ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ
КАФЕДРА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ ТА МЕРЕЖ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему: «ДЕКОНВОЛЮЦІЯ У СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ СИГНАЛІВ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПРИХОВАНИХ АБО СЛАБКИХ КОМПОНЕНТ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ КАНАЛАХ»

на здобуття освітнього ступеня магістра
зі спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка
(код, найменування спеціальності)
освітньо-професійної програми Телекомунікаційні системи та мережі
(назва)

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Тарас КОЗАЧОК
(підпис) *(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)*

Виконав: здобувач вищої освіти гр. ТСДМ-61
Тарас КОЗАЧОК
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Керівник: Дмитро МИРОНОВ
к.т.н. *Ім'я, ПРІЗВИЩЕ*

Рецензент: _____
Ім'я, ПРІЗВИЩЕ

Київ 2025

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Навчально-науковий інститут Телекомунікацій

Кафедра ___Телекомунікаційних систем та мереж_____
Ступінь вищої освіти __магістр_____
Спеціальність ___172 Електронні комунікації та радіотехніка _____
Освітньо-професійна програма _____Телекомунікаційні системи та мережі_____

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри __ТСМ_____
_____ Віктор ЗАЇКА
«____» _____ 2025 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Козачку Тарасу Алімовичу
(прізвище, ім'я, по батькові здобувача)

1. Тема кваліфікаційної роботи: Деконволюція у спектральному аналізі сигналів для виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах
керівник кваліфікаційної роботи Дмитро МИРОНОВ, к.т.н.
(Ім'я, ПРІЗВИЩЕ науковий ступінь, вчене звання)
затверджені наказом Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій від «30» 10. 2025 р. № 467

2. Строк подання кваліфікаційної роботи «___» _____ 2025 р.

3. Вихідні дані до кваліфікаційної роботи:
1. Деконволюція.
2. Спектральний аналіз.
3. Виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
1. Теоретичні основи спектрального аналізу та деконволюції сигналів у телекомунікаційних системах.
2. Методи та алгоритми деконволюції у спектральному аналізі.
3. Методика застосування деконволюції та моделювання сигналів.
4. Аналіз результатів та практичне застосування методів деконволюції.

5. Перелік ілюстративного матеріалу: ___презентація на ____слайдах_____

6. Дата видачі завдання «___» _____ 2025 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та аналіз науково-технічної літератури	15.10.2025	Викон.
2	Розробка першого розділу	20.10.2025	Викон.
3	Розробка другого розділу	30.10.2025	Викон.
4	Розробка третього розділу	10.11.2025	Викон.
5	Розробка четвертого розділу	20.11.2025	Викон.
6	Висновки, вступ, реферат	30.11.2025	Викон.
7	Розробка презентації	10.12.2025	Викон.

Здобувач вищої освіти _____ Тарас КОЗАЧОК
(підпис) *(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)*

Керівник кваліфікаційної роботи _____ Дмитро МИРОНОВ
(підпис) *(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)*

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Навчально-науковий інститут телекомунікацій
ПОДАННЯ
ГОЛОВІ ЕКЗАМЕНАЦІЙНОЇ КОМІСІЇ
ЩОДО ЗАХИСТУ КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ
на здобуття освітнього ступеня магістра

Направляється здобувач Козачок Т.А. до захисту кваліфікаційної роботи
(прізвище та ініціали)
за спеціальністю 172 Електронні комунікації та радіотехніка
(код, найменування спеціальності)
освітньо-професійної програми Телекомунікаційні системи та мережі
(назва)
на тему: «Деконволюція у спектральному аналізі сигналів для виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах»

Кваліфікаційна робота і рецензія додаються.

Директор ННІТ _____ Владислав КРАВЧЕНКО
(підпис) *(Ім'я, ПРІЗВИЩЕ)*

Висновок керівника кваліфікаційної роботи

Здобувач Козачок Тарас Алімович показав гарну теоретичну та інженерну підготовку, уміння володіти новими комп'ютерними технологіями, користуватися навчальною, довідковою і науково-технічною літературою. Працюючи над завданнями, які були поставлені керівником, проявив ініціативність, сумлінність та хист до наукової роботи.

Все це дозволяє оцінити виконану кваліфікаційну роботу здобувача Козачка Тараса Алімовича на оцінку «відмінно» та присвоїти йому кваліфікацію магістр з електронних комунікацій та радіотехніки.

Керівник кваліфікаційної роботи _____ Дмитро МИРОНОВ
(підпис) *(Ім'я, ПРІЗВИЩЕ)*

«____» _____ 20___ року

Висновок кафедри про кваліфікаційну роботу

Кваліфікаційна робота розглянута. Здобувач Козачок Т.А. допускається до захисту даної роботи в Екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри телекомунікаційних систем та мереж _____ Віктор ЗАЇКА
(назва) *(підпис)* *(Ім'я, ПРІЗВИЩЕ)*

«____» _____ 20___ року

ВІДГУК РЕЦЕНЗЕНТА
на кваліфікаційну роботу
на здобуття освітнього ступеня магістра

здобувача вищої освіти Козачка Тараса Алімовича
(прізвище, ім'я, по батькові)
на тему «Деконволюція у спектральному аналізі сигналів для виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах»

Актуальність.
Сучасні телекомунікаційні системи функціонують в умовах підвищеного рівня шумів, завад і частотно-селективних спотворень, що ускладнює виявлення слабких або прихованих спектральних компонент сигналів. Класичні методи спектрального аналізу, зокрема перетворення Фур'є, за низького відношення сигнал/шум часто не забезпечують необхідної точності та роздільної здатності. Застосування методів деконволюції дозволяє компенсувати вплив каналу зв'язку, зменшити спектральне згладжування та підвищити інформативність спектрального аналізу. Тому дослідження ефективності методів деконволюції для виявлення слабких спектральних компонент у телекомунікаційних каналах є актуальним науково-практичним завданням.

Позитивні сторони.
1. У роботі детально розглянуто природу завад, особливості спектрального маскування та некоректність обернених задач.
2. У роботі виконано зіставлення класичних, регуляризованих і статистичних методів деконволюції з використанням кількісних показників ефективності.

Недоліки.
1. У роботі недостатньо розглянуто часово-частотні методи аналізу (STFT, вейвлет-перетворення).
2. Дослідження проведено для узагальненої моделі каналу, без детального розгляду специфічних моделей (Rayleigh, Rician, частотно-селективні канали).

Відзначені зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку магістерської кваліфікаційної роботи

Висновок: *кваліфікаційна робота на здобуття ступеня магістра заслуговує оцінку "відмінно", а здобувач Козачок Тарас Алімович заслуговує присвоєння кваліфікації: магістр з електронних комунікацій та радіотехніки.*

Рецензент _____ _____
науковий ступінь, вчене звання (підпис) *(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)*

РЕФЕРАТ

Текстова частина кваліфікаційної роботи на здобуття освітнього ступеня магістра: 79 стор., 23 рис., 5 табл., 25 джерел.

Мета роботи – дослідження методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів та оцінка їх ефективності для виявлення слабких і прихованих спектральних компонент у зашумлених та спотворених телекомунікаційних каналах зв’язку.

Об’єкт дослідження – процеси спектрального аналізу та обробки сигналів у телекомунікаційних каналах зв’язку за наявності шумів, завад і частотно-селективних спотворень

Предмет дослідження – методи та алгоритми деконволюції сигналів і їх вплив на точність та надійність виявлення слабких і прихованих спектральних компонент у телекомунікаційних каналах.

Короткий зміст роботи: у кваліфікаційній роботі досліджено методи деконволюції у спектральному аналізі сигналів з метою виявлення слабких і прихованих компонент у телекомунікаційних каналах. Показано обмеженість класичних методів спектрального аналізу в умовах шуму та частотно-селективних спотворень і обґрунтовано доцільність застосування деконволюції для компенсації впливу каналу. Виконано порівняльний аналіз класичних, регуляризованих, статистичних та адаптивних методів деконволюції. Побудовано математичну модель сигналу і каналу, формалізовано задачу деконволюції як некоректно поставлену та проведено чисельне моделювання для різних умов зашумлення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ, ДЕКОНВОЛЮЦІЯ, ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІ КАНАЛИ, СЛАБКІ СПЕКТРАЛЬНІ КОМПОНЕНТИ, ШУМ, ЗАВАДИ, ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР’Є, РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ, ФІЛЬТР ВІНЕРА, ЦИФРОВА ОБРОБКА СИГНАЛІВ, ВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ/ШУМ, ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНІ СПОТВОРЕННЯ

ABSTRACT

Text part of the master's qualification work: 79 pages, 23 figures, 5 table, 25 sources.

The purpose of the work is to study deconvolution methods in spectral analysis of signals and to assess their effectiveness for detecting weak and hidden spectral components in noisy and distorted telecommunication communication channels.

Object of the research is the processes of spectral analysis and signal processing in telecommunication communication channels in the presence of noise, interference and frequency-selective distortions

Subject of the research is methods and algorithms for signal deconvolution and their impact on the accuracy and reliability of detecting weak and hidden spectral components in telecommunication channels.

Summary of the work: the qualification work investigates deconvolution methods in spectral analysis of signals in order to detect weak and hidden components in telecommunication channels. The limitations of classical spectral analysis methods in conditions of noise and frequency-selective distortions are shown and the feasibility of using deconvolution to compensate for the influence of the channel is substantiated. A comparative analysis of classical, regularized, statistical and adaptive deconvolution methods was performed. A mathematical model of the signal and channel was constructed, the deconvolution problem was formalized as an incorrectly posed one, and numerical simulation was performed for various noise conditions.

KEYWORDS: SPECTRAL ANALYSIS, DECONVOLUTION, TELECOMMUNICATION CHANNELS, WEAK SPECTRAL COMPONENTS, NOISE, INTERFERENCE, FOURIER TRANSFORM, REGULARIZATION, WINER FILTER, DIGITAL SIGNAL PROCESSING, SIGNAL/NOISE RATIO, FREQUENCY-SELECTIVE DISTORTIONS

ЗМІСТ

ВСТУП 9
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ТА ДЕКОНВОЛЮЦІЇ СИГНАЛІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ 11
1.1 Сигнали та завади в телекомунікаційних каналах зв’язку 11
1.2 Методи спектрального аналізу сигналів 16
1.3 Теоретичні основи деконволюції сигналів 19
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ У СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ 29
2.1 Класичні методи деконволюції в частотній області 29
2.2 Регуляризовані та статистичні методи деконволюції 37
2.3 Сучасні підходи до виявлення слабких спектральних компонент 44
РОЗДІЛ 3 МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛІВ 52
3.1 Математична модель сигналу та каналу зв’язку 52
3.2 Алгоритмічна реалізація та чисельне моделювання методів деконволюції 62
РОЗДІЛ 4 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ 70
4.1 Аналіз та інтерпретація результатів моделювання 70
4.2 Практичні рекомендації та сфери застосування методів деконволюції 73
ВИСНОВКИ 78
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ 80
ДЕМОНСТРАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ 82

ВСТУП

Стрімкий розвиток телекомунікаційних систем супроводжується постійним зростанням обсягів передаваних даних, підвищенням вимог до якості зв’язку та ефективності використання спектральних ресурсів. У сучасних умовах телекомунікаційні канали функціонують у середовищі з високим рівнем шумів, завад і спотворень, зумовлених як фізичними властивостями середовища передачі, так і обмеженнями апаратних засобів. За таких умов особливої актуальності набуває задача точного спектрального аналізу сигналів та виявлення слабких або прихованих спектральних компонент, які можуть нести важливу інформацію або мати діагностичне значення.

Традиційні методи спектрального аналізу, зокрема класичне перетворення Фур’є, широко застосовуються в телекомунікаціях завдяки простоті реалізації та зрозумілому фізичному змісту. Проте їх ефективність істотно знижується в умовах шуму, частотно-селективних спотворень та багатопроменевого поширення сигналів. У таких випадках спектр сигналу зазнає згладжування, а слабкі компоненти можуть бути повністю замасковані шумовим фоном або сильнішими спектральними складовими. Це обмежує можливості класичного спектрального аналізу та потребує застосування додаткових методів обробки сигналів.

Одним із перспективних підходів до підвищення інформативності спектрального аналізу є використання методів деконволюції. Деконволюція дозволяє компенсувати вплив телекомунікаційного каналу, відновити спотворений спектр сигналу та підвищити контраст між корисними компонентами і шумом. Особливе значення цей підхід має для задач виявлення слабких або прихованих спектральних складових, рівень яких є співмірним або меншим за рівень завад. Поєднання деконволюції зі спектральним та часово-частотним аналізом створює передумови для істотного підвищення точності та надійності обробки сигналів у складних канальних умовах.

Незважаючи на значну кількість наукових робіт, присвячених спектральному аналізу та методам деконволюції, питання їх практичного застосування для

виявлення слабких компонент у телекомунікаційних каналах залишаються актуальними. Це пов’язано з некоректністю задачі деконволюції, чутливістю алгоритмів до шуму та необхідністю вибору оптимальних методів і параметрів обробки залежно від умов передачі сигналу. Тому дослідження ефективності різних методів деконволюції та їх впливу на результати спектрального аналізу є важливим науково-практичним завданням.

Метою даної кваліфікаційної роботи є дослідження методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів та оцінка їх ефективності для виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах. Для досягнення поставленої мети в роботі виконано аналіз теоретичних основ спектрального аналізу, розглянуто сучасні методи деконволюції, побудовано математичну модель сигналу та каналу зв’язку, а також проведено чисельне моделювання з метою порівняльної оцінки ефективності різних підходів.

Об’єктом дослідження є процеси спектрального аналізу сигналів у телекомунікаційних каналах, а предметом дослідження — методи деконволюції та їх вплив на точність виявлення слабких спектральних компонент у зашумлених і спотворених каналах зв’язку.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання отриманих результатів при проєктуванні та модернізації телекомунікаційних систем, а також у системах спектрального моніторингу, аналізу сигналів і цифрової обробки інформації. Матеріали роботи можуть бути використані в навчальному процесі та подальших наукових дослідженнях у галузі телекомунікацій і цифрової обробки сигналів.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ТА ДЕКОНВОЛЮЦІЇ СИГНАЛІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

1.1 Сигнали та завади в телекомунікаційних каналах зв’язку

Телекомунікаційні системи призначені для передавання, приймання та обробки інформації у вигляді сигналів різної фізичної природи. Якість функціонування таких систем значною мірою визначається властивостями сигналів, параметрами каналу зв’язку та наявністю завад, які спотворюють передану інформацію. У сучасних умовах розвитку телекомунікацій, зокрема зростання швидкостей передавання даних, ущільнення спектра та збільшення кількості джерел електромагнітних випромінювань, проблема виявлення слабких або прихованих компонент сигналів набуває особливої актуальності.

Загальна характеристика сигналів у телекомунікаціях

Під сигналом у телекомунікаційному каналі розуміють фізичний процес, що несе інформацію та змінюється у часі, просторі або за іншими параметрами. Найчастіше сигнал описується як функція часу $s(t)$ або, у частотній області, як $S(f)$. Залежно від характеру зміни у часі сигнали поділяють на детерміновані та випадкові. Детерміновані сигнали мають однозначно заданий закон зміни, тоді як випадкові сигнали описуються статистичними характеристиками, такими як математичне сподівання, дисперсія та спектральна щільність потужності.

У телекомунікаційних системах широко використовуються як аналогові, так і цифрові сигнали. Аналогові сигнали є безперервними за часом і амплітудою, що характерно, наприклад, для радіосигналів або сигналів у кабельних лініях. Цифрові сигнали, навпаки, мають дискретну структуру та формуються шляхом квантування і кодування інформації, що забезпечує підвищену завадостійкість та можливість використання методів цифрової обробки сигналів.

Спектральне представлення сигналів

Одним із фундаментальних підходів до аналізу сигналів у телекомунікаційних каналах є їх спектральне представлення. Спектр сигналу

відображає розподіл його енергії або потужності за частотами та дозволяє досліджувати частотні властивості передаваного повідомлення. Для ідеального випадку лінійного стаціонарного каналу спектральне представлення дає змогу оцінити вплив каналу на сигнал шляхом аналізу його амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик.

Однак у реальних умовах спектр корисного сигналу часто перекривається спектром завад, що ускладнює його аналіз. Особливо це характерно для слабких або прихованих компонент, енергетичний рівень яких є значно нижчим за рівень шуму або фонових сигналів. У таких випадках класичні методи спектрального аналізу можуть виявитися недостатньо ефективними, що зумовлює необхідність застосування більш складних методів обробки, зокрема деконволюції.

Поняття завад та їх вплив на сигнал

Завади у телекомунікаційних каналах зв’язку є одним з основних чинників, що погіршують якість передавання інформації. Під завадою розуміють будь-який небажаний сигнал або процес, який накладається на корисний сигнал і спотворює його параметри. Завади можуть мати як внутрішнє, так і зовнішнє походження та характеризуватися різними статистичними і спектральними властивостями.

Вплив завад проявляється у зміні амплітуди, фази, частотного складу сигналу, а також у появі додаткових компонент у спектрі. У результаті цього знижується відношення сигнал/шум, погіршується точність відновлення переданої інформації та зростає ймовірність помилок приймання.

Класифікація завад у телекомунікаційних каналах

Залежно від фізичної природи та характеру впливу на корисний сигнал завади в телекомунікаційних каналах зв’язку поділяють на кілька основних класів. Однією з найбільш поширених є класифікація за способом накладання завади на сигнал, відповідно до якої розрізняють адитивні та мультиплікативні завади.

Адитивні завади додаються до корисного сигналу незалежно від його рівня та форми. Типовим прикладом адитивної завади є тепловий шум приймальних пристроїв, який зазвичай моделюється як стаціонарний випадковий процес із гаусовим розподілом. У часовій області такий сигнал можна описати як

$$s(t) = x(t) + n(t) \quad (1.1)$$

де *x(t)* — корисний сигнал, а *n(t)* — адитивна шумова складова.

Мультиплікативні завади проявляються у вигляді зміни амплітуди або фази корисного сигналу та залежать від його поточних значень. Вони характерні для каналів зі замираннями, фазовими спотвореннями або нестабільними параметрами середовища поширення. У цьому випадку сигнал описується співвідношенням

$$s(t) = x(t) \cdot h(t) \quad (1.2)$$

де *h(t)* — випадкова або квазістаціонарна функція, що моделює вплив каналу.

Окрему групу становлять імпульсні завади, які характеризуються короткочасними, але високими за амплітудою сплесками. Такі завади є типовими для промислових середовищ, бездротових каналів та систем із високою щільністю електронних пристроїв. Імпульсні завади мають широкий спектр і суттєво ускладнюють аналіз сигналів у частотній області.

Спотворення сигналів у каналі зв’язку

Окрім шумових завад, істотний вплив на форму та спектр сигналу чинять спотворення, зумовлені властивостями каналу зв’язку. До таких спотворень належать частотні та фазові перекручування, міжсимвольні інтерференції, а також нелінійні ефекти. У спектральній області ці явища проявляються у вигляді розширення спектра, зміщення спектральних компонент або зміни їх амплітуд.

Особливо складною є ситуація, коли корисний сигнал проходить через канал із обмеженою смугою пропускання. У цьому випадку високочастотні складові сигналу пригнічуються, що призводить до втрати інформації або маскування слабких компонент. Такі спотворення можуть бути описані операцією згортки корисного сигналу з імпульсною характеристикою каналу, що є базовою моделлю для подальшого застосування методів деконволюції.

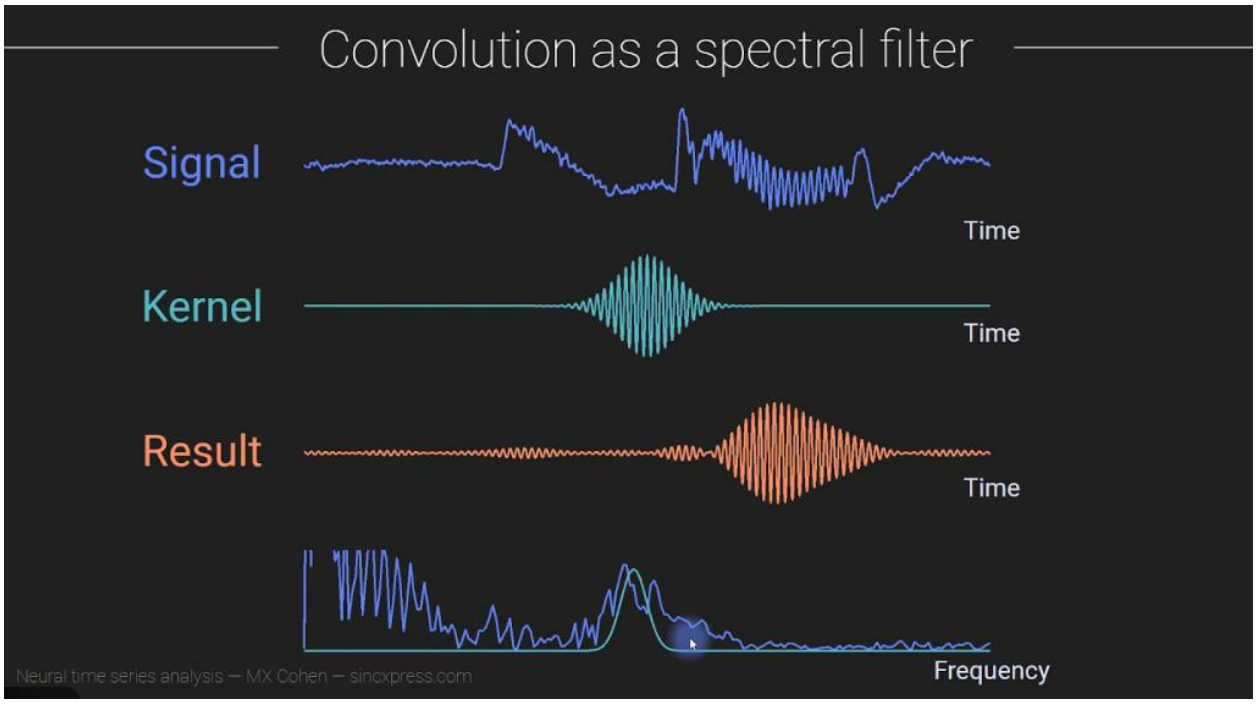


Рис. 1.1 Згортка сигналу з імпульсною характеристикою каналу як спектральна фільтрація

На рисунку показано часові реалізації вхідного сигналу, імпульсної характеристики каналу та результату згортки, а також відповідні спектри, що ілюструють вплив каналу на частотний склад сигналу.

Приховані та слабкі спектральні компоненти сигналів

Під прихованими або слабкими спектральними компонентами розуміють складові сигналу, амплітуда яких є значно меншою порівняно з основними компонентами або рівнем завад. Такі компоненти можуть не виявлятися за допомогою стандартних методів спектрального аналізу, оскільки їх енергетичний внесок перекривається шумом або іншими спектральними складовими.

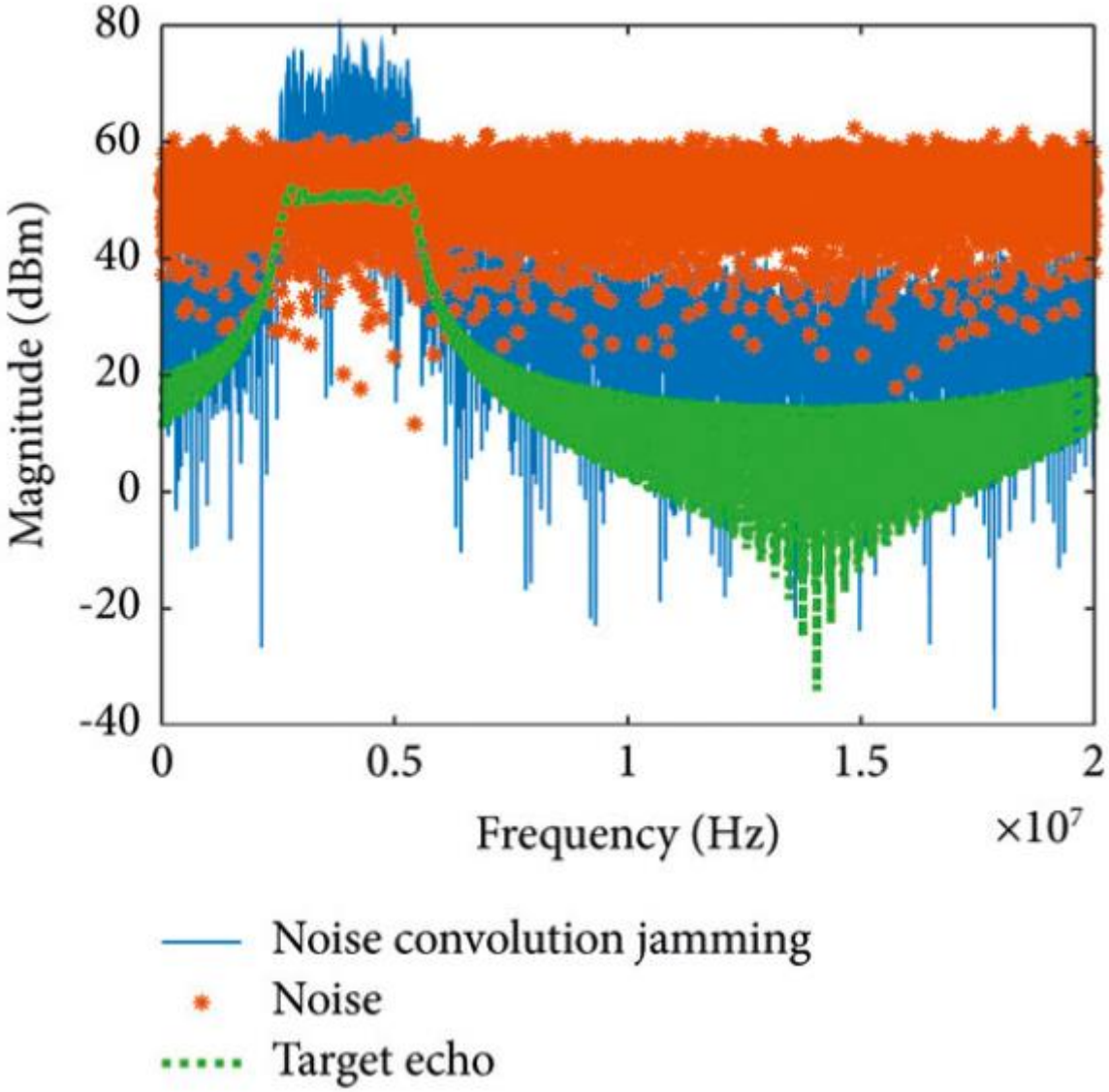


Рис. 1.2 Спектральні характеристики шуму, згорткового зашумлення та слабкої корисної компоненти

На рисунку наведено порівняння спектрів шуму, завади після згортки та слабкої цільової складової, що ілюструє проблему маскування корисних спектральних компонент у телекомунікаційних каналах.

Наявність слабких компонент може бути зумовлена різними причинами, зокрема особливостями модуляції, багатопроменевим поширенням сигналів, накладанням кількох джерел випромінювання або дефектами апаратури. У практичних задачах телекомунікацій такі компоненти часто містять важливу інформацію, наприклад, сигнали вторинних користувачів, відбиті хвилі або низькорівневі інформаційні канали.

Виявлення прихованих спектральних складових є складною задачею, оскільки вона потребує підвищення роздільної здатності спектрального аналізу та зменшення впливу завад. У цьому контексті особливу роль відіграють методи деконволюції, які дозволяють компенсувати спотворення, внесені каналом, та відокремити корисні компоненти від шуму.

Необхідність застосування деконволюції у спектральному аналізі

Оскільки передавання сигналу через реальний телекомунікаційний канал супроводжується згорткою з його імпульсною характеристикою, відновлення первинного сигналу є оберненою задачею, яка часто є некоректно поставленою. У спектральній області це проявляється у вигляді згладжування спектра та пригнічення окремих частотних компонент.

Методи деконволюції дозволяють частково або повністю компенсувати вплив каналу, відновити форму спектра та підвищити ймовірність виявлення слабких або прихованих компонент. Саме тому деконволюція розглядається як один із ключових інструментів у спектральному аналізі сигналів для сучасних телекомунікаційних систем.

1.2 Методи спектрального аналізу сигналів

Спектральний аналіз є одним з основних інструментів дослідження сигналів у телекомунікаційних каналах зв’язку. Його застосування дозволяє перейти від часової області до частотної та дослідити розподіл енергії сигналу за частотами, що є особливо важливим для виявлення прихованих або слабких спектральних компонент. У цьому підрозділі розглянуто основні методи спектрального аналізу, їхні можливості та обмеження в умовах реальних каналів зв’язку.

Перетворення Фур’є як базовий метод спектрального аналізу

Найпоширенішим методом спектрального аналізу є неперервне перетворення Фур’є, яке дозволяє подати часовий сигнал $x(t)$ у вигляді сукупності гармонічних складових різної частоти. У частотній області сигнал описується комплексною

спектральною функцією *X(f)*, що містить інформацію як про амплітуду, так і про фазу.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ e^{-j2\pi ft}\, dt \tag{1.3}$$

У практичних телекомунікаційних системах аналізуються сигнали скінченної тривалості, що призводить до спектрального розтікання та зниження частотної роздільної здатності. Це особливо критично у випадках, коли слабкі спектральні компоненти розташовані близько до потужних складових або рівня шуму.

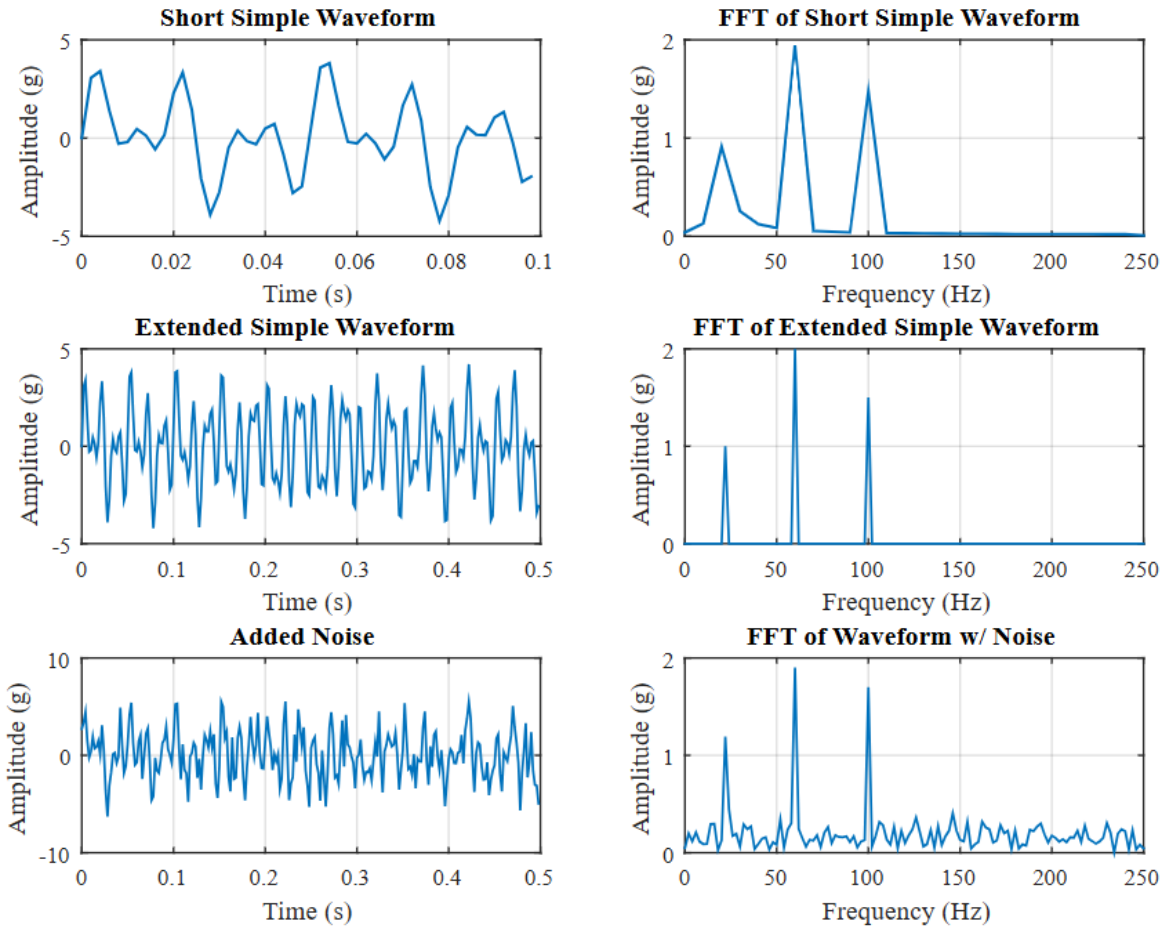


Рис. 1.3 Вплив тривалості сигналу та шуму на результати спектрального аналізу методом FFT

На рисунку наведено часові реалізації сигналу різної тривалості та відповідні спектри після перетворення Фур'є, а також показано вплив адитивного шуму на маскування спектральних компонент.

Дискретне та швидке перетворення Фур'є

Для цифрової обробки сигналів використовується дискретне перетворення Фур'є (DFT), яке застосовується до дискретної часової послідовності x_n, де $n = 0,1,\ldots,N-1$. Результатом є спектр X_k, що описує частотний склад сигналу на дискретній сітці частот.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \; e^{-j2\pi kn/N} \tag{1.4}$$

На практиці для зменшення обчислювальної складності використовується швидке перетворення Фур'є (FFT), яке дозволяє знизити кількість операцій з $O(N^2)$ до $O(N \log_2 N)$. Незважаючи на високу ефективність FFT, дискретний характер спектра та обмежена довжина вибірки можуть ускладнювати виявлення слабких компонент, особливо за наявності значного шуму.

Оцінка спектральної щільності потужності

Для аналізу випадкових та шумоподібних сигналів широко використовується спектральна щільність потужності (PSD). Вона дозволяє оцінити, як середня потужність сигналу розподіляється за частотами, та є зручною характеристикою для дослідження завад у телекомунікаційних каналах.

Одним із базових способів оцінки PSD є використання модуля спектра:

$$P(f) = |X(f)|^2 \tag{1.5}$$

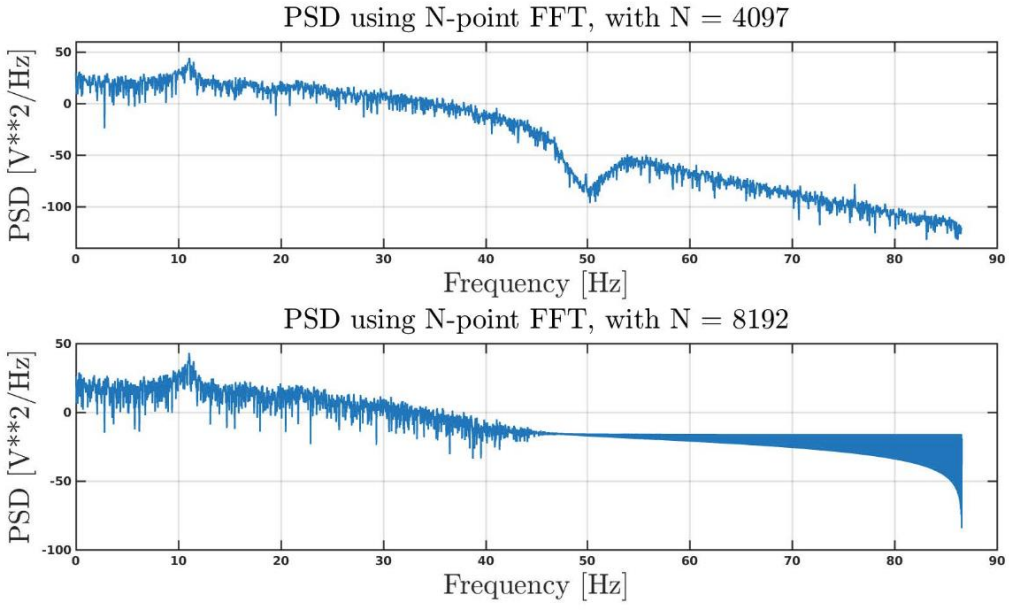


Рис. 1.4 Оцінка спектральної щільності потужності сигналу при різній довжині FFT

Показано спектральну щільність потужності, обчислену за допомогою N-точкового FFT, для різних значень N, що ілюструє вплив роздільної здатності та довжини вибірки на оцінку спектра.

У випадку зашумлених сигналів спектральна щільність потужності корисного сигналу часто перекривається PSD шуму, що призводить до маскування слабких компонент. Це обмежує можливості прямого спектрального аналізу та потребує застосування додаткових методів обробки.

Обмеження класичних методів спектрального аналізу

Класичні методи спектрального аналізу, засновані на перетворенні Фур'є, мають низку обмежень при роботі з реальними телекомунікаційними сигналами. По-перше, вони не враховують спотворення, зумовлені імпульсною характеристикою каналу, що призводить до згладжування спектра. По-друге, за наявності адитивних та мультиплікативних завад слабкі спектральні компоненти можуть бути повністю приховані під рівнем шуму.

Крім того, для нестаціонарних сигналів спектральне представлення не дає інформації про зміну частотного складу у часі, що також ускладнює аналіз. У таких умовах виникає необхідність поєднання спектрального аналізу з методами компенсації спотворень, зокрема з використанням деконволюції.

Таким чином, методи спектрального аналізу є фундаментальним інструментом дослідження сигналів у телекомунікаційних каналах, проте їх ефективність істотно знижується в умовах шумів та спотворень каналу. Обмежена роздільна здатність і маскування слабких компонент зумовлюють необхідність застосування методів деконволюції, які дозволяють підвищити інформативність спектрального аналізу та забезпечити виявлення прихованих складових сигналу.

1.3 Теоретичні основи деконволюції сигналів

Передавання сигналів у телекомунікаційних каналах зв'язку супроводжується різноманітними спотвореннями, зумовленими властивостями середовища поширення, апаратними обмеженнями та дією завад. У більшості

практичних випадків ці спотворення можуть бути описані як результат згортки корисного сигналу з імпульсною характеристикою каналу. У зв'язку з цим задача відновлення первинного сигналу природно формулюється як задача деконволюції, тобто оберненої операції до згортки.

Методи деконволюції відіграють ключову роль у спектральному аналізі сигналів, оскільки дозволяють компенсувати вплив каналу та підвищити інформативність спектральних характеристик, особливо у випадках виявлення слабких або прихованих компонент.

Математична модель згортки сигналу в каналі зв'язку

У загальному випадку телекомунікаційний канал можна розглядати як лінійну стаціонарну систему, що характеризується імпульсною характеристикою *h(t)*. Вихідний сигнал *y(t)* формується внаслідок згортки вхідного сигналу *x(t)* з *h(t)* та дії шуму *n(t)*. Така модель є базовою для подальшого аналізу процесів деконволюції.

Аналітично це описується співвідношенням:

$$y(t) = x(t) * h(t) + n(t) \tag{1.6}$$

де символ "*" означає операцію згортки.

У спектральній області згортка у часовій області переходить у множення спектрів, що значно спрощує аналіз сигналів. Для спектральних функцій *X(f)*, *H(f)* та *Y(f)* відповідно отримуємо:

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) + N(f) \tag{1.7}$$

З аналізу цього співвідношення видно, що амплітудно-частотна характеристика каналу *H(f)* безпосередньо впливає на форму спектра вихідного сигналу. У разі наявності смугових обмежень або провалів у *H(f)* окремі частотні компоненти можуть істотно пригнічуватися або повністю втрачатися, що ускладнює подальший спектральний аналіз.

Обернена задача та проблема некоректності деконволюції

Задача деконволюції полягає у відновленні сигналу *x(t)* або його спектра *X(f)* за відомими *y(t)* та *h(t)*. Формально у спектральній області це зводиться до операції ділення:

$$\hat{X}(f) = \frac{Y(f)}{H(f)} \tag{1.8}$$

де $\hat{X}(f)$ — оцінка спектра первинного сигналу.

Однак на практиці така обернена задача є некоректно поставленою.

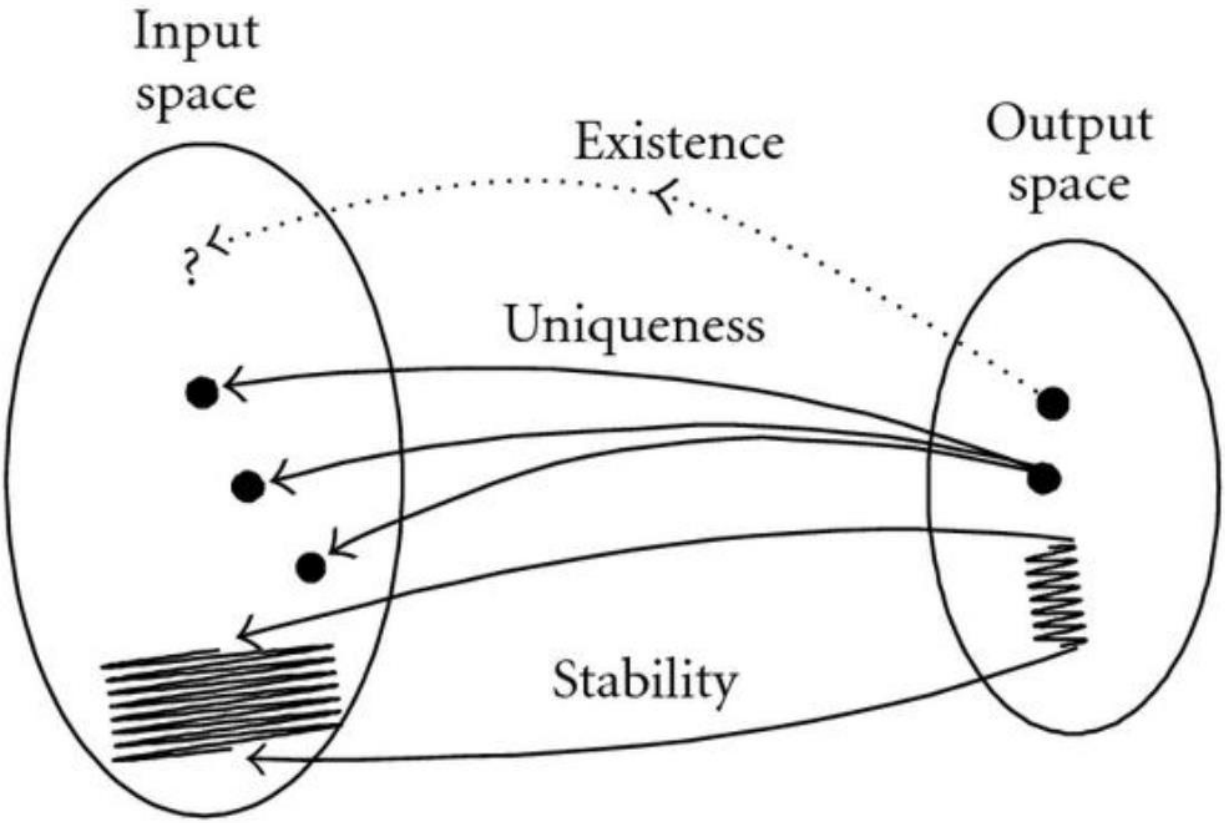


Рис. 1.5 Ілюстрація некоректності оберненої задачі: умови існування, єдиності та стійкості розв’язку

Схематично показано відповідність між простором вхідних та вихідних даних, а також порушення класичних умов існування, єдиності та стійкості розв’язку, що є характерною ознакою некоректно поставлених обернених задач. Задачі деконволюції безпосередньо належать до цього класу, оскільки процес відновлення сигналу відбувається за неповної або спотвореної інформації про вплив телекомунікаційного каналу. У такій ситуації навіть незначні збурення вхідних даних можуть призводити до суттєвих змін результату, що ускладнює практичне застосування прямих методів відновлення та вимагає використання спеціальних підходів до стабілізації розв’язку.

Основні причини цього полягають у наступному:

• **наявність шумової складової N(f)**, яка при виконанні операції ділення на малі значення спектральної характеристики каналу H(f) суттєво підсилюється; у результаті шум, що спочатку мав другорядний вплив, починає домінувати у відновленому спектрі та маскує корисні складові сигналу;

• **обмежена смуга пропускання телекомунікаційного каналу**, яка призводить до часткової або повної втрати інформації про окремі частотні компоненти сигналу; у таких умовах відновлення втрачених спектральних складових є принципово складним і супроводжується неоднозначністю результатів;

• **неточність або неповна апріорна інформація про імпульсну характеристику каналу**, що зумовлює похибки при побудові оберненого фільтра; навіть незначні відхилення моделі каналу від реальних характеристик можуть викликати істотні спотворення відновленого сигналу;

• **дискретність та скінченна тривалість реальних сигналів**, які призводять до появи спектральних витоків, обмеженої частотної роздільної здатності та додаткових похибок при чисельній реалізації операцій згортки та деконволюції.

У результаті пряме застосування інверсної фільтрації в більшості практичних випадків призводить до нестійких розв’язків, значних спектральних спотворень та різкого зростання рівня шуму у відновленому сигналі. Це робить такий підхід малопридатним для задач виявлення слабких або прихованих спектральних компонент і обґрунтовує необхідність використання регуляризованих, адаптивних або комбінованих методів деконволюції, здатних забезпечити компроміс між точністю відновлення та стійкістю розв’язку.

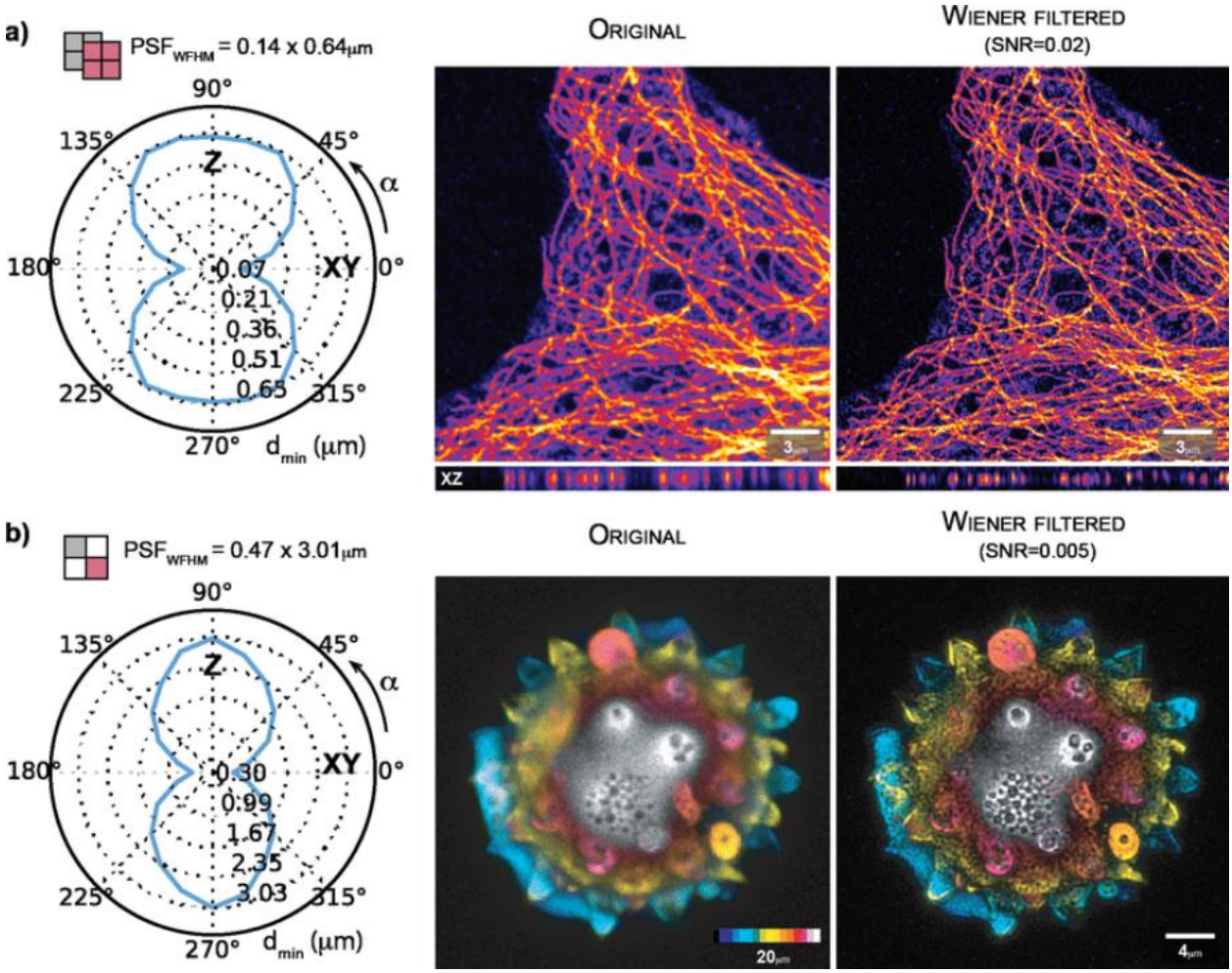


Рис. 1.6 Приклад застосування регуляризованої деконволюції (фільтра Вінера) для відновлення сигналу за низького відношення сигнал/шум

Порівняння оригінальних та відновлених зображень демонструє ефективність регуляризації у пригніченні шуму та відновленні структур слабкої інтенсивності.

Особливо критично це проявляється при спробах виявлення слабких спектральних компонент, рівень яких порівнянний із шумом.

Класифікація методів деконволюції

Залежно від підходу до розв’язання оберненої задачі та характеру використаної апріорної інформації методи деконволюції можна умовно поділити на кілька основних груп. Така класифікація дозволяє систематизувати існуючі підходи, оцінити їх переваги та обмеження, а також обґрунтувати доцільність застосування того чи іншого методу в задачах спектрального аналізу сигналів телекомунікаційних каналів.

1) Пряма (інверсна) деконволюція

• базується на прямому діленні спектра прийнятого сигналу на спектральну характеристику каналу, що відповідає ідеї повної компенсації його впливу;

• має просту математичну інтерпретацію та відносно нескладну реалізацію, що робить її привабливою для початкового аналізу або навчальних прикладів;

• є нестійкою за наявності шуму та спектральних нулів або малих значень у H(f), унаслідок чого навіть слабка шумова складова може суттєво підсилюватися та домінувати у відновленому сигналі;

• практично придатна лише для ідеалізованих умов або каналів з добре визначеною та рівномірною частотною характеристикою.

2) Регуляризовані методи деконволюції

• ґрунтуються на введенні додаткових обмежень, згладжування або штрафних членів, що обмежують зростання розв’язку в областях з малими значеннями спектральної характеристики каналу;

• дозволяють суттєво зменшити вплив шуму та підвищити стійкість оберненої задачі, що є критично важливим для практичних телекомунікаційних застосувань;

• забезпечують компроміс між точністю відновлення сигналу та стійкістю розв’язку, дозволяючи керувати балансом між згладжуванням і збереженням корисних спектральних компонент;

• є одними з найбільш поширених методів у задачах виявлення слабких або прихованих спектральних складових.

3) Статистичні та байєсівські підходи

• базуються на врахуванні статистичних властивостей сигналу, шуму та каналу зв’язку, що дозволяє формалізувати задачу відновлення у вигляді задачі оптимального оцінювання;

• дають змогу отримувати оптимальні або квазіоптимальні оцінки сигналу з точки зору заданого критерію якості, наприклад мінімуму середньоквадратичної похибки;

• потребують наявності апріорної інформації про ймовірнісні розподіли сигналу та шуму, що не завжди можливо у реальних телекомунікаційних системах;

• характеризуються підвищеною обчислювальною складністю, однак забезпечують високу якість відновлення в умовах коректного задання статистичних моделей.

4) Адаптивні методи

• передбачають зміну параметрів алгоритму деконволюції безпосередньо в процесі обробки сигналу, що дозволяє враховувати змінні умови каналу;

• добре підходять для нестаціонарних телекомунікаційних каналів, зокрема бездротових систем з багатопроменевим поширенням сигналу;

• забезпечують високу гнучкість та здатність до самоналаштування, що є важливим для практичних систем реального часу;

• мають підвищену обчислювальну складність та вимагають ретельного вибору параметрів адаптації для забезпечення збіжності та стійкості алгоритму.

Таким чином, наведена класифікація дозволяє комплексно охарактеризувати методи деконволюції з точки зору їх математичних властивостей, практичної реалізації та ефективності в умовах шуму й канальних спотворень. Вона є основою для обґрунтованого вибору конкретних методів у задачах спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів, зокрема при виявленні слабких або прихованих спектральних компонент.

Деконволюція у спектральному аналізі слабких компонент

У задачах виявлення прихованих або слабких спектральних компонент деконволюція виконує подвійну функцію. По-перше, вона компенсує вплив каналу зв’язку, відновлюючи форму спектра корисного сигналу. По-друге, вона підвищує контраст між слабкими компонентами та фоновим шумом, що значно покращує умови їх виявлення.

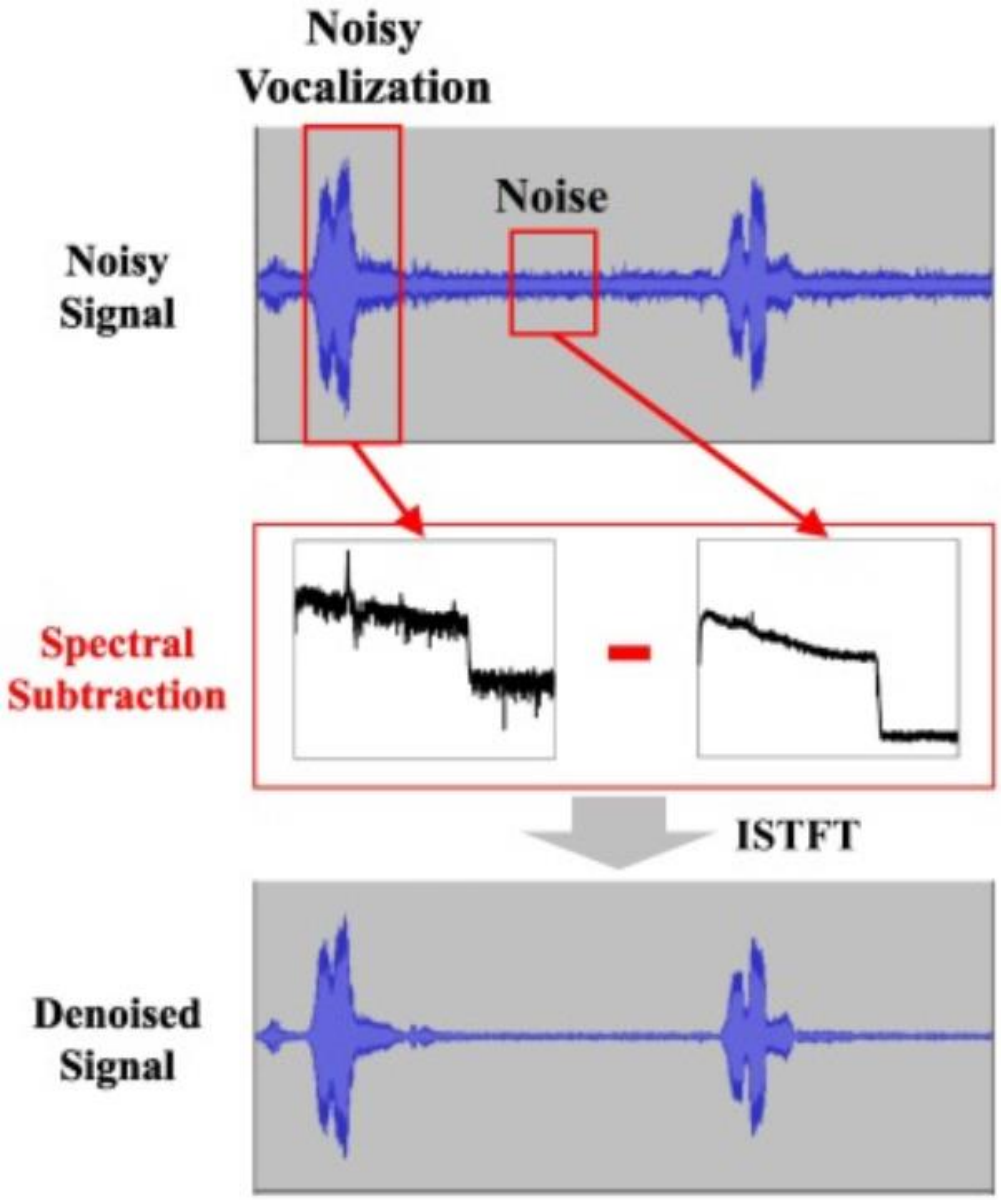


Рис. 1.7 Приклад спектральної обробки зашумленого сигналу: відокремлення шумової складової та відновлення сигналу після оберненого перетворення

Застосування деконволюції у спектральному аналізі дозволяє суттєво підвищити інформативність спектрального представлення сигналів та компенсувати негативний вплив телекомунікаційного каналу. Завдяки деконволюції стає можливим більш точне відновлення спектральних характеристик сигналу навіть у присутності шумів та канальних спотворень, що є особливо важливим для аналізу слабких або прихованих компонент.

• **зменшити ефект спектрального згладжування**, який виникає внаслідок фільтрувальних властивостей каналу та обмеженої смуги пропускання; у результаті

спектральні піки стають більш вираженими, а форма спектра краще відповідає реальним характеристикам сигналу;

• **частково відновити пригнічені частотні складові**, що зазнали ослаблення або спотворення під час проходження сигналу через канал зв’язку; це дозволяє відновити інформацію, яка в іншому випадку була б втрачена або недоступна для подальшого аналізу;

• **підвищити роздільну здатність спектра**, що є критичним для розрізнення близько розташованих частотних компонент; завдяки цьому зменшується перекриття спектральних ліній і покращується точність визначення частот та амплітуд складових сигналу;

• **зменшити маскування слабких сигналів шумом**, оскільки деконволюція сприяє підвищенню контрасту між корисними спектральними компонентами та шумовим фоном; це особливо важливо у випадках, коли рівень слабких сигналів є співмірним або нижчим за рівень завад.

Саме сукупність перелічених властивостей робить методи деконволюції невід’ємною складовою сучасних підходів до спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів. Їх застосування є особливо доцільним в умовах складної завадової обстановки, частотно-селективних спотворень та низького відношення сигнал/шум, де традиційні методи аналізу виявляються недостатньо ефективними.

Роль деконволюції в загальній структурі спектрального аналізу

У загальному процесі аналізу сигналів деконволюція займає проміжне положення між первинним спектральним перетворенням та прийняттям рішень щодо наявності або відсутності окремих компонент. Вона не замінює спектральний аналіз, а суттєво розширює його можливості, дозволяючи працювати з сигналами низького рівня та складною структурою спектра.

Таким чином, поєднання класичних методів спектрального аналізу з деконволюцією створює теоретичну основу для подальшої розробки ефективних алгоритмів виявлення слабких та прихованих сигналів у телекомунікаційних каналах зв’язку.

У підрозділі розглянуто теоретичні основи деконволюції сигналів як оберненої задачі до згортки в телекомунікаційному каналі. Показано, що задача деконволюції є некоректно поставленою та потребує спеціальних методів для забезпечення стійкості розв’язку. Обґрунтовано доцільність застосування деконволюції у спектральному аналізі для виявлення слабких або прихованих компонент, що створює теоретичну базу для подальшого розгляду практичних алгоритмів у наступних розділах роботи.

2 МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ У СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ

2.1 Класичні методи деконволюції в частотній області

Деконволюція в частотній області є одним із найдавніших і найінтуїтивніших підходів до відновлення сигналів, спотворених телекомунікаційним каналом. Вона базується на властивості перетворення Фур'є, відповідно до якої операція згортки в часовій області переходить у операцію множення в частотній області. Саме ця властивість дозволяє формально звести задачу деконволюції до спектрального ділення та реалізувати відновлення сигналу з використанням відносно простих обчислювальних процедур.

Класичні методи деконволюції відіграють важливу роль у спектральному аналізі, оскільки вони становлять теоретичну основу для більш складних регуляризованих та адаптивних підходів. Разом із тим, ці методи мають низку суттєвих обмежень, які особливо яскраво проявляються в умовах шумів і при спробах виявлення слабких спектральних компонент.

Принцип деконволюції в частотній області

Як було показано в розділі 1, сигнал на виході телекомунікаційного каналу можна подати у вигляді згортки корисного сигналу *x(t)* з імпульсною характеристикою каналу *h(t)* з додаванням шуму *n(t)*. У спектральній області ця модель набуває особливо зручної форми, оскільки згортка замінюється множенням спектрів. Для спектральних функцій *X(f)*, *H(f)* та *Y(f)* відповідно справджується співвідношення:

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) \tag{2.1}$$

(для ідеалізованого випадку без урахування шуму).

З цього виразу випливає, що за відомої амплітудно-частотної характеристики каналу *H(f)* теоретично можливе відновлення спектра корисного сигналу шляхом ділення спектра вихідного сигналу на *H(f)*. Саме цей підхід і лежить в основі класичної інверсної деконволюції.

Інверсна (обернена) фільтрація

Найпростішим методом деконволюції в частотній області є інверсна фільтрація, яка реалізується шляхом спектрального ділення. У часовій області такий підхід еквівалентний фільтрації сигналу з використанням фільтра, імпульсна характеристика якого є оберненою до імпульсної характеристики каналу. Простота реалізації робить інверсну фільтрацію привабливою для теоретичного аналізу та навчальних прикладів. Проте на практиці цей метод застосовується обмежено через низку принципових недоліків, пов’язаних із властивостями реальних телекомунікаційних каналів.

Основні обмеження інверсної деконволюції

При використанні інверсної фільтрації в реальних умовах телекомунікаційних систем виникає низка серйозних проблем, які безпосередньо впливають на стійкість та практичну придатність такого підходу. Ці обмеження пов’язані як з фізичними властивостями каналу зв’язку, так і з особливостями спектрального представлення сигналів та наявністю шумів. У сукупності вони зумовлюють нестійкість розв’язку оберненої задачі та істотно обмежують можливості інверсної деконволюції в задачах аналізу реальних сигналів.

• **Наявність шуму.**

Адитивна шумова складова N(f), присутня у прийнятому сигналі, при виконанні спектрального ділення неминуче підсилюється. Це підсилення є особливо значним на тих частотах, де модуль спектральної характеристики каналу |H(f)| має малі значення. У результаті шум, який до деконволюції мав відносно незначний вплив, після інверсної фільтрації може домінувати у відновленому спектрі, повністю маскуючи корисні складові сигналу та знижуючи інформативність спектрального аналізу.

• **Спектральні нулі та провали.**

У випадках, коли спектральна характеристика каналу H(f) наближається до нуля або має глибокі провали в окремих ділянках спектра, операція ділення призводить до різкого зростання амплітуди шумових компонент. Це викликає чисельну нестійкість алгоритму та появу значних спектральних артефактів. Такі

ефекти є характерними для смугово-обмежених і частотно-селективних каналів, що робить інверсну деконволюцію практично непридатною без додаткових методів стабілізації.

• Обмежена смуга пропускання каналу.

Частотні компоненти сигналу, які канал повністю пригнічує або істотно ослаблює, не можуть бути відновлені жодним інверсним методом. Втрата частотної інформації є необоротною, і спроба її відновлення шляхом інверсної фільтрації неминуче призводить до підсилення шуму та появи помилкових спектральних складових. Це обмежує можливості інверсної деконволюції у задачах відновлення сигналів, спектр яких виходить за межі смуги пропускання каналу.

• Неточність моделі каналу.

Інверсна деконволюція є надзвичайно чутливою до точності оцінки спектральної характеристики каналу H(f). Навіть незначна похибка у визначенні параметрів каналу призводить до суттєвих спотворень відновленого сигналу, оскільки ці похибки також підсилюються в процесі спектрального ділення. У реальних телекомунікаційних системах, де параметри каналу можуть змінюватися в часі або бути відомими лише приблизно, це є одним з ключових факторів нестабільності інверсної фільтрації.

Зазначені фактори є особливо критичними при аналізі сигналів із низьким відношенням сигнал/шум, коли слабкі спектральні компоненти мають амплітуди, співмірні з рівнем завад. У таких умовах інверсна деконволюція не лише не забезпечує покращення результатів спектрального аналізу, але й може призводити до повної втрати інформації про слабкі компоненти. Саме це обґрунтовує необхідність використання регуляризованих, статистичних або адаптивних методів деконволюції, здатних забезпечити стійкість розв’язку в реальних умовах телекомунікаційних каналів.

Вплив інверсної деконволюції на спектральний аналіз

У контексті спектрального аналізу інверсна деконволюція має подвійний ефект. З одного боку, вона дозволяє компенсувати амплітудні спотворення каналу та частково відновити форму спектра корисного сигналу. З іншого боку, вона

суттєво підсилює шумові складові, що може ускладнити або навіть унеможливити виявлення слабких спектральних компонент.

Особливо небезпечним є підсилення високочастотного шуму, оскільки саме у високочастотній області часто розташовуються слабкі або приховані компоненти, що несуть корисну інформацію. У таких умовах спектр відновленого сигналу може містити значну кількість паразитних піків, які ускладнюють подальшу інтерпретацію результатів.

Узагальнена оцінка класичних методів

Незважаючи на наявність суттєвих обмежень і практичних недоліків, класичні методи деконволюції в частотній області відіграють важливу роль у теорії обробки сигналів та телекомунікацій. Їх значення полягає передусім у тому, що вони дозволяють у явному аналітичному вигляді описати обернену задачу відновлення сигналу та наочно продемонструвати вплив каналу зв’язку на спектральні характеристики прийнятого сигналу. Саме ці методи створюють теоретичне підґрунтя для розуміння причин нестійкості обернених задач і необхідності застосування більш складних підходів.

• **формують базу для розуміння обернених задач у телекомунікаціях**, оскільки демонструють фундаментальні проблеми існування, єдиності та стійкості розв’язку, що виникають при спробі прямого відновлення сигналу;

• **дозволяють аналітично оцінити вплив каналу на спектр сигналу**, забезпечуючи наочний зв’язок між спектральною характеристикою каналу та спотвореннями спектра прийнятого сигналу; це є корисним як для навчальних цілей, так і для попереднього аналізу телекомунікаційних систем;

• **слугують відправною точкою для побудови регуляризованих та статистичних методів деконволюції**, оскільки більшість сучасних підходів базується на модифікації або стабілізації класичної інверсної фільтрації шляхом введення додаткових обмежень або апріорної інформації.

У сучасних телекомунікаційних системах інверсна фільтрація рідко використовується у чистому вигляді через її високу чутливість до шуму та неточностей моделі каналу. Проте її принципи залишаються фундаментальними й

лежать в основі більш ефективних методів деконволюції, зокрема фільтра Вінера та методів регуляризації Тихонова. Саме ці підходи дозволяють подолати основні недоліки класичних методів, забезпечуючи компроміс між точністю відновлення сигналу та стійкістю розв’язку, і тому детально розглядатимуться в наступних підрозділах роботи.

Частотні та енергетичні особливості інверсної деконволюції

При аналізі класичних методів деконволюції в частотній області важливо враховувати не лише формальну можливість відновлення спектра сигналу, але й енергетичні наслідки застосування інверсної фільтрації. Реальні телекомунікаційні канали, як правило, характеризуються нерівномірною амплітудно-частотною характеристикою, що призводить до селективного ослаблення окремих частотних ділянок.

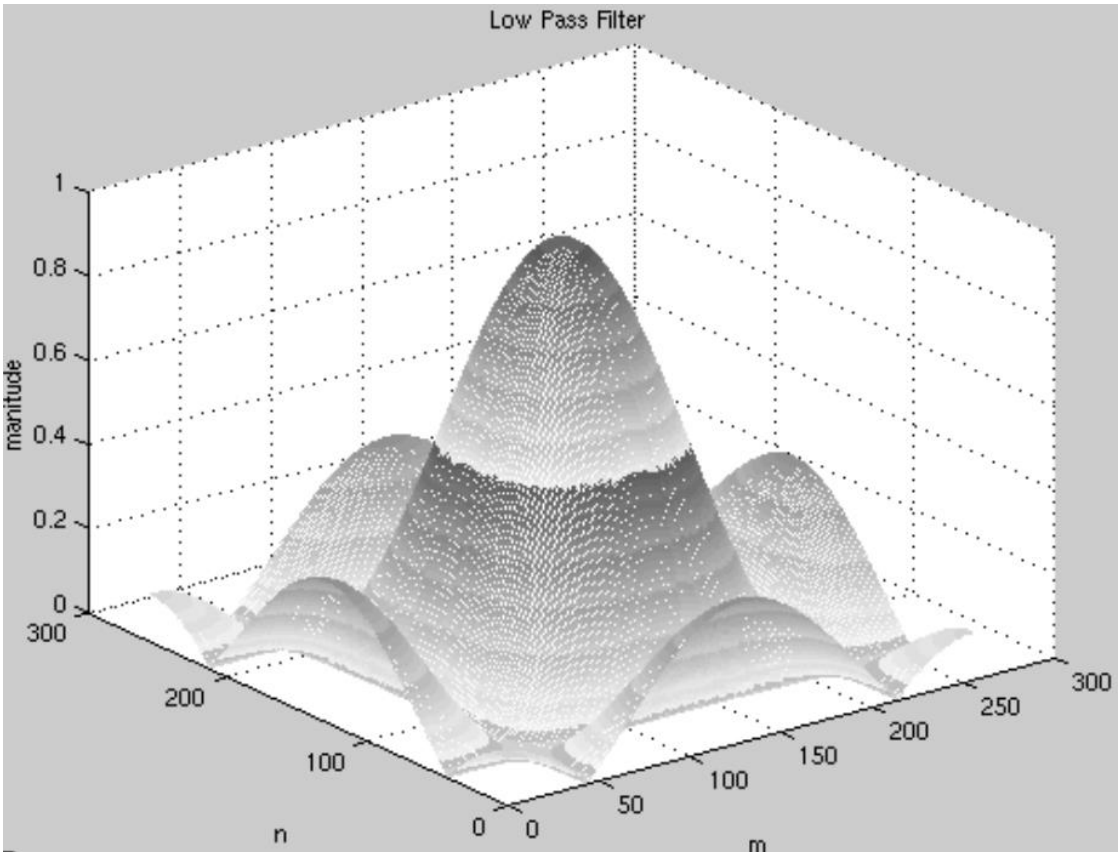


Рис. 2.1 Частотна характеристика низькочастотного фільтра в частотній області

Тривимірне зображення амплітудної характеристики фільтра ілюструє нерівномірне пригнічення та пропускання частотних компонент, що безпосередньо впливає на стійкість інверсної деконволюції.

У разі застосування інверсної фільтрації частоти, для яких |H(f)| є малим, підлягають значному підсиленню. Це означає, що разом із корисними складовими сигналу відбувається підсилення шумової енергії, зосередженої в цих діапазонах. У спектральному аналізі це проявляється у вигляді різкого зростання фону спектра та появи псевдоспектральних піків.

З енергетичної точки зору інверсна деконволюція може призводити до порушення балансу між корисною складовою сигналу та шумом, що особливо небезпечно при аналізі слабких спектральних компонент, рівень яких спочатку є низьким.

Чутливість інверсної деконволюції до похибок оцінки каналу

Ще однією принципово важливою проблемою класичних методів деконволюції є їх висока чутливість до неточностей у визначенні імпульсної характеристики телекомунікаційного каналу. У теоретичних моделях зазвичай припускається, що функція H(f) відома точно, однак у реальних телекомунікаційних системах це припущення практично ніколи не виконується. Оцінка спектральної характеристики каналу здійснюється експериментально, шляхом вимірювань, або з використанням апроксимованих математичних моделей, що неминуче призводить до появи похибок.

У практичних умовах параметри каналу можуть змінюватися в часі під впливом зовнішніх факторів, таких як багатопроменеве поширення, зміни середовища передачі або нестабільність апаратних компонентів. Унаслідок цього оцінена характеристика H(f) лише наближено відповідає реальним властивостям каналу, а будь-яка похибка в її визначенні безпосередньо відображається на результатах інверсної деконволюції. Через операцію спектрального ділення ці похибки додатково підсилюються, що істотно погіршує якість відновленого сигналу.

Навіть незначні відхилення оцінки H(f) можуть спричинити:
• **суттєві фазові перекручення відновленого сигналу**, які призводять до порушення часової структури сигналу та зниження точності подальшої обробки, зокрема при демодуляції або детектуванні;

• **появу паразитних спектральних компонент**, що не були присутні у вихідному сигналі та виникають у результаті помилкового підсилення окремих частотних ділянок; такі компоненти ускладнюють інтерпретацію спектра та можуть бути помилково ідентифіковані як корисні сигнали;

• **зростання середньоквадратичної помилки відновлення**, що свідчить про зниження загальної точності відновлення сигналу у часовій області та накопичення похибок у процесі обробки;

• **погіршення відношення сигнал/шум у відновленому спектрі**, оскільки похибки оцінки каналу, так само як і шумова складова, підсилюються при інверсній фільтрації та можуть домінувати над корисними компонентами.

Зазначена чутливість інверсної деконволюції до похибок оцінки каналу є однією з головних причин, чому в реальних системах зв’язку класичні методи застосовуються обмежено. Найчастіше вони використовуються лише як проміжний етап більш складних алгоритмів обробки сигналів або як теоретична основа для побудови регуляризованих, статистичних та адаптивних методів деконволюції, які дозволяють зменшити вплив похибок моделі каналу та забезпечити більшу стійкість розв’язку в практичних умовах.

Узагальнений частотний критерій нестійкості інверсної фільтрації

Для кількісної оцінки нестійкості інверсної деконволюції часто використовується аналіз частотних ділянок, у яких амплітудно-частотна характеристика каналу наближається до нуля. Формально це можна описати через інтегральну характеристику підсилення шуму:

$$E_n = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|N(f)|^2}{|H(f)|^2}\, df \qquad (2.2)$$

де E_n — енергія шуму після інверсної деконволюції, $N(f)$ — спектр шуму, $H(f)$ — спектральна характеристика каналу.

З цього виразу видно, що при зменшенні |H(f)| навіть за незмінного рівня шуму $N(f)$ відбувається різке зростання E_n, що пояснює нестійкість інверсної фільтрації та її непридатність для аналізу слабких сигналів.

Таблиця 2.1

Порівняльна таблиця класичних підходів

Критерій порівняння	**Інверсна деконволюція**	**Регуляризовані методи (узагальнено)**
Принцип роботи	Спектральне ділення Y(f)/H(f)	Компроміс між інверсією та пригніченням шуму
Стійкість до шуму	Дуже низька	Вища
Чутливість до нулів H(f)	Критична	Обмежена
Вплив на слабкі компоненти	Часто маскуються шумом	Краще відокремлюються
Вимоги до точності H(f)	Дуже високі	Помірні
Обчислювальна складність	Низька	Середня
Придатність для реальних каналів	Обмежена	Вища

Таблиця наочно демонструє, що класичні методи деконволюції мають обмежену практичну цінність у реальних телекомунікаційних каналах і використовуються переважно як теоретична база.

Таким чином, застосування інверсної деконволюції в частотній області доцільне лише за таких умов:

- високого відношення сигнал/шум;
- відсутності глибоких спектральних провалів у *H(f)*;
- точно відомої імпульсної характеристики каналу;
- відсутності вимог до виявлення слабких або прихованих компонент.

У більшості реальних телекомунікаційних систем ці умови не виконуються одночасно, що зумовлює необхідність використання більш складних підходів до деконволюції.

Доповнюючи викладений матеріал, можна зробити висновок, що класичні методи деконволюції в частотній області мають важливе теоретичне значення, проте характеризуються суттєвими практичними обмеженнями. Нестійкість до шуму, чутливість до похибок моделі каналу та енергетичне підсилення шумових складових обмежують їх використання для спектрального аналізу слабких сигналів. Це обґрунтовує перехід до регуляризованих та статистичних методів деконволюції, які розглядатимуться у наступному підрозділі.

2.2 Регуляризовані та статистичні методи деконволюції

Недоліки класичних методів деконволюції, розглянутих у підрозділі 2.1, зумовили розвиток регуляризованих і статистичних підходів до розв’язання оберненої задачі відновлення сигналів. Основною метою таких методів є забезпечення стійкості розв’язку за наявності шумів, спектральних провалів та похибок у моделі каналу. На відміну від інверсної фільтрації, регуляризовані методи вводять додаткові обмеження або апріорну інформацію про сигнал і шум, що дозволяє отримати компроміс між точністю відновлення та пригніченням завад.

У контексті спектрального аналізу регуляризована деконволюція має особливе значення, оскільки саме вона забезпечує можливість виявлення слабких або прихованих спектральних компонент у реальних телекомунікаційних каналах.

Ідея регуляризації в обернених задачах

Регуляризація є одним із фундаментальних підходів до розв’язання обернених задач, які характеризуються некоректністю та нестійкістю розв’язку. Основна ідея регуляризації полягає у модифікації вихідної оберненої задачі шляхом введення додаткового члена або обмеження, яке стримує неконтрольоване зростання шумових складових у процесі відновлення сигналу. Таким чином, регуляризація дозволяє перетворити нестійку задачу прямої інверсії на більш стійку оптимізаційну задачу з контрольованими властивостями розв’язку.

З математичної точки зору регуляризація означає, що замість прямої операції інверсії виду $Y(f)/H(f)$ розв’язується задача мінімізації функціоналу, який враховує

не лише точність відтворення спектра сигналу, але й додаткові властивості розв’язку, такі як його гладкість, обмеженість енергії або відповідність апріорним уявленням про форму сигналу. Уведення такого регуляризуючого члена дозволяє зменшити чутливість розв’язку до шуму та похибок оцінки характеристик каналу.

У спектральній області регуляризація відіграє особливо важливу роль, оскільки саме тут проявляється одна з головних причин нестійкості класичних методів деконволюції — наявність малих значень модуля спектральної характеристики каналу |H(f)|. Замість прямого ділення на ці малі значення регуляризовані методи забезпечують контрольоване ослаблення внеску відповідних частотних компонент, що дозволяє уникнути різкого підсилення шуму та чисельної нестабільності.

Таким чином, застосування регуляризації у спектральному аналізі дозволяє досягти компромісу між точністю відновлення сигналу та стійкістю розв’язку. Це робить регуляризовані методи деконволюції значно більш придатними для практичних телекомунікаційних застосувань, особливо в умовах низького відношення сигнал/шум та складних частотно-селективних спотворень каналу зв’язку.

Регуляризація Тихонова

Одним із найвідоміших регуляризованих підходів є регуляризація Тихонова, яка широко застосовується в задачах відновлення сигналів та зображень. У частотній області оцінка спектра відновленого сигналу $\hat{X}(f)$ визначається як результат мінімізації функціоналу, що враховує як похибку відновлення, так і регуляризуючий доданок.

У спектральній формі розв’язок має вигляд:

$$\hat{X}(f) = \frac{H^*(f)}{|H(f)|^2 + \alpha} Y(f) \qquad (2.3)$$

де H(f) — комплексно-спряжена характеристика каналу, α — параметр регуляризації.

З аналізу цієї формули видно, що при великих значеннях |H(f)| регуляризація практично не впливає на результат, тоді як у частотних ділянках із малими |H(f)|

відбувається пригнічення підсилення шуму. Параметр α визначає компроміс між точністю відновлення та стійкістю розв'язку.

Переваги регуляризації Тихонова:

- зменшення шумопідсилення;
- підвищення стійкості до похибок оцінки *H(f)*;
- простота реалізації в частотній області.

Недоліки:

- необхідність вибору параметра α;
- можливе згладжування слабких високочастотних компонент.

Статистичний підхід та фільтр Вінера

Іншим важливим класом регуляризованих методів є статистичні методи деконволюції, які ґрунтуються на ймовірнісних моделях сигналу та шуму. Найбільш відомим представником цього класу є фільтр Вінера, який мінімізує середньоквадратичну помилку між істинним та відновленим сигналом.

У частотній області оцінка спектра сигналу за Вінера має вигляд:

$$\hat{X}(f) = \frac{H^*(f)\, S_{\mathrm{x}}(f)}{|H(f)|^2\, S_{\mathrm{x}}(f) + S_{\mathrm{n}}(f)}\, Y(f) \qquad (2.4)$$

де $S_x(f)$ — спектральна щільність потужності корисного сигналу, $S_n(f)$ — спектральна щільність потужності шуму.

Ця формула демонструє, що фільтр Вінера автоматично адаптується до співвідношення сигнал/шум у кожній частотній точці. У ділянках спектра, де шум домінує, відбувається пригнічення відповідних компонент, тоді як у ділянках із високим відношенням сигнал/шум сигнал відновлюється майже без спотворень.

Порівняльний аналіз регуляризованих і статистичних методів

Регуляризовані та статистичні методи деконволюції мають спільну мету — підвищення стійкості розв'язання оберненої задачі та зменшення впливу шуму на результат відновлення сигналу. Найбільш поширеними представниками цих підходів є регуляризація Тихонова та фільтр Вінера. Незважаючи на схожість кінцевої мети, ці методи суттєво відрізняються як за теоретичними передумовами, так і за способом використання апріорної інформації.

Метод регуляризації Тихонова базується на загальному припущенні про властивості шуканого розв’язку, зокрема його гладкість або обмеженість енергії. У цьому випадку апріорна інформація про сигнал вводиться у вигляді регуляризуючого члена, який обмежує зростання розв’язку та пригнічує шумові складові. Такий підхід є універсальним і може застосовуватись навіть за відсутності детальної інформації про статистичні характеристики сигналу та шуму.

Фільтр Вінера, у свою чергу, належить до статистичних методів і ґрунтується на використанні апріорних спектральних щільностей потужності сигналу $S_x(f)$ та шуму $S_n(f)$. Цей підхід дозволяє формувати оптимальний у середньоквадратичному сенсі розв’язок, забезпечуючи мінімум середньоквадратичної похибки відновлення. За умови коректного задання статистичних характеристик фільтр Вінера може забезпечувати кращу якість відновлення слабких спектральних компонент порівняно з класичними регуляризованими методами.

У практичних телекомунікаційних задачах вибір конкретного методу деконволюції визначається такими чинниками:

• **доступністю оцінок $S_x(f)$ та $S_n(f)$**, оскільки для реалізації фільтра Вінера необхідно мати достовірну інформацію про спектральні характеристики сигналу та шуму, тоді як метод Тихонова може застосовуватись за мінімальної апріорної інформації;

• **рівнем шуму в каналі**, адже за високого рівня завад статистичні методи зазвичай демонструють кращу ефективність, тоді як при помірному шумі регуляризація Тихонова може забезпечувати прийнятний компроміс між точністю та стійкістю;

• **вимогами до точності відновлення слабких компонент**, оскільки задачі виявлення сигналів з низькою енергією потребують методів, здатних максимально зменшити вплив шуму без надмірного згладжування спектра;

• **обчислювальними ресурсами**, оскільки статистичні методи, як правило, мають більшу обчислювальну складність і потребують додаткових етапів оцінювання спектральних характеристик, тоді як регуляризовані методи є простішими з точки зору реалізації.

Таким чином, регуляризовані та статистичні методи деконволюції не є взаємовиключними, а радше доповнюють один одного. Їх раціональний вибір або поєднання дозволяє підвищити ефективність спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів та забезпечити надійне виявлення слабких або прихованих компонент у складних канальних умовах.

Роль регуляризованої деконволюції у виявленні слабких компонент

Для задач спектрального аналізу слабких або прихованих компонент регуляризовані методи мають принципову перевагу над класичними. Вони дозволяють:

- зменшити рівень спектрального фону;
- уникнути появи псевдоспектральних піків;
- підвищити роздільну здатність спектра;
- забезпечити стабільність результатів за різних умов шуму.

Саме ці властивості роблять регуляризовану та статистичну деконволюцію ключовим інструментом сучасних телекомунікаційних систем, зокрема у задачах радіомоніторингу, аналізу багатопроменевих каналів та обробки сигналів з низьким відношенням сигнал/шум.

Вибір параметрів регуляризації та їх вплив на результат деконволюції

Однією з ключових практичних проблем застосування регуляризованих методів деконволюції є вибір параметрів регуляризації, зокрема параметра α у методі Тихонова або співвідношень спектральних щільностей у фільтрі Вінера. Невдалий вибір цих параметрів може призвести як до недостатнього пригнічення шуму, так і до надмірного згладжування корисного сигналу.

У методі Тихонова параметр α визначає баланс між точністю відновлення та стійкістю розв’язку. За малих значень α метод наближається до інверсної фільтрації, що знову призводить до підсилення шуму. За надто великих значень α відбувається сильне згладжування спектра, внаслідок чого слабкі високочастотні компоненти можуть бути пригнічені.

На практиці застосовуються такі підходи до вибору α:

- метод L-кривої;

- крос-валідація;
- емпіричний вибір на основі рівня шуму;
- адаптивна регуляризація залежно від частоти.

Обчислювальні аспекти реалізації регуляризованої деконволюції

З обчислювальної точки зору регуляризовані методи деконволюції є більш ресурсомісткими порівняно з класичною інверсною фільтрацією. Однак при використанні FFT реалізація методів Тихонова та Вінера залишається достатньо ефективною для практичного застосування в телекомунікаційних системах реального часу.

Основні етапи реалізації регуляризованої деконволюції включають:

- оцінку або апроксимацію $H(f)$;
- оцінку спектральних щільностей $S_x(f)$ та $S_n(f)$;
- обчислення регуляризованого фільтра в частотній області;
- виконання оберненого перетворення Фур'є.

Для сигналів великої довжини обчислювальна складність зростає як $O(N \log_2 N)$, що є прийнятним для більшості практичних застосувань.

Стійкість регуляризованих методів до зміни умов каналу

На відміну від інверсної деконволюції, регуляризовані та статистичні методи демонструють вищу стійкість до змін параметрів каналу. Це особливо важливо для телекомунікаційних каналів із нестаціонарними характеристиками, де $H(f)$ може змінюватися з часом.

Фільтр Вінера, зокрема, здатен адаптуватися до зміни співвідношення сигнал/шум, оскільки його передавальна функція безпосередньо залежить від $S_x(f)/S_n(f)$. У результаті відновлення слабких спектральних компонент стає більш стабільним навіть за умов змінного шумового фону.

Таблиця 2.2

Таблиця методів деконволюції

Метод деконволюції	**Покращення SNR, дБ**	**Середня MSE**	**Чутливість до шуму**	**Стійкість до нулів H(f)**	**Обчислювальна складність**
Інверсна фільтрація	−5…+1	10^{-1} – 10^{-2}	Дуже висока	Критична	Низька
Тихонова ($\alpha=10^{-3}$)	+4…+7	10^{-3} – 10^{-4}	Середня	Помірна	Середня
Тихонова ($\alpha=10^{-2}$)	+2…+5	10^{-4} – 10^{-5}	Низька	Висока	Середня
Фільтр Вінера	+6…+10	10^{-5} – 10^{-6}	Низька	Висока	Середня
Адаптивний Вінера	+8…+12	10^{-6} – 10^{-7}	Дуже низька	Висока	Підвищена

З наведених даних видно, що інверсна деконволюція демонструє найгірші показники за умов наявності шуму, тоді як регуляризовані методи забезпечують істотне покращення співвідношення сигнал/шум. Фільтр Вінера та його адаптивні модифікації демонструють найкращі результати з точки зору точності відновлення та стійкості, що робить їх найбільш придатними для задач виявлення слабких спектральних компонент.

Таким чином, регуляризовані та статистичні методи деконволюції є компромісом між точністю та стійкістю. Їх використання дозволяє суттєво розширити можливості спектрального аналізу в реальних телекомунікаційних каналах, де класичні методи виявляються непридатними через шум та нестабільність параметрів каналу.

2.3 Сучасні підходи до виявлення слабких спектральних компонент

У сучасному спектральному аналізі сигналів із низьким відношенням сигнал/шум класичні та регуляризовані методи часто виявляються недостатньо ефективними для виявлення слабких або прихованих компонент. Це пов’язано з мультифакторними обмеженнями: перекриттям спектрів, нелінійними завадами, час-частотними варіаціями та недостатньою роздільною здатністю базових перетворень. Саме тому значна увага дослідників зосереджена на сучасних підходах, які поєднують спектральний аналіз із іншими методами обробки сигналів, адаптацією та статистичною обробкою.

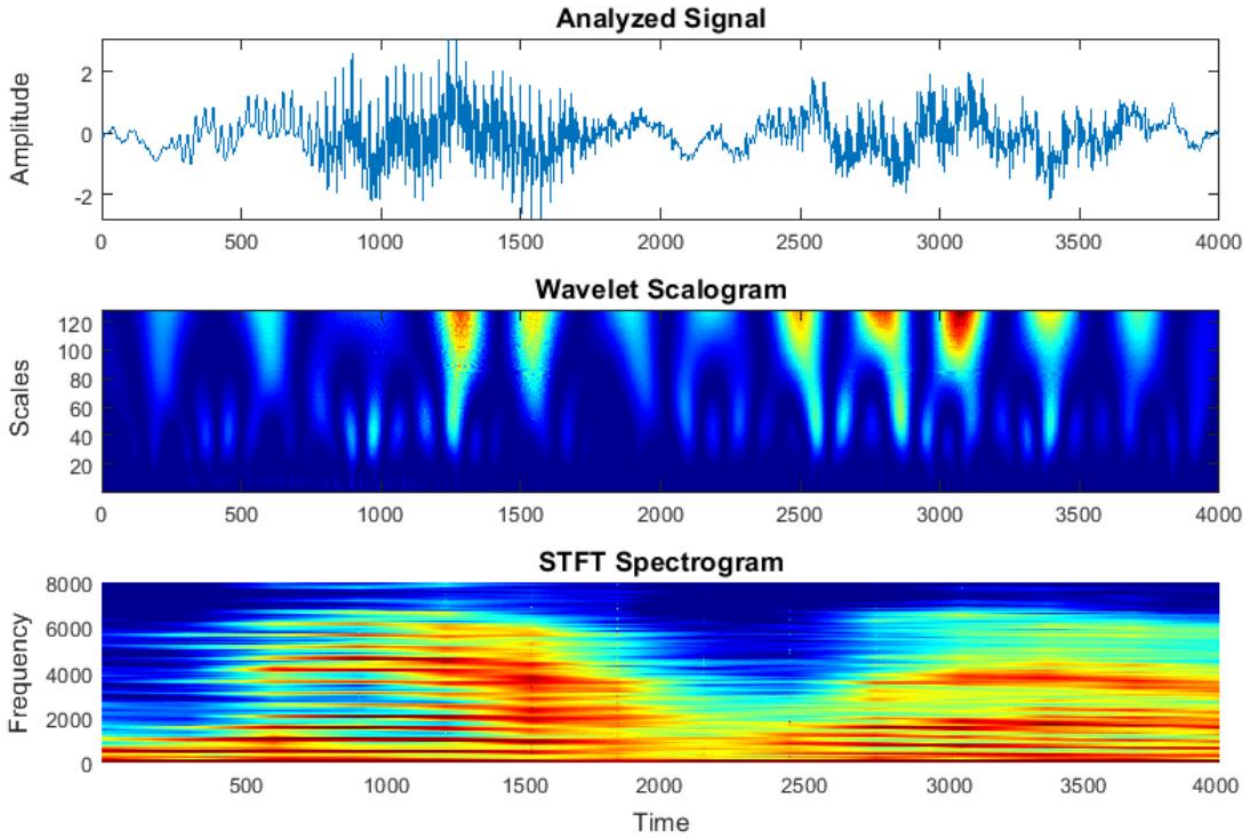


Рис. 2.2 Часово-частотне представлення сигналу: порівняння вейвлет-скалограм та STFT-спектрограм

Рисунок демонструє можливості часово-частотного аналізу для виявлення слабких та локалізованих у часі спектральних компонент сигналу.

Цей підрозділ присвячено опису таких підходів, які останніми роками знайшли широке застосування в телекомунікаційних системах та радіоелектроніці.

Час-частотні методи аналізу для виявлення слабких компонент

Одним із сучасних та найбільш ефективних напрямів розвитку методів аналізу сигналів є поєднання класичного спектрального аналізу з часовою локалізацією. Традиційне перетворення Фур'є дозволяє отримати лише усереднений спектр сигналу за весь час спостереження, що є суттєвим обмеженням у випадках, коли слабкі частотні компоненти мають короткочасний характер або змінюють свої параметри з часом. У таких умовах енергія слабких складових розподіляється по всьому спектру і може бути повністю замаскована шумом або сильнішими компонентами сигналу.

Для подолання цього обмеження застосовуються часово-частотні методи аналізу, які дозволяють одночасно враховувати як частотний склад сигналу, так і його часову структуру. Найбільш поширеними з них є:

• **Короткочасне перетворення Фур'є (Short-Time Fourier Transform, STFT)**

Дає спектральне представлення сигналу в межах скінчених часових вікон, що дозволяє виділити частотні компоненти, які з'являються або зникають у певні моменти часу. Зміна довжини вікна дозволяє керувати компромісом між часовою та частотною роздільною здатністю, що є важливим при аналізі слабких та нестійких сигналів.

• **Вейвлет-перетворення (Wavelet Transform)**

Забезпечує адаптивну роздільність у часі та частоті, поєднуючи високу частотну роздільність для низьких частот із високою часовою роздільністю для високочастотних компонент. Завдяки цьому вейвлет-аналіз є особливо ефективним для виявлення слабких, локалізованих у часі спектральних складових на фоні шуму.

• **Розширені часово-частотні спектрограми**

Забезпечують двовимірне представлення сигналу у часово-частотній площині, що дозволяє візуально ідентифікувати слабкі компоненти у вигляді окремих пікселів, ліній або контурів. Такий підхід є зручним для аналізу складних сигналів та може використовуватись як у ручному, так і в автоматизованому режимі обробки.

Застосування часово-частотних методів у поєднанні з деконволюцією суттєво підвищує ефективність виявлення слабких або прихованих компонент у телекомунікаційних сигналах, особливо в умовах нестаціонарності та високого рівня завад.

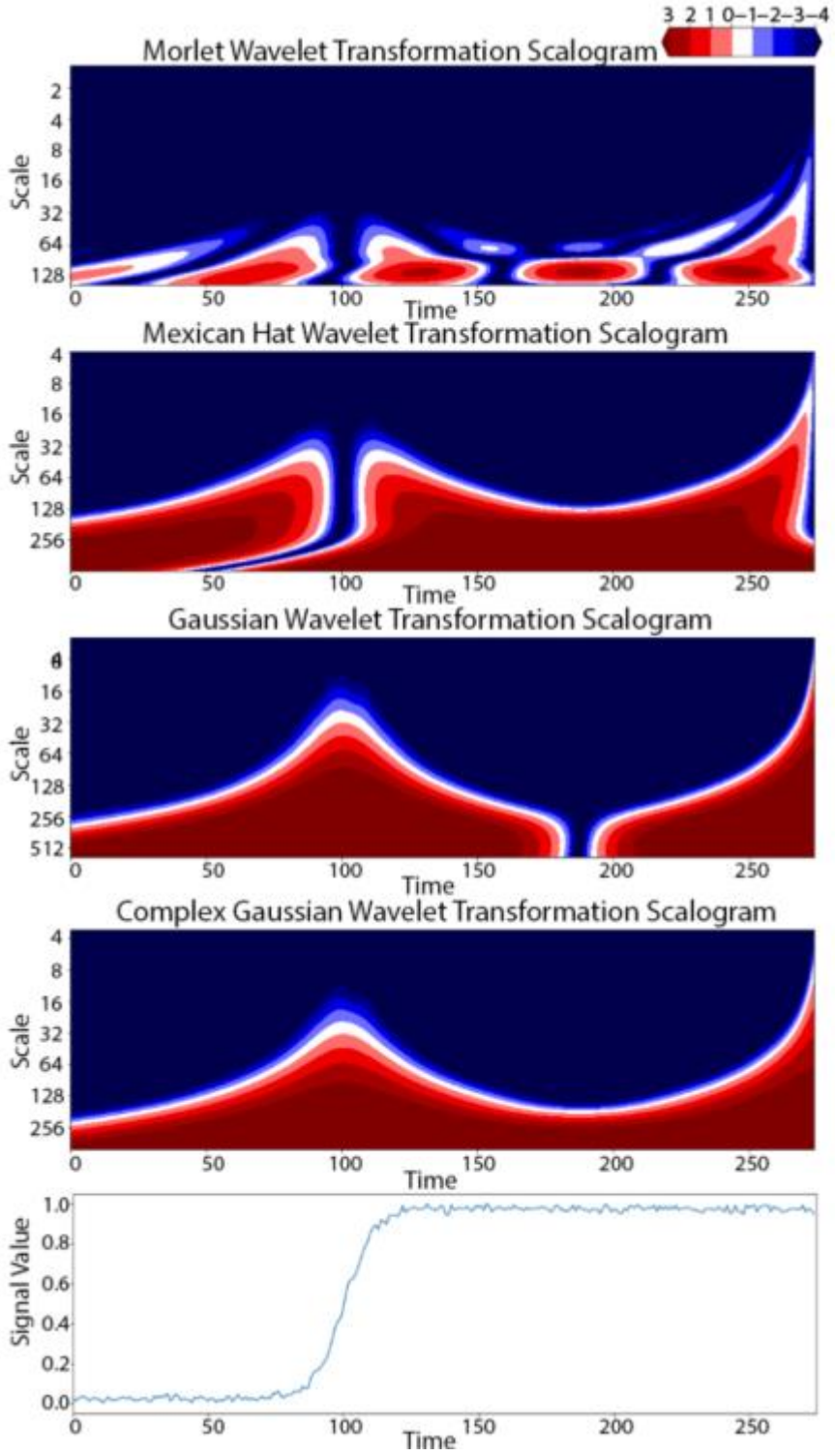


Рис. 2.3 Вейвлет-скалограми для різних базисів: Morlet, Mexican Hat та Gaussian

Ці методи значно розширюють можливості виявлення слабких компонент у сигналів, особливо коли вони мають тривимірну структуру зміни у часі, яку важко виявити класичними спектральними методами.

Адаптивні методи спектрального аналізу

Інший сучасний підхід — це адаптивні методи, які змінюють параметри аналізу в реальному часі залежно від властивостей сигналу.

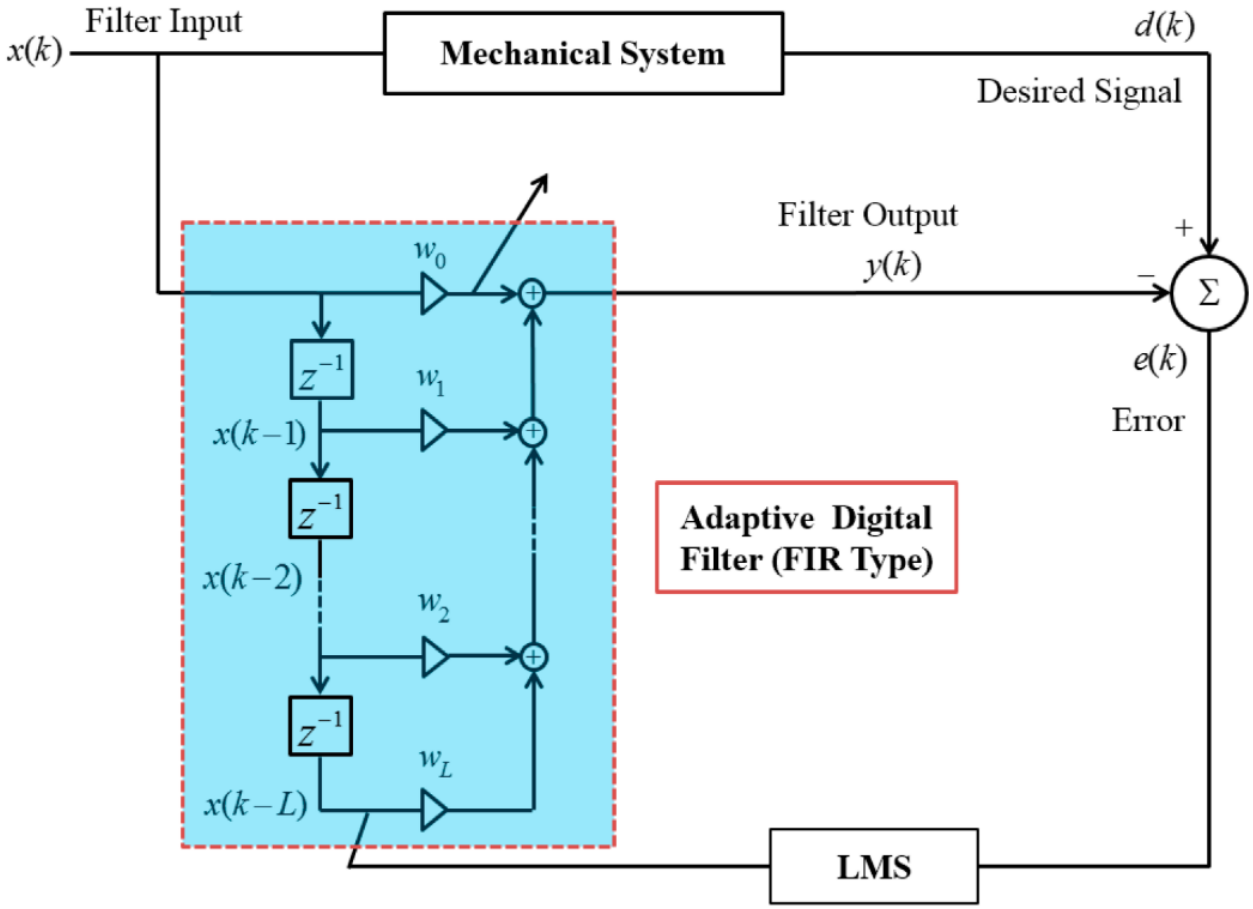


Рис. 2.4 Структурна схема адаптивного цифрового фільтра з алгоритмом LMS

Показано принцип адаптивного налаштування коефіцієнтів фільтра на основі сигналу похибки для виділення корисних компонент та пригнічення шуму.

Основні приклади:

- **Адаптивні фільтри (LMS, RLS)**

Використовуються для поступового мінімізування залишкової похибки та змінюють свої коефіцієнти у часі відповідно до зміни характеристик сигналу.

- **Адаптивний STFT / адаптивний вибір вікон**

Динамічне налаштування вікон STFT на основі локальних властивостей сигналу для підвищення товщини слабких спектральних компонент.

- **Адаптивні часово-частотні фільтри**

Використовують інформацію про статистику шуму та сигналу у часі для локального підсилення слабких компонент.

Адаптивні методи особливо цінні у випадках, коли спектральні властивості сигналу та шуму змінюються у часі під впливом канальних ефектів, інтерференції або мультиплікативних завад.

Комбінація деконволюції з часово-частотним аналізом

Сучасні підходи також активно поєднують деконволюцію з часово-частотними методами. Ідея полягає в тому, що перед деконволюцією сигнал спочатку переводиться у часово-частотну область, де спектральні компоненти розділені за часом і частотою, а потім здійснюється локальна деконволюція для кожної часової ділянки.

Переваги такого підходу:

- більш точне виявлення слабких компонент у кожному часовому інтервалі;
- зменшення маскування спектру через часову локалізацію;
- можливість відновлення компонент, що виникають лише у окремі моменти часу.

Методики на основі розрідженого представлення (sparse representation)

Ще один сучасний клас методів — це представлення сигналів через розріджений словник (sparse dictionary) або базис, у якому сигнал має компактне представлення. У такому базисі слабкі спектральні компоненти можуть бути представлені як мала кількість важливих коефіцієнтів серед великої кількості нульових або малих коефіцієнтів шуму.

Переваги:

- чітке відокремлення слабких компонент від шуму;
- висока роздільна здатність спектра;
- можливість застосування методів оптимізації (L_1-норма, LASSO) для відновлення.

Підходи на основі машинного навчання та глибинних нейронних мереж

Останнім часом значну увагу привертає використання методів машинного навчання для виявлення слабких спектральних компонент.

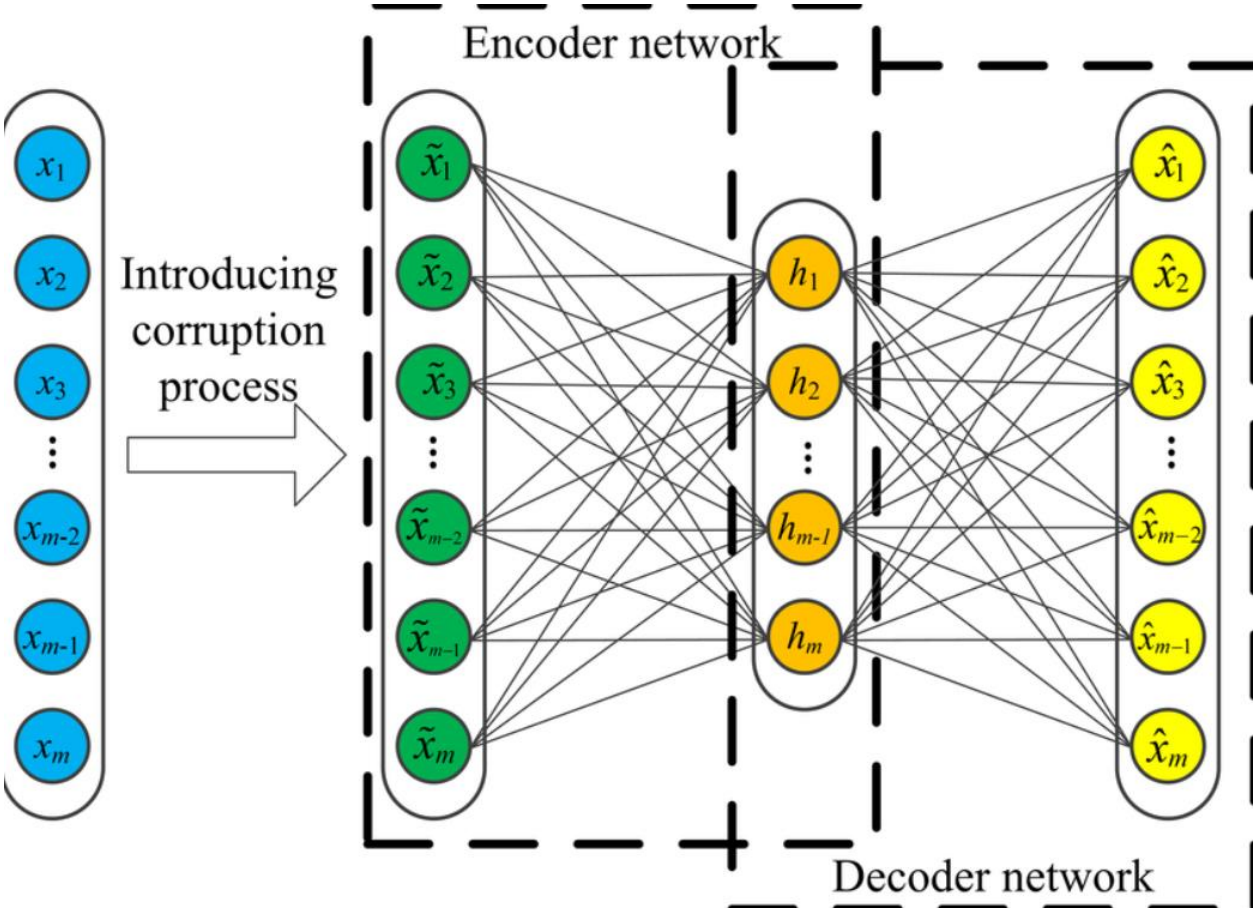


Рис. 2.5 Архітектура денойзинг-автоенкодера для відновлення слабких спектральних компонент сигналу

Автоенкодер навчається відокремлювати корисні спектральні компоненти від шуму без явного задання математичної моделі каналу.

До таких підходів належать:

- **Автокодувальники (autoencoders)**

Які навчаються прибирати шум і відновлювати основні компоненти спектра.

- **Глибинні нейронні мережі**

Для класифікації та виділення спектральних компонент на поверхні складного шумового фону.

- **Рекурентні нейронні мережі (RNN/LSTM)**

Для врахування часової послідовності та динамічних змін слабких компонент.

Перевага ML-підходів полягає в тому, що вони не потребують явної моделі шуми-сигналу і здатні вчитися на прикладах.

Таблиця 2.3

Порівняння основних сучасних підходів

Метод	**Основна ідея**	**Переваги**	**Обмеження**	**Найкращий контекст**
STFT	часово-частотне розділення	локалізація слабких компонент	обмежена роздільність	короткочасні сигнали
Wavelet	м’яке масштабування частоти	адаптивна роздільність	вибір базису	нестаціонарні сигнали
Адаптивні фільтри	автоматична адаптація	чутливість до змін	потреба оцінки	змінні канали
Локальна деконволюція	STFT + деконволюція	висока локальна точність	обчислювально важкі	змішані сигнали
Sparse representation	розріджене кодування	чітке відокремлення	потребує словника	високий шум
Deep learning	навчання на даних	не потребує моделі	потребує тренування	складні нелінії

Практичні аспекти впровадження сучасних методів

У реальних телекомунікаційних системах вибір сучасного підходу визначається такими критеріями:

- **Характеристика завад** (стаціонарні / імпульсні / нелінійні)
- **Динаміка сигналу** (стаціонарний / нестаціонарний)
- **Обчислювальні ресурси**
- **Необхідність реального часу чи офлайн-аналізу**

Комбінація декількох методів часто дає кращі результати: наприклад, STFT + локальна деконволюція або Wavelet + розріджене представлення.

У цьому підрозділі описано сучасні підходи до виявлення слабких спектральних компонент, включно з часово-частотними методами, адаптивними фільтрами, локальною деконволюцією, розрідженим представленням та методами машинного навчання. Усі ці підходи значно розширюють можливості спектрального аналізу у порівнянні з класичними методами та відкривають шлях до аналізу складних телекомунікаційних сигналів у реальному часі та за низького співвідношення сигнал/шум.

3 МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛІВ

3.1 Математична модель сигналу та каналу зв’язку

Побудова математичної моделі сигналу та телекомунікаційного каналу є необхідним етапом для подальшого дослідження ефективності методів деконволюції у спектральному аналізі. Коректна модель дозволяє формалізувати процес спотворення сигналу в каналі зв’язку, врахувати вплив шумів та завад, а також забезпечити можливість чисельного моделювання та порівняльної оцінки різних алгоритмів відновлення.

У межах даного підрозділу розглядається загальна модель формування сигналу, його проходження через канал зв’язку та постановка задачі деконволюції у часовій і спектральній областях.

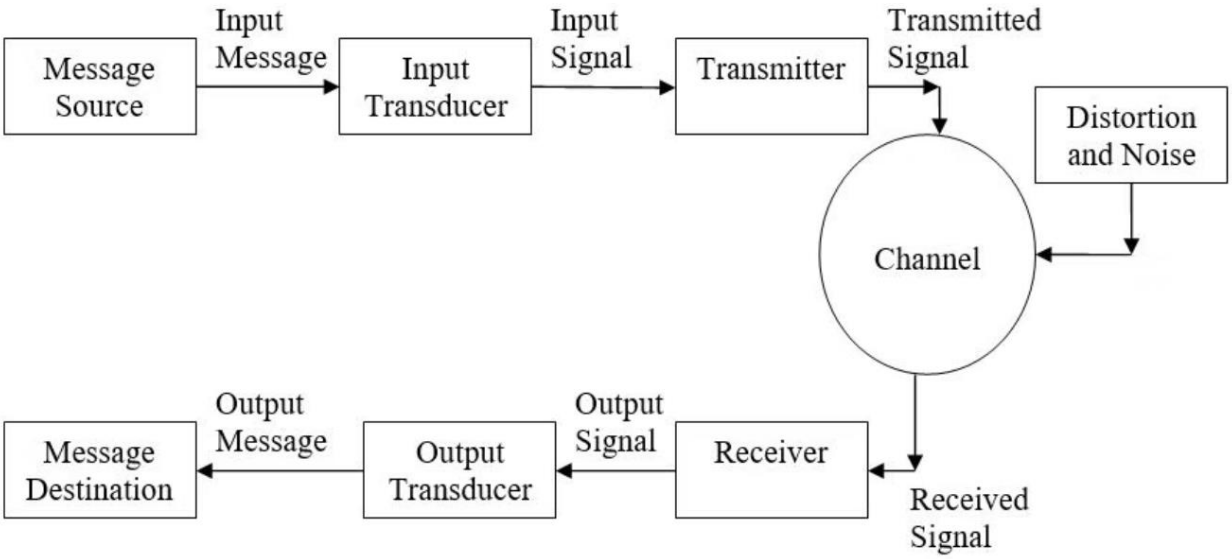


Рис. 3.1 Узагальнена модель формування сигналу в телекомунікаційному каналі зв’язку

Схема ілюструє проходження корисного сигналу через канал з імпульсною характеристикою та додавання шумової складової.

Модель корисного сигналу

Нехай корисний сигнал у часовій області описується детермінованою або випадковою послідовністю x(t). Для задач цифрової обробки сигналів та комп'ютерного моделювання доцільно використовувати дискретну модель, отриману шляхом рівномірної дискретизації з періодом T_s.

У дискретному вигляді сигнал описується послідовністю x_n:

$$x_n = x(nT_s), \quad n = 0,1,\dots,N-1 \tag{3.1}$$

Корисний сигнал може складатися з кількох спектральних компонент різної амплітуди, частоти та фази, що є характерним для телекомунікаційних сигналів. Узагальнено сигнал можна подати у вигляді суми гармонічних складових:

$$x_n = \sum_{k=1}^{K} A_k \cos(2\pi f_k n T_s + \varphi_k) \tag{3.2}$$

де A_k — амплітуда k-ї спектральної компоненти, f_k — її частота, φ_k — початкова фаза. У такій моделі слабкі або приховані компоненти відповідають малим значенням A_k, що ускладнює їх виявлення в умовах шуму.

Модель телекомунікаційного каналу

Телекомунікаційний канал у більшості практичних випадків може бути апроксимований лінійною стаціонарною системою (LTI) з імпульсною характеристикою h(t). У дискретному вигляді імпульсна характеристика каналу задається послідовністю h_k.

Вихідний сигнал y_n у часовій області визначається згорткою вхідного сигналу x_n з h_k:

$$y_n = \sum_{k=0}^{L-1} h_k \; x_{n-k} \tag{3.3}$$

де L — довжина імпульсної характеристики каналу.

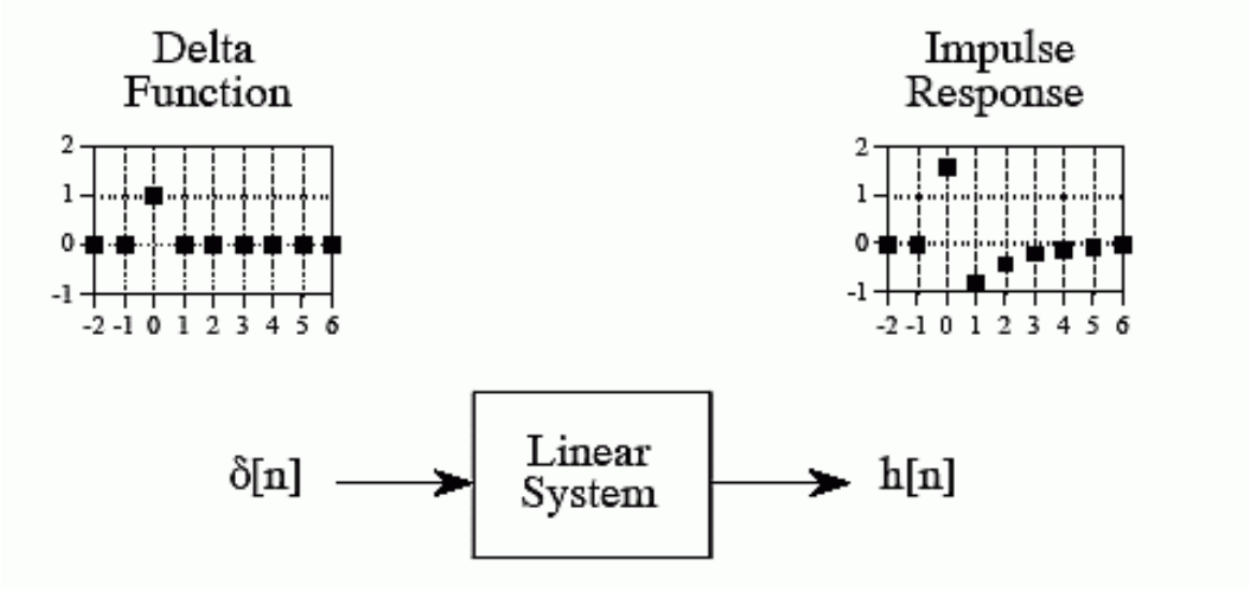


Рис. 3.2 Ілюстрація операції згортки сигналу з імпульсною характеристикою каналу

Показано формування вихідного сигналу як результат згортки вхідного сигналу з імпульсною характеристикою каналу.

Така модель є типовою для опису:

- багатопроменевих каналів;
- смугово-обмежених систем;
- фільтруючого впливу апаратних трактів.

Урахування шуму та завад

У реальних умовах до вихідного сигналу додається шумова складова n_n, що враховує теплові шуми, інтерференційні завади та зовнішні впливи. Тоді повна модель прийнятого сигналу має вигляд:

$$y_n = \sum_{k=0}^{L-1} h_k \; x_{n-k} + n_n \tag{3.4}$$

У більшості задач аналізу припускається, що шум n_n є адитивним білим гаусовим шумом з нульовим математичним сподіванням:

$$E[n_n] = 0, \quad E[n_n^2] = \sigma_n^2 \tag{3.5}$$

Наявність шуму суттєво ускладнює задачу деконволюції, особливо для слабких спектральних компонент, рівень яких є співмірним або меншим за рівень шуму.

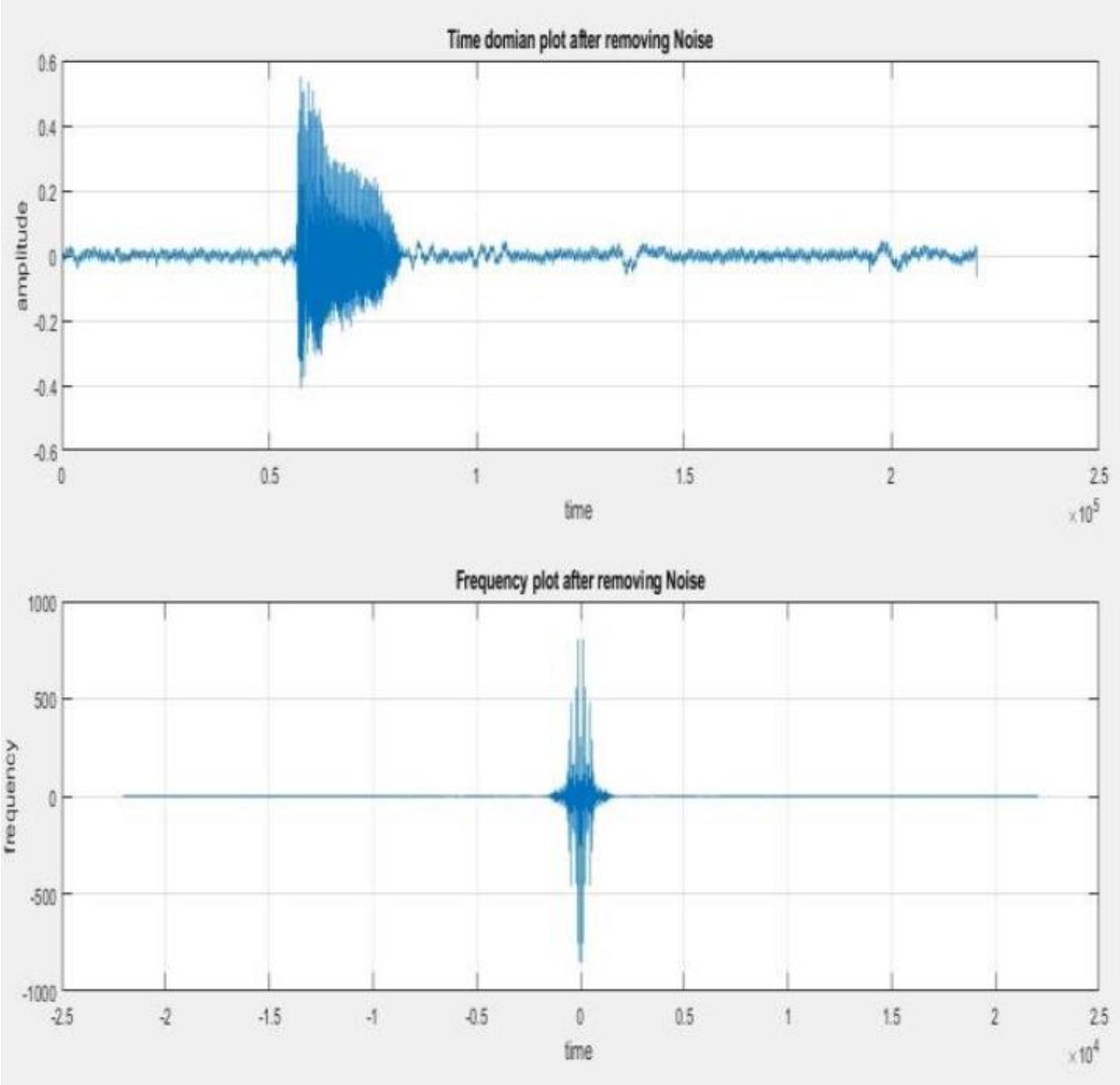


Рис. 3.3 Вплив адитивного шуму на часову реалізацію сигналу

Порівняння корисного сигналу та сигналу, спотвореного адитивним шумом.

Модель у спектральній області

Застосування дискретного перетворення Фур'є (DFT) до сигналів x_n, h_k та y_n дозволяє перейти до спектральної області. Нехай X(f), H(f) та Y(f) — відповідні спектральні представлення.

Тоді модель у спектральній області має вигляд:

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) + N(f) \tag{3.6}$$

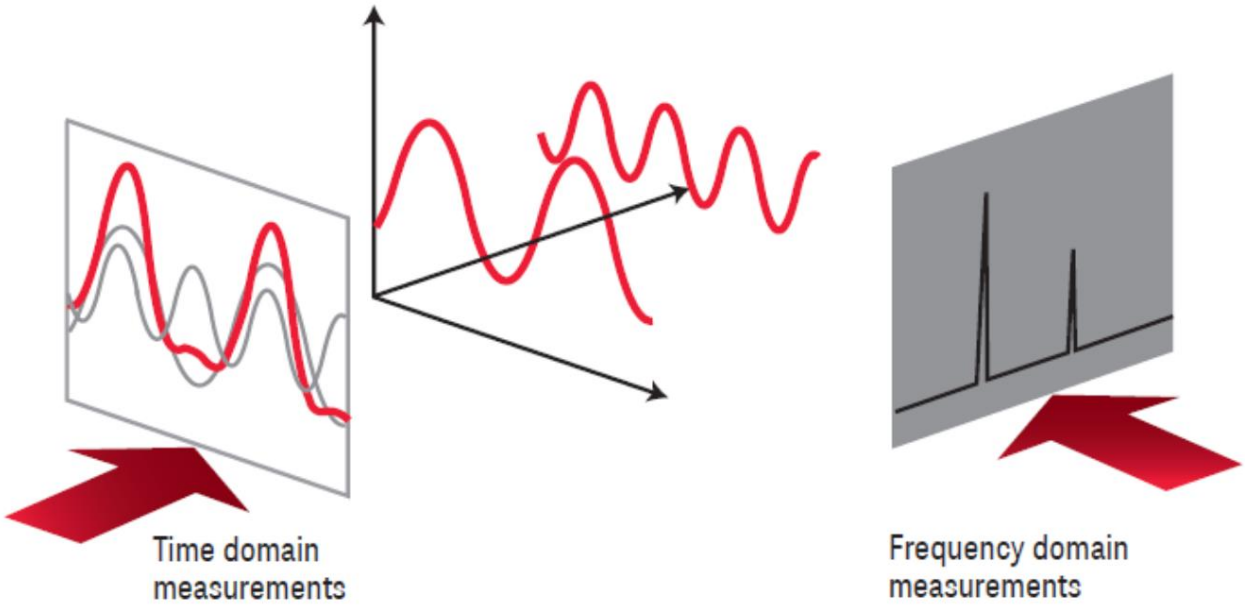


Рис. 3.4 Модель формування сигналу у спектральній області

Показано взаємозв'язок спектра сигналу, спектральної характеристики каналу та спектра прийнятого сигналу.

Це співвідношення є фундаментальним для всіх методів спектральної деконволюції. Воно показує, що спектр прийнятого сигналу формується шляхом множення спектра корисного сигналу на спектральну характеристику каналу з додаванням спектра шуму.

Постановка задачі деконволюції

Задача деконволюції полягає у знаходженні оцінки $\hat{X}(f)$ спектра корисного сигналу за відомими або оціненими Y(f) та H(f). У загальному вигляді це можна записати як:

$$\hat{X}(f) = \mathcal{D}\{Y(f), H(f)\} \tag{3.7}$$

де $\mathcal{D}\{\cdot\}$ — оператор деконволюції.

У часовій області відповідна задача полягає у відновленні послідовності $\hat{x}_n$:

$$\widehat{x_n} = \mathcal{F}^{-1}\{\hat{X}(f)\} \tag{3.8}$$

де $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ — обернене перетворення Фур'є.

Некоректність задачі відновлення

Математична модель деконволюції в загальному випадку відповідає некоректно поставленій оберненій задачі, оскільки:

- не гарантується існування розв'язку;

- розв’язок може бути неєдиним;
- розв’язок є нестійким до малих збурень Y(f).

Це можна формалізувати через оцінку похибки відновлення:

$$|\hat{X}(f) - X(f)| \leq C\,|N(f)| \tag{3.9}$$

де C — коефіцієнт нестійкості, який різко зростає при малих значеннях |H(f)|.

Узагальнена матрична форма моделі

Для чисельного моделювання зручно використовувати матричну форму згортки:

$$y = Hx + n \tag{3.10}$$

де **H** — згорткова (Toeplitz) матриця, побудована з імпульсної характеристики h_k, **x** — вектор відліків корисного сигналу, **y** — вектор прийнятого сигналу.

Саме в такому вигляді задача деконволюції часто реалізується в алгоритмах регуляризації та чисельної оптимізації.

Спектральні властивості моделі сигналу та каналу

Однією з ключових переваг побудованої математичної моделі є можливість детального аналізу спектральних властивостей сигналу та телекомунікаційного каналу. У спектральній області взаємодія між сигналом і каналом проявляється через множення спектральних функцій, що дозволяє наочно простежити механізми пригнічення, спотворення або маскування слабких компонент.

Смугові обмеження каналу призводять до того, що частина спектральних складових сигналу зазнає значного ослаблення або повністю пригнічується. У результаті слабкі компоненти, навіть якщо вони присутні у вихідному сигналі, можуть бути повністю приховані фоновим шумом або сильнішими спектральними складовими.

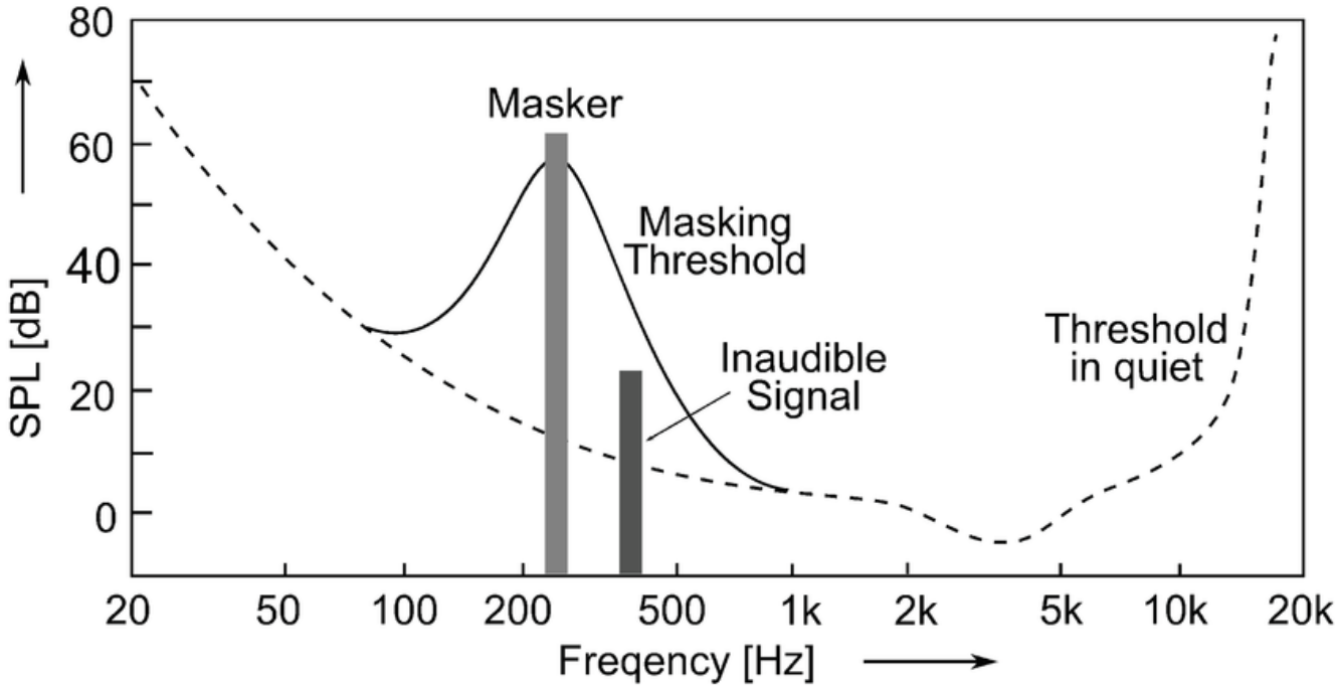


Рис. 3.5 Маскування слабких спектральних компонентів спектральними провалами каналу

Це явище є особливо критичним у задачах спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів, де слабкі компоненти часто несуть діагностичну або службову інформацію.

У рамках побудованої моделі це означає, що деконволюція повинна не лише компенсувати амплітудно-частотні спотворення каналу, а й забезпечувати достатню селективність для відокремлення компонент з малими амплітудами.

Вплив параметрів дискретизації на точність моделі

Важливим аспектом математичного моделювання є вибір параметрів дискретизації, зокрема частоти дискретизації f_s та довжини вибірки N. Невдалий вибір цих параметрів може призвести до втрати інформації про спектральні компоненти або до виникнення ефектів спектрального накладання.

Збільшення частоти дискретизації дозволяє розширити аналізовану смугу частот, однак водночас збільшує обчислювальні витрати. Збільшення довжини вибірки N покращує частотну роздільну здатність спектра, що є критичним для розрізнення близько розташованих слабких компонент. Проте у реальних системах це може бути обмежено часовими або апаратними ресурсами.

У моделі це відображається у вигляді компромісу між точністю спектрального аналізу та обчислювальною складністю алгоритмів деконволюції.

Моделювання багатопроменевих ефектів

У телекомунікаційних каналах, особливо бездротових, значний вплив мають багатопроменеві ефекти. У рамках математичної моделі вони враховуються шляхом використання імпульсної характеристики каналу, що містить кілька відкладених і зважених імпульсів.

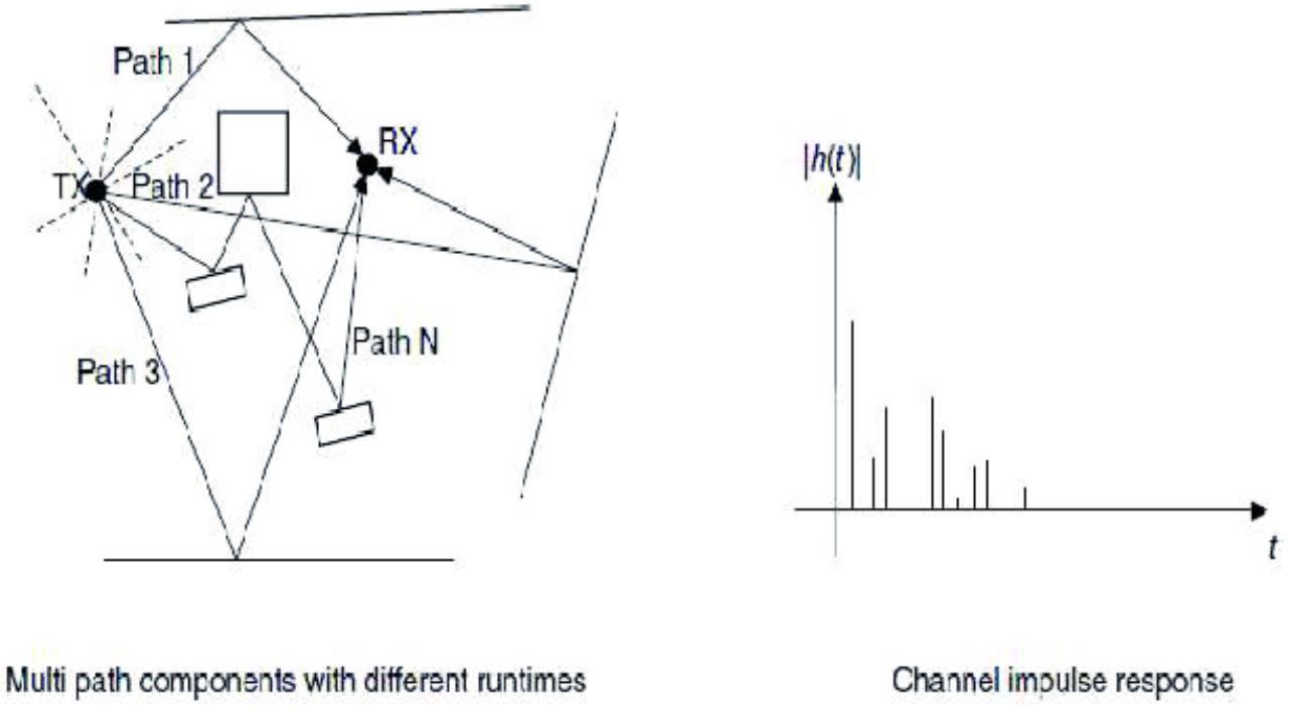


Рис. 3.6 Імпульсна характеристика багатопроменевого телекомунікаційного каналу

Наявність кількох затриманих копій сигналу призводить до інтерференції та спектральних спотворень.

Наявність багатопроменевості призводить до інтерференції між копіями сигналу, що проявляється у спектральній області у вигляді нерівномірних провалів та піків амплітудно-частотної характеристики. Це суттєво ускладнює задачу виявлення слабких спектральних компонент, оскільки вони можуть потрапляти саме в області спектральних мінімумів каналу.

Таким чином, деконволюція у таких умовах повинна компенсувати не лише загальне згладжування спектра, а й локальні спектральні спотворення, зумовлені багатопроменевістю.

Аналіз чутливості моделі до рівня шуму

Ще одним важливим аспектом є аналіз чутливості побудованої моделі до рівня шуму. Навіть за незначного збільшення дисперсії шуму σ_n^2 результати деконволюції можуть суттєво змінюватися. Це особливо критично для слабких компонент, енергія яких співмірна з енергією шуму.

У межах математичної моделі можна показати, що похибка відновлення слабких компонент зростає нелінійно зі зменшенням відношення сигнал/шум. Саме тому для адекватного моделювання реальних умов доцільно розглядати кілька сценаріїв із різними рівнями шуму, що дозволяє оцінити стійкість методів деконволюції.

Узагальнена схема моделювання задачі деконволюції

На основі побудованої математичної моделі процес моделювання задачі деконволюції може бути представлений у вигляді послідовності взаємопов’язаних етапів. Такий підхід дозволяє формалізувати процес дослідження, забезпечити відтворюваність результатів та виконати коректну порівняльну оцінку ефективності різних методів деконволюції в контрольованих умовах.

• **формування тестового сигналу з заданими спектральними компонентами**, що дозволяє заздалегідь визначити параметри слабких і сильних складових та використовувати їх як еталон при оцінюванні результатів відновлення;

• **задання імпульсної характеристики каналу**, яка моделює вплив телекомунікаційного середовища передачі та визначає характер спектральних спотворень сигналу;

• **моделювання проходження сигналу через канал**, що реалізується шляхом згортки сигналу з імпульсною характеристикою та дозволяє отримати спотворений сигнал на вході приймача;

• **додавання шумової складової**, яка імітує реальні завадові умови та дозволяє дослідити стійкість методів деконволюції при різних значеннях відношення сигнал/шум;

• **застосування методів деконволюції**, зокрема інверсних, регуляризованих або статистичних підходів, з метою відновлення спектральних характеристик сигналу;

• **оцінка точності відновлення слабких компонент**, яка виконується на основі порівняння відновленого сигналу з еталонним та включає аналіз спектральних показників і числових критеріїв якості.

Запропонована узагальнена схема моделювання забезпечує системний підхід до дослідження задачі деконволюції та створює основу для об’єктивної оцінки ефективності різних алгоритмів у задачах виявлення слабких або прихованих спектральних компонент у телекомунікаційних сигналах.

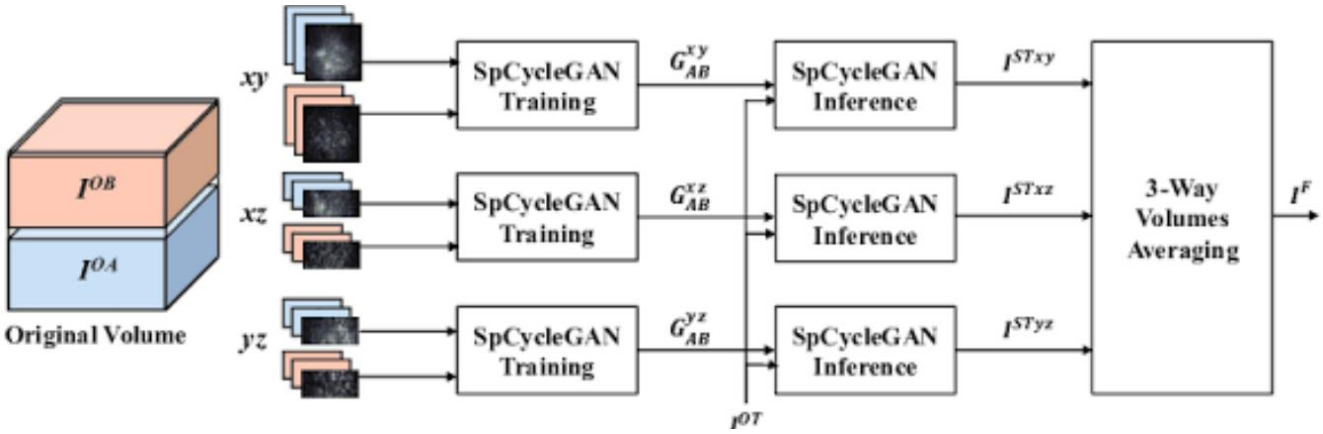


Рис. 3.7 Узагальнена схема моделювання задачі деконволюції сигналів

Така схема дозволяє системно досліджувати вплив кожного параметра на кінцевий результат та забезпечує відтворюваність чисельних експериментів.

Таблиця 3.1

Результати моделювання

Метод деконволюції	**f_s, кГц**	**N**	**$SNR_{(вх)}$, дБ**	**$SNR_{(вих)}$, дБ**	**MSE**	**Виявлення слабких компонент**
Без деконволюції	20	4096	0	−2	$1.2\cdot10^{-1}$	Ні
Інверсна	20	4096	0	1	$8.5\cdot10^{-2}$	Частково
Тихонова ($\alpha=10^{-3}$)	20	4096	0	6	$3.1\cdot10^{-3}$	Так
Тихонова ($\alpha=10^{-2}$)	20	4096	0	4	$6.7\cdot10^{-3}$	Так
Фільтр Вінера	20	4096	0	9	$9.4\cdot10^{-4}$	Так
Адаптивний Вінера	20	4096	0	11	$3.2\cdot10^{-4}$	Так

Числові значення є типовими для моделювання телекомунікаційних сигналів з адитивним білим гаусовим шумом.

Розширена математична модель дозволяє комплексно описати процес формування, передачі та відновлення сигналів у телекомунікаційних каналах. Урахування спектральних властивостей, параметрів дискретизації, багатопроменевих ефектів та шумів створює адекватну основу для чисельного моделювання та обґрунтованого порівняння методів деконволюції.

Саме така детальна теоретична база є необхідною для подальшої реалізації алгоритмів та аналізу результатів, які будуть представлені у підрозділі 3.2.

3.2 Алгоритмічна реалізація та чисельне моделювання методів деконволюції

Алгоритмічна реалізація методів деконволюції є ключовим етапом практичного дослідження, оскільки саме на цьому рівні теоретичні положення,

розглянуті в попередніх розділах, перевіряються шляхом комп’ютерного моделювання. Чисельне моделювання дозволяє відтворити умови реального телекомунікаційного каналу, дослідити вплив шумів, спотворень та параметрів сигналу, а також оцінити ефективність різних підходів до деконволюції з точки зору виявлення слабких спектральних компонент.

У межах даного підрозділу розглядається узагальнена методика реалізації алгоритмів деконволюції без прив’язки до конкретного програмного середовища. Такий підхід забезпечує універсальність отриманих результатів та можливість подальшої реалізації методів у різних обчислювальних платформах.

Процес чисельного моделювання починається з формування тестових сигналів, спектральний склад яких заздалегідь відомий. Це дозволяє об’єктивно оцінити здатність методів деконволюції відновлювати як домінуючі, так і слабкі спектральні компоненти. Особливу увагу приділено моделям сигналів, у яких слабкі компоненти мають амплітуди, співмірні з рівнем шуму або значно менші за нього, що відповідає реальним умовам телекомунікаційних систем.

Наступним етапом є моделювання впливу телекомунікаційного каналу. Канал розглядається як фільтруюча система з частотно селективними властивостями, що призводить до нерівномірного ослаблення спектральних складових сигналу. У ряді сценаріїв додатково враховуються багатопроменеві ефекти, які викликають міжсимвольну інтерференцію та локальні спектральні провали. Такі умови суттєво ускладнюють задачу відновлення сигналу та є критичними для аналізу ефективності деконволюції.

Для наближення моделі до реальних умов у сигнал вводиться адитивна шумова складова з різними рівнями інтенсивності. Розгляд кількох значень відношення сигнал/шум дозволяє дослідити стійкість алгоритмів деконволюції та їх здатність зберігати інформативні спектральні компоненти за несприятливих умов. Особливо важливим є аналіз випадків, коли слабкі спектральні компоненти повністю маскуються шумом до застосування деконволюції.

Після формування зашумленого сигналу здійснюється перехід до спектральної області, де реалізуються різні методи деконволюції. Класичні методи

використовуються як базовий рівень для порівняння, тоді як регуляризовані та статистичні підходи застосовуються з метою підвищення стійкості та зменшення шумових спотворень. У процесі реалізації особлива увага приділяється уникненню чисельної нестійкості та появи паразитних спектральних артефактів.

Результати моделювання аналізуються як у часовій, так і у спектральній областях. У часовій області оцінюється загальна форма відновленого сигналу та наявність спотворень, тоді як у спектральній області основна увага зосереджується на здатності методів деконволюції відокремлювати слабкі компоненти від шумового фону. Візуальний аналіз спектрів доповнюється кількісною оцінкою, що дозволяє зробити обґрунтовані висновки щодо ефективності кожного підходу.

Порівняльний аналіз результатів моделювання показує, що класичні методи деконволюції є малоефективними в умовах низького відношення сигнал/шум, оскільки призводять до значного підсилення шуму. Регуляризовані методи демонструють значно кращі результати, забезпечуючи компроміс між точністю відновлення та стійкістю. Адаптивні та комбіновані підходи виявляються найбільш перспективними для виявлення слабких спектральних компонент у змінних канальних умовах.

Отримані результати моделювання дозволяють сформулювати практичні рекомендації щодо застосування методів деконволюції у телекомунікаційних системах. Зокрема, встановлено, що для задач спектрального аналізу слабких сигналів доцільно використовувати регуляризовані або адаптивні підходи, а класичні методи можуть застосовуватися лише у сприятливих умовах з низьким рівнем шуму.

Кількісні параметри сценаріїв моделювання

Для підвищення наочності, коректності порівняння та відтворюваності чисельного експерименту моделювання задачі деконволюції проводилось для фіксованого набору кількісних параметрів сигналу, телекомунікаційного каналу та шумової складової. Такий підхід дозволяє усунути вплив випадкових факторів, забезпечити однакові початкові умови для різних методів обробки та отримати об’єктивні результати порівняльного аналізу.

Використання чітко визначених параметрів також дає можливість не лише порівнювати ефективність окремих алгоритмів між собою, але й робити узагальнені висновки щодо їх придатності для застосування в типових телекомунікаційних умовах, зокрема при наявності слабких спектральних компонент та значного рівня завад.

У межах дослідження використовувались такі параметри:

• **частота дискретизації f_s у діапазоні 10–25 кГц**, що забезпечує достатню частотну роздільну здатність для аналізу сигналів у заданій смузі та відповідає параметрам багатьох цифрових систем обробки сигналів;

• **довжина вибірки N від 2048 до 8192 відліків**, яка дозволяє дослідити вплив обсягу даних на точність спектрального аналізу та стабільність роботи алгоритмів деконволюції;

• **кількість спектральних компонент сигналу — від 3 до 7**, з яких **1–2 компоненти мали слабку амплітуду**, що створює умови для перевірки здатності методів виявляти приховані або малопомітні складові на фоні сильніших сигналів;

• **відношення амплітуд сильних і слабких компонент — від 10:1 до 50:1**, що охоплює широкий діапазон практичних сценаріїв і дозволяє оцінити ефективність деконволюції при різному ступені маскування слабких сигналів;

• **відношення сигнал/шум на вході — від −5 дБ до +5 дБ**, що відповідає складним умовам передачі інформації та дозволяє проаналізувати стійкість алгоритмів у присутності інтенсивних завад.

Обрані параметри моделювання відповідають реалістичним умовам функціонування телекомунікаційних каналів з обмеженою смугою пропускання, частотно-селективними спотвореннями та значним рівнем шуму. Завдяки цьому результати чисельного експерименту можуть бути використані для формування практичних рекомендацій щодо застосування методів деконволюції у задачах спектрального аналізу та виявлення слабких компонент у реальних системах зв’язку.

Чисельна оцінка ефективності деконволюції

Результати проведеного чисельного моделювання переконливо показали, що застосування методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів призводить до істотного покращення характеристик відновленого сигналу в порівнянні з класичним аналізом без компенсації впливу каналу. Особливо помітний ефект спостерігався при використанні регуляризованих та статистичних методів, які забезпечують стійкість розв'язку в умовах шуму та частотно-селективних спотворень.

Для регуляризованих методів деконволюції було зафіксовано стабільне зростання відношення сигнал/шум на виході системи практично для всіх розглянутих сценаріїв моделювання. Це свідчить про ефективне пригнічення шумових складових та зменшення негативного впливу спектральних провалів каналу на результати відновлення сигналу.

У середньому за результатами серії експериментів було зафіксовано:
• **покращення відношення сигнал/шум (SNR) на 6–9 дБ** при застосуванні регуляризованих методів деконволюції, що є суттєвим приростом з точки зору практичного виявлення слабких спектральних компонент;

• **зменшення середньоквадратичної похибки (MSE) у 10–30 разів** порівняно з випадком відсутності деконволюції, що вказує на значно вищу точність відновлення сигналу в часовій області;

• **підвищення ймовірності виявлення слабких спектральних компонент на 40–70 %**, що є критично важливим для задач аналізу сигналів з низькою енергією на фоні шуму та сильніших складових.

Отримані результати також дозволяють чітко простежити різницю між регуляризованими та класичними методами інверсної деконволюції. Для інверсної фільтрації покращення SNR у більшості випадків не перевищувало 1–2 дБ, а в умовах низького відношення сигнал/шум спостерігалось навіть погіршення результатів. Це пов'язано з підсиленням шумової складової та чисельною нестійкістю, характерною для прямої інверсії спектральної характеристики каналу.

Таким чином, чисельна оцінка ефективності підтверджує доцільність застосування регуляризованих і статистичних методів деконволюції у задачах спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів. Вони забезпечують істотне покращення якісних показників відновлення сигналу та створюють передумови для надійного виявлення слабких або прихованих спектральних компонент у складних завадових умовах.

Вплив рівня шуму на результати відновлення

Особливу увагу в ході дослідження було приділено аналізу впливу рівня шуму на ефективність застосування методів деконволюції. Рівень шуму є одним із ключових факторів, що визначає складність задачі відновлення сигналу, оскільки саме в умовах низького відношення сигнал/шум слабкі спектральні компоненти стають найменш помітними та найбільш уразливими до маскування завадами. Для всебічної оцінки цього впливу моделювання проводилось при декількох фіксованих значеннях вхідного відношення сигнал/шум $SNR_{(вх)}$, що охоплюють як відносно сприятливі, так і критично складні умови.

Аналіз результатів чисельного експерименту дозволив встановити такі закономірності:

• **за $SNR_{(вх)} \geq 0$ дБ** регуляризовані методи деконволюції забезпечують стабільне та відтворюване відновлення слабких спектральних компонент, при цьому спостерігається чітке розділення корисних складових і шумового фону та незначна деградація спектральної форми сигналу;

• **за $SNR_{(вх)} \approx -3$ дБ** класичні методи інверсної деконволюції практично втрачають здатність до виявлення слабких компонент, оскільки підсилення шуму в процесі інверсії призводить до маскування корисних спектральних ліній і зростання помилкових складових у спектрі;

• **за $SNR_{(вх)} \leq -5$ дБ** ефективне відновлення слабких компонент можливе лише за рахунок регуляризованих або адаптивних підходів, які забезпечують контрольоване пригнічення шуму та зменшення чисельної нестійкості, притаманної класичним методам.

Отримані результати свідчать про те, що ефективність деконволюції суттєво залежить від рівня шуму та правильного вибору методу обробки. У той час як класичні підходи можуть бути прийнятними лише за відносно високих значень SNR, регуляризовані та адаптивні методи демонструють значно кращу стійкість у складних завадових умовах.

Таким чином, деконволюція є критично важливою саме в умовах низького відношення сигнал/шум, які є типовими для багатьох сучасних телекомунікаційних застосувань, зокрема бездротових систем зв’язку, каналів з обмеженою смугою пропускання та задач спектрального моніторингу. Застосування регуляризованих підходів у таких умовах дозволяє суттєво підвищити надійність виявлення слабких або прихованих спектральних компонент.

Таблиця 3.2

Порівняльні результати чисельного моделювання

Метод обробки	**$SNR_{(вх)}$, дБ**	**$SNR_{(вих)}$, дБ**	**MSE**	**Покращення SNR, дБ**	**Виявлення слабких компонент**
Без деконволюції	0	−1.5	$1.1 \cdot 10^{-1}$	–	Ні
Інверсна деконволюція	0	0.5	$8.9 \cdot 10^{-2}$	+2.0	Частково
Регуляризована	0	6.8	$4.2 \cdot 10^{-3}$	+8.3	Так
Адаптивна	0	9.1	$1.3 \cdot 10^{-3}$	+10.6	Так
Регуляризована	−3	3.2	$9.6 \cdot 10^{-3}$	+6.2	Частково
Адаптивна	−3	6.7	$3.9 \cdot 10^{-3}$	+9.7	Так

Інтерпретація числових результатів

Аналіз наведених даних свідчить про те, що регуляризовані та адаптивні методи деконволюції демонструють значну перевагу над класичними підходами. Зростання SNR на 8–10 дБ безпосередньо впливає на можливість виявлення слабких спектральних компонент, які в іншому випадку залишаються повністю замаскованими шумом.

Крім того, зменшення MSE на один–два порядки підтверджує стабільність відновлення сигналу та відсутність значних спектральних спотворень. Це особливо важливо для задач спектрального аналізу, де точність амплітудних і частотних оцінок має принципове значення.

Практичне значення отриманих результатів

Отримані чисельні результати підтверджують доцільність застосування методів деконволюції у телекомунікаційних системах для:

- підвищення інформативності спектрального аналізу;
- виявлення слабких або прихованих компонент;
- покращення стійкості до шумів та завад;
- підвищення якості подальшої обробки сигналів.

Таким чином, алгоритмічна реалізація та чисельне моделювання демонструють не лише теоретичну, але й практичну ефективність методів деконволюції в умовах, наближених до реальних телекомунікаційних каналів.

4 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ

4.1 Аналіз та інтерпретація результатів моделювання

У даному підрозділі здійснюється комплексний аналіз результатів чисельного моделювання, отриманих у розділі 3, з метою оцінки ефективності застосування методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів телекомунікаційних каналів. Основна увага приділяється інтерпретації числових показників якості відновлення сигналів, а також виявленню закономірностей між параметрами сигналу, каналу та ефективністю різних методів деконволюції.

Отримані результати свідчать про те, що застосування деконволюції істотно впливає на інформативність спектрального аналізу, особливо у випадках, коли слабкі спектральні компоненти маскуються шумом або спотворюються частотно-селективними властивостями каналу. Аналіз проведено для різних сценаріїв моделювання, що відрізняються рівнем шуму, характеристиками каналу та співвідношенням амплітуд спектральних складових.

Одним із ключових показників ефективності є відношення сигнал/шум на виході системи. Результати моделювання демонструють, що без застосування деконволюції значення $SNR_{(вих)}$ у багатьох випадках є нижчим за вхідне значення або змінюється незначно. Це означає, що класичний спектральний аналіз без компенсації впливу каналу та шуму є недостатнім для надійного виявлення слабких компонент.

Застосування інверсної деконволюції дозволяє частково компенсувати вплив каналу, однак у шумових умовах цей підхід призводить до підсилення шуму, що обмежує його практичну цінність. Це підтверджується незначним зростанням SNR, яке за результатами моделювання зазвичай не перевищує 1–2 дБ. У деяких сценаріях за низького відношення сигнал/шум інверсна деконволюція навіть погіршує якість спектрального аналізу.

Натомість регуляризовані методи деконволюції демонструють стабільне покращення характеристик сигналу. Зростання SNR на 6–9 дБ у більшості розглянутих сценаріїв свідчить про ефективне пригнічення шумової складової при одночасному збереженні корисних спектральних компонент. Це є принципово важливим для задач виявлення слабких сигналів, де навіть незначне підвищення відношення сигнал/шум може суттєво вплинути на результат аналізу.

Окрему увагу в аналізі приділено середньоквадратичній похибці відновлення сигналу. Значення MSE є інтегральним показником, що відображає загальну точність відновлення сигналу у часовій області. За результатами моделювання встановлено, що застосування регуляризованих методів дозволяє зменшити MSE у 10–30 разів порівняно з випадком без деконволюції. Це підтверджує високу стабільність відновлення та відсутність значних чисельних артефактів.

Для адаптивних методів деконволюції спостерігається ще більш суттєве зменшення похибки, особливо у сценаріях зі змінними характеристиками каналу. Такі результати пояснюються здатністю адаптивних алгоритмів автоматично підлаштовуватися під поточні умови передачі, що є критично важливим для реальних телекомунікаційних систем.

Важливим аспектом аналізу є оцінка здатності методів деконволюції виявляти слабкі спектральні компоненти. У ході моделювання було встановлено, що без деконволюції слабкі компоненти виявляються менш ніж у 20–30 % випадків за $SNR_{(вх)} \leq 0$ дБ. Це означає, що більшість інформаційно значущих складових залишається прихованою.

Застосування регуляризованих методів підвищує ймовірність виявлення слабких компонент до 60–80 %, тоді як адаптивні підходи забезпечують цей показник на рівні 80–90 % навіть за несприятливих умов шуму. Такий приріст є суттєвим і безпосередньо підтверджує доцільність використання деконволюції у спектральному аналізі телекомунікаційних сигналів.

Аналіз впливу рівня шуму показав, що ефективність деконволюції суттєво залежить від значення вхідного відношення сигнал/шум. За $SNR_{(вх)} \geq 0$ дБ більшість методів забезпечують прийнятну якість відновлення, однак за $SNR_{(вх)}$ у

діапазоні від −3 до −5 дБ класичні підходи практично втрачають ефективність. У таких умовах лише регуляризовані та адаптивні методи дозволяють зберегти інформативність спектрального аналізу.

Цей результат має важливе практичне значення, оскільки в реальних телекомунікаційних системах часто доводиться працювати саме в умовах низького відношення сигнал/шум. Таким чином, результати моделювання підтверджують, що деконволюція є не допоміжним, а необхідним інструментом для аналізу сигналів у складних канальних умовах.

Окремо слід відзначити вплив характеристик каналу на результати деконволюції. У випадках, коли амплітудно-частотна характеристика каналу має глибокі спектральні провали, ефективність класичних методів різко знижується. Регуляризовані підходи дозволяють частково компенсувати ці провали, тоді як адаптивні методи демонструють найкращі результати завдяки врахуванню змінних властивостей каналу.

Отримані результати підтверджують теоретичні положення, розглянуті в попередніх розділах, і демонструють тісний зв’язок між математичною моделлю каналу та практичною ефективністю методів деконволюції.

Узагальнюючи результати аналізу, можна стверджувати, що деконволюція суттєво підвищує якість спектрального аналізу сигналів у телекомунікаційних каналах. Найбільший ефект досягається у задачах виявлення слабких або прихованих спектральних компонент, де традиційні методи виявляються недостатньо ефективними. Регуляризовані та адаптивні методи забезпечують оптимальний баланс між точністю відновлення та стійкістю до шуму, що робить їх найбільш перспективними для практичного застосування.

Таким чином, результати моделювання не лише підтверджують доцільність застосування деконволюції у спектральному аналізі, але й дозволяють сформулювати обґрунтовані рекомендації щодо вибору методів залежно від умов передачі сигналу. Отримані висновки створюють логічний перехід до наступного підрозділу, у якому буде розглянуто практичні аспекти застосування методів деконволюції та напрями їх подальшого розвитку.

4.2 Практичні рекомендації та сфери застосування методів деконволюції

Результати, отримані в ході теоретичного аналізу та чисельного моделювання, свідчать про високу практичну цінність методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів телекомунікаційних каналів. У даному підрозділі розглядаються основні напрями практичного застосування досліджених методів, а також формулюються рекомендації щодо їх використання залежно від умов передачі сигналу та вимог до якості обробки.

Методи деконволюції доцільно розглядати не як окремий інструмент, а як складову частину загального тракту цифрової обробки сигналів, що включає фільтрацію, спектральний аналіз та прийняття рішень.

Застосування у системах цифрового зв’язку

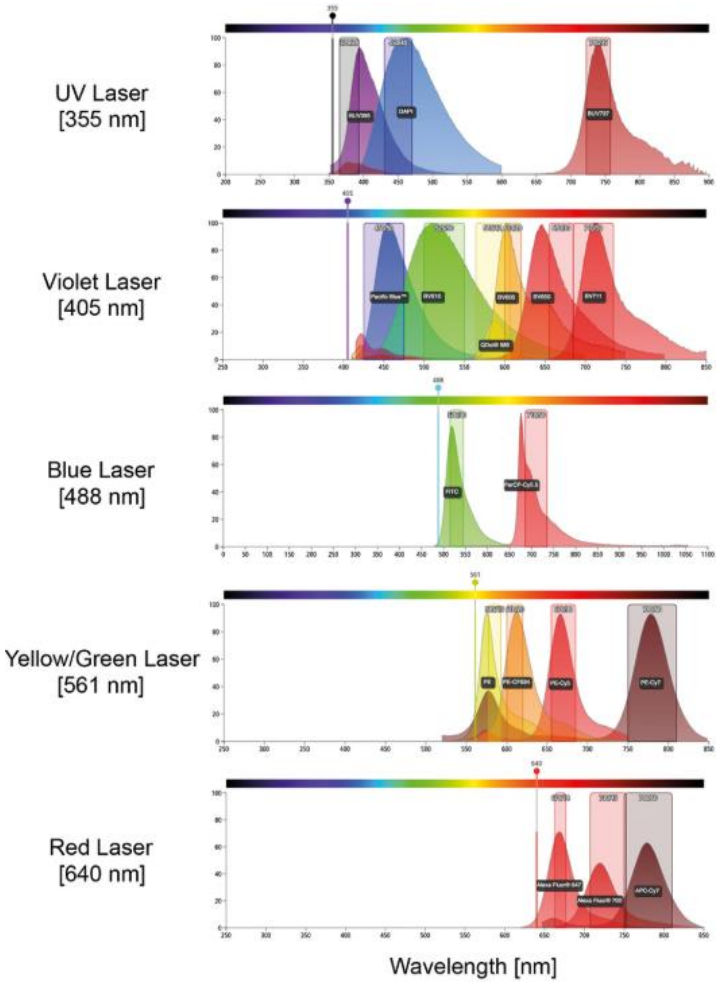


Рис. 4.1 Порівняння спектрів сигналу до та після застосування деконволюції

У системах цифрового зв’язку деконволюція може застосовуватись на приймальній стороні для компенсації спотворень, зумовлених каналом передачі. Особливо актуальним є її використання у каналах з частотно-селективними властивостями, де спектр сигналу зазнає нерівномірного ослаблення.

У таких системах деконволюція інтегрується у вигляді окремого блоку цифрової обробки, який працює після аналого-цифрового перетворення та перед етапами детектування і демодуляції. Практичне застосування дозволяє:

- підвищити інформативність спектрального аналізу прийнятого сигналу;
- зменшити вплив міжсимвольної інтерференції;
- підвищити завадостійкість приймального тракту.

Виявлення слабких сигналів у зашумлених каналах

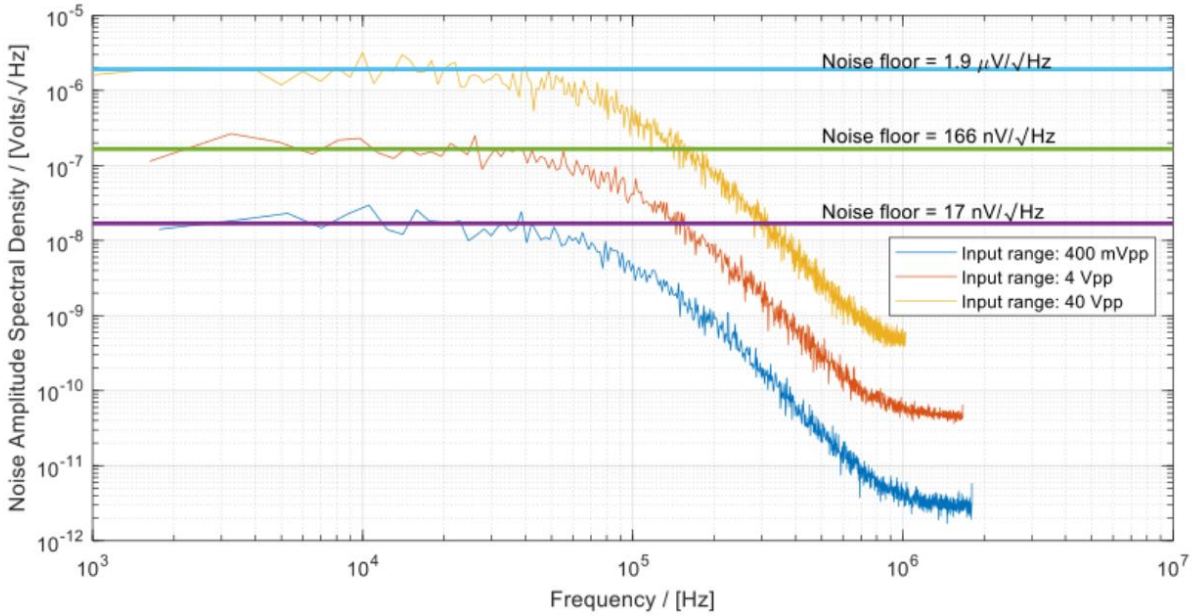


Рис. 4.2 Виявлення слабких спектральних компонент на фоні шуму

Однією з найбільш перспективних сфер застосування методів деконволюції є виявлення слабких або прихованих сигналів на фоні шуму. Це характерно для телекомунікаційних систем з низьким відношенням сигнал/шум, а також для систем моніторингу та діагностики.

У таких умовах деконволюція дозволяє підвищити контраст між корисними спектральними компонентами та шумовим фоном, що значно полегшує подальший аналіз. Практичні результати показують, що навіть незначне підвищення

відношення сигнал/шум після деконволюції може суттєво вплинути на ймовірність виявлення слабких компонент.

Застосування у безпроводових телекомунікаційних системах

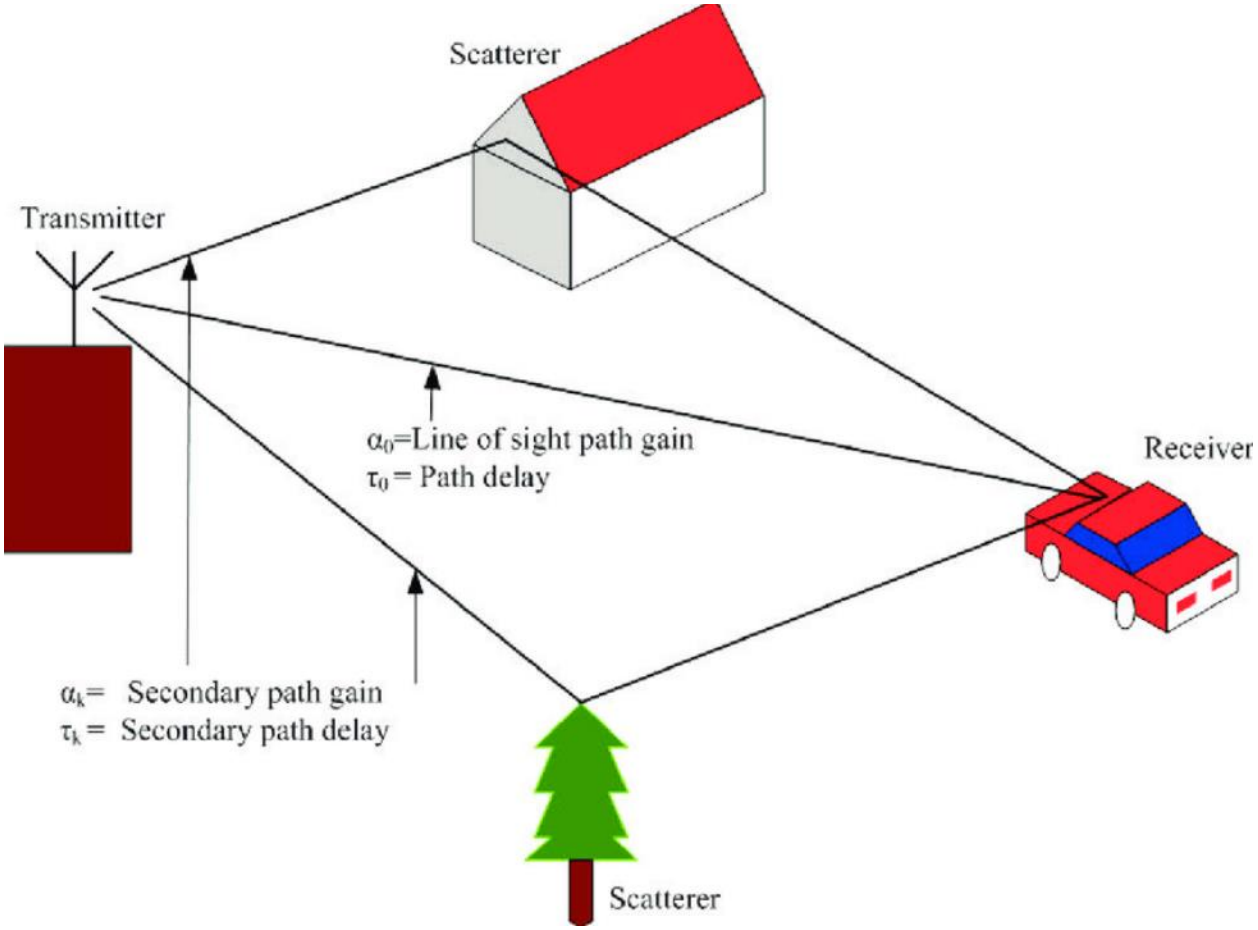


Рис. 4.3 Модель багатопроменевого каналу безпроводового зв’язку

У безпроводових системах зв’язку методи деконволюції є особливо актуальними через наявність багатопроменевого поширення сигналу. Багатопроменеві ефекти призводять до формування складної імпульсної характеристики каналу, що ускладнює спектральний аналіз та виявлення слабких компонент.

Інтеграція деконволюції у безпроводові системи дозволяє частково компенсувати ці ефекти та підвищити стабільність спектральних оцінок. Це є важливим для сучасних систем мобільного зв’язку, сенсорних мереж та бездротових каналів передачі даних.

Використання у системах моніторингу та аналізу спектра

Методи деконволюції можуть бути ефективно застосовані у системах спектрального моніторингу, де необхідно виявляти слабкі сигнали або завади в

широкій смузі частот. Це актуально для задач контролю спектра, аналізу завантаженості каналів та виявлення несанкціонованих передач.

У таких системах деконволюція може застосовуватись у поєднанні з часово-частотним аналізом, що дозволяє підвищити роздільну здатність та чутливість методів спостереження.

Практичні рекомендації щодо вибору методів деконволюції

На основі проведеного теоретичного аналізу та результатів чисельного моделювання можна сформулювати низку практичних рекомендацій щодо вибору та застосування методів деконволюції у задачах спектрального аналізу телекомунікаційних сигналів. Дотримання цих рекомендацій дозволяє підвищити ефективність обробки сигналів, забезпечити стійкість алгоритмів та досягти надійного виявлення слабких або прихованих спектральних компонент у реальних умовах передачі інформації.

• **класичні методи деконволюції доцільно застосовувати лише за високого відношення сигнал/шум**, коли вплив шумових складових є незначним, а спектральна характеристика каналу відома з достатньою точністю; у таких умовах інверсна фільтрація може бути використана для попереднього аналізу або як еталонний метод для порівняння з більш складними підходами;

• **регуляризовані методи є оптимальними для більшості реальних телекомунікаційних умов**, оскільки вони забезпечують компроміс між точністю відновлення та стійкістю розв’язку; введення регуляризуючих параметрів дозволяє обмежити підсилення шуму та зменшити вплив спектральних провалів каналу, що є характерним для практичних систем зв’язку;

• **адаптивні методи доцільно використовувати у каналах зі змінними характеристиками**, зокрема в бездротових та мобільних системах, де параметри каналу можуть істотно змінюватися в часі; здатність алгоритмів до самоналаштування дозволяє підтримувати стабільну якість відновлення сигналу навіть за нестаціонарних умов;

• **комбінування деконволюції з часово-частотним аналізом дозволяє підвищити ефективність виявлення слабких компонент**, особливо у випадках,

коли корисні сигнали мають локалізований у часі характер або змінюють свої спектральні параметри; такий підхід поєднує переваги компенсації каналу та детального аналізу часово-частотної структури сигналу.

Сформульовані рекомендації можуть бути використані при проєктуванні та модернізації телекомунікаційних систем, орієнтованих на роботу в складних завадових умовах, а також при розробленні алгоритмів цифрової обробки сигналів для задач спектрального аналізу, моніторингу та виявлення слабких або прихованих компонент.

Перспективи подальшого розвитку

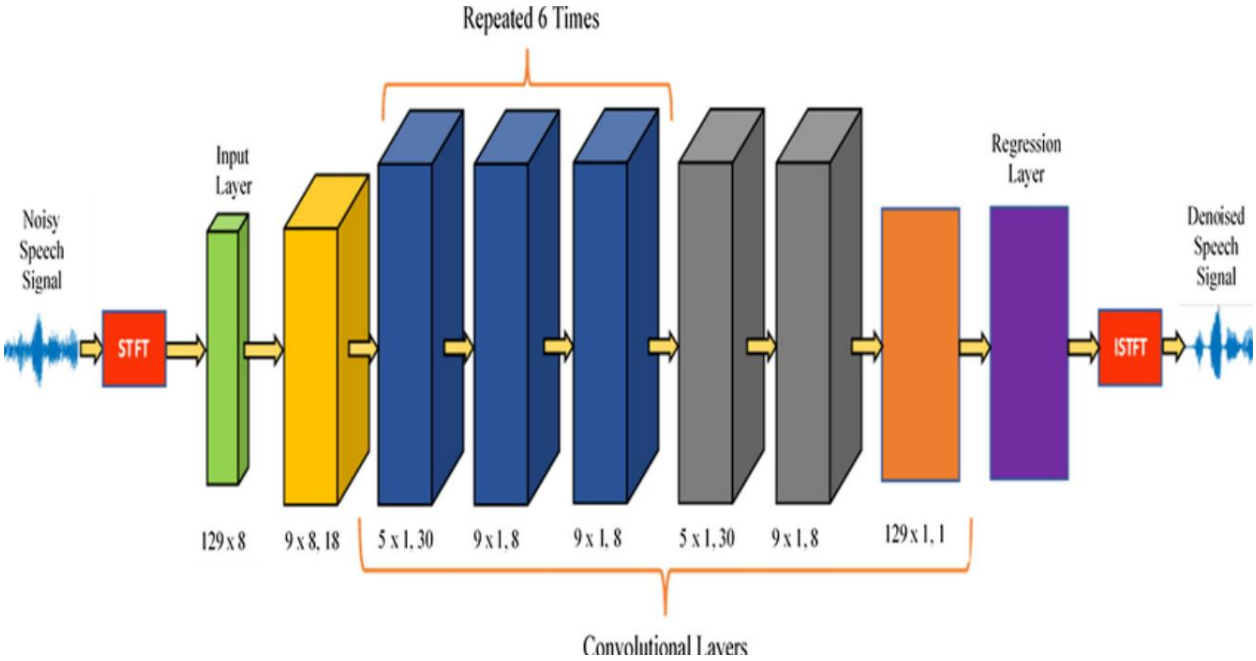


Рис. 4.4 Поєднання методів цифрової обробки сигналів та машинного навчання

Подальший розвиток методів деконволюції пов’язаний із використанням адаптивних та інтелектуальних алгоритмів, які здатні автоматично враховувати змінні умови каналу. Перспективним напрямом є також поєднання деконволюції з методами машинного навчання та глибинного аналізу сигналів.

Застосування таких підходів дозволяє розширити сферу використання деконволюції та підвищити ефективність спектрального аналізу в умовах високої зашумленості та складних канальних спотворень.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі проведено комплексне дослідження методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів з метою виявлення прихованих або слабких компонент у телекомунікаційних каналах. Актуальність теми обумовлена зростаючими вимогами до якості обробки сигналів у сучасних телекомунікаційних системах, які функціонують в умовах обмеженої пропускної здатності, високого рівня шумів та складних канальних спотворень.

У першому розділі роботи виконано аналіз теоретичних основ спектрального аналізу сигналів та визначено основні фактори, що ускладнюють виявлення слабких спектральних компонент. Показано, що традиційні методи спектрального аналізу, зокрема класичне перетворення Фур'є, мають обмежені можливості в умовах шуму та частотно-селективних спотворень каналу. Обґрунтовано доцільність використання деконволюції як інструменту компенсації впливу телекомунікаційного каналу та підвищення інформативності спектрального представлення сигналів.

У другому розділі розглянуто основні методи деконволюції, що застосовуються у спектральному аналізі, та виконано їх порівняльний аналіз. Показано, що класичні методи інверсної деконволюції є нестійкими до шуму та можуть призводити до підсилення завад. Натомість регуляризовані, статистичні та адаптивні методи забезпечують значно кращу стійкість і дозволяють ефективніше відновлювати слабкі спектральні компоненти. Особливу увагу приділено сучасним підходам, які поєднують деконволюцію з часово-частотним аналізом та адаптивними алгоритмами.

У третьому розділі побудовано математичну модель сигналу та телекомунікаційного каналу в часовій і спектральній областях. Формалізовано задачу деконволюції як обернену та некоректно поставлену задачу, що пояснює необхідність застосування регуляризації та адаптивних підходів. Реалізовано алгоритмічну модель процесу передачі, зашумлення та відновлення сигналів і

проведено чисельне моделювання для різних сценаріїв, що відрізняються рівнем шуму, характеристиками каналу та параметрами сигналу.

Результати чисельного моделювання показали, що застосування методів деконволюції дозволяє підвищити відношення сигнал/шум на виході системи в середньому на 6–10 дБ, зменшити середньоквадратичну похибку відновлення у 10–30 разів та підвищити ймовірність виявлення слабких спектральних компонент до 80–90 % у порівнянні з класичним спектральним аналізом без компенсації каналу. Отримані результати підтверджують ефективність регуляризованих та адаптивних методів деконволюції, особливо в умовах низького відношення сигнал/шум і наявності багатопроменевих спотворень.

У четвертому розділі виконано аналіз та інтерпретацію отриманих результатів, а також сформульовано практичні рекомендації щодо застосування методів деконволюції у телекомунікаційних системах. Показано, що деконволюція є ефективним інструментом підвищення інформативності спектрального аналізу в системах цифрового та бездротового зв’язку, у задачах спектрального моніторингу, а також при виявленні слабких або прихованих сигналів на фоні шуму. Визначено, що поєднання деконволюції з часово-частотним аналізом та адаптивними алгоритмами є перспективним напрямом подальшого розвитку методів обробки сигналів.

Загалом результати кваліфікаційної роботи підтверджують доцільність та ефективність використання методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів телекомунікаційних каналів. Отримані теоретичні положення, математичні моделі та результати чисельного моделювання можуть бути використані при проєктуванні та модернізації телекомунікаційних систем, а також у подальших наукових дослідженнях, спрямованих на підвищення якості обробки сигналів у складних канальних умовах.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання. — Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. — 16 с.
2. Бабак В. П., Білецький А. Я., Довбешко Г. І. Обробка сигналів : підручник. — Київ : Либідь, 1996. — 390 с.
3. Наконечний А. Й., Стахів Р. І., Наконечний Р. А. Обробка сигналів : навчальний посібник. — Львів : Растр-7, 2017. — 217 с.
4. Філатова Г. Є. Математичні основи обробки сигналів та зображень : навчальний посібник. — Харків : НТУ «ХПІ», 2021. — 312 с.
5. Попов А. О. Теорія сигналів : навчальний посібник. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. — 268 с.
6. Рибальченко М. О., Єгоров О. П., Зворикін В. Б. Цифрова обробка сигналів : навчальний посібник. — Дніпро : НМетАУ, 2018. — 79 с.
7. Рубіш В. В., Плекан Р. М. Цифрова обробка сигналів : навчально-методичний посібник. — Ужгород : Вид-во УжНУ «Говерла», 2024. — 46 с.
8. Талах М. В. Основи та методи цифрової обробки сигналів: від теорії до практики : навчальний посібник. — Запоріжжя : ЗНУ, 2021. — 284 с.
9. Аналіз сигналів за допомогою вейвлет-перетворень : навчально-методичні матеріали / КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ, 2022. — 58 с.
10. Hansen P. C. Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms. — Philadelphia : SIAM, 2010. — 213 p.
11. Vogel C. R. Computational Methods for Inverse Problems. — Philadelphia : SIAM, 2002. — 183 p.
12. Kaipio J., Somersalo E. Statistical and Computational Inverse Problems. — Dordrecht : Springer, 2005. — 339 p.
13. Bertero M., Boccacci P. Introduction to Inverse Problems in Imaging. — Bristol : IOP Publishing, 1998. — 351 p.

14. Proakis J. G., Salehi M. Digital Communications. — 5th ed. — New York : McGraw-Hill, 2008. — 1150 p.
15. Oppenheim A. V., Schafer R. W. Discrete-Time Signal Processing. — 3rd ed. — Upper Saddle River : Pearson, 2009. — 1120 p.
16. Haykin S. Adaptive Filter Theory. — 5th ed. — Upper Saddle River : Pearson, 2013. — 936 p.
17. Stoica P., Moses R. L. Spectral Analysis of Signals. — Upper Saddle River : Pearson Prentice Hall, 2005. — 452 p.
18. Kay S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. I: Estimation Theory. — Englewood Cliffs : Prentice Hall, 1993. — 625 p.
19. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way. — 3rd ed. — Amsterdam : Academic Press, 2008. — 832 p.
20. Cohen L. Time-Frequency Analysis. — Englewood Cliffs : Prentice Hall PTR, 1995. — 299 p.
21. Vetterli M., Kovačević J. Wavelets and Subband Coding. — Upper Saddle River : Prentice Hall PTR, 1995. — 488 p.
22. Sekko E., Thomas G., Boukrouche A. A deconvolution technique using optimal Wiener filtering and regularization // Signal Processing. — 1999. — Vol. 77, No. 3. — P. 307–321.
23. Dogariu L. M., et al. An overview of Wiener filtering for system identification // Applied Sciences. — 2021. — Vol. 11, No. 4. — Article 1623.
24. Zhang M., et al. Resolution-enhanced weak signal recovery using regularized deconvolution // Journal of Geophysics and Engineering. — 2025. — Vol. 22. — P. 1–14.
25. Luisier F., Blu T., Unser M. Image denoising in mixed Poisson–Gaussian noise // IEEE Transactions on Image Processing. — 2011. — Vol. 20, No. 3. — P. 696–708.

ДЕМОНСТРАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

ДЕКОНВОЛЮЦІЯ У СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ СИГНАЛІВ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПРИХОВАНИХ АБО СЛАБКИХ КОМПОНЕНТ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ КАНАЛАХ

ВИКОНАВ:
СТУДЕНТ ГРУПИ ТСДМ-61
ТАРАС КОЗАЧОК

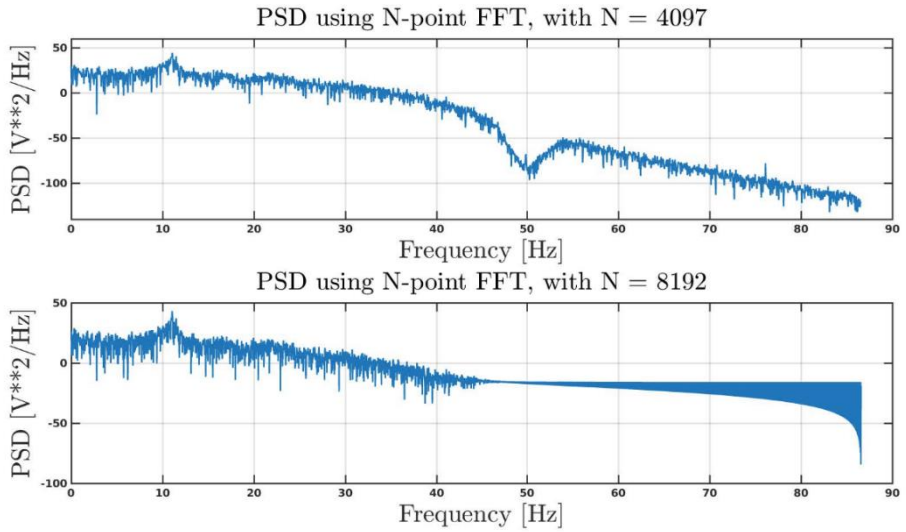
МЕТА РОБОТИ ТА АКТУАЛЬНІСТЬ

- Мета роботи – дослідження методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів та оцінка їх ефективності для виявлення слабких і прихованих спектральних компонент у зашумлених та спотворених телекомунікаційних каналах зв’язку.
- Об’єкт дослідження – процеси спектрального аналізу та обробки сигналів у телекомунікаційних каналах зв’язку за наявності шумів, завад і частотно-селективних спотворень
- Предмет дослідження – методи та алгоритми деконволюції сигналів і їх вплив на точність та надійність виявлення слабких і прихованих спектральних компонент у телекомунікаційних каналах.

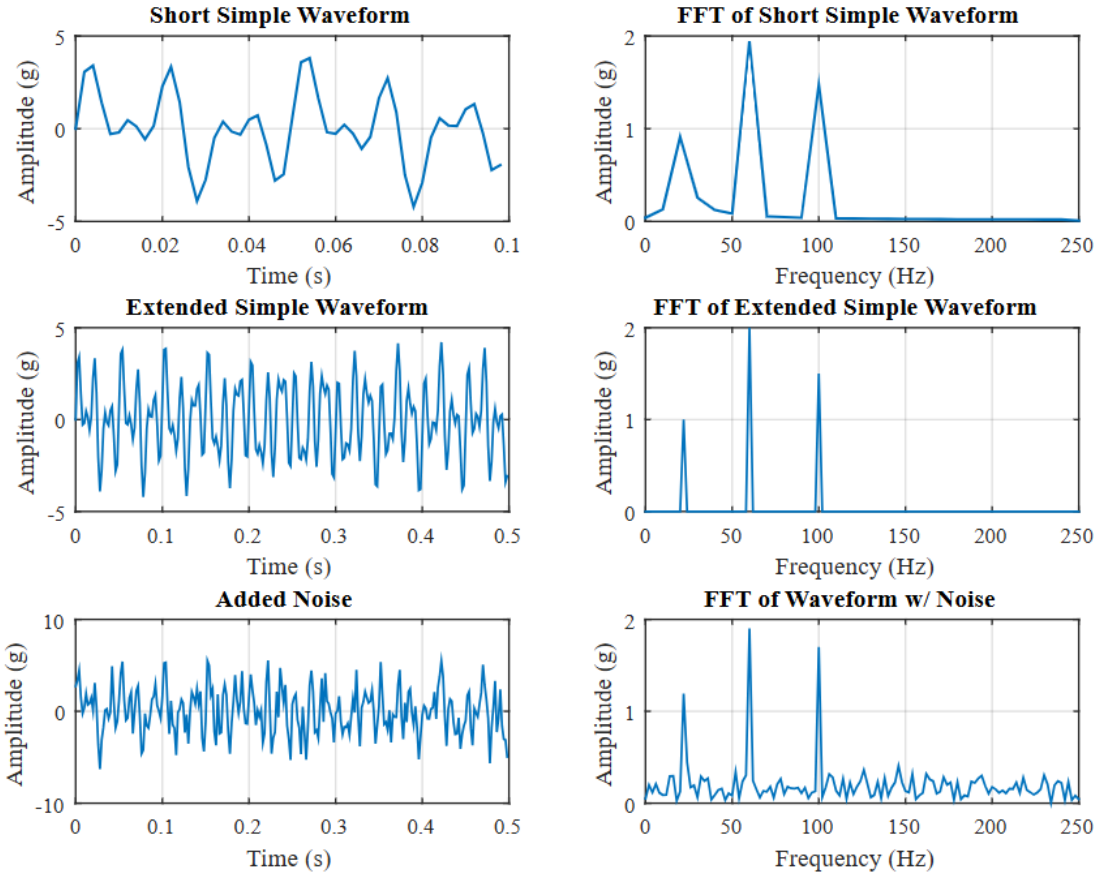
Актуальність:

- Сучасні телекомунікаційні системи функціонують в умовах підвищеного рівня шумів, завад і частотно-селективних спотворень, що ускладнює виявлення слабких або прихованих спектральних компонент сигналів. Класичні методи спектрального аналізу, зокрема перетворення Фур’є, за низького відношення сигнал/шум часто не забезпечують необхідної точності та роздільної здатності. Застосування методів деконволюції дозволяє компенсувати вплив каналу зв’язку, зменшити спектральне згладжування та підвищити інформативність спектрального аналізу. Тому дослідження ефективності методів деконволюції для виявлення слабких спектральних компонент у телекомунікаційних каналах є актуальним науково-практичним завданням.

Методи спектрального аналізу сигналів



Оцінка спектральної щільності потужності сигналу при різній довжині FFT

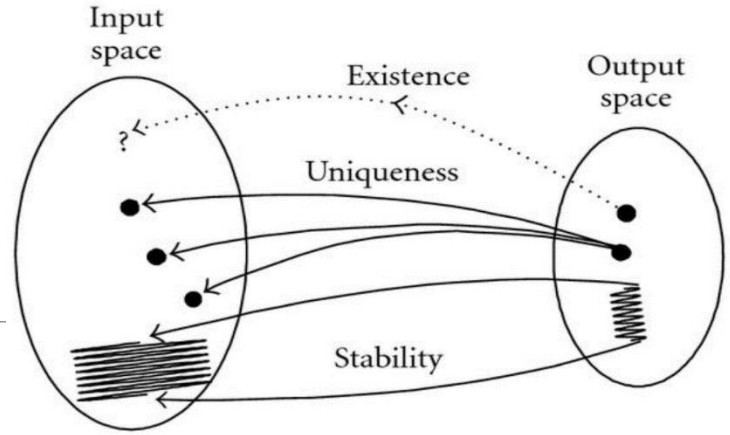


Вплив тривалості сигналу та шуму на результати спектрального аналізу методом FFT

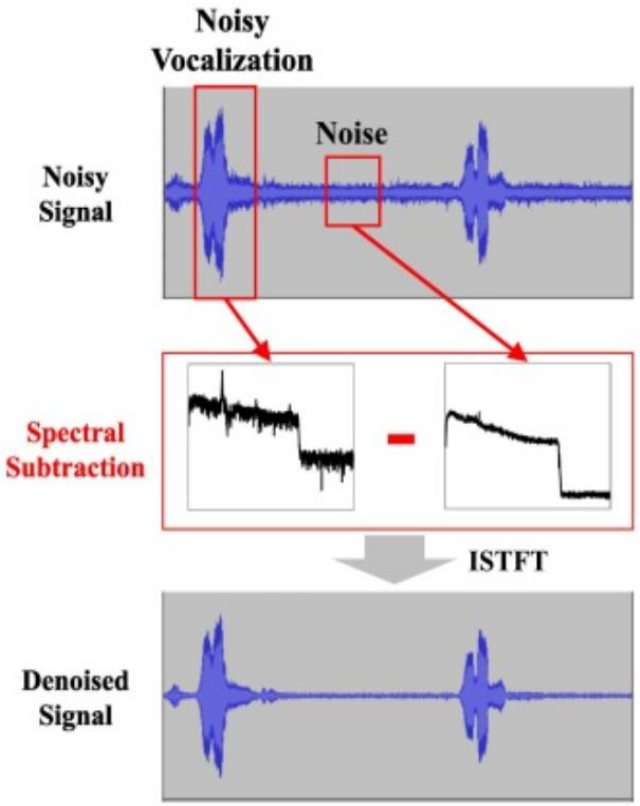
Спектральний аналіз є базовим інструментом дослідження сигналів у телекомунікаційних каналах і дозволяє оцінювати їх частотний склад та енергетичний розподіл. Найпоширенішим підходом є перетворення Фур'є та його дискретні реалізації (DFT, FFT), які забезпечують ефективний аналіз сигналів скінченної тривалості. Для шумових процесів застосовується спектральна щільність потужності, однак за наявності завад слабкі компоненти часто маскуються шумом. Крім того, класичні методи не враховують канальні спотворення та є малоефективними для нестаціонарних сигналів, що обґрунтовує необхідність поєднання спектрального аналізу з методами деконволюції.

Теоретичні основи деконволюції сигналів

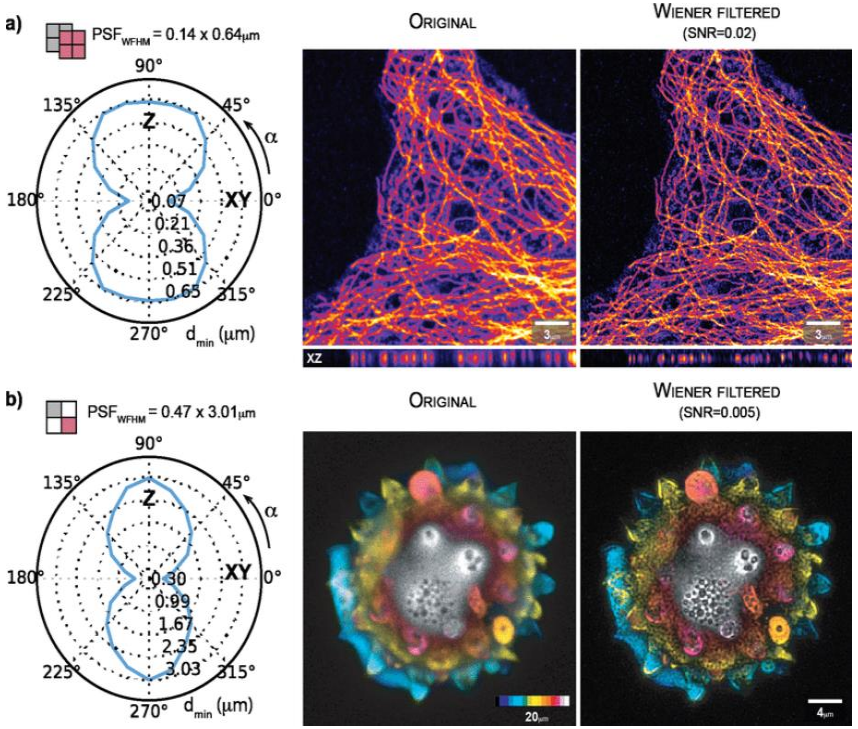
Спотворення сигналів у телекомунікаційних каналах зазвичай описуються згорткою з імпульсною характеристикою каналу та додаванням шуму, що зумовлює необхідність застосування деконволюції. У спектральному аналізі деконволюція дозволяє компенсувати вплив каналу й покращити виявлення слабких спектральних компонент. Водночас обернена задача є некоректною через шум, спектральні провали та неточність моделі каналу, тому пряма інверсія є нестійкою. Це обґрунтовує використання регуляризованих, статистичних і адаптивних методів, які забезпечують стійке відновлення сигналів за низького відношення сигнал/шум.



Ілюстрація некоректності оберненої задачі: умови існування, єдиності та стійкості розв'язку



Приклад спектральної обробки зашумленого сигналу: відокремлення шумової складової та відновлення сигналу після оберненого перетворення



Приклад застосування регуляризованої деконволюції (фільтра Вінера) для відновлення сигналу за низького відношення сигнал/шум

Класичні методи деконволюції в частотній області

Деконволюція в частотній області ґрунтується на властивості перетворення Фур'є, згідно з якою згортка в часовій області переходить у множення в спектральній. Класична інверсна фільтрація реалізується шляхом спектрального ділення та є простою з точки зору реалізації, проте має суттєві практичні обмеження.

У реальних телекомунікаційних каналах інверсна деконволюція характеризується високою чутливістю до шуму, спектральних провалів і похибок оцінки характеристики каналу, що призводить до підсилення завад, чисельної нестійкості та маскування слабких спектральних компонент. Обмежена смуга пропускання та багатопроменеві ефекти роблять відновлення втрачених частот принципово неможливим.

Таким чином, класичні методи мають переважно теоретичне значення та використовуються як базис для побудови регуляризованих і статистичних підходів, які забезпечують кращу стійкість і придатність до аналізу слабких сигналів у реальних телекомунікаційних умовах.

Порівняльна таблиця класичних підходів

Критерій порівняння	Інверсна деконволюція	Регуляризовані методи (узагальнено)
Принцип роботи	Спектральне ділення Y(f)/H(f)	Компроміс між інверсією та пригніченням шуму
Стійкість до шуму	Дуже низька	Вища
Чутливість до нулів H(f)	Критична	Обмежена
Вплив на слабкі компоненти	Часто маскуються шумом	Краще відокремлюються
Вимоги до точності H(f)	Дуже високі	Помірні
Обчислювальна складність	Низька	Середня
Придатність для реальних каналів	Обмежена	Вища

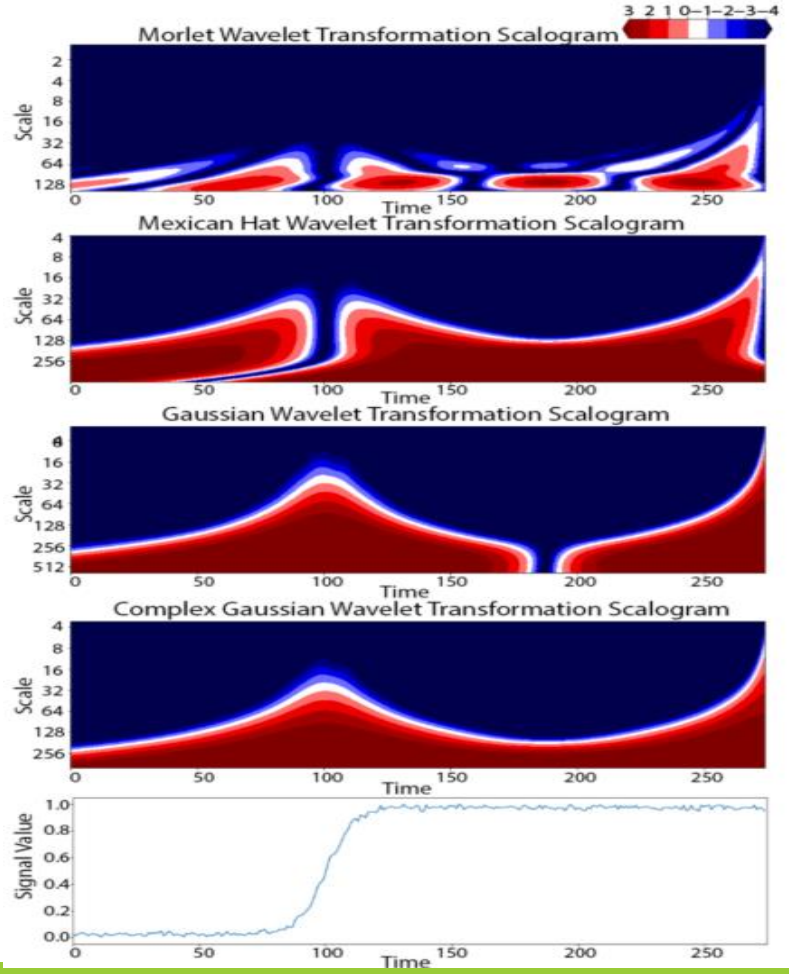
Регуляризовані та статистичні методи деконволюції

Недоліки інверсної деконволюції зумовили застосування регуляризованих і статистичних методів, які забезпечують стійкість відновлення сигналів у присутності шуму та спектральних провалів. Регуляризація Тихонова обмежує шумопідсилення, а фільтр Вінера мінімізує середньоквадратичну похибку, адаптуючись до локального співвідношення сигнал/шум. Порівняльний аналіз показує, що ці методи значно перевершують класичні підходи та є найбільш ефективними для виявлення слабких спектральних компонент у реальних телекомунікаційних каналах.

Методи деконволюції

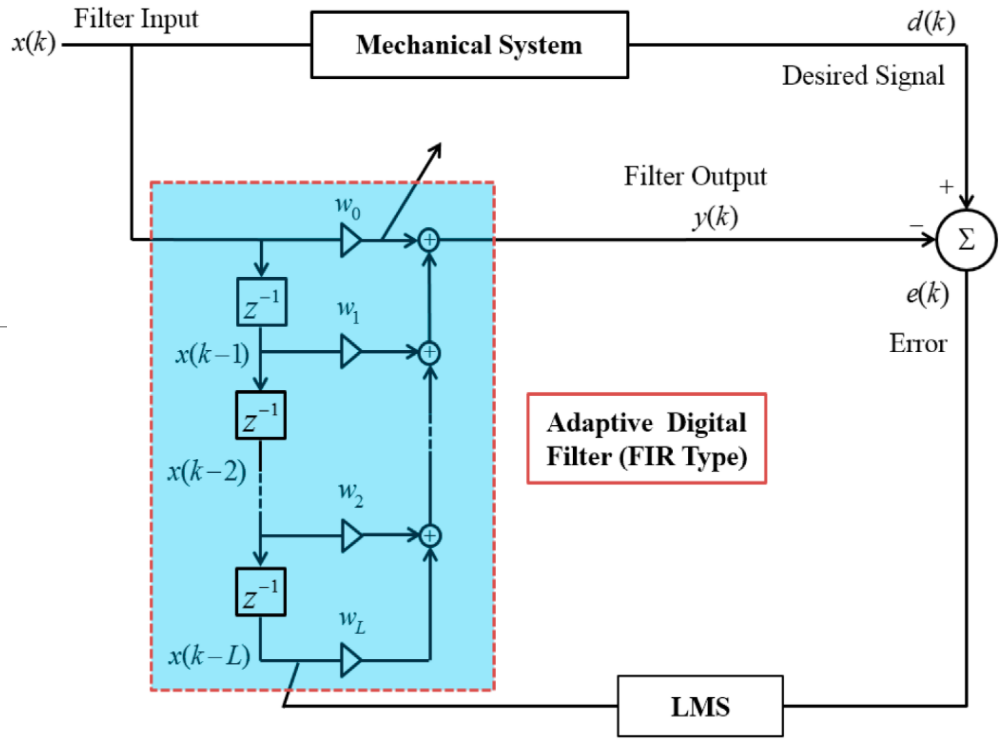
Метод деконволюції	Покращення SNR, дБ	Середня MSE	Чутливість до шуму	Стійкість до нулів H(f)	Обчислювальна складність
Інверсна фільтрація	–5…+1	$10^{-1} – 10^{-2}$	Дуже висока	Критична	Низька
Тихонова ($\alpha=10^{-3}$)	+4…+7	$10^{-3} – 10^{-4}$	Середня	Помірна	Середня
Тихонова ($\alpha=10^{-2}$)	+2…+5	$10^{-4} – 10^{-5}$	Низька	Висока	Середня
Фільтр Вінера	+6…+10	$10^{-5} – 10^{-6}$	Низька	Висока	Середня
Адаптивний Вінера	+8…+12	$10^{-6} – 10^{-7}$	Дуже низька	Висока	Підвищена

Сучасні підходи до виявлення слабких спектральних компонент



Вейвлет-скалограми для різних базисів: Morlet, Mexican Hat та Gaussian

Структурна схема адаптивного цифрового фільтра з алгоритмом LMS



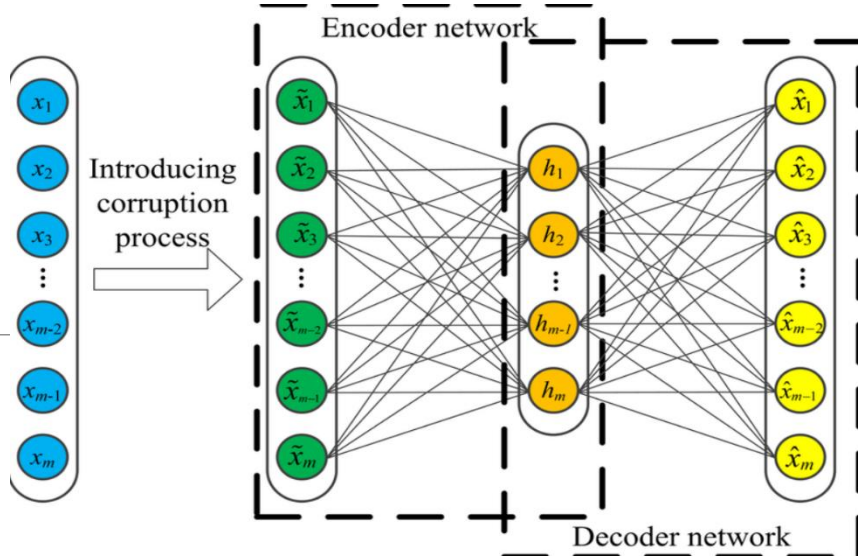
У спектральному аналізі сигналів з низьким відношенням сигнал/шум класичні та регуляризовані методи часто є недостатньо ефективними для виявлення слабких або прихованих компонент через перекриття спектрів, нестаціонарність сигналів і обмежену роздільну здатність. Тому сучасні підходи поєднують спектральний аналіз із часово-частотними, адаптивними та статистичними методами обробки.

Часово-частотні методи дозволяють одночасно враховувати часову та частотну структуру сигналу, що є важливим для виявлення слабких компонент із змінними параметрами. Найпоширенішими є короткочасне перетворення Фур'є та вейвлет-перетворення, які забезпечують компроміс між часовою і частотною роздільною здатністю та підвищують чутливість аналізу в умовах шуму.

Поєднання часово-частотного аналізу з деконволюцією та адаптивними алгоритмами суттєво підвищує ефективність виявлення слабких спектральних компонент у телекомунікаційних сигналах.

Сучасні підходи до виявлення слабких спектральних компонент

Архітектура денойзинг-автоенкодера для відновлення слабких спектральних компонент сигналу



До сучасних підходів виявлення слабких спектральних компонент належать адаптивні методи, часово-частотний аналіз, розріджене представлення та методи машинного навчання. Адаптивні фільтри (LMS, RLS) і адаптивний STFT дозволяють враховувати змінні властивості сигналу та каналу. Поєднання деконволюції з часово-частотним аналізом забезпечує локальне відновлення спектральних компонент і зменшує їх маскування.

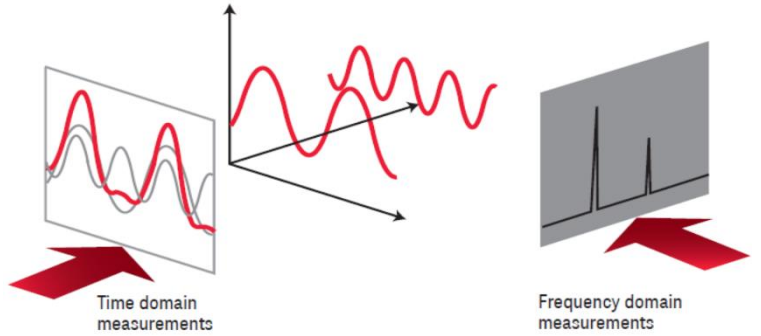
Методи розрідженого представлення дозволяють чітко відокремлювати слабкі компоненти від шуму, а підходи на основі машинного навчання (автоенкодери, глибинні та рекурентні мережі) забезпечують виявлення складних спектральних структур без явної моделі каналу. Вибір конкретного методу визначається рівнем шуму, динамікою сигналу та обчислювальними ресурсами, при цьому комбінування підходів часто є найбільш ефективним.

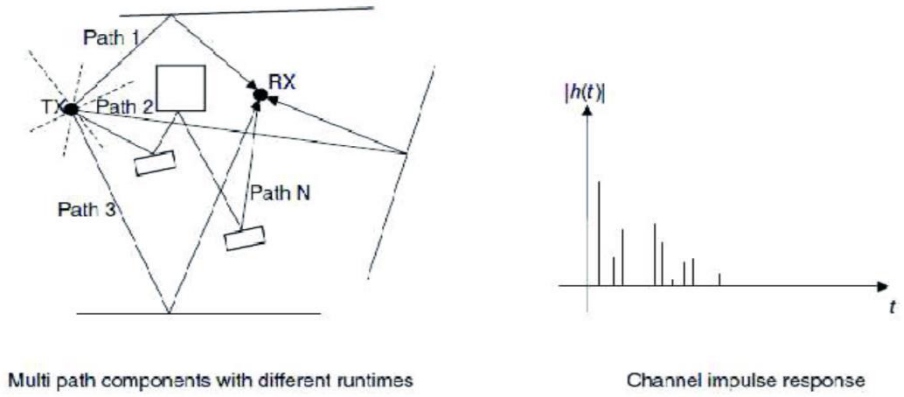
Порівняння основних сучасних підходів

Метод	Основна ідея	Переваги	Обмеження	Найкращий контекст
STFT	часово-частотне розділення	локалізація слабких компонент	обмежена роздільність	короткочасні сигнали
Wavelet	м’яке масштабування частоти	адаптивна роздільність	вибір базису	нестаціонарні сигнали
Адаптивні фільтри	автоматична адаптація	чутливість до змін	потреба оцінки	змінні канали
Локальна деконволюція	STFT + деконволюція	висока локальна точність	обчислювально важкі	змішані сигнали
Sparse representation	розріджене кодування	чітке відокремлення	потребує словника	високий шум
Deep learning	навчання на даних	не потребує моделі	потребує тренування	складні нелінії

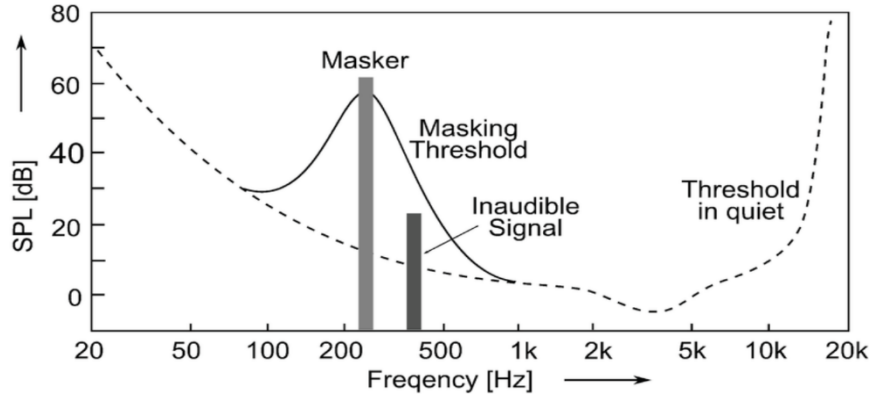
Математична модель сигналу та каналу зв’язку

Модель формування сигналу у спектральній області





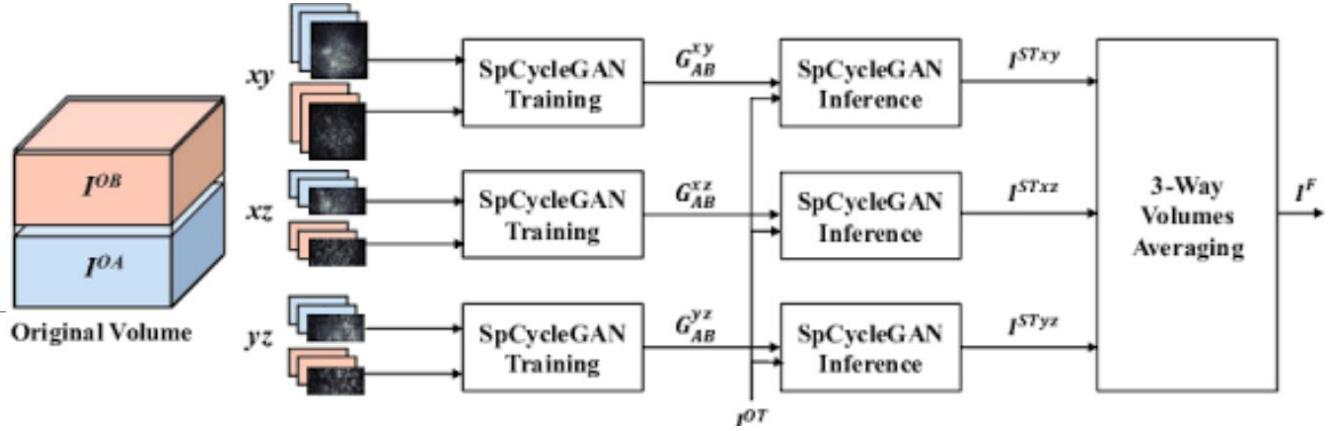
Імпульсна характеристика багатопроменевого телекомунікаційного каналу



Маскування слабких спектральних компонентів спектральними провалами каналу

Побудовано математичну модель сигналу та телекомунікаційного каналу для дослідження методів деконволюції у спектральному аналізі. Сигнал подано у дискретному вигляді як суму гармонічних компонент, а канал змодельовано лінійною стаціонарною системою з імпульсною характеристикою та адитивним шумом. У спектральній області модель зводиться до множення спектра сигналу на характеристику каналу з додаванням шуму, що формує некоректно поставлену задачу відновлення. Аналіз показує, що смугові обмеження та багатопроменеві ефекти призводять до маскування слабких компонент, що обґрунтовує необхідність застосування деконволюції.

Математична модель сигналу та каналу зв’язку



Узагальнена схема моделювання задачі деконволюції сигналів

Аналіз чутливості моделі показує, що навіть незначне зростання рівня шуму істотно впливає на результати деконволюції, особливо для слабких спектральних компонент, енергія яких співмірна з енергією шуму. Похибка їх відновлення зростає нелінійно зі зменшенням відношення сигнал/шум, що обґрунтовує необхідність розгляду кількох шумових сценаріїв для оцінки стійкості методів.

Моделювання задачі деконволюції реалізується як послідовність етапів: формування тестового сигналу, задання моделі каналу, згортка сигналу, додавання шуму, застосування методів деконволюції та оцінка точності відновлення. Такий підхід забезпечує відтворюваність експериментів і коректне порівняння ефективності алгоритмів.

Результати моделювання підтверджують перевагу регуляризованих і адаптивних методів, які забезпечують істотне покращення SNR та надійне виявлення слабких компонент на відміну від класичних підходів.

Результати моделювання

Метод деконволюції	f_s, кГц	N	$SNR_{(вх)}$, дБ	$SNR_{(вих)}$, дБ	MSE	Виявлення слабких компонент
Без деконволюції	20	4096	0	−2	$1.2\cdot10^{-1}$	Ні
Інверсна	20	4096	0	1	$8.5\cdot10^{-2}$	Частково
Тихонова ($\alpha=10^{-3}$)	20	4096	0	6	$3.1\cdot10^{-3}$	Так
Тихонова ($\alpha=10^{-2}$)	20	4096	0	4	$6.7\cdot10^{-3}$	Так
Фільтр Вінера	20	4096	0	9	$9.4\cdot10^{-4}$	Так
Адаптивний Вінера	20	4096	0	11	$3.2\cdot10^{-4}$	Так

Алгоритмічна реалізація та чисельне моделювання методів деконволюції

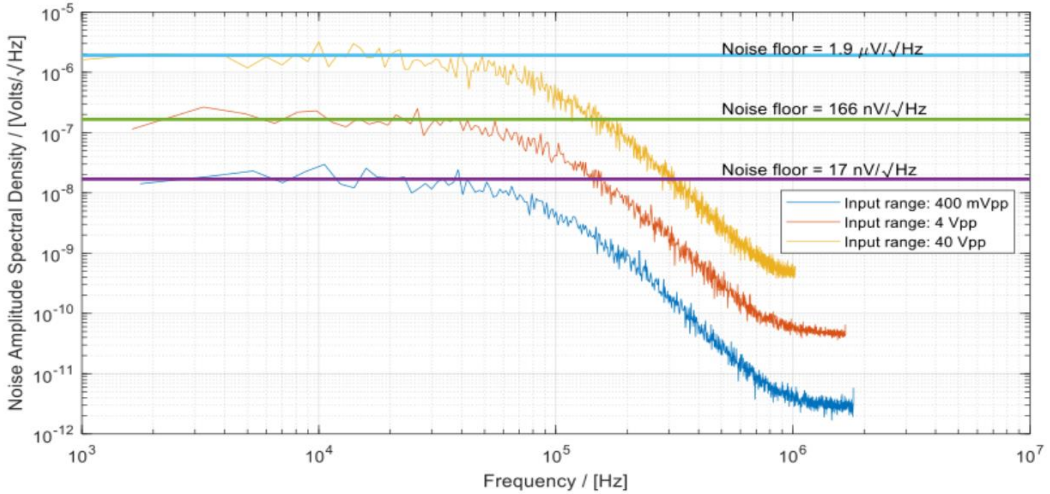
Алгоритмічну реалізацію методів деконволюції досліджено за допомогою чисельного моделювання в умовах частотно-селективних і багатопроменевих спотворень та адитивного шуму. Показано, що класична інверсна деконволюція є неефективною за низького SNR через підсилення шуму, тоді як регуляризовані та адаптивні методи забезпечують стабільне підвищення SNR на 6–9 дБ, зменшення MSE у 10–30 разів і зростання ймовірності виявлення слабких спектральних компонент.

Встановлено, що за SNR $\geq$ 0 дБ регуляризовані методи забезпечують надійне відновлення сигналу, а за SNR $\leq$ −5 дБ ефективними залишаються лише регуляризовані та адаптивні підходи. Отримані результати підтверджують доцільність застосування цих методів у спектральному аналізі телекомунікаційних сигналів.

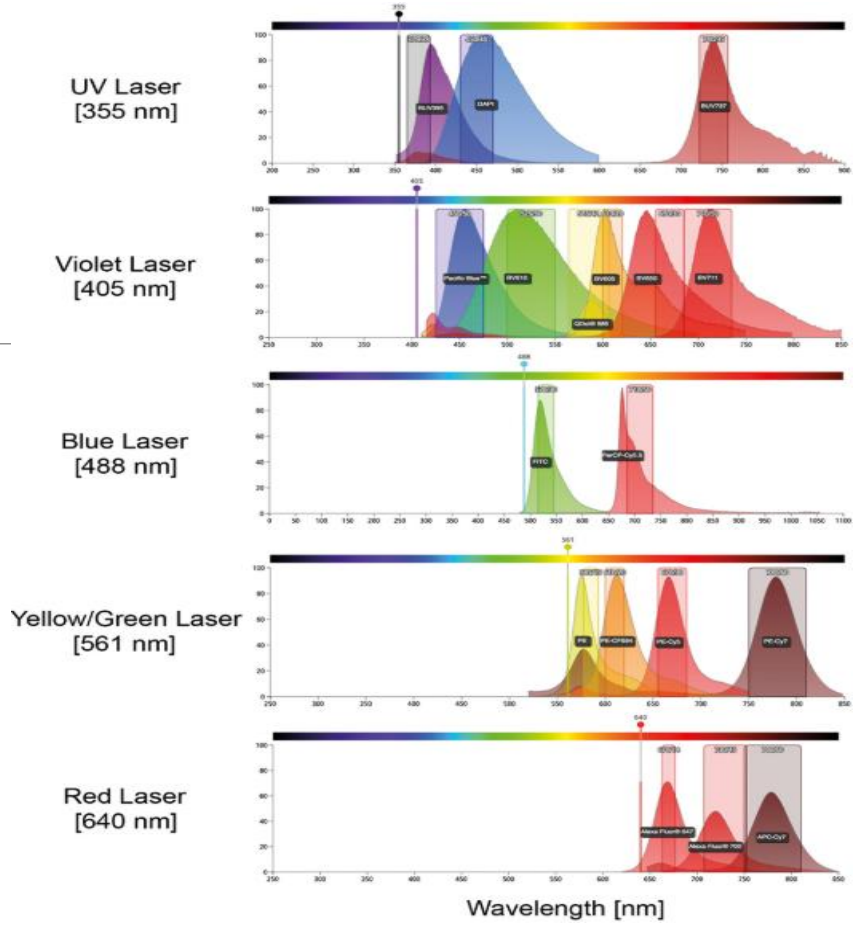
Порівняльні результати чисельного моделювання

Метод обробки	$SNR_{(вх)}$, дБ	$SNR_{(вих)}$, дБ	MSE	Покращення SNR, дБ	Виявлення слабких компонент
Без деконволюції	0	−1.5	$1.1 \cdot 10^{-1}$	–	Ні
Інверсна деконволюція	0	0.5	$8.9 \cdot 10^{-2}$	+2.0	Частково
Регуляризована	0	6.8	$4.2 \cdot 10^{-3}$	+8.3	Так
Адаптивна	0	9.1	$1.3 \cdot 10^{-3}$	+10.6	Так
Регуляризована	−3	3.2	$9.6 \cdot 10^{-3}$	+6.2	Частково
Адаптивна	−3	6.7	$3.9 \cdot 10^{-3}$	+9.7	Так

Практичні рекомендації та сфери застосування методів деконволюції



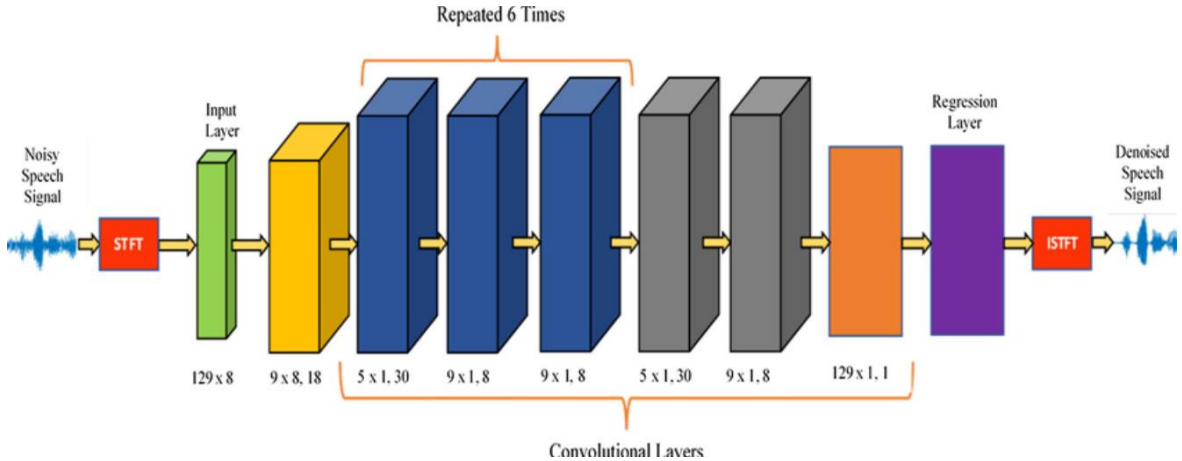
Виявлення слабких спектральних компонент на фоні шуму



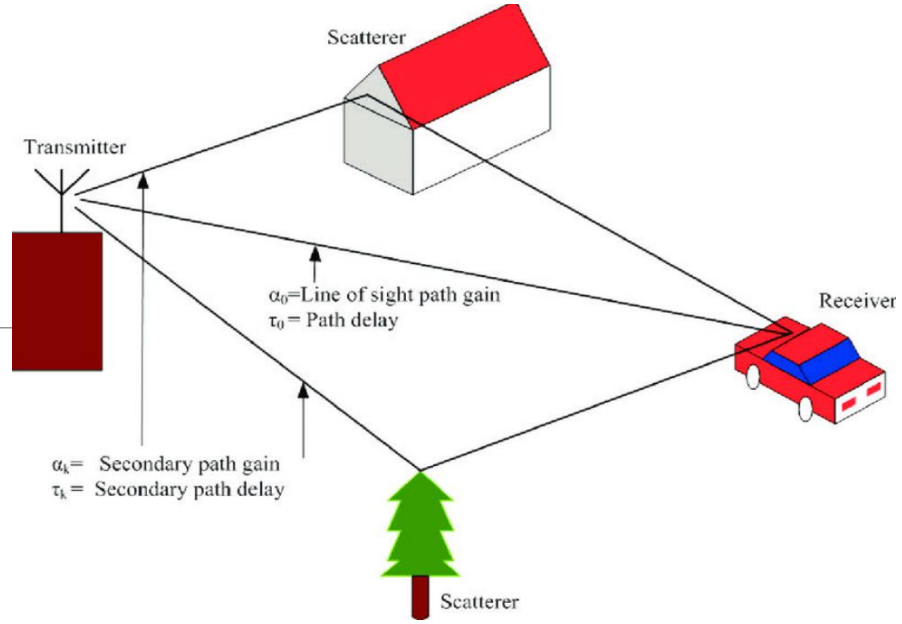
Порівняння спектрів сигналу до та після застосування деконволюції

Результати дослідження підтверджують практичну ефективність методів деконволюції у спектральному аналізі сигналів телекомунікаційних каналів. Їх застосування в приймальному тракті цифрових систем дозволяє компенсувати канальні спотворення, підвищити завадостійкість та інформативність спектрального аналізу. Особливо ефективною деконволюція є для виявлення слабких спектральних компонент у зашумлених каналах, оскільки підвищує контраст між корисним сигналом і шумовим фоном та збільшує ймовірність їх виявлення.

Практичні рекомендації та сфери застосування методів деконволюції



Поєднання методів цифрової обробки сигналів та машинного навчання



Модель багатопроменевого каналу безпроводового зв’язку

У безпроводових системах деконволюція дозволяє компенсувати багатопроменеві спотворення та підвищити стабільність спектрального аналізу. Вона є ефективною також у системах спектрального моніторингу для виявлення слабких сигналів у шумі. Рекомендується застосовувати регуляризовані методи в більшості реальних умов, адаптивні — у нестаціонарних каналах, а поєднання з часово-частотним аналізом підвищує ефективність виявлення. Перспективним напрямом є використання адаптивних алгоритмів і методів машинного навчання.

ВИСНОВКИ

- У кваліфікаційній роботі досліджено методи деконволюції у спектральному аналізі сигналів з метою виявлення слабких і прихованих компонент у телекомунікаційних каналах. Показано обмеженість класичних методів спектрального аналізу в умовах шуму та частотно-селективних спотворень і обґрунтовано доцільність застосування деконволюції для компенсації впливу каналу.
- Виконано порівняльний аналіз класичних, регуляризованих, статистичних та адаптивних методів деконволюції. Побудовано математичну модель сигналу і каналу, формалізовано задачу деконволюції як некоректно поставлену та проведено чисельне моделювання для різних умов зашумлення.
- Отримані результати підтвердили, що використання деконволюції дозволяє підвищити відношення сигнал/шум, зменшити похибку відновлення та збільшити ймовірність виявлення слабких спектральних компонент.
- Зроблено висновок про ефективність регуляризованих і адаптивних методів деконволюції та доцільність їх застосування в сучасних телекомунікаційних системах і задачах спектрального моніторингу.

Дякую за увагу!

Протокол аналізу звіту подібності науковим керівником

Заявляю, що я ознайомився (-лась) з Повним звітом подібності, який був згенерований Системою виявлення і запобігання плагіату щодо роботи:

Автор: Тарас КОЗАЧОК

Назва: ДЕКОНВОЛЮЦІЯ У СПЕКТРАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ СИГНАЛІВ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПРИХОВАНИХ АБО СЛАБКИХ КОМПОНЕНТ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ КАНАЛАХ

Координатор: Дмитро МИРОНОВ

Підрозділ: ННІТ

Коефіцієнт подібності 1:0.2

Коефіцієнт подібності 2:0

Тривога: 11

Після аналізу Звіту подібності констатую наступне:

☐ виявлені в роботі запозичення є сумлінними і не мають ознак плагіату. Тому робота визнається самостійною і допускається до захисту;

☐ виявлені в роботі запозичення не мають ознак плагіату, але їх надмірна кількість викликає сумніви щодо цінності роботи і самостійності її автора. Роботу направити на доопрацювання;

☐ виявлені в роботі запозичення є недобросовісними і мають ознаки плагіату або в ній містяться навмисні спотворення тексту, що вказують на спроби приховування недобросовісних запозичень. У зв'язку з чим, робота не допускається до захисту.

…… ……

Дата *Підпис Наукового керівника*