.

$$S(t) = \lim_{T \to \infty} Sp(t)$$

Простежимо зміни спектра сигналу в міру росту періоду.

При T=>∞ :

1) Інтервал між сусідніми гармоніками в спектрі зменшується □=2□̃T =>dw, дискретна частота гармонік спектра перетворюється в безупинну; лінійчатий, дискретний спектр перетвориться в суцільний;

2)комплексні амплітуди гармонік спектра зменшуються пропорційно інтервалу між гармоніками □=2□̃T

$$S(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot e^{-j \cdot w \cdot t}\, dt$$

$$S(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} S(jw)\cdot e^{j\cdot w\cdot t}\,dw$$

Ці формули називають прямими і зворотними інтегральними перетвореннями Фур'є

Перетворення енергії в спектрі неперіодичного сигналу

$$Э=\int_{-\infty}^{\infty} \left(\left|S(t)\right|\right)^2 dt$$

представленого Фур'є перетворенням

$$S(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} S(jw)\cdot e^{j\cdot w\cdot t}\,dw$$

$$Э=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} S(jw)\cdot S(-jw)\,dw$$

Добуток комплексно-сполучених величин дає квадрат модуля спектральної щільності

$$S(jw)\cdot S(-jw)=\left(\left|S(w)\right|\right)^2$$

Остаточно одержуємо формулу Релея

$$Э=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} \left(\left|S(w)\right|\right)^2 dw$$

*Енергетичний спектр неперіодичного сигналу визначається квадратом модуля його спектральної щільності*

Енергетичне визначення ширини спектра сигналу і його тривалості.

Шириною спектра сигналу називають діапазон частот, у межах якого зосереджена гнітюча частина енергії коливання, т.е

.

$$\int_{\Delta w_C} \left(\left|S(w)\right|\right)^2 dw=\eta\cdot\int_{0}^{\infty} \left(\left|S(w)\right|\right)^2 dw$$

де $\eta$ - звичайно - 0.9

$\Delta w_C$ - ширина спектра

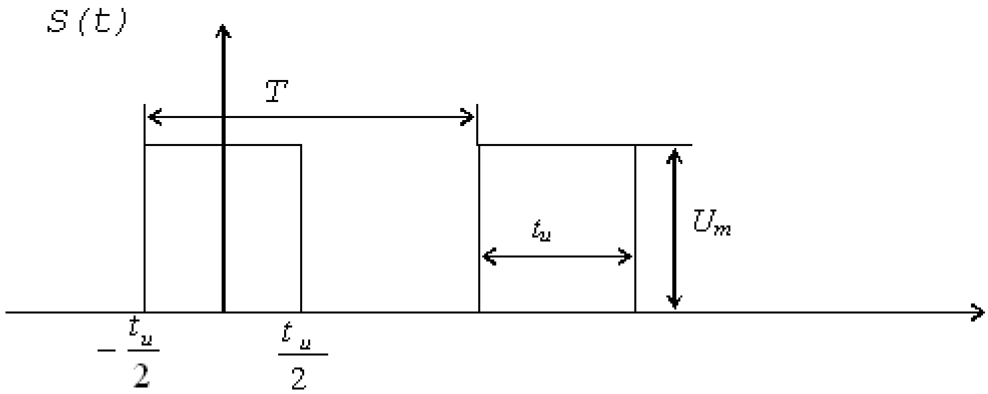
Аналогічне визначення дають тривалості імпульсу як проміжку часу, у якому зосереджена гнітюча частина енергії сигналу:

$$\int_{t_И} \left(\left|f(t)\right|\right)^2 dt=\eta\cdot\int_{0}^{\infty} \left(\left|f(t)\right|\right)^2 dt$$

де $t_И$ - тривалість імпульсу

**СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ПРЯМОКУТНОГО ВІДЕОІМПУЛЬСУ.**

Спектральну щільність відеоімпульсу одержуємо за допомогою перетворення Фур'є.




$$S(jw) = \int_{-\frac{t_и}{2}}^{\frac{t_и}{2}} Um \cdot e^{-j \cdot w \cdot t}\, dt = 2 \cdot \int_{0}^{\frac{t_и}{2}} Um \cdot \cos(w\, t)\, dt = \frac{2 \cdot Em}{w} \cdot \sin\left(w \cdot \frac{t_и}{2}\right)$$

$w := 0, 0.001 .. 6$

$w := 0, 0.001 .. 6$

$Um := 1 \cdot 10^{-3}$

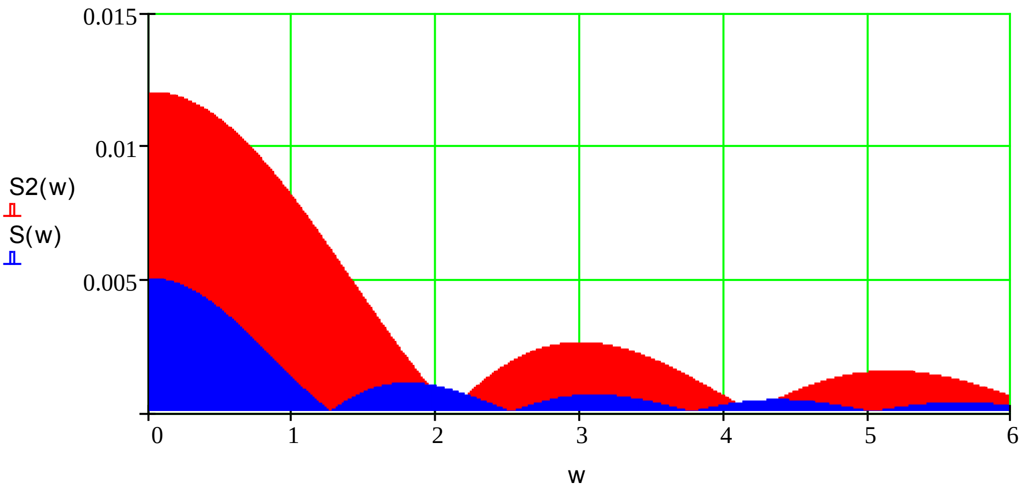
$t2 := 3$

$Um2 := 4 \cdot 10^{-3}$

$t := 5$

$$S2(w) := Um2 \cdot t2 \left[ \left| \frac{\sin\left(\frac{w \cdot t2}{2}\right)}{\left(\frac{w \cdot t2}{2}\right)} \right| \right]$$

$$S(w) := Um \cdot t \left[ \left| \frac{\sin\left(\frac{w \cdot t}{2}\right)}{\left(\frac{w \cdot t}{2}\right)} \right| \right]$$

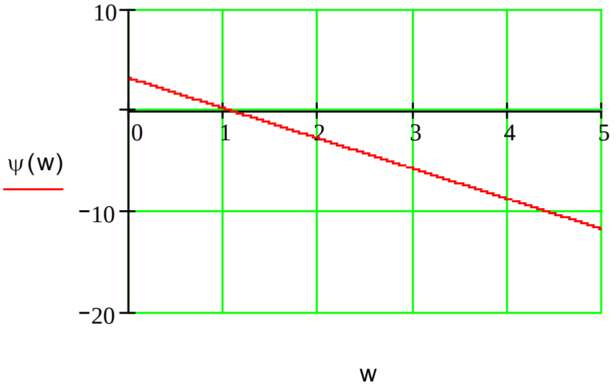



$k := 2$

$t0 := 3$

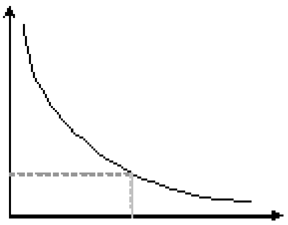
Визначемо ФЧС відеоимпульсу

$\psi(w) := (k - 1)\pi - w \cdot t0$




**СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ЕКСПОНЕНТНОГО ВІДЕОІМПУЛЬСУ.**

$$S(jw)=\int_0^{\infty} Um\cdot e^{-\lambda\cdot t}\cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\,dt = \frac{Um}{\lambda - j\cdot\omega}$$



$w := 0, 0.001 .. 2$

$\lambda 1 := 0.5$

$\lambda 2 := 1$

$\lambda 3 := 1.5$

$$S(w) := \left|\frac{Um}{\sqrt{\lambda 1^2 - w^2}}\right|$$

$$S2(w) := \left|\frac{Um}{\sqrt{\lambda 2^2 - w^2}}\right|$$

$$S3(w) := \left|\frac{Um}{\sqrt{\lambda 3^2 - w^2}}\right|$$