

**ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ
ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА ІНЖЕНЕРІЇ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему: «Методика симуляції світла в 2D-ігровому просторі
на основі клітинних автоматів»

на здобуття освітнього ступеня магістра
зі спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення
освітньо-професійної програми «Інженерія програмного забезпечення»

*Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень.
Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання
на відповідне джерело*

_____ Микита ВИХОДЦЕВ
(підпис)

Виконав: здобувач вищої освіти групи ПДМ-63
Микита ВИХОДЦЕВ

Керівник: Оксана ЗОЛОТУХІНА
к.т.н., доцент

Рецензент: Наталія ТРІНТІНА
к.т.н., доцент *Ім'я, ПРІЗВИЩЕ*

Київ 2025

**ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**
Навчально-науковий інститут інформаційних технологій

Кафедра Інженерії програмного забезпечення

Ступінь вищої освіти Магістр

Спеціальність 121 Інженерія програмного забезпечення

Освітньо-професійна програма «Інженерія програмного забезпечення»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Інженерії програмного забезпечення

_____ Ірина ЗАМРІЙ

«_____» _____ 2024 р.

**ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

_____ Виходцеву Микиті Миколайовичу

1. Тема кваліфікаційної роботи: «Методика симуляції світла в 2D-ігровому просторі на основі клітинних автоматів»

керівник кваліфікаційної роботи Оксана ЗОЛОТУХІНА д.т.н., доцент,

затверджені наказом Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій від «15» жовтня 2024 р. № 320.

2. Строк подання кваліфікаційної роботи «17» грудня 2024 р.

3. Вихідні дані до кваліфікаційної роботи: науково-технічна література, метод симуляції світлових хвиль в 2D-просторі на основі клітинних автоматів.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Дослідження принципів роботи клітинних автоматів.

2. Аналіз методів симуляції світла.

3. Розробка методу симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів.

5. Перелік ілюстративного матеріалу: *презентація*

1. Аналіз методів симуляції світла.
2. Математична модель клітинного автомату.
3. Блок-схема алгоритму симуляції
4. Інтерференція світлових хвиль від двох точкових джерел.
5. Дифракція на двох щілинах.
6. Порівняльний аналіз методів.

6. Дата видачі завдання «16» жовтня 2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз наявної науково-технічної літератури	16.10-23.10.2024	
2	Вивчення матеріалу технологій моделювання світлових хвиль	24.10-31.10.2024	
3	Дослідження моделі клітинних автоматів	01.11-07.11.2024	
4	Аналіз методів симуляції світла	03.11-09.11.2024	
5	Розробка математичної моделі клітинного автомату для симуляції світлових хвиль	10.11-14.11.2024	
7	Оформлення роботи: вступ, висновки, реферат	15.11-21.11.2024	
8	Розробка демонстраційних матеріалів	22.11-26.11.2024	
9	Попередній захист роботи	28.11.2024	

Здобувач вищої освіти

(підпис)

Микита ВИХОДЦЕВ

Керівник
кваліфікаційної роботи

(підпис)

Оксана ЗОЛОТУХІНА

РЕФЕРАТ

Текстова частина кваліфікаційної роботи на здобуття освітнього ступеня магістра: 72 стор., 27 рис., 36 джерел.

Мета роботи – підвищити точність симуляції світла в 2D-ігрових середовищах шляхом моделювання хвильових ефектів світла.

Об'єкт дослідження – процес симуляції світла в 2D-ігровому середовищі.

Предмет дослідження – метод симуляції світла в 2D-ігровому середовищі на основі клітинних автоматів.

Проведено огляд методів симуляції світла, таких як Ray Tracing, Phong Illumination, Radiosity, виявлено переваги і недоліки кожного підходу, що дало змогу обґрунтувати вибір клітинних автоматів для розв'язання поставленої задачі.

Була розроблена математична модель для симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів, а реалізація алгоритму моделі дозволила успішно відтворити хвильові явища, зокрема інтерференцію та дифракцію в 2D-просторі.

Результати симуляції підтверджені теоретичними розрахунками, що свідчить про точність розробленої моделі. Проведений аналіз точності, зокрема перевірка ширини інтерференційної смуги симуляції, повністю відповідає теоретичним розрахункам.

Розроблена модель демонструє, що клітинні автомати є корисним інструментом для моделювання світлових явищ у 2D-просторі. Запропонована модель може бути використана для створення реалістичних світлових ефектів, що підтверджує її перспективність використання в ігрових застосунках, наукових і прикладних задачах.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: КЛІТИННІ АВТОМАТИ, СИМУЛЯЦІЯ СВІТЛА, ХВИЛЬОВІ ЯВИЩА, 2D-ПРОСТІР, GAMEDEV.

ABSTRACT

Text part of the master's qualification work: 72 pages, 27 pictures, 36 sources.

The purpose of the work is to improve the accuracy of light simulation in 2D game environments by modeling the wave effects of light.

Object of research – the process of simulating light in a 2D gaming environment.

Subject of research – a method for simulating light in a 2D gaming environment based on cellular automata.

Summary of the work: A review of light simulation methods, including Ray Tracing, Phong Illumination, and Radiosity, was conducted, identifying their advantages and disadvantages, which justified the choice of cellular automata for the task.

A mathematical model for simulating light waves using cellular automata was developed, successfully reproducing wave phenomena such as interference and diffraction in 2D space.

The simulation results are confirmed by theoretical calculations, indicating the model's accuracy. The analysis of the interference fringe width shows full consistency with theoretical values. The model demonstrates that cellular automata are effective for modeling light phenomena in 2D space and can create realistic lighting effects, highlighting its potential for gaming, scientific, and applied applications.

KEYWORDS: CELLULAR AUTOMATA, LIGHT SIMULATION, WAVE PHENOMENA, 2D SPACE, GAMEDEV.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	9
1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ	12
1.1. Симуляції світла у двовимірному просторі.	12
1.2. Огляд клітинних автоматів.....	14
1.3. Застосування клітинних автоматів	16
1.3.1. Гра «Життя» (Conway's Game of Life).....	21
1.3.2. Мураха Ленгтона (Langton's Ant)	24
1.3.3. Мозок Брайана (Brian's Brain)	26
1.4. Огляд актуальних наукових робіт в галузі	27
2 АНАЛІЗ МЕТОДІВ СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛА.....	34
2.1. Аналіз існуючих методів симуляції світла	34
2.1.1. Метод трасування променів у 2D (Ray Tracing)	34
2.1.2. Модель освітлення Фонга (The Phong Illumination Model)..	38
2.1.3. Метод Radiosity	41
2.2. Світлові карти як інструмент для моделювання статичного освітлення.....	43
2.3. Математична модель для симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів	46
3 РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ НА ОСНОВІ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ.....	51
3.1. Псевдокод програмної реалізації клітинного автомату.....	51
3.2. Експериментальне дослідження моделі	54
3.3. Визначення точності моделі.....	64
ВИСНОВКИ	72
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	73
ДОДАТОК А. ДЕМОНСТРАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ (Презентація)	78
ДОДАТОК Б. ЛІСТИНГ ПСЕВДОКОДУ АЛГОРИТМУ СИМУЛЯЦІЇ	84

ВСТУП

При створенні реалістичної графіки в іграх, світло займає дуже важливу роль, воно додає атмосферу та естетичну привабливість до ігрових світів та робить їх «живими» [1]. Але окрім візуального вигляду гри, якісне освітлення дозволяє створювати додаткові механіки, при взаємодії гравця з навколишнім середовищем, що, об'єктивно, підвищує рівень зануреності гравця в ігровий процес. То ми маємо, що симуляція світла є особливо важливою частиною ігор, але її реалізація також є складною задачею для розробників. Балансування між якістю симуляції світла та обчислювальної ефективністю таких алгоритмів є критичним для багатьох ігор, особливо під не потужні пристрої, такі як мобільні телефони.

Класичні підходи до симуляції світла, такі як ray tracing чи radiosity хоча і демонструють високу точність, але мають значні обчислювальні витрати. Натомість використання клітинних автоматів як методу моделювання фізичних процесів відкриває нові можливості для симуляції світла. Клітинні автомати дозволяють імітувати хвильові процеси в 2D-просторі, включаючи дифракцію, рефракцію та інтерференцію, що робить їх перспективним підходом для використання в ігрових додатках.

Розробка нових методів симуляції світла з використанням клітинних автоматів є актуальною як для світової наукової спільноти, так і для практичного впровадження в ігровій індустрії. У сучасних дослідженнях цей підхід активно використовується для моделювання різних фізичних процесів, але адаптація до ігрового середовища потребує додаткових досліджень. Особливий інтерес цей підхід викликає в контексті розвитку інді-ігор, де розробники шукають прості та ефективні рішення для візуалізації світлових ефектів.

Для України ця тема має додаткову актуальність, враховуючи величезний інтерес до розробки ігор і використання сучасних графічних технологій. Місцеві розробники прагнуть створювати конкурентоспроможні продукти, що відповідають міжнародним стандартам. Розробка простих і візуально

привабливих моделей симуляції світла здатна підвищити якість ігор, що виробляються вітчизняними компаніями, і забезпечити їм конкурентні переваги на світовому ринку.

Наукова новизна полягає в створенні нового підходу до моделювання світлових хвиль у двовимірному ігровому просторі на основі клітинних автоматів. Запропонована модель поєднує принципи хвильової оптики із методикою клітинних автоматів, що дозволяє точно відтворювати ключові властивості світлових хвиль, такі як дифракція та інтерференція.

Розроблений алгоритм адаптується для використання у реальному часі, що є значущим досягненням у контексті обмежених ресурсів, характерних для мобільних ігор або простих інді-розробок. Крім того, модель передбачає використання коефіцієнта маси клітин, що додає додаткову гнучкість у створенні реалістичних світлових ефектів, які можуть бути адаптовані до конкретних потреб розробника.

Дослідження також доповнює існуючу базу знань у галузі застосування клітинних автоматів для моделювання фізичних явищ, розширюючи їхнє використання для симуляцію оптичних явищ у 2D-просторі.

Практична значущість полягає у створенні інструменту для моделювання світлових ефектів у 2D-ігрових середовищах, що є простим у реалізації, точним та гнучким для адаптації до різних умов.

Окрім того, модель може знайти застосування у навчальних та дослідницьких проєктах. Завдяки відносній простоті математичної бази, вона є придатною для вивчення основних принципів оптики та комп'ютерного моделювання фізичних явищ. Це робить її цінним інструментом для студентів та науковців у галузі комп'ютерної графіки, фізики та програмування.

Таким чином, розробка методу симуляції світла на основі клітинних автоматів не лише розширює теоретичні можливості в галузі математичного моделювання, але й пропонує конкретні інструменти для практичного застосування в ігровій індустрії, освітніх програмах та дослідницьких проєктах.

Мета роботи – підвищити точність симуляції світла в 2D-ігрових середовищах шляхом моделювання хвильових ефектів світла.

Об'єкт дослідження – процес симуляції світла в 2D-ігровому середовищі.

Предмет дослідження – метод симуляції світла в 2D-ігровому середовищі на основі клітинних автоматів.

Для досягнення мети в процесі дослідження вирішувалися наступні завдання:

1. Літературний огляд – проведено дослідження і аналіз існуючих наукових джерел, щоб отримати повне уявлення про різноманітні методи та технології, що використовуються для симуляції світла в 2д ігровому просторі.

2. Дослідження методів симуляції світла – проведено порівняльний аналіз ефективності алгоритмів та методик симуляції світла.

3. Моделювання та програмування – розроблено модель, що симулює процес розповсюдження світлових хвиль у двовимірному просторі, виконано програмування для реалізації алгоритму.

4. Аналіз моделі – визначено особливості поведінки моделі та її потенціал для моделювання світлових ефектів в ігрових додатках.

5. Тестування моделі – проведено експериментальні дослідження щоб визначити точність симуляції у відтворенні світлових хвиль.

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

1.1. Симуляції світла у двовимірному просторі.

Симуляція світла у двовимірному просторі є важливим аспектом розробки ігрових середовищ, адже вона не лише забезпечує візуальну естетику, але й значною мірою впливає на ігрову механіку. Світлові ефекти дозволяють створювати тіні, освітлювати об'єкти в реальному часі. У двовимірних іграх вони грають ключову роль у формуванні атмосфери та забезпеченні динамічного сприйняття сцени.

Сучасні методи симуляції світла в 2D-просторі поділяються на два основні підходи: фізично точні [2], що базуються на реалістичному відтворенні світлових хвиль, та спрощені [3], які знижують обчислювальну складність для забезпечення роботи в реальному часі. Класичним прикладом першої групи є методи трасування променів [4], які моделюють рух світлових частинок і взаємодію їх з об'єктами середовища. Трасування променів здатне точно враховувати такі фізичні явища, як відбиття, заломлення та поглинання, однак вимагає значних обчислювальних ресурсів. У зв'язку з цим, для 2D-ігор, особливо на мобільних платформах, цей метод використовується рідко. Спрощені методи, такі модель освітлення Фонга [5], дозволяють досягти високої продуктивності, проте часто поступаються точністю у відтворенні фізичних властивостей світла.

Одним із перспективних напрямів симуляції світла є використання клітинних автоматів для симуляції світлових хвиль. Цей метод передбачає розбиття простору на сітку клітин, кожна з яких зберігає певну інформацію про стан світла в цій точці, наприклад, висоту хвилі або швидкість її розповсюдження. Завдяки простим правилам оновлення стану клітин, метод дозволяє моделювати складні фізичні явища з помірними обчислювальними витратами. Особливістю клітинних

автоматів є можливість імітації хвильових процесів, включаючи дифракцію, інтерференцію [6], які складно реалізувати іншими підходами.

Двовимірною симуляцією світла на основі клітинних автоматів має кілька ключових переваг. По-перше, вона дозволяє створювати динамічні ефекти в реальному часі без суттєвих затрат ресурсів, що є важливим для ігрових додатків. По-друге, метод є масштабованим і дозволяє легко адаптувати модель під конкретні потреби гри. Наприклад, шляхом коригування параметрів сітки або правил оновлення стану клітин можна моделювати різні фізичні властивості середовища.

Розглядаючи фізичну основу симуляції світла, слід зазначити, що хвильові процеси є її центральною складовою. Світлові хвилі поведуться подібно до хвиль на воді, поширюючись у просторі, відбиваючись від перешкод та інтерферуючи одна з одною. У двовимірному середовищі ці явища відображаються у вигляді змін інтенсивності світла залежно від відстані до джерела та наявності перешкод. Відповідно, модель, що імітує світло, має враховувати як поширення хвилі, так і її взаємодію з об'єктами середовища.

Особливістю симуляції світла у 2D-просторі є те, що більшість фізичних явищ, властивих світлу, можуть бути зведені до локальних взаємодій між сусідніми точками. Це дозволяє використовувати клітинні автомати, адже їхня основна ідея ґрунтується на простих правилах, які визначають стан клітини залежно від стану сусідніх клітин. Таким чином, клітинні автомати є не лише ефективним, але й природним підходом до моделювання світлових хвиль.

Узагальнюючи, можна зробити висновок, що симуляція світла у двовимірному просторі є важливим завданням, яке потребує поєднання фізичної точності та обчислювальної ефективності. Існуючі методи, хоча і мають свої переваги, не завжди дозволяють досягти цього балансу. У цьому контексті використання клітинних автоматів представляється як перспективний напрямок, що дозволяє вирішити низку проблем, пов'язаних із моделюванням світлових хвиль у реальному часі.

1.2. Огляд клітинних автоматів

Клітинні автомати є математичною моделлю, що було запропонована Джоном фон Нейманом у середині XX століття для моделювання складних систем, здатних до самоорганізації [7]. З того часу клітинні автомати знайшли застосування у багатьох наукових галузях, включаючи фізику, біологію, інформатику, а також у моделюванні природних явищ і динаміки складних систем.

Основна ідея клітинних автоматів полягає у поділі простору на дискретну сітку клітин, кожна з яких має свій стан. Стан кожної клітини змінюється у часі відповідно до заздалегідь визначених правил, які враховують поточний стан клітини та стани її сусідів. Ці правила є локальними, тобто кожна клітина "знає" лише про стан сусідніх клітин, однак у результаті таких взаємодій можуть виникати глобальні поведінкові закономірності, що моделюють складні процеси.

Клітинні автомати мають наступні характеристики:

1. Дискретність – простір, час і стан клітини є дискретними. Це означає, що всі зміни відбуваються у визначені моменти часу і лише між фіксованими станами.
2. Локальність – оновлення стану клітини залежить лише від її власного стану та станів сусідніх клітин. Такий підхід робить клітинні автомати обчислювально ефективними і простими для реалізації.
3. Простота правил – правила оновлення зазвичай описуються через прості математичні або логічні вирази. Це забезпечує легкість адаптації клітинних автоматів до різних задач.

Клітинні автомати можуть бути класифіковані за структурою, залежно від кількості вимірів:

1. Одновимірні клітинні автомати – найпростіший тип, де простір представлений як ланцюжок клітинок (лінійний масив клітин), де у кожної клітини є по одному сусіду зліва та справа, що представлено на рис. 1.1.

2. Двовимірні клітинні автомати – простір представлений у вигляді сітки клітин (двовимірний масив клітин). Найвідомішим двовимірним клітинним автоматом є гра "Життя" Конвея.

3. Тривимірні клітинні автомати – простір представлений у вигляді тривимірного масиву, що застосовуються для моделювання складних тривимірних процесів.

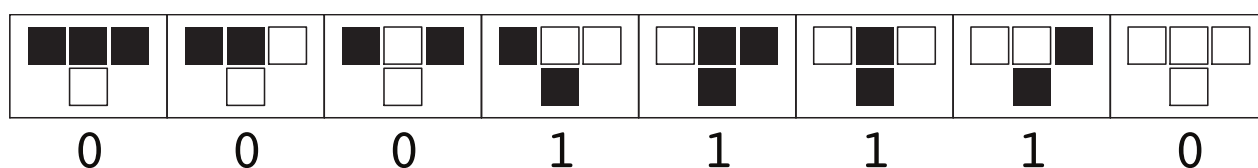


Рис. 1.1 Елементарний клітинний автомат, де кожна клітинна має тільки два можливих значення 1 або 0, які залежать від стану сусідніх клітин [8]

В кваліфікаційній роботі представлена математична модель двовимірного клітиного автомату. Для такої структури найчастіше використовуються наступні сусідства:

- сусідство фон Неймана – у клітини є 4 сусіди: зліва, справа, зверху, знизу рис. 1.2;
- сусідство Мура – у клітини є 8 сусідів, зліва, справа, зверху, знизу та клітини по діагоналі рис. 1.3.

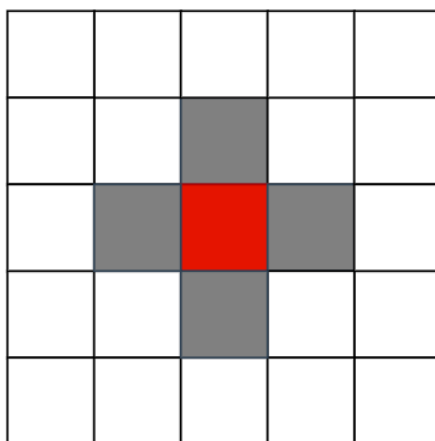


Рис. 1.2 Сусідство фон Неймана, сірі клітини є сусідами червоної клітини

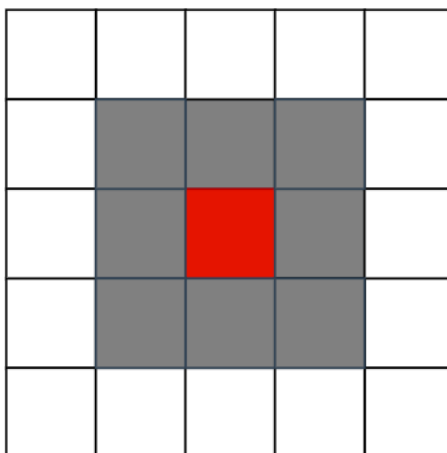


Рис. 1.3 Сусідство Мура, сірі клітини є сусідами червоної клітини

1.3. Застосування клітинних автоматів

Клітинні автомати є ефективним математичним інструментом для моделювання складних систем, які змінюються з часом. Завдяки своїй універсальності, клітинні автомати використовуються у різних наукових і технічних галузях для аналізу природних, соціальних і техногенних процесів. Зокрема, вони використовуються для:

1. Фізика та природничі науки – клітинні автомати знайшли застосування в фізичних науках завдяки здатності моделювати складні природні явища. Їхня ключова особливість полягає у здатності імітувати динаміку багатьох фізичних і природних процесів [9] шляхом простих правил оновлення стану елементів сітки, які взаємодіють тільки з своїми сусідами.

У фізиці клітинні автомати застосовуються для вивчення динамічних систем, наприклад вони використовуються для моделювання потоків рідин у динаміці рідин. Латисні методи Болцмана [10], які є однією з варіацій клітинних автоматів, дозволяють відтворювати поведінку рідин на мікроскопічному рівні, що наведено на рис. 1.4, що важливо для дослідження турбулентності, дифузії і взаємодії багатофазних середовищ. Такі моделі мають переваги над класичними методами,

бо вони не вимагають складних аналітичних розв'язків і є ефективними для паралельних обчислень.

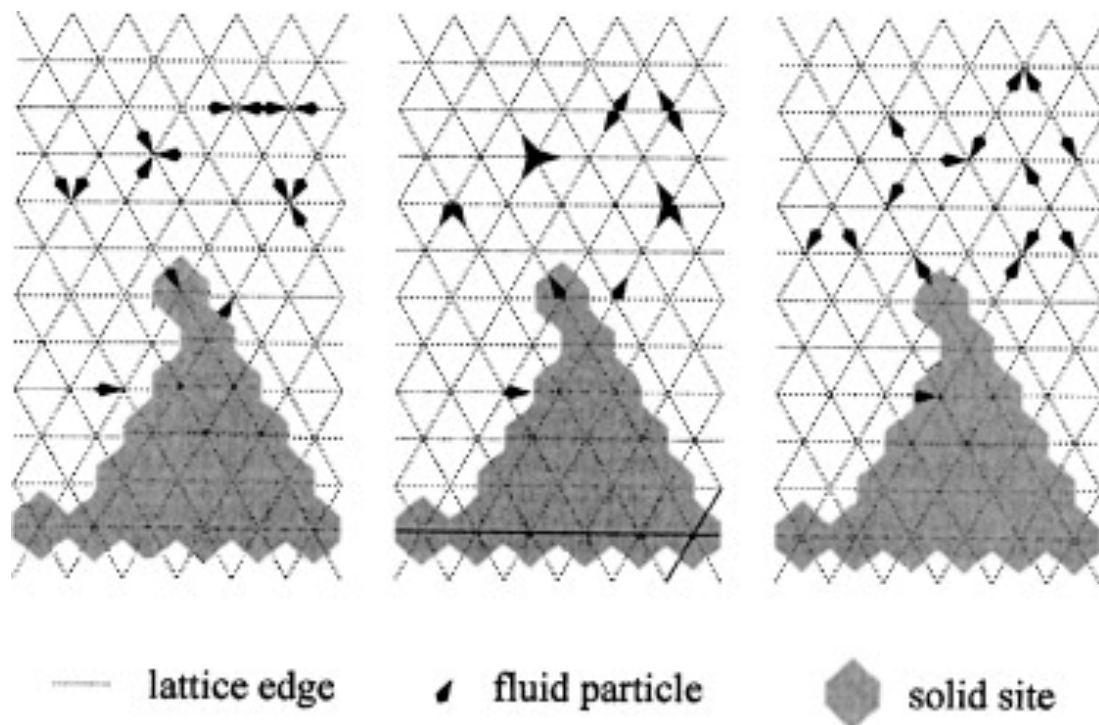


Рис. 1.4 Приклад симуляції рідин [10]

Іншим значущим напрямком є моделювання фазових переходів. Клітинні автомати використовуються для вивчення таких явищ, як утворення кристалів рис. 1.5, фазові переходи в магнетиках і динаміка спінових систем. Завдяки простим правилам, вони дозволяють спостерігати, як локальні зміни в структурі матеріалу ведуть до макроскопічних змін його властивостей. Зокрема, модель Ізінга, побудована на основі клітинних автоматів, є однією з найпоширеніших у фізиці для опису фазових переходів.

Такі моделі корисні завдяки своїй здатності наочно відтворювати явища та адаптуватися до складних умов, що часто виникають у фізичних експериментах. Наприклад, вивчення динаміки рідин у пористих матеріалах або симуляція поведінки багатофазових систем є важливими для промислових і наукових досліджень.

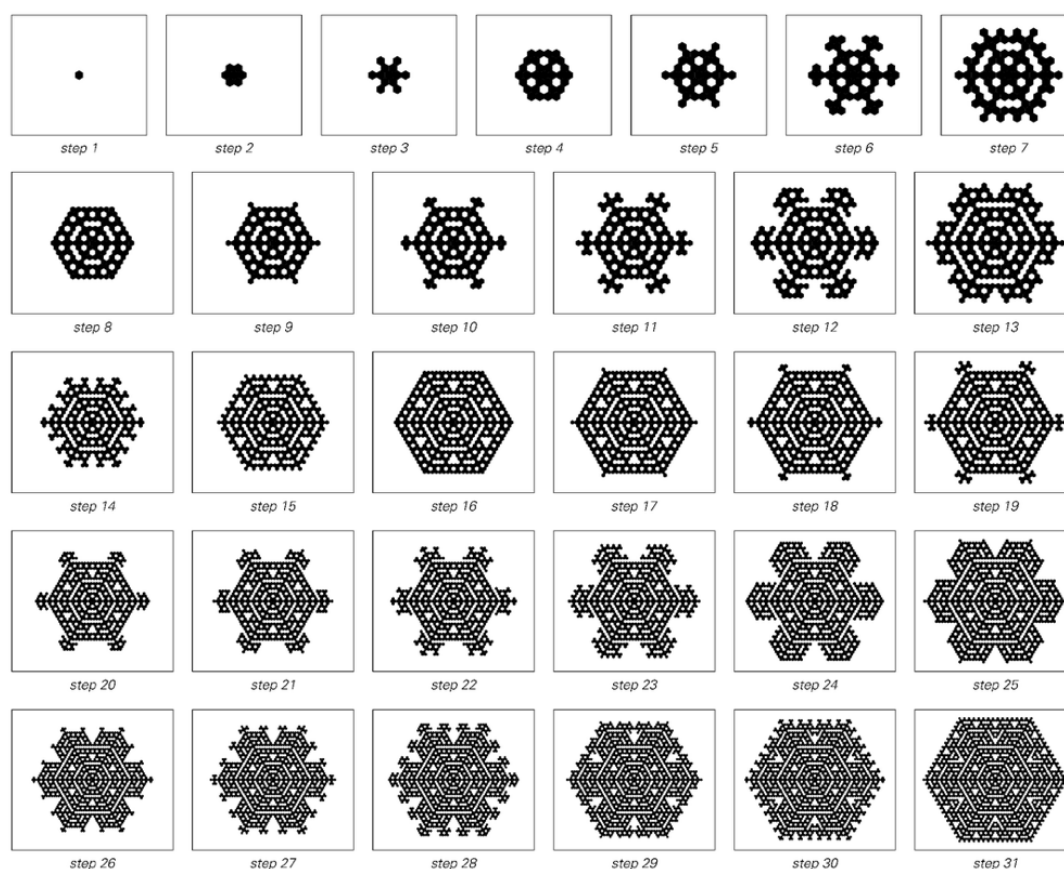
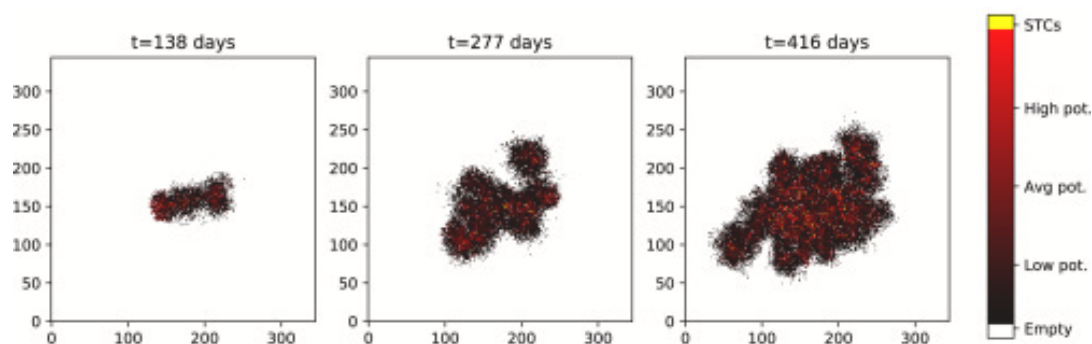


Рис. 1.5 Приклад створення кристалів сніжинок [11]

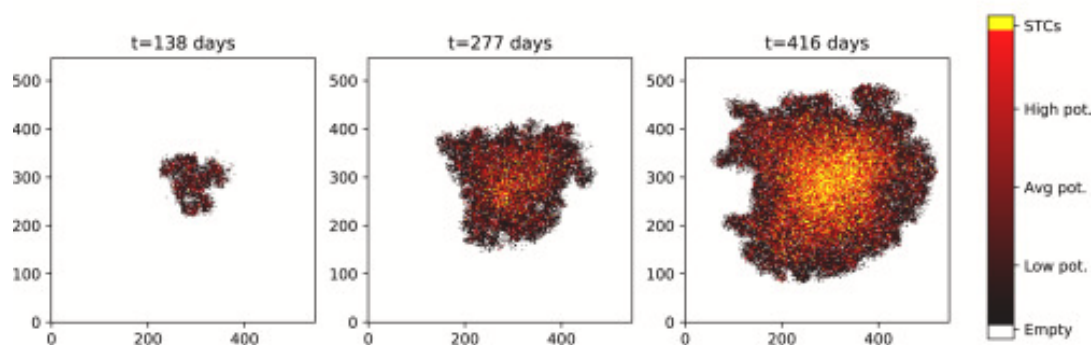
2. Біологія – клітинні автомати широко застосовуються у біологічних дослідженнях для моделювання процесів росту, розвитку та самоорганізації живих систем. Вони дозволяють вивчати процеси формування тканин, органів і навіть цілих організмів, що особливо важливо у біомедичних дослідженнях. Наприклад, клітинні автомати використовуються для моделювання розвитку ембріонів або симуляції росту ракових клітин рис. 1.6, що допомагає зрозуміти механізми цих процесів.

У екології клітинні автомати є важливим інструментом для моделювання взаємодії популяцій у екосистемах. Вони допомагають досліджувати процеси, пов'язані з поширенням інвазійних видів, динамікою лісів або розподілом ресурсів.

Завдяки простоті та гнучкості клітинні автомати можуть враховувати велику кількість факторів, таких як зміни клімату, сезонні цикли чи взаємодія між видами.



(c) $P_A = 10\%$



(d) $P_A = 30\%$

Рис. 1.6 Приклад просторового росту репрезентативної пухлини [12]

Також особливо цінним є використання клітинних автоматів для моделювання епідемій [13]. Вони дозволяють прогнозувати поширення інфекцій, оцінювати ефективність заходів профілактики та вивчати взаємодію хвороби з навколишнім середовищем. Такі моделі стали надзвичайно важливими під час пандемій, надаючи інструменти для аналізу сценаріїв поширення захворювань і їхнього контролю.

3. У галузі інформаційних технологій клітинні автомати використовуються для вирішення багатьох задач, пов'язаних із моделюванням, оптимізацією та автоматизацією обчислювальних процесів. Одним із найвідоміших застосувань є

використання клітинних автоматів у криптографії для створення генераторів псевдовипадкових чисел [14], які є основою сучасних шифрувальних алгоритмів. Завдяки своїй простій реалізації та високій ефективності клітинні автомати забезпечують високий рівень безпеки даних.

Клітинні автомати також застосовуються у комп'ютерній графіці для генерації складних текстур та процедурного створення зображень [15]. Їх здатність створювати реалістичні візерунки та структури робить їх популярними у розробці відеоігор і анімації. Наприклад, процедурні ландшафти або детальні текстури можуть бути створені на основі простих правил клітинних автоматів.

У сфері штучного інтелекту клітинні автомати використовуються для моделювання самоорганізації та поведінки складних систем. Це включає створення адаптивних алгоритмів для машинного навчання та моделювання поведінки нейронних мереж. Їх застосування відкриває нові горизонти для розробки ефективних систем прогнозування та класифікації даних.

4. Соціальні науки – клітинні автомати знаходять своє місце і в соціальних науках, де вони допомагають моделювати поведінку людей у великих спільнотах. Одним із прикладів є моделювання руху натовпу, що важливо для планування евакуацій або організації масових заходів [16]. Завдяки клітинним автоматам можна враховувати індивідуальні особливості поведінки людей і їхню взаємодію в групі.

У економіці клітинні автомати використовуються для вивчення динаміки ринків, взаємодії між економічними агентами та прогнозування змін у попиті й пропозиції. Наприклад, вони дозволяють моделювати взаємодію споживачів і виробників, враховуючи складні соціальні фактори. Такі моделі допомагають зрозуміти, як рішення окремих агентів впливають на глобальні економічні тенденції.

Клітинні автомати також застосовуються для аналізу урбаністичних процесів, таких як міграція населення, розвиток інфраструктури та урбанізація.

Вони дозволяють прогнозувати, як змінюватиметься структура міст під впливом демографічних і економічних чинників.

Можливе також застосування клітинних автоматів також а моделюванні хвильових процесів. Локальність правил і паралельна природа цього методу дозволяють ефективно симулювати розповсюдження світлових хвиль у двовимірному просторі. У цьому контексті клітинні автомати забезпечують можливість імітувати явища дифракції та інтерференції світла, які є складними для відтворення за допомогою інших методів.

Симуляція світлових хвиль на основі клітинних автоматів базується на тому, що кожна клітина сітки має стан, що відображає інтенсивність світла чи інші параметри хвилі. Зміна стану клітини залежить від стану сусідів і описується простими рівняннями. Це дозволяє не лише досягти фізичної точності, але й забезпечити високу продуктивність, необхідну для роботи в реальному часі.

Далі буде розглянуто найвідоміші двовимірні клітинні автомати. Аналіз цих моделей дозволить глибше зрозуміти принципи роботи клітинних автоматів, їхні особливості та можливості для моделювання складних динамічних систем. Вивчення цих класичних прикладів є важливим, оскільки вони демонструють універсальність клітинних автоматів і їх здатність відтворювати як детерміновані, так і хаотичні процеси. Це знання необхідне для обґрунтування використання клітинних автоматів у специфічних задачах, таких як симуляція фізичних або природних явищ, і для подальшого вдосконалення розроблених моделей.

1.3.1. Гра «Життя» (Conway's Game of Life)

"Гра життя" Джона Конвея [17] – це класичний приклад двовимірного клітинного автомата, який наочно демонструє, як прості правила можуть породжувати неймовірно складну та динамічну поведінку рис. 1.7. Ця модель, створена у 1970 році, завдяки своїй універсальності та простоті стала популярним інструментом для вивчення самоорганізації, обчислювальної потужності клітинних автоматів та дослідження складних систем.



Рис. 1.7 Приклад роботи гри «Життя» [17]

Клітинна сітка складається з клітин, кожна з яких має один із двох станів: жива (1) або мертва (0). Час поділений на дискретні кроки, а стан кожної клітини змінюється згідно з правилами, залежно від її поточного стану та сусідів, визначених сусідством Мура (8 клітин, які оточують її з усіх боків).

Правила:

1. Народження: мертва клітина стає живою, якщо рівно три сусіди є живими.
2. Виживання: жива клітина залишається живою, якщо має два або три живих сусіди.
3. Смерть: жива клітина помирає, якщо має менше двох сусідів або більше трьох.

Ці правила створюють ідеальний баланс між стабільністю та змінами, що дозволяє утворювати надзвичайну різноманітність складної поведінки:

– стабільні структури: фігури, які залишаються незмінними після кожного кроку рис. 1.8, оскільки виконують правила без змін, наприклад, "блок", "статок" чи "корабель";

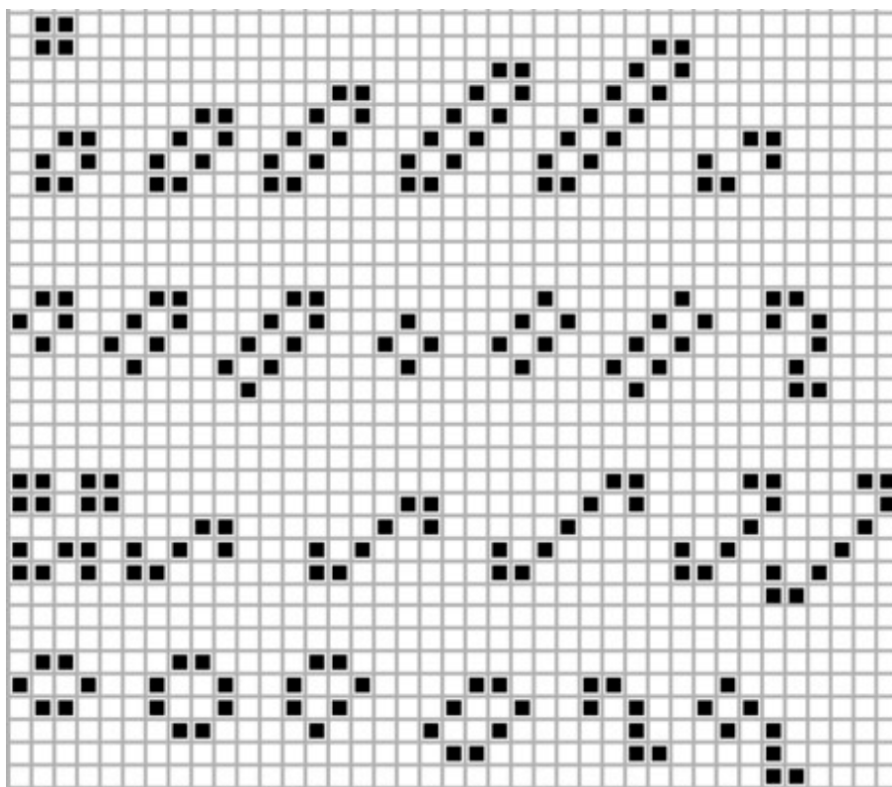


Рис. 1.8 Стабільні структури гри «Життя» [17]

– осцилятори: об'єкти, які періодично змінюються, завжди повертаючись до своєї початкової форми, через певну кількість періодів осциляції рис. 1.9. Вони можуть мати різні періоди, наприклад, "маятник" змінюється кожні два покоління, а "зірка" може мати період у кілька поколінь;

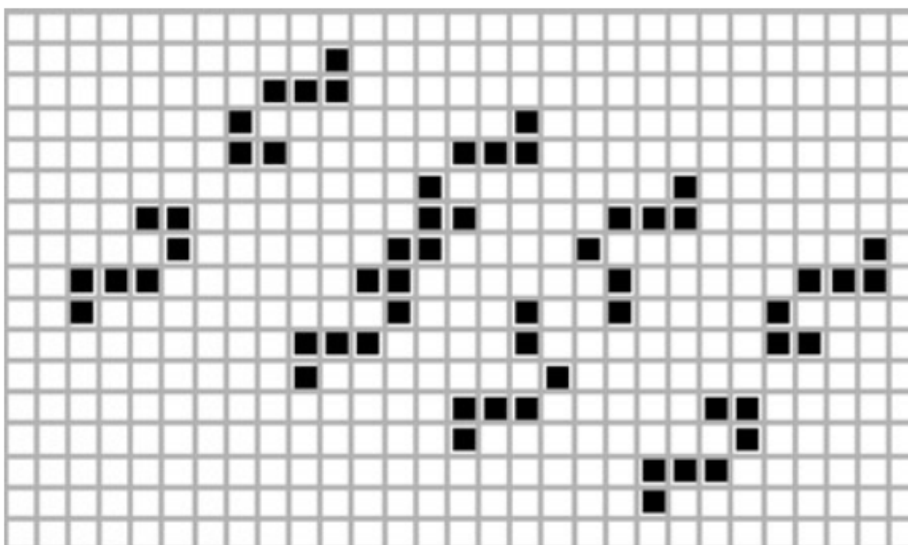


Рис. 1.9 Осцилятор з періодом 3 [17]

– глайдери: певна структура клітин, які періодично змінюють свій стан і просуваються по сітці клітин в певному напрямку рис. 1.10. Глайдери часто використовуються для передачі інформації у складних конфігураціях "Гри життя".

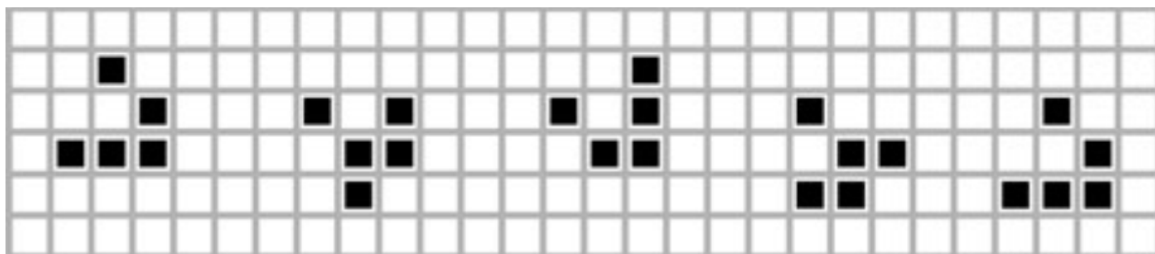


Рис. 1.10 Глайдер з шагом 4 [17]

Доведено, що "Гра життя" є універсальною обчислювальною системою. Це означає, що її можна використовувати для симуляції будь-якої логічної чи арифметичної операції, аналогічно до машини Тюрінга.

"Гра життя" використовується для дослідження складних систем, моделювання біологічних процесів, аналізу обчислювальної потужності клітинних автоматів та створення цікавих візуальних ефектів. Її простота та доступність зробили її популярним засобом для вивчення теорії складності та динамічних систем.

1.3.2. Мураха Ленгтона (Langton's Ant)

"Мураха Ленгтона" – це ще один простий, але вражаючий приклад двовимірного клітинного автомата [18]. Цей автомат моделює рух уявної істоти, яка змінює стан клітин на сітці відповідно до простих правил. Він був запропонований Крісом Ленгтоном у 1986 році та став яскравим прикладом того, як хаос може перетворюватися на впорядкованість.

Основні елементи:

- сітка – визначена за розміром або нескінченна двовимірна сітка, де кожна клітина може бути тільки в двох станах: біла (0) або чорна (1);

- мураха – це об'єкт, який переміщується сіткою та змінює стан клітин, через які проходить.

Правила руху мурахи:

1. Якщо мураха перебуває на білій клітині (0), вона повертає праворуч на 90° , змінює колір клітини на чорний (1) і рухається вперед.
2. Якщо мураха перебуває на чорній клітині (1), вона повертає ліворуч на 90° , змінює колір клітини на білий (0) і рухається вперед.

Спочатку "мураха" рухається хаотично, створюючи випадкові траєкторії, але через кілька тисяч ходів її поведінка змінюється. Вона починає формувати впорядковану доріжку, яку називають "шосе" рис. 1.11. Це нескінченна симетрична структура, яка повторюється, демонструючи перехід від хаосу до порядку. Попри простоту правил, поведінка мурахи Ленгтона є непередбачуваною для коротких часових проміжків.



Рис. 1.11 Картина еволюції мурашки, що спостерігається після 12000 кроків [18]

"Мураха Ленгтона" використовується для вивчення алгоритмів, самоорганізації та динаміки систем. Вона є прикладом того, як прості системи можуть породжувати складну поведінку, що знаходить застосування в моделюванні нейронних мереж та транспортних систем.

1.3.3. Мозок Брайана (Brian's Brain)

"Мозок Брайана" – це клітинний автомат, створений Браяном Сільверманом, який моделює динамічні процеси, подібні до поведінки хвиль збудження у нейронних мережах або серцевій тканині.

Основні елементи:

Клітинна сітка складається з клітин, кожна з яких має один із трьох станів: активна, вмирає або неактивна. Час поділений на дискретні кроки, а стан кожної клітини змінюється згідно з правилами, залежно від її поточного стану та сусідів, визначених сусідством Мура (8 клітин, які оточують її з усіх боків).

Правила зміни стану:

1. Активна клітина переходить у вмираючий стан.
2. Вмираюча клітина стає неактивною.
3. Неактивна клітина активується, якщо має рівно двох активних сусідів.

Під час симуляції клітинного автомату виникають хвильові патерни, які рухаються сіткою рис. 1.12. Ці хвилі імітують електричні імпульси у нейронних мережах або серцеву активність. Клітини взаємодіють локально, але хвилі поширюються на великі ділянки сітки, створюючи складні візерунки. Поведінка системи є повністю детермінованою, але виглядає як органічна й природна. Виникають стабільні хвильові структури, які поширюються без руйнування, якщо початкові умови не змінюються.

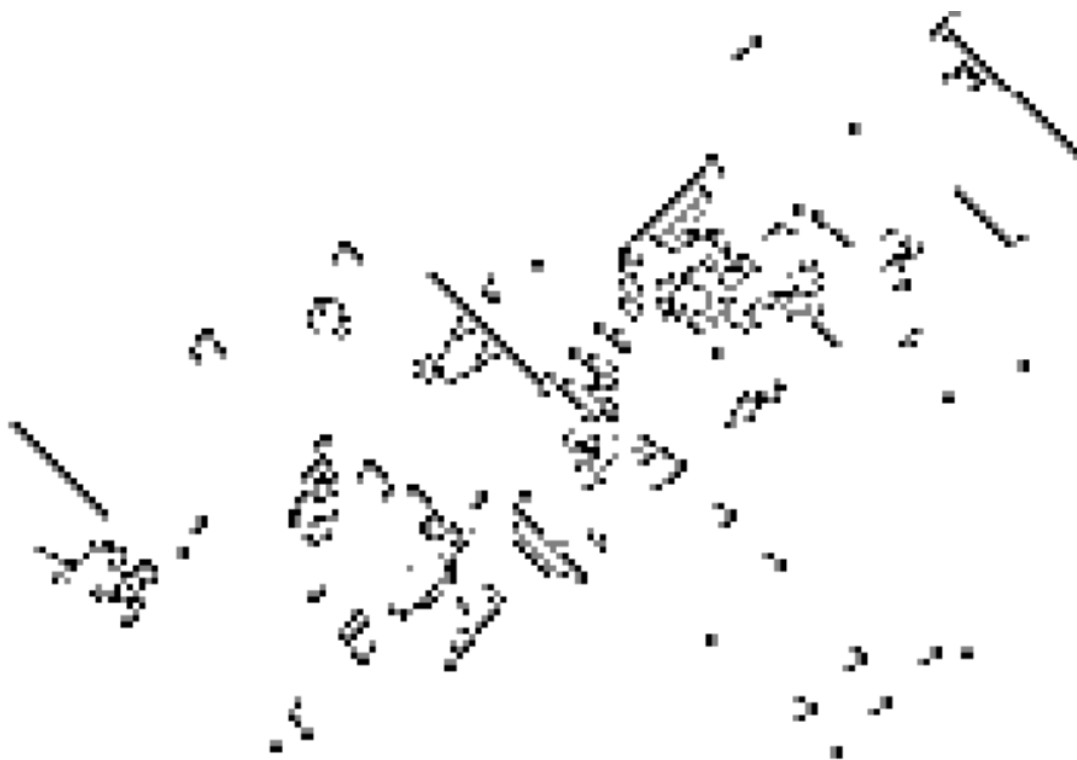


Рис. 1.12 Приклад симуляції моделі [19]

Цей автомат використовується для моделювання хвильових процесів у біологічних системах, таких як поширення нервових імпульсів або серцевих хвиль. Його також використовують у дослідженнях штучного інтелекту для імітації нейронних процесів.

1.4. Огляд актуальних наукових робіт в галузі

Для детального розгляду теми симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів необхідно проаналізувати наукові роботи, які стосуються моделювання фізичних процесів, оптичних явищ, використання клітинних автоматів у задачах моделювання, а також розробки графічних технологій у 2D-просторі.

Книга «Real-Time Rendering» [1] авторства Tomas Akenine-Möller є одним із фундаментальних джерел у галузі комп'ютерної графіки, присвячена методам рендерингу в реальному часі. Вона охоплює широкий спектр технік, зокрема

трасування променів, глобальне освітлення, роботу з шейдерами та оптимізацію обчислювальних процесів для ігрових додатків.

Корисною для роботи є інформація про методи реального часу, які можна використовувати для порівняння з клітинними автоматами. Зокрема, книга надає теоретичну базу щодо розрахунку освітлення, яка може бути адаптована до моделі клітинних автоматів. Також важливим є розділ про оптимізацію, адже це дозволить підвищити продуктивність алгоритму симуляції світла.

Книга «Physically Based Rendering» [2] авторства Matt Pharr описує підходи до фізично коректного рендерингу, які дозволяють відтворити реалістичне освітлення, тіні та відбиття у тривимірних сценах. Автори детально розглядають моделі взаємодії світла з поверхнями.

Цей матеріал є корисним для порівняння підходів, зокрема для оцінки точності клітинних автоматів у відтворенні фізичних явищ. Крім того, описані принципи взаємодії світла з поверхнями можуть бути адаптовані до двовимірної моделі.

Книга «2D Graphics Programming for Games» [3] авторства John Pile Jr. зосереджується на методах програмування графіки для 2D-ігор. Особливий акцент зроблено на створенні освітлення, тіней, анімацій та оптимізації графічних алгоритмів.

Для кваліфікаційної роботи корисною є інформація про специфіку 2D-освітлення в ігрових середовищах. Методи, описані в книзі, можуть бути використані для інтеграції моделі клітинних автоматів у ігрові рушії, забезпечуючи реалістичні світлові ефекти.

Стаття «Fluid Dynamics Simulation Using Cellular Automata» [6] від автора Gunter Bischof описує використання клітинних автоматів для симуляції динаміки рідин, зокрема турбулентності та дифузії. Автори пропонують алгоритми, які дозволяють моделювати фізичні явища з високою точністю.

Для кваліфікаційної роботи корисним є підхід до моделювання розповсюдження хвильових процесів у сітці, що є аналогічним до розповсюдження

хвиль світла. Використання таких алгоритмів допоможе підвищити точність симуляції.

Автор Bastien Chopard в «Cellular Automata Modeling of Physical Systems» [9] детально описує використання клітинних автоматів для моделювання фізичних систем, таких як рідини, хвилі та теплові процеси. Значна увага приділяється способам інтеграції фізичних законів у правила оновлення стану клітин.

Ця книга є важливим джерелом для роботи, оскільки вона демонструє, як фізичні закономірності можуть бути реалізовані у клітинних автоматах. Особливо цінними є приклади моделювання хвильових процесів, які можна адаптувати для симуляції світлових хвиль.

Книга автора Stephen Wolfram – «A New Kind of Science» [11] пропонує фундаментальне дослідження клітинних автоматів і їхнього застосування для розуміння складних систем. Автор показує, як прості правила можуть призводити до виникнення складної поведінки.

Цей матеріал корисний для розуміння основ клітинних автоматів і застосування цих знань до моделювання світлових хвиль. Описані принципи самоорганізації можна інтегрувати у розробку алгоритмів.

Стаття «Метод клітинних автоматів для моделювання фізико-хімічних процесів на нанокаталізаторі» [20] авторства Дениса Гранкіна описує методологію застосування клітинних автоматів для моделювання фізико-хімічних процесів, що відбуваються на поверхні нанокаталізаторів. Особливу увагу приділено локальним правилам, які враховують вплив сусідніх клітин на стан конкретної клітини, що дозволяє моделювати складні взаємодії.

Для кваліфікаційної роботи корисними є підходи до визначення локальних правил та їхній вплив на динаміку системи. Цей матеріал може бути використаний для розробки математичної моделі симуляції світлових хвиль, зокрема для формулювання правил взаємодії клітин у сітці. Також стаття демонструє, як клітинні автомати можуть бути використані для відображення складних процесів у реальному часі, що має значення для інтеграції моделі у 2D-ігрові середовища.

Книга «Principles of Optics» [21] авторства Max Born є класичною роботою в галузі оптики і містить фундаментальні концепції хвильових явищ, такі як дифракція, інтерференція та рефракція. Вона детально описує фізичні закони, які лежать в основі поширення світла.

Для кваліфікаційної роботи важливими є розділи, присвячені хвильовим процесам, вони були використані для розробки математичної моделі симуляції світлових хвиль. Особливо цінною є інформація про принципи дифракції, які можна адаптувати до правил оновлення клітин у моделі клітинного автомату.

Стаття «Mathematical Model for Flood Routing Based on Cellular Automaton» [22] авторства Xin Cai описує використання клітинних автоматів для моделювання розповсюдження води під час повеней. Автори акцентують увагу на локальних правилах, що враховують швидкість, висоту та об'єми води в кожній клітині сітки.

Цей підхід є корисним для роботи, оскільки у моделюванні світлових хвиль також важливо враховувати локальні параметри, такі як інтенсивність і швидкість хвилі. Використання подібних правил у моделі світлових хвиль може забезпечити точне і ефективне симулювання хвильових явищ у 2D-просторі.

Енциклопедична стаття «Cellular Automata» [23] від Stanford Encyclopedia of Philosophy надає широкий огляд теорії клітинних автоматів, їхньої історії, класифікації та застосувань. Особливий акцент зроблено на простоті локальних правил, які дозволяють моделювати складну поведінку систем.

Матеріал корисний для розуміння загальних принципів клітинних автоматів, які є основою математичної моделі симуляції світлових хвиль. Описані типи клітинних автоматів і підходи до формулювання локальних правил.

Книга «Advanced Global Illumination» [24] від автора Philip Dutré присвячена методам глобального освітлення, які використовуються для відтворення реалістичного світла у графіці. Автори описують різні алгоритми, зокрема трасування фотонів і ітераційні методи.

Інформація про глобальне освітлення є корисною для розробки моделі, оскільки дозволяє врахувати багатократні взаємодії світла в середовищі. Ці знання

можна використати для порівняння з клітинними автоматами за точністю і ефективністю.

Стаття «Efficient Simulation Execution of Cellular Automata on GPU» [25] від автора Daniel Cagigas-Muñiz зосереджена на реалізації клітинних автоматів на графічних процесорах (GPU), що дозволяє значно прискорити їх обчислення. Автори досліджують оптимізацію алгоритмів для ефективної роботи в паралельних обчислювальних середовищах, таких як CUDA або OpenCL.

Для кваліфікаційної роботи цей матеріал є надзвичайно важливим, оскільки він пропонує практичні підходи до прискорення виконання алгоритмів клітинних автоматів. Оптимізація на GPU може бути ключовою для забезпечення роботи розробленої моделі симуляції світла в реальному часі, що особливо актуально для ігрових додатків, де обчислювальні ресурси є обмеженими.

Книга «Optics» [26] від Eugene Hecht є ґрунтовним підручником з оптики, в якому докладно описані основи хвильової теорії світла, закони відбиття та заломлення, а також хвильові явища, такі як інтерференція та дифракція. Вона надає важливу теоретичну базу для розуміння поширення світла в середовищі.

Для кваліфікаційної роботи корисними є розділи, присвячені моделюванню хвильових процесів. Зокрема, опис явищ дифракції й інтерференції можна адаптувати для формулювання правил клітинного автомату, що відображають поширення світлових хвиль у двовимірному просторі.

У статті «Photonic Elementary Cellular Automata for Simulation of Complex Phenomena» [27] авторства Gordon H.Y. Li розглядається використання клітинних автоматів для моделювання фотонних процесів, включаючи поширення світла та взаємодію хвиль. Автори пропонують математичні моделі, які враховують локальні параметри клітин.

Це джерело є ключовим для кваліфікаційної роботи, оскільки демонструє приклади застосування клітинних автоматів саме для симуляції світлових хвиль. Локальні правила, описані в статті, можуть бути адаптовані для побудови моделі 2D-освітлення.

Автор Joel L. Schiff в книзі «Cellular Automata: A Discrete View of the World» [28] пропонує розгорнутий опис клітинних автоматів як методу моделювання дискретних систем. У книзі розглядаються базові принципи роботи клітинних автоматів, їхня класифікація та приклади використання для моделювання фізичних процесів.

Ця книга є важливим джерелом для розробки математичної моделі, оскільки містить практичні рекомендації щодо реалізації клітинних автоматів і приклади їх використання в задачах моделювання.

Стаття «Simulating Physics with Cellular Automata» [29] від автора Gérard Y. Vichniac є одним із перших досліджень, що демонструють можливості клітинних автоматів для моделювання фізичних явищ. У ній розглянуто принципи роботи клітинних автоматів та їх застосування у моделюванні хвильових процесів.

Цей матеріал є ключовим для формулювання основних ідей роботи, оскільки надає приклади побудови моделей клітинних автоматів для задач фізики.

Книга «Cellular Automata and Complexity» [30] авторства Stephen Wolfram зосереджена на складних системах, які моделюються за допомогою клітинних автоматів. У ній описані приклади фізичних систем, які можна моделювати за допомогою цього методу.

Інформація з книги є важливою для розробки моделі, оскільки містить базові принципи, які застосовуються до фізичних задач, таких як симуляція хвильових процесів.

Стаття «Multi-Physics Modeling Using Cellular Automata» [31] авторства Brian Vick присвячена багато фізичному моделюванню на основі клітинних автоматів. Автор досліджує можливості застосування клітинних автоматів для одночасного моделювання декількох фізичних процесів, таких як теплообмін, рух рідин і хвильові явища. У роботі також акцентується увага на адаптивності клітинних автоматів до різних задач.

Цей матеріал є корисним для кваліфікаційної роботи, оскільки описує підходи до багатфункціонального використання клітинних автоматів.

Рекомендації з адаптації алгоритмів для моделювання декількох фізичних явищ можуть бути застосовані для розширення можливостей розробленої моделі, наприклад, для моделювання взаємодії світла з іншими елементами ігрового середовища.

2 АНАЛІЗ МЕТОДІВ СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛА

2.1. Аналіз існуючих методів симуляції світла

2.1.1. Метод трасування променів у 2D (Ray Tracing)

Метод трасування променів (Ray Tracing) є одним із найбільш точних і широко використовуваних способів симуляції світлових ефектів у комп'ютерній графіці [4]. Він ґрунтується на ідеї моделювання поширення світлових променів у середовищі, враховуючи їхню взаємодію з об'єктами сцени рис. 2.1. У контексті 2D-простору цей метод дозволяє створювати складні ефекти освітлення, такі як відбиття, заломлення та тіні, на основі геометричної оптики.

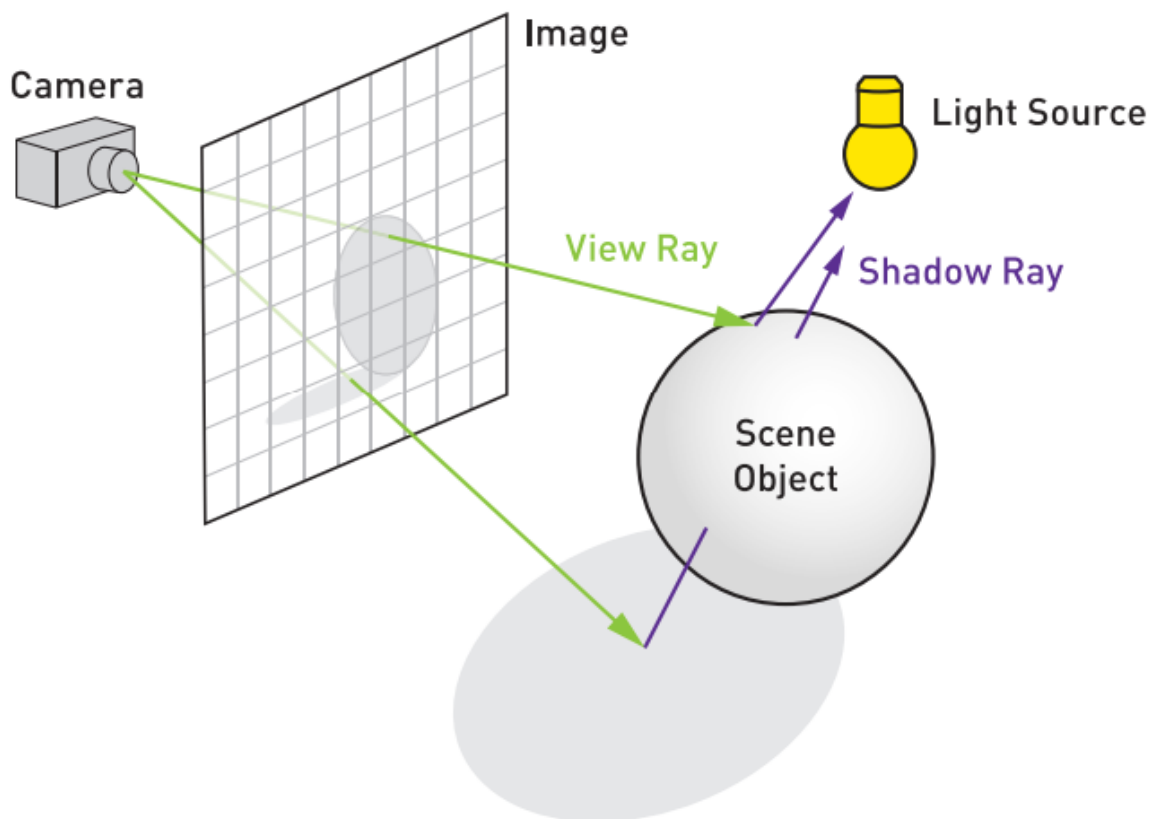


Рис. 2.1 Схема роботи методу трасування променів [4]

Трасування променів полягає у запуску світлових променів від джерела світла або камери через пікселі сцени. Кожен промінь аналізується на предмет взаємодії з об'єктами у сцені. У 2D-просторі це може бути спрощено до перетину прямої (шляху променя) з геометричними об'єктами, такими як кола, прямокутники чи багатокутники.

Базова формула для обчислення перетину променя з об'єктом у 2D-просторі виглядає так (2.1):

$$r(t) = o + t * d, \quad (2.1)$$

де $r(t)$ – координати точки на промені;

o – початкова точка променя (позиція джерела світла або камери);

d – напрямок променя;

$t \geq 0$ – параметр, який визначає відстань від початку променя до точки перетину.

Перетин із об'єктом обчислюється, розв'язуючи рівняння геометричного об'єкта. Наприклад, для кола з центром (x_c, y_c) і радіусом r рівняння перетину з променем буде (2.2):

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2. \quad (2.2)$$

Метод трасування променів у 2D-просторі реалізується у декілька основних етапів. Спочатку відбувається ініціалізація джерела світла і сцени, джерело світла визначається позицією та параметрами (інтенсивність, кут розповсюдження). Об'єкти сцени задаються їхньою геометрією (прямокутники, багатокутники тощо) та оптичними властивостями (відбивання, прозорість).

Далі відбувається генерація променів - промені випускаються від джерела світла або камери. У 2D-просторі напрямки променів можуть генеруватися у формі радіального розходження або рівномірного кутового розподілу. Після чого

відбувається обчислення перетину променів із об'єктами: для кожного променя визначаються точки перетину з об'єктами сцени рис. 2.2.

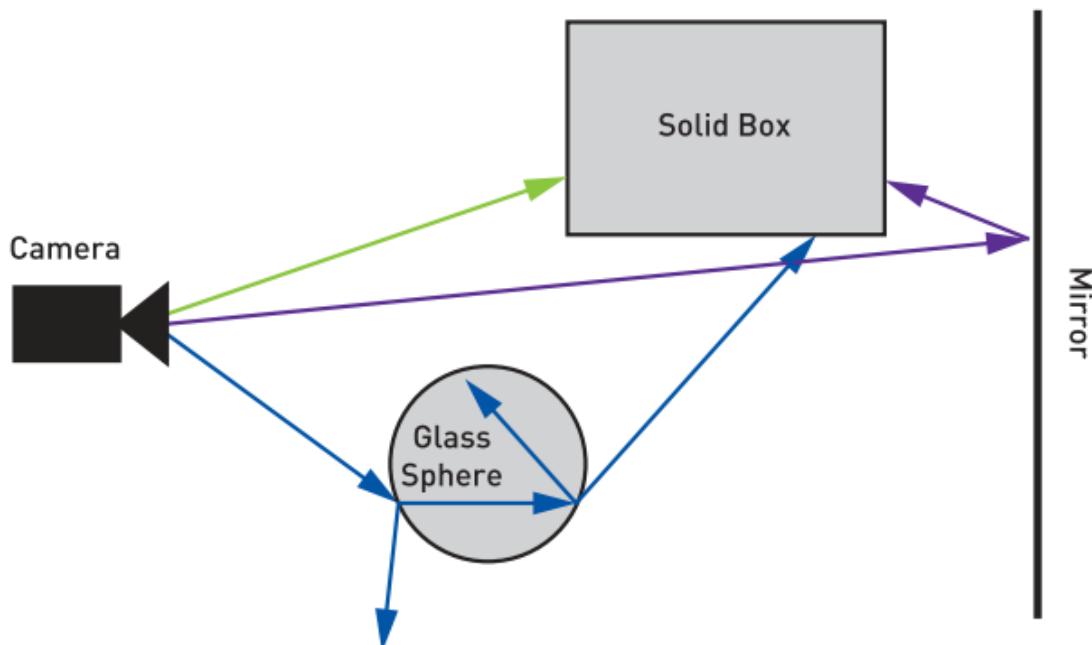


Рис. 2.2 Приклад взаємодії променів з об'єктами сцени [4]

Якщо промінь не перетинає жодного об'єкта, його інтенсивність зменшується, і він не впливає на освітлення. У точках перетину виконується обчислення ефектів:

1. Відбиття – новий промінь генерується відповідно до закону відбиття (2.3):

$$r = d - 2 * (d * n) * n, \quad (2.3)$$

де r – напрямок відбитого променя;

d – напрямок вхідного променя;

n – нормаль до поверхні.

2. Заломлення – промінь змінює напрямок згідно із законом Снеліуса (2.4):

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2.4)$$

де θ_1 – кут падіння;

θ_2 – кут заломлення;

n_1, n_2 – показники заломлення двох середовищ.

Після обчислень відбувається аналіз інтенсивності світла. Для кожного пікселя розраховується загальна інтенсивність світла, яка залежить від внесків усіх променів, що досягли цієї області. І в кінці формується зображення, де освітленість об'єктів використовується для створення фінальної сцени.

Формула для ослаблення інтенсивності світла (2.5):

$$I = \frac{I_0}{r^2}, \quad (2.5)$$

де I – інтенсивність в точці;

I_0 – початкова інтенсивність;

r – відстань від джерела до точки.

Переваги методу трасування променів у 2D:

1. Фізична точність – метод точно відтворює фізичні явища, такі як відбиття, заломлення та багатократні взаємодії світла.

2. Гнучкість – легко адаптується до різних типів сцен, дозволяючи створювати складні ефекти освітлення.

Обмеження методу:

1. Висока обчислювальна складність – кожен промінь потребує багатьох обчислень для визначення перетину з об'єктами, особливо у випадках багатократних взаємодій.

2. Не оптимальність для реального часу – для інтерактивних 2D-ігор цей метод є занадто ресурсозатратним.

3. Складність у відтворенні хвильових явищ – метод не враховує хвильову природу світла, таку як дифракція чи інтерференція.

Хоча трасування променів у 2D-просторі має високу точність, його використання в іграх обмежене через обчислювальну складність. Однак метод може бути ефективним для створення високоякісних ефектів у статичних сценах або для попереднього розрахунку карт освітлення (lightmaps). У реальному часі його застосування можливе лише для невеликих сцен або з використанням сучасних графічних процесорів (GPU).

Узагальнюючи, метод трасування променів є важливим інструментом для моделювання світлових ефектів у 2D-просторі, однак його доцільність у реальних ігрових додатках обмежена вимогами до продуктивності.

2.1.2. Модель освітлення Фонга (The Phong Illumination Model)

Модель освітлення Фонга [5] описує взаємодію світла з поверхнею за допомогою трьох компонент: навколишнього (ambient), дифузного (diffuse) та спекулярного (specular) освітлення рис. 2.3. Вона широко використовується у комп'ютерній графіці завдяки балансу між реалістичністю та обчислювальною простотою.

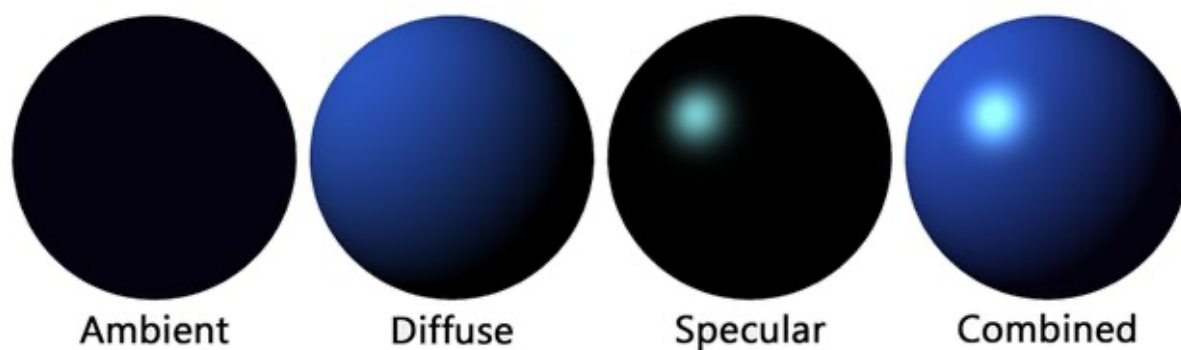


Рис. 2.3 Компоненти моделі освітлення Фонга [32]

Повна інтенсивність світла I для точки на поверхні обчислюється за формулою (2.6):

$$I = I_{ambient} + I_{diffuse} + I_{specular}. \quad (2.6)$$

Навколишнє освітлення (Ambient lighting) імітує рівномірне розсіяне світло, яке освітлює всі поверхні незалежно від їх орієнтації до джерела світла за формулою (2.7).

$$I_{ambient} = k_a * I_a, \quad (2.7)$$

де k_a – коефіцієнт навколишнього освітлення (матеріальна властивість поверхні);

I_a – інтенсивність навколишнього світла.

Дифузне освітлення (Diffuse lighting) залежить від орієнтації поверхні відносно джерела світла. Воно описує рівномірне розсіювання світла в усіх напрямках і виражається рівнянням (2.8):

$$I_{diffuse} = k_d * I * \max(0, \vec{n} * \vec{l}), \quad (2.8)$$

де k_d – коефіцієнт дифузного відбиття;

I – інтенсивність джерела світла;

$\vec{l}$ – нормалізований вектор напрямку до джерела світла;

$\vec{n}$ – нормалізований нормальний вектор поверхні.

Спекулярне освітлення (Specular lighting) відповідає за яскраві блиски, що виникають на гладких поверхнях. Воно залежить від кута між напрямком спостерігача та відбитим від поверхні світлом (2.9).

$$I_{\text{specular}} = k_s * I * (\vec{r} * \vec{v})^s, \quad (2.9)$$

де k_s – коефіцієнт спекулярного відбиття;

I – інтенсивність джерела світла;

$\vec{r}$ – нормалізований вектор відбитого світла;

$\vec{v}$ – нормалізований вектор напрямку до спостерігача;

s – ступінь блиску поверхні.

Модель Фонга використовується зокрема в іграх або в середовищах з обмеженими ресурсами. Її простота дозволяє швидко обчислювати освітлення в реальному часі.

У 2D-іграх модель Фонга застосовується для створення ілюзії глибини і реалістичного освітлення об'єктів. Хоча 2D-простір плоский, освітлення може використовуватися для імітації об'ємності, наприклад, ділянки персонажа чи об'єктів, що ближче до джерела світла, виглядають яскравішими, а ті, що далі – затемненими. Спекулярне освітлення додає блиск, що створює відчуття, ніби поверхня гладка або блискуча.

Ця модель часто використовується разом із нормал-картами (Normal mapping), які дозволяють змінювати нормалі поверхні, додаючи враження складних текстур, навіть якщо сам об'єкт є простим 2D-спрайтом. Таким чином, освітлення виглядає динамічним і відповідає зміні положення джерела світла, що робить гру візуально цікавішою.

Переваги моделі Фонга:

1. Простота реалізації.
2. Гарний баланс між продуктивністю та якістю освітлення.
3. Підтримка різних типів поверхонь (матові, блискучі).

Обмеження моделі Фонга:

1. Ігнорує вторинні відбиття світла (немає глобального освітлення).
2. Погано працює з прозорими та напівпрозорими об'єктами.
3. Спрощені ефекти взаємодії світла з матеріалами.

Модель Фонга є відмінним вибором для стилізованих 2D-ігор або проєктів із середнім рівнем графіки. Однак для складних сцен з реалістичними матеріалами та глобальним освітленням її можливостей може бути недостатньо.

2.1.3. Метод Radiosity

Radiosity – метод симуляції освітлення, що базується на розрахунку розподілу світлової енергії між поверхнями в сцені [33]. Основна ідея полягає у моделюванні непрямого освітлення, коли світло багаторазово відбивається між об'єктами, створюючи м'яке розсіювання та ефекти кольорового перенесення. Цей метод добре підходить для статичних сцен, де освітлення і об'єкти залишаються незмінними.

Radiosity базується на енергетичному підході до моделювання освітлення, де світло розглядається як енергія, що випромінюється джерелами світла і відбивається від поверхонь. Також враховується непряме освітлення, тобто взаємодія між усіма поверхнями сцени, що дозволяє моделювати відбиття та розсіювання світла. Сама сцена розділяється на малі ділянки (патчі), кожна з яких обмінюється енергією з іншими, для чого обчислюється форма-факторів, тобто як поверхні "бачать" одна одну. Це ключова частина алгоритму, яка включає геометричні розрахунки та врахування видимості.

Основне рівняння Radiosity (2.10):

$$B_i = E_i + p_i \sum_{j=1}^N F_{i,j} B_j, \quad (2.10)$$

де B_i – яскравість патча i ;

E_i – власне випромінювання патча i ;

p_i – коефіцієнт відбиття патча i ;

$F_{i,j}$ – частка енергії, яка передається від патча j до i .

У контексті 2D-ігор Radiosity може бути використаний для створення текстур із baked-освітленням. Це означає, що освітлення розраховується заздалегідь, і результати інтегруються у фінальні текстури, що знижує навантаження на процесор під час гри.

Метод ідеально підходить для симуляції м'яких тіней, світлових плям чи глобального освітлення, коли немає необхідності в реальному часі оновлювати освітлення. Але через статичну природу Radiosity метод рідко використовується для динамічного освітлення.

Переваги:

1. Фізична достовірність. Алгоритм забезпечує реалістичне освітлення з урахуванням глобальних ефектів.
2. Підходить для генерації високоякісного освітлення для статичних сцен.
3. Забезпечує точне розподілення світла між усіма поверхнями сцени.
4. Висока обчислювальна складність, особливо для великих сцен.

Обмеження методу:

1. Не підходить для реального часу, особливо у 2D-іграх із динамічними змінами.
2. Обчислювальна складність
3. Освітлення статичне, зміни в сцені потребують повторних обчислень.

Метод Radiosity – це потужний інструмент для симуляції глобального освітлення в 2D-іграх, особливо для статичних сцен із високими вимогами до реалістичності. Він забезпечує природний вигляд освітлення за рахунок м'якого розсіювання та кольорового перенесення. Однак його висока обчислювальна складність і нездатність обробляти динамічні сцени обмежують використання. У 2D-іграх Radiosity найбільш ефективний для створення попередньо обчислених Lightmaps у статичних рівнях.

2.2. Світлові карти як інструмент для моделювання статичного освітлення

Світлові карти (Lightmaps) є одним із ключових інструментів для створення реалістичного статичного освітлення у комп'ютерній графіці, особливо в ігрових середовищах і архітектурній візуалізації [34]. Цей метод дозволяє значно підвищити якість освітлення при низьких обчислювальних витратах, оскільки освітлення розраховується заздалегідь і зберігається у вигляді текстур, що застосовуються до поверхонь рис. 2.4.

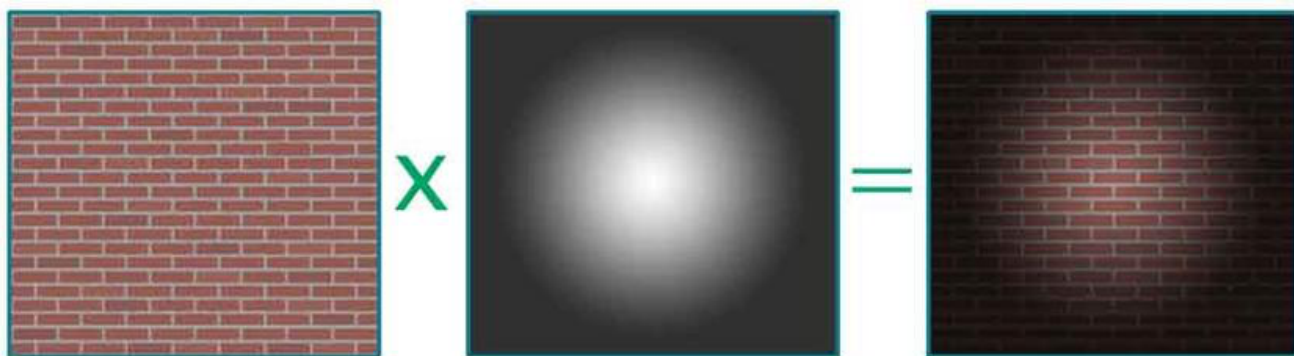


Рис. 2.4 Приклад накладання карти освітлення на текстуру [35]

Основна ідея світлових карт полягає у тому, що інформація про освітленість сцени зберігається як текстура, де кожен піксель відповідає освітленню конкретної точки поверхні об'єкта. Це дозволяє попередньо обчислити всі складні ефекти, включаючи тіні, глобальне освітлення, відбиття та розсіювання світла. У процесі рендерингу ці попередньо обчислені дані додаються до сцени, що значно знижує навантаження на центральний та графічний процесори під час виконання програми.

Світлова карта – це текстура, яка містить інформацію про освітлення кожного пікселя або точки поверхні об'єктів сцени. Її створення включає кілька етапів.

Перший етап це обчислення освітлення, відомий як baking. Для цього розраховується інтенсивність світла для кожної точки поверхні об'єкта з

урахуванням позицій джерел світла, перешкод, а також властивостей матеріалів. Отримана інформація про освітленість зберігається у вигляді текстури, яка накладається на геометрію під час рендерингу.

Після чого відбуваються рендеринг із використанням отриманої світлової карти – фінальне зображення формується на основі базової текстури об'єкта, поєднаної зі світловою картою. Інтенсивність кольору пікселів обчислюється за формулою (2.11):

$$C_{final} = C_{base} * L_{map}, \quad (2.11)$$

де C_{final} – фінальний колір пікселя;

C_{base} – базовий колір текстури об'єкта;

L_{map} – значення інтенсивності світла у світловій карті.

Світлові карти часто створюються у спеціальних інструментах або автоматично в ігрових рушіях. Вони дозволяють знизити обчислювальне навантаження під час рендерингу, оскільки освітлення вже підготовлено.

Однією з головних переваг використання світлових карт є їх ефективність. Оскільки освітлення зберігається у текстурі, під час виконання програми немає необхідності повторно обчислювати взаємодію світла з об'єктами. Це дозволяє значно зменшити обчислювальні витрати, що є важливим для реалістичного освітлення великих і складних сцен. Завдяки цьому світлові карти стали стандартом у багатьох ігрових рушіях, таких як Unity або Unreal Engine.

Ще однією перевагою світлових карт є можливість створення високоякісного освітлення, яке включає складні тіні та глобальні світлові ефекти. Наприклад, світлові карти дозволяють відтворювати м'які тіні від об'єктів, що виникають внаслідок непрямого освітлення, або відблиски від блискучих поверхонь. Без використання світлових карт такі ефекти потребували б складних обчислень у режимі реального часу, що є дуже ресурсозатратним для багатьох сучасних інтерактивних додатків.

Переваги методу світлових карт:

1. Ефективність – світлові карти значно знижують обчислювальне навантаження під час рендерингу, оскільки освітлення розраховується заздалегідь.
2. Простота реалізації – цей метод легко інтегрувати у графічні рушії.
3. Реалістичність для статичних сцен – попередні розрахунки дозволяють враховувати складні ефекти освітлення, такі як м'які тіні чи глобальне освітлення.

Однак, незважаючи на свої переваги, світлові карти мають і певні обмеження. Одним із головних недоліків є їх статичність. Оскільки освітлення попередньо обчислюється, воно не може змінюватися в реальному часі у відповідь на зміни сцени, наприклад, рух об'єктів чи джерел світла. Це робить світлові карти менш придатними для динамічних сцен, де освітлення повинно адаптуватися до змін.

Ще одним обмеженням є залежність якості світлових карт від роздільної здатності текстури. Низька роздільна здатність може призвести до розмиття деталей, тоді як висока роздільна здатність вимагає більше пам'яті, що може вплинути на продуктивність програми.

Недоліки методу:

1. Обмеження у динамічних сценах. Світлові карти не підходять для випадків, коли джерела світла або об'єкти сцени змінюють положення, оскільки карти потребують перерахунку.
2. Займаний обсяг пам'яті. Для великих сцен або текстур з високою роздільною здатністю, створені світлові карти можуть потребувати значного обсягу пам'яті.

У 2D-іграх світлові карти найчастіше використовуються для створення статичних освітлювальних ефектів у рівнях, які мають фіксовану геометрію. Наприклад у платформерах, щоб забезпечити реалістичне освітлення печер чи будівель, в головоломках, де тіні є частиною механіки гри, в стратегічних іграх, щоб підкреслити атмосферу карт.

Метод світлових карт є одним із найефективніших підходів до симуляції світла в 2D-просторі, коли мова йде про статичні сцени. Його переваги, зокрема ефективність і простота, роблять його незамінним у багатьох випадках.

У сучасних додатках світлові карти часто використовуються в комбінації з іншими методами освітлення. Наприклад, статичне освітлення, збережене у світлових картах, може поєднуватися з динамічними джерелами світла, які обробляються у реальному часі. Це дозволяє забезпечити баланс між якістю та продуктивністю, зберігаючи реалістичність сцени навіть у динамічних середовищах.

Важливо зазначити, що цей метод світлових карт можна ефективно використовувати у зв'язці з запропонованим методом симуляції світла на основі клітинних автоматів, які симулюють поширення світла на сітці освітлення з подальшим створенням світлових карт. Це дозволить ефективно створювати освітлення в статичних сценах гри.

2.3. Математична модель для симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів

Симуляція світлових хвиль у 2D-просторі за допомогою клітинних автоматів базується на дискретизації простору та часу, де кожна клітина сітки відповідає окремій точці середовища, а її стан оновлюється відповідно до простих локальних правил. Такий підхід дозволяє моделювати складні фізичні явища, такі як розповсюдження хвиль, інтерференція та дифракція. У цьому розділі розглянуто математичну модель, яка використовується для імітації світлових хвиль, а також правила оновлення станів клітин.

Запропонована математична модель клітинних автоматів для симуляції світлових хвиль описує стан кожної клітини $C_{i,j}$ у двовимірній сітці за допомогою таких змінних:

- $h_{i,j}(t)$: висота клітини $C_{i,j}$ в момент часу t , що відображає локальну амплітуду хвилі (інтенсивність світла в цій точці);
- $v_{i,j}(t)$: швидкість клітини $C_{i,j}$ в момент часу t , яка визначає, наскільки швидко змінюється амплітуда хвилі;
- $m_{i,j}$: коефіцієнт маси клітини, що характеризує інерційні властивості клітини. Ця величина є постійною для кожної клітини і приймає значення у діапазоні $0 \leq m \leq 1$, де чим ближче значення коефіцієнту до 0, тим важче клітина, що уповільнює розповсюдження хвиль.

Модель включає два основних рівняння, які описують оновлення станів клітин у кожному часовому кроці:

1. Оновлення висоти клітини на основі її поточної швидкості (2.12):

$$h_{i,j}(t + 1) = h_{i,j}(t) + v_{i,j}(t). \quad (2.12)$$

Рівняння (2.12) відображає, як висота клітини змінюється на кожному кроці часу, коли коливальна хвиля проходить через середовище. Таким чином, значення висоти клітинки залежить від її попередньої висоти і наявної швидкості. Це дозволяє моделювати рух хвилі, оскільки висота кожної клітинки змінюється відповідно до сили коливання, зумовленої швидкістю.

2. Оновлення швидкості клітини визначається різницею між її висотою та середньою висотою сусідніх клітин (використовується сусідство фон Неймана), помноженою на коефіцієнт маси $m_{i,j}$. Обчислюється за допомогою виразу (2.13):

$$v_{i,j}(t + 1) = \left(\frac{h_{i-1,j}(t) + h_{i+1,j}(t) + h_{i,j-1}(t) + h_{i,j+1}(t)}{4} - h_{i,j}(t) \right) * m_{i,j}, \quad (2.13)$$

де $h_{i-1,j}(t)$: висота сусідньої клітини, що знаходиться зліва від поточної клітини $C_{i,j}$;

$h_{i+1,j}(t)$: висота сусідньої клітини, що знаходиться справа від поточної клітини $C_{i,j}$;

$h_{i,j-1}(t)$: висота сусідньої клітини, що знаходиться знизу від поточної клітини $C_{i,j}$;

$h_{i,j+1}(t)$: висота сусідньої клітини, що знаходиться зверху від поточної клітини $C_{i,j}$.

Рівняння (2.13) означає, що швидкість кожної клітинки змінюється залежно від середньої висоти її сусідніх клітин порівняно з власною висотою. Масовий коефіцієнт $m_{i,j}$ відіграє роль корегувальника сили коливання клітини: чим ближче значення $m_{i,j}$ до нуля, тим менше клітинка реагує на зміни в середовищі, знижуючи амплітуду її коливань. Це дозволяє регулювати стійкість хвильового процесу та утримувати контроль над його розповсюдженням.

Використовуючи масовий коефіцієнт клітини, можна створити різні види клітин, наприклад невагомні клітини – $m_{i,j} = 1$, важкі клітині – $m_{i,j} = 0.5$ та повністю нерухомі клітини з $m_{i,j} = 0$. Комбінуючи клітини з різним масовим коефіцієнтом, можна отримувати дуже складну поведінку, яка відповідає характеристикам реального хвильового процесу.

Для моделювання хвильових процесів у 2D-просторі виконується ітеративне оновлення стану всієї сітки клітин за такими кроками:

1. Ініціалізація сітки:

- задаються початкові значення $h_{i,j}(0)$ і $v_{i,j}(0)$ для кожної клітини;
- визначаються коефіцієнти маси клітин $m_{i,j}$ залежно від характеристик середовища.

2. Обчислення нового стану:

- для кожної клітини обчислюється нова висота $h_{i,j}(t + 1)$ на основі її поточної висоти $h_{i,j}(t)$ та швидкості $v_{i,j}(t)$ за виразом (2.12);

– обчислюється нова швидкість $v_{i,j}(t+1)$ за використанням виразу (2.13).

3. Оновлення стану сітки – усі клітини сітки оновлюють свої стани висоти $h_{i,j}(t)$ та швидкості $v_{i,j}(t)$.

4. Висота клітини $h_{i,j}(t)$, інтерпретуються як амплітуда коливання світлової хвилі у кожній точці простору.

Блок-схема алгоритму наведена на рис. 2.5.

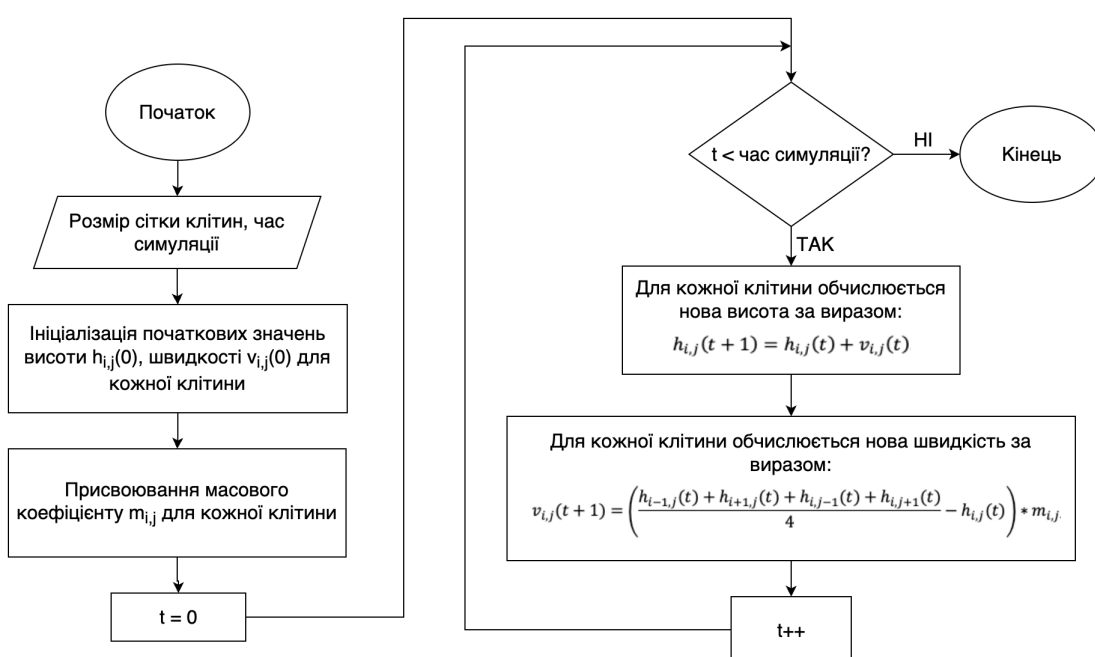


Рис. 2.5 Блок-схема алгоритму

Властивості запропонованої моделі:

1. Локальність взаємодії – зміни стану кожної клітини залежать лише від її власного стану та станів сусідів, що знижує обчислювальну складність.

2. Динамічність – модель дозволяє імітувати складні світлові ефекти в реальному часі, включаючи інтерференцію та дифракцію.

3. Масштабованість – модель можна легко адаптувати до великих розмірів сітки та складних середовищ, змінюючи кількість клітин та, за необхідністю, правила їх взаємодії.

4. Простота реалізації – використання нескладних дискретних правил клітинного автомату дозволяє легко реалізовувати програмну складову.

3 РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ НА ОСНОВІ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ

3.1. Псевдокод програмної реалізації клітинного автомату

Реалізація клітинного автомату для симуляції світлових хвиль у 2D-просторі вимагає чіткого визначення алгоритму оновлення станів клітин у сітці. Цей підрозділ зосереджений на представленні алгоритму, який описує роботу математичної моделі, викладеної раніше. Алгоритм реалізує ітеративне оновлення висоти хвиль і швидкості їх змін у кожній клітині з урахуванням сусідніх клітин та характеристик середовища.

Головна мета реалізації – створити ефективний алгоритм, здатний моделювати фізично коректні хвильові процеси.

Псевдокод алгоритму:

// Константи розмірів сітки

CONSTANT GRID_WIDTH = 100

CONSTANT GRID_HEIGHT = 100

// Масиви для збереження станів клітин

DECLARE waveHeight[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE // Висота хвилі в кожній клітині

DECLARE waveVelocity[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE // Швидкість зміни висоти хвилі

DECLARE cellMass[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE // Маса клітин, що визначає швидкість передачі хвилі

// Функція для ініціалізації початкових значень у сітці

```
FUNCTION InitializeGrid()
```

```
// Ініціалізація всіх клітин початковими значеннями
```

```
FOR i FROM 0 TO GRID_HEIGHT - 1
```

```
  FOR j FROM 0 TO GRID_WIDTH - 1
```

```
    waveHeight[i][j] = 0 // Початкова висота хвилі - 0
```

```
    waveVelocity[i][j] = 0 // Початкова швидкість - 0
```

```
    cellMass[i][j] = 1 // Маса клітин - значення 1
```

```
  END FOR
```

```
END FOR
```

```
// Завдання початкових збурень у вигляді хвильових піків
```

```
waveHeight[20][25] = 100 // Джерело хвилі з висотою 100
```

```
waveHeight[80][25] = 100 // Друге джерело хвилі
```

```
END FUNCTION
```

```
// Функція для оновлення стану сітки на кожному часовому кроці
```

```
FUNCTION UpdateGrid()
```

```
// Крок 1: Оновлення висот хвиль
```

```
FOR i FROM 1 TO GRID_HEIGHT - 2 // Уникаємо країв сітки
```

```
  FOR j FROM 1 TO GRID_WIDTH - 2
```

```
    waveHeight[i][j] = waveHeight[i][j] + waveVelocity[i][j] // Нова висота
```

```
    обчислюється додаванням швидкості до попередньої висоти
```

```
  END FOR
```

```
END FOR
```

```
// Крок 2: Оновлення швидкостей хвиль
```

```
FOR i FROM 1 TO GRID_HEIGHT - 2 // Уникаємо країв сітки
```

```
  FOR j FROM 1 TO GRID_WIDTH - 2
```

```
    DECLARE middleHeight AS DOUBLE
```

```

// Середня висота сусідніх клітин
middleHeight = (waveHeight[i - 1][j] + waveHeight[i + 1][j] + waveHeight[i][j -
1] + waveHeight[i][j + 1]) / 4
// Оновлення швидкості з урахуванням середньої висоти сусідів та маси
клітини
waveVelocity[i][j] = waveVelocity[i][j] + ((middleHeight - waveHeight[i][j]) *
cellMass[i][j])
END FOR
END FOR
END FUNCTION

CALL InitializeGrid() // Ініціалізуємо сітку
// Основний цикл симуляції
WHILE simulationRunning
    CALL UpdateGrid() // Оновлюємо сітку на кожному часовому кроці
END WHILE

```

На початковому етапі створюється двовимірна сітка клітин, кожна з яких має три основні параметри: висота хвилі, швидкість зміни висоти та маса. Усі клітини отримують початкові значення, які відповідають спокійному стану, за винятком тих, що представляють джерела хвиль. Джерела хвиль можуть бути задані у вигляді клітин із високими значеннями висоти, як наведено в псевдокоді, або ж наданням високого значення швидкості клітини.

Ініціалізація параметрів здійснюється окремою процедурою, яка задає значення за замовчуванням для всієї сітки. Масу клітин можна варіювати, щоб моделювати неоднорідні середовища, у яких хвилі розповсюджуються з різною швидкістю.

На кожному часовому кроці для кожної клітини обчислюється нова висота хвилі. Це робиться шляхом додавання поточної швидкості до попереднього значення висоти.

Оновлення швидкостей хвильової динаміки виконується шляхом обчислення різниці між середньою висотою сусідніх клітин і висотою поточної клітини. Цей етап дозволяє моделювати передачу енергії між клітинами. Коефіцієнт маси клітини використовується як модифікатор, що впливає на швидкість зміни висоти хвиль. Це забезпечує можливість регулювання швидкості розповсюдження хвиль залежно від фізичних властивостей середовища.

Особливу увагу слід приділити обробці клітин на краях сітки. У цьому алгоритмі такі клітини залишаються незмінними, що забезпечує стабільність моделі та запобігає виходу за межі масиву даних.

Наведений алгоритм клітинного автомату забезпечує коректну симуляцію. Логіка роботи автомату дозволяє моделювати складні хвильові процеси за допомогою простих операцій, які можуть бути оптимізовані для виконання на сучасних графічних процесорах (GPU) [25]. Це робить його придатним для інтерактивних застосувань, таких як симуляції в реальному часі або 2D-ігри.

Алгоритм забезпечує адаптивність до різних фізичних умов, що дозволяє його використання в задачах моделювання неоднорідних середовищ, де швидкість хвиль варіюється в залежності від властивостей клітин.

3.2. Експериментальне дослідження моделі

Метою експериментальних досліджень є перевірка роботи математичної моделі клітинного автомату для симуляції світлових хвиль у 2D-просторі та аналіз її здатності відтворювати основні хвильові явища. Цей підрозділ зосереджений на тестуванні моделі через проведення експериментів, спрямованих на симуляцію інтерференції та дифракції хвиль. Кожен експеримент включає опис початкових умов і параметрів моделі, результати моделювання та їх аналіз.

Метою першого експерименту є відтворення інтерференційної картини, що проявляється у вигляді чергування світлих та темних смуг, які відповідають максимумам та мінімумам інтенсивності. Інтерференцією світла називають явище взаємодії декількох когерентних світлових хвиль, у результаті чого в певних точках простору виникають зони посилення або послаблення світлової інтенсивності. Це явище відображає хвильову природу світла і є основою багатьох оптичних ефектів.

Було створено простір 600 на 600 клітин, початкові параметри моделі включали значення для висоти та швидкості клітинок, а також маси, яка визначає їхню інертність (3.1):

$$h_{i,j} = 0, v_{i,j} = 0, m_{i,j} = 1, \quad i, j \in [0,599] \quad (3.1)$$

Для створення хвилі на кожному кроці часу t задається значення швидкості $v_{i,j}$ двом клітинам за формулою (3.2):

$$\begin{cases} v_{225,300}(t) = \sin(t * 0.1) * 100 \\ v_{375,300}(t) = \sin(t * 0.1) * 100 \end{cases} \quad (3.2)$$

де 0.1 – коефіцієнт, що визначає частоту коливань;

100 – коефіцієнт, що визначає силу коливання.

У результаті експерименту була створена інтерференція двох хвиль рис. 3.1.

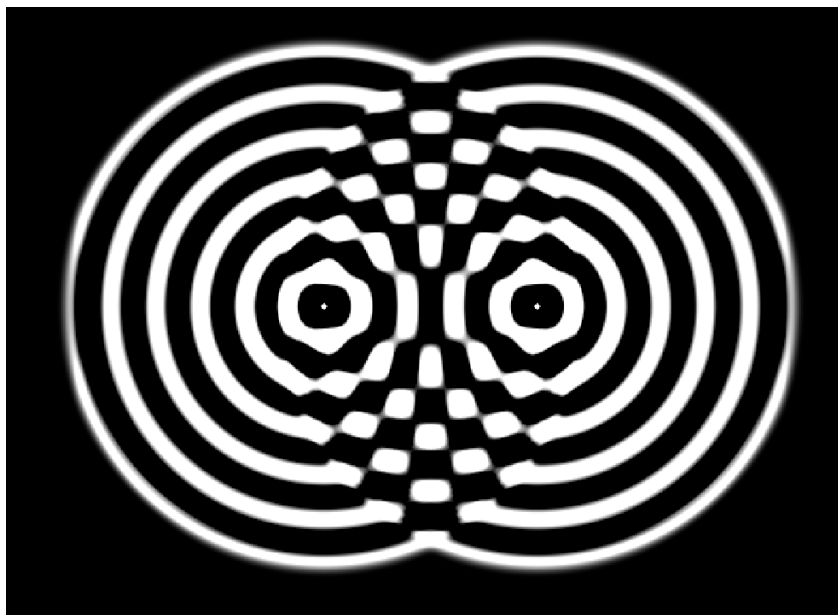


Рис. 3.1 Інтерференція двох хвиль від двох точкових джерел

На зображенні представлена інтерференційна картина, яка утворюється в результаті накладання хвильових фронтів від двох джерел, розташованих на певній відстані одне від одного. Картина демонструє характерну структуру, яка виникає через інтерференцію хвиль, де:

- світлі області відповідають зонам підвищеної інтенсивності хвилі, тобто де висота хвилі $h_{i,j} > 0$, де чим вище значення висоти, тим світліший колір має клітина;
- чорні колір відповідає клітинам, де значення висоти $h_{i,j} \leq 0$. Це означає, що в цих зонах хвиля має негативне значення амплітуди або знаходиться в стані спокою.

Між двома джерелами хвиль видно складний візерунок, де чергуються темні та світлі області. Ця зона демонструє перехресну взаємодію хвиль, що приходять із двох різних джерел під різними кутами, створюючи складну взаємодію.

Симетрія цієї картини чітко простежується відносно уявної лінії, яка з'єднує два джерела хвиль. Це свідчить про рівність їхніх характеристик, таких як амплітуда та частота, а також про однорідність середовища, у якому хвилі

розповсюджуються. Хвильові фронти, представлені у вигляді кілець, відображають реальний характер розповсюдження хвиль.

Фізично ця картина демонструє базові принципи інтерференції світлових хвиль. Концентричні кільця навколо кожного джерела є результатом послідовного розповсюдження хвиль у часі, а їхня взаємодія дає змогу побачити, як хвилі можуть посилювати або ослаблювати одна одну. Подібні інтерференційні картини широко використовуються у фізиці для дослідження хвильових процесів, оцінки довжин хвиль чи частот, а також для вивчення просторових властивостей середовищ, у яких розповсюджуються хвилі.

Таким чином, отримана картина є точним відображенням роботи клітинного автомату, здатного відтворювати складні хвильові явища. Вона підтверджує правильність реалізації моделі, яка враховує основні принципи суперпозиції хвиль і передає фізичну природу інтерференції.

Метою другого експерименту є відтворення двощільного експерименту [36]. Двощільний експеримент, проведений Томасом Юнгом у 1801 році, є одним із найвідоміших у фізиці, оскільки він продемонстрував хвильову природу світла. У ході експерименту світло, проходячи через дві вузькі щілини, створює на екрані інтерференційну картину, яка проявляється як чергування світлих і темних смуг рис. 3.2. Це явище пояснюється взаємодією хвильових фронтів, що виходять із кожної щілини, формуючи зони конструктивної та деструктивної інтерференції.

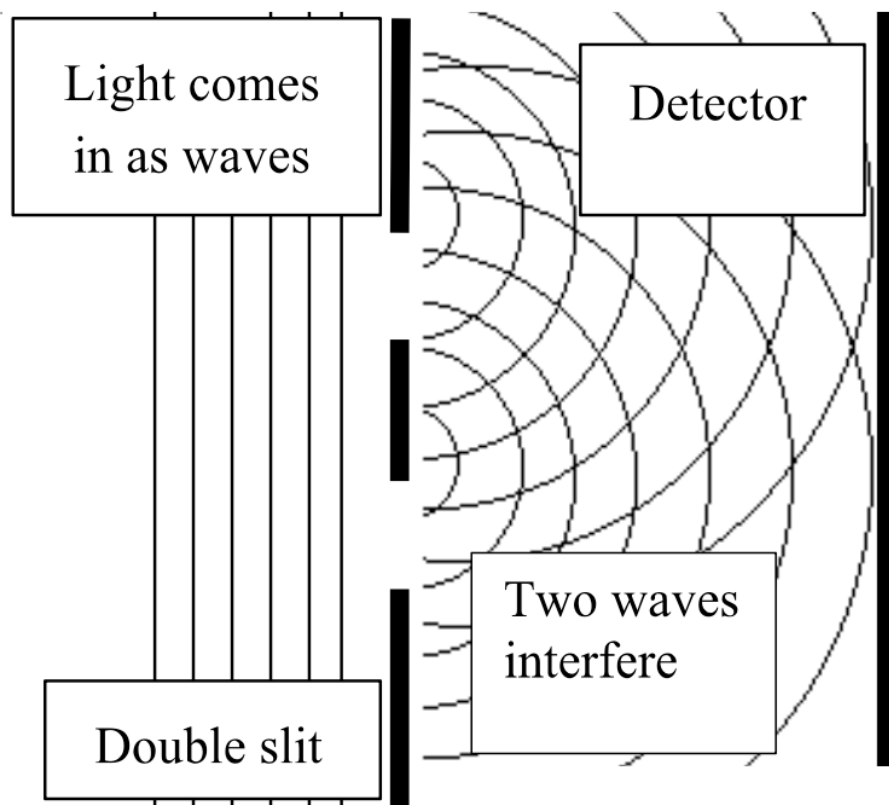


Рис. 3.2 Двощілинний експеримент [36]

Основною метою другого експерименту є відтворення цього фундаментального явища за допомогою клітинного автомату, який моделює розповсюдження хвиль у 2D-просторі. Експеримент дозволяє перевірити здатність розробленої математичної моделі імітувати процеси, пов'язані з інтерференцією хвиль, а також продемонструвати характерну картину, яка виникає під час проходження хвиль через дві щілини.

У ході експерименту моделюється хвильовий фронт, який поширюється від джерела світла та проходить через дві вузькі перешкоди, розташовані на певній відстані одна від одної. Після проходження через щілини хвилі розходяться у просторі, взаємодіючи між собою, що й створює інтерференційну картину.

Особливу увагу буде приділено параметрам моделі, таким як ширина щілин, відстань між ними та довжина хвиль, оскільки ці фактори визначають форму інтерференційної картини. Аналіз результатів дозволить оцінити точність і

адекватність моделі, а також її здатність відтворювати складні фізичні явища з використанням дискретного підходу.

Було створено простір 600 на 600 клітин. Початкові параметри моделі включали значення для висоти та швидкості клітинок, а також маси, яка визначає їхню інертність (3.3):

$$\begin{cases} h_{i,j} = 0, v_{i,j} = 0, m_{i,j} = 0.9, & i, j \in [0, 599] \\ m_{i,j} = 0, & i \in [0, 225] \cup [250, 350] \cup [375, 599], j \in [100, 110] \end{cases} \quad (3.3)$$

Таке налаштування параметрів (висота, швидкість, маса) забезпечує формування різноманітних хвильових форм і дозволяє спостерігати ефекти, що виникають під час взаємодії хвиль з клітинками різної маси. А клітини, масовий коефіцієнт яких дорівнює 0, будуть відігравати роль бар'єру для хвильового фронту. Початкові умови та розподіл маси можуть створювати цікаві динамічні ефекти, наприклад посилення або пригнічення хвильових фронтів, а також формування інтерференційних картин.

Для створення хвилі на кожному кроці часу t задається значення швидкості $v_{i,j}$ клітин за формулою (3.4):

$$v_{i,50}(t) = \sin(t * 0.2) * 35, \quad \text{для всіх } i \in [100, 499] \quad (3.4)$$

де 0.2 – коефіцієнт, що визначає частоту коливань;

35 – коефіцієнт, що визначає силу коливання.

У результаті експерименту була створена дифракція на двох щілинах рис. 3.3, яка демонструє поведінку хвиль при обході перешкод.

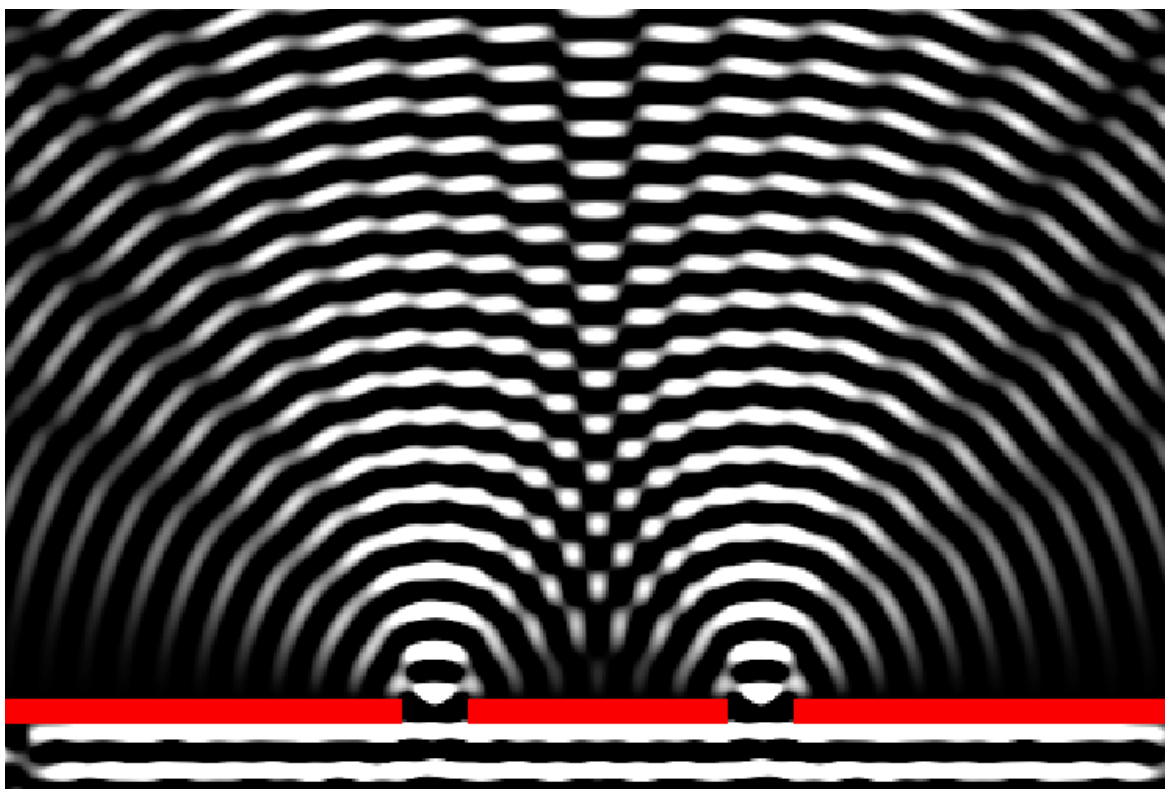


Рис. 3.3 Дифракція на двох щілинах, що отримана в результаті симуляції хвильового процесу у двовимірному просторі: світлі клітини представляють клітини $h_{i,j} > 0$, чорні – $h_{i,j} \leq 0$, а червоні клітинки мають масовий коефіцієнт

$$m_{i,j} = 0.$$

На представленому зображенні отримано симуляцію двощілинного експерименту, де:

- світлий колір клітини: вказує на клітини, де $h_{i,j} > 0$ – висота перевищує значення 0. Це означає, що в цих клітинках відбувається підвищення амплітуди хвилі, де в залежності від значення висоти клітини мають світліший або темніший колір (чим вище висота тим світліше, чим нижче – темніше). Світлі області можуть відповідати точкам з високою концентрацією енергії, де хвиля підіймається вище певного порогу;
- чорний колір клітини: представляє клітинки, де $h_{i,j} \leq 0$ – висота менша за 0. Це означає, що в цих зонах хвиля має негативне значення амплітуди або знаходиться в стані спокою;

– червоний колір клітини: клітини з масовим коефіцієнтом $m_{i,j} = 0$. Такий коефіцієнт означає, що ці клітини не мають інертності, тобто не реагують на хвилю, і їхня висота не змінюється. Червоні клітинки виступають як фіксовані точки, що служать бар'єрами для хвильового процесу.

Картина демонструє два ключових явища хвильової природи: дифракцію та інтерференцію. Інтенсивність хвильових процесів представлена у вигляді світлих (зони високої інтенсивності) і темних (зони низької інтенсивності) областей.

Дифракція проявляється у вигляді розходження хвиль після проходження через кожен із двох щілин. Бар'єри обмежують прямолінійне поширення хвиль, і після проходження через вузькі отвори хвильові фронти розширюються у бокові напрями, утворюючи хвильові структури у вигляді дуг. Це демонструє властивість хвиль огинати перешкоди й поширюватися у просторі куди хвиля не може потрапити прямо.

На зображенні чітко видно, що дифракція залежить від розташування щілин і їхньої ширини. Кожна щілина є джерелом хвиль, які розходяться у просторі. Це створює зони хвильових фронтів із концентричною структурою, які накладаються одна на одну. Зі збільшенням відстані від щілин хвилі поступово втрачають інтенсивність через розсіювання енергії у просторі.

Інтерференція на зображенні проявляється у вигляді характерної системи чергуючихся світлих і темних зон, які є результатом накладання хвильових фронтів, що виходять із двох щілин. Це явище виникає через взаємодію хвиль, коли їхні амплітуди збільшуються або зменшуються залежно від їхньої інтенсивності у точці зустрічі.

Світлі області відповідають зонам конструктивної інтерференції, де хвилі перебувають у фазі, і їхні амплітуди підсилюють одна одну. Темні області виникають у результаті деструктивної інтерференції, коли висота хвиль знаходяться у мінусовому значенні й взаємно знижують амплітуди одна одної. Найяскравіша область – це центральна зона конструктивної інтерференції, де хвилі з двох щілин накладаються, створюючи найбільшу інтенсивність.

Інтерференційна картина має складну структуру, яка обумовлена двома джерелами хвиль, які створюються з щілин бар'єру. Кількість світлих і темних зон збільшується зі збільшенням відстані від щілин, оскільки хвильові фронти взаємодіють під різними кутами.

Для визначення коректності відображення інтерференційної картини було взято значення висот клітин, які знаходять на уявній лінії вертикально посередині рис. 3.3, та побудовано графік рис. 3.4 на основі цих значень.

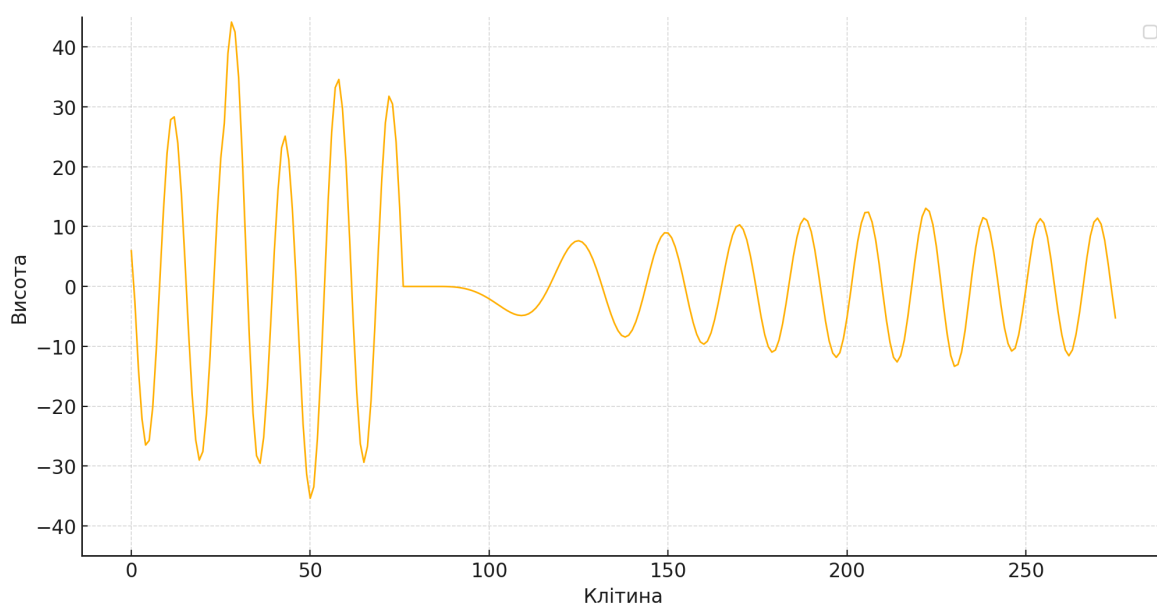


Рис. 3.4 Графік значення висот клітин, які знаходять вертикально посередині рис. 3.3

На графіку представлено залежність висоти клітини від положення цієї клітин у горизонтальному напрямку, який проходить через середину попереднього зображення з двома щілинами. Він демонструє зміну амплітуди хвиль у просторі до і після їх взаємодії з бар'єрами.

На початку графіка, у ділянці, де хвилі ще не взаємодіють із бар'єрами, спостерігається висока амплітуда хвиль. Це свідчить про вихід хвильових фронтів від джерела. Висота хвиль тут характеризується регулярними коливаннями.

На 100 клітині графіка помітне повне зниження амплітуди хвиль до значення 0. Це відповідає області, де хвилі стикаються з бар'єрами. Бар'єри, що позначені червоним кольором на попередньому зображенні, блокують пряме проходження хвиль, що призводить до повного зменшення висот у цій зоні. Цей ефект підтверджує коректне моделювання взаємодії хвиль із перешкодами.

Після проходження через щілини відбувається формування інтерференційної картини, що чітко видно у правій частині графіка. Тут амплітуда хвилі відновлюється після проходження бар'єру, куди світло не могло потрапити прямо. Це свідчить що світлові хвилі, які пройшли через дві щілини, накладаються одна на одну в цій зоні, створюючи піки та провали. Піки на графіку відповідають зонам підвищеної амплітуди, а провали – зонам зменшеної амплітуди.

Також помітно, що амплітуда хвиль зменшується з відстанню від щілин. Це пов'язано з розсіюванням енергії хвиль у просторі, що є типовим для хвильових процесів. Регулярність чергування піків і провалів підтверджує правильність роботи математичної моделі клітинного автомату, яка точно відображає фізичну природу інтерференції.

Проведені експерименти для аналізу роботи математичної моделі клітинного автомату, яка симулює розповсюдження світлових хвиль у 2D-просторі, продемонстрували здатність клітинного автомату коректно моделювати процеси взаємодії хвиль із перешкодами, включаючи дифракцію при проходженні хвиль через щілини. На отриманих інтерференційних картинах було чітко видно чергування зон підсилення та зон послаблення хвиль. Дифракційні хвильові фронти, які набувають радіального характеру після проходження через вузькі щілини, відповідають теоретичним уявленням про поведінку хвиль.

Графічний аналіз, виконаний на основі симуляції, продемонстрував зміну амплітуди хвиль у просторі, а також їхній розподіл після взаємодії з бар'єрами. Спостережувані явища підтвердили принцип суперпозиції хвиль, а також залежність інтенсивності інтерференційної картини від геометрії щілин і характеристик середовища.

Загалом, проведене дослідження показало, що модель клітинного автомату здатна візуально точно відтворювати хвильові явища, які спостерігаються у двощілинному експерименті.

3.3. Визначення точності моделі

У цьому розділі розглядається точність роботи математичної моделі клітинного автомату, яка була використана для симуляції хвильових процесів у 2D-просторі. Визначення точності є ключовим етапом оцінки моделі, адже воно дозволяє не лише переконатися у відповідності результатів симуляції фізичним законам, але й визначити межі застосування моделі у складніших умовах.

Для оцінки точності моделі було використано порівняння результатів симуляції з теоретичними значеннями, розрахованими за аналітичними формулами. Основна увага приділяється визначенню ширини інтерференційних смуг у симуляціях. Використовуються такі параметри, як відстань від екрана до джерел світла, довжина хвилі та віддалення між джерелами світла, які є ключовими у формуванні інтерференційної картини.

Математична перевірка точності моделі виконується шляхом обчислення ширини інтерференційної смуги за формулою (3.5), та порівняння теоретичних значень із даними, які отримані в ході симуляції клітинного автомату.

$$\delta = \frac{L * \lambda}{d}, \quad (3.5)$$

де δ – ширина інтерференційної смуги;

L – відстань від екрана до джерел світла;

λ – довжина хвилі;

d – віддалення між когерентними джерелами світла.

Ширина інтерференційної смуги – це відстань між сусідніми максимумами або мінімумами інтерференційної картини, яка виникає в результаті накладання світлових хвиль.

Результати аналізу дозволяють перевірити, наскільки точно модель відображає хвильові явища, такі як інтерференція. Це також дає змогу виявити можливі похибки, спричинені розміром чи масштабуванням сітки, або обмеженнями параметрів моделі.

Для виконання симуляцій у рамках дослідження точності математичної моделі були визначені такі початкові умови, що забезпечують відтворення явищ інтерференції та дифракції хвиль у 2D-просторі. Вибір цих умов відповідає експериментальним задачам та фізичній суті моделі.

Симуляція проводилася на двовимірній сітці розміром 600×600 клітин, яка представляє дискретний простір для поширення хвиль. Такий розмір забезпечує достатню деталізацію для спостереження інтерференційної картини і дозволяє уникнути впливу країв сітки на результати моделювання. Початкові значення станів клітин визначені в умові (3.6):

$$\begin{cases} h_{i,j}(0) = 0 \\ v_{i,j}(0) = 0 \\ m_{i,j} = 0.85 \end{cases}, \quad i, j \in [0, 599] \quad (3.6)$$

де $h_{i,j}(0)$ – початкове значення висоти клітини;

$v_{i,j}(0)$ – початкове значення швидкості клітини;

$m_{i,j}$ – масовий коефіцієнт клітин.

Початкові значення моделі відповідають стану спокою: відсутні початкові збурення та рухи у хвильовій системі. Масовий коефіцієнт клітин $m_{i,j}$ впливає на швидкість передачі енергії між клітинами та загальний характер розповсюдження хвиль.

Для створення джерел світлових хвиль використовується гармонійна функція (3.7), яка задає збурення:

$$h_{i,j}(t) = \sin\left(t * \frac{\pi}{\lambda}\right) * I, \quad (3.7)$$

де t – часовий крок симуляції;

λ – довжина хвилі;

I – інтенсивність збурення, яка визначає амплітуду хвилі.

Ця функція забезпечує періодичний характер хвильового збурення, що відповідає фізичній природі світлових хвиль.

Довжина хвилі світла – це фізична величина, яка характеризує довжину одного повного циклу хвилі в просторі. Іншими словами, це відстань між двома найближчими точками хвилі, які мають однакову фазу коливання, наприклад, між двома сусідніми вершинами чи западинами.

Умова 1:

$L = 200$ клітин – відстань від джерел світла до екрана;

$d = 150$ клітин – відстань між двома джерелами світла;

$\lambda = 30$ клітин – довжина хвилі.

Розрахунок ширини інтерференційної смуги (3.8):

$$\delta = \frac{L * \lambda}{d} = \frac{200 * 30}{150} = 40 \text{ клітин.} \quad (3.8)$$

Для перевірки ширини, було проведено симуляцію рис. 3.5 за даними параметрами, де жовта полоса – екран.

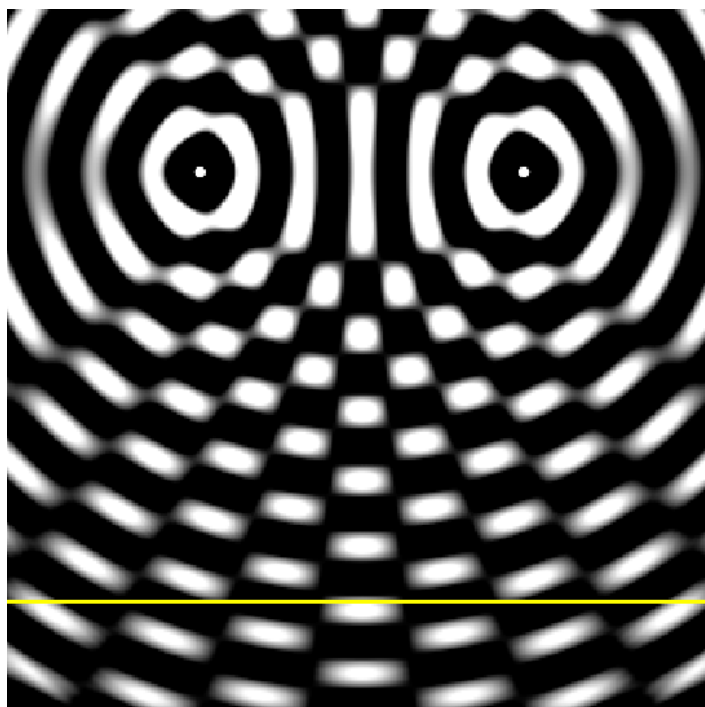


Рис. 3.5 Симуляція моделі за даними умовами, жовтим кольором виділено екран

Було побудовано графік інтенсивності хвиль на виділеному жовтому екрані рис. 3.6, на якому можна побачити, що відстань між сусідніми точками максимуму інтерференційної картини дорівнює 40 клітин. Тим самим симуляція показала коректну ширину інтерференційної смуги, яка була прорахована. Можна стверджувати, що симуляція є точною.

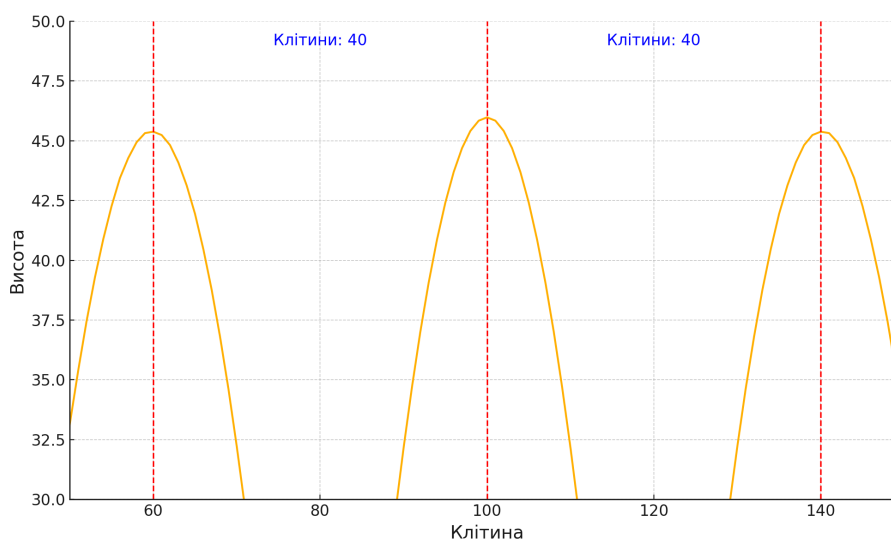


Рис. 3.6 Графік інтенсивності на екрані

Умова 2:

$L = 100$ клітин – відстань від джерел світла до екрана;

$d = 250$ клітин – відстань між двома джерелами світла;

$\lambda = 40$ клітин – довжина хвилі.

Розрахунок ширини інтерференційної смуги (3.9):

$$\delta = \frac{L * \lambda}{d} = \frac{100 * 40}{250} = 16 \text{ клітин.} \quad (3.9)$$

Для перевірки ширини, було проведено симуляцію рис. 3.7 за даними параметрами, де жовта полоса – екран.

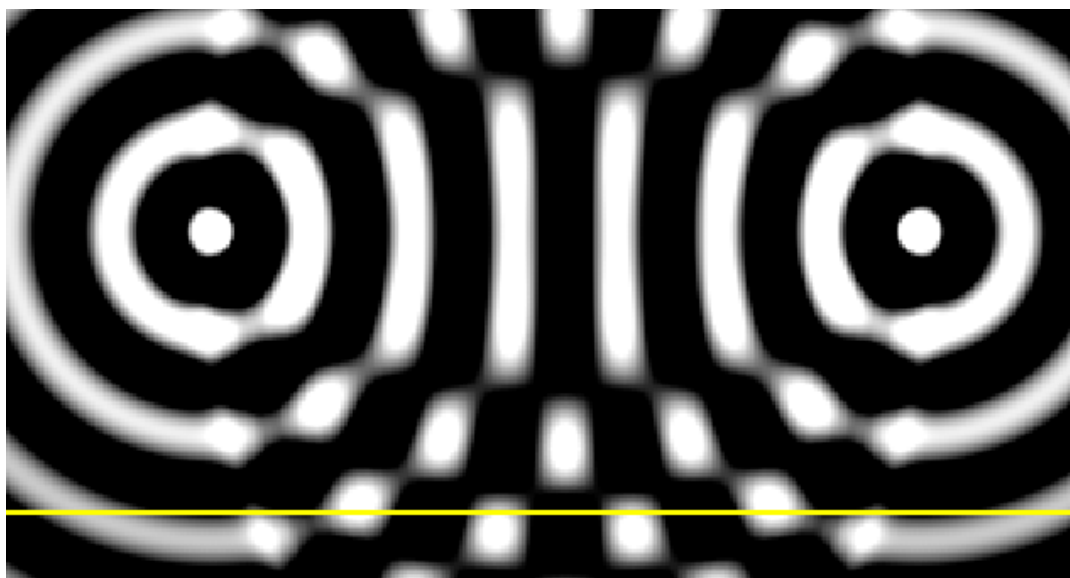


Рис. 3.7 Симуляція моделі за даними умовами, жовтим кольором виділено екран

Було побудовано графік інтенсивності хвиль на виділеному жовтому екрані рис. 3.8, на якому можна побачити, що відстань між сусідніми точками максимуму інтерференційної картини дорівнює 16 клітин. Тим самим симуляція показала коректну ширину інтерференційної смуги, яка була прорахована. Можна стверджувати, що симуляція є точною.

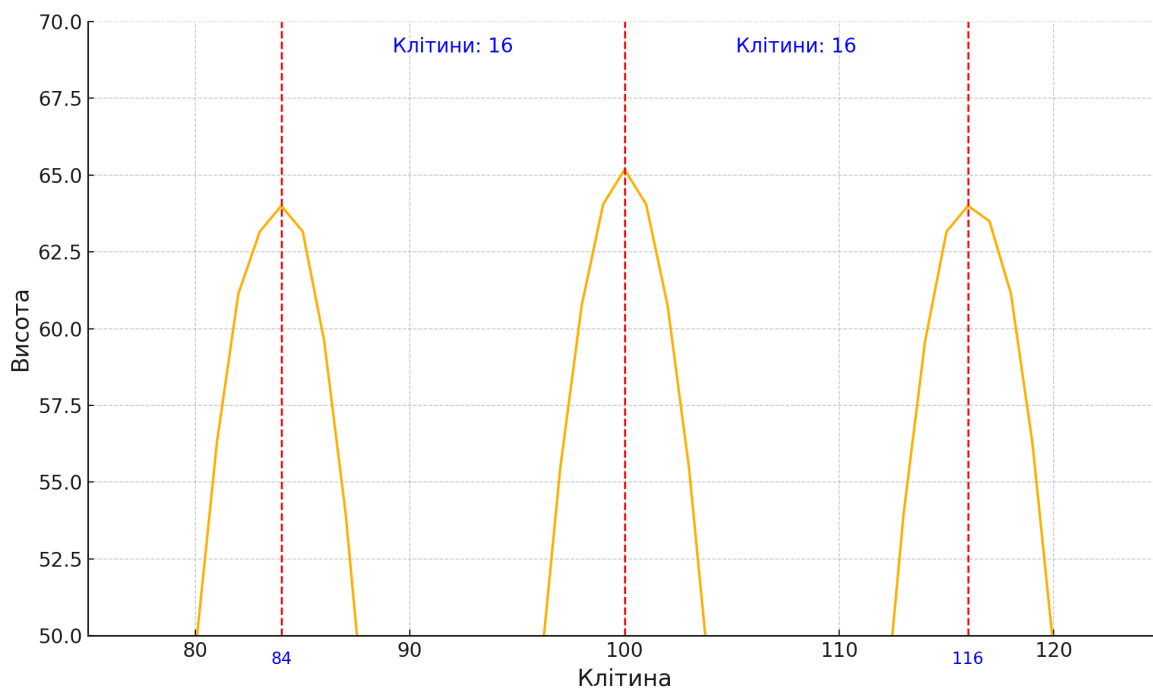


Рис. 3.8 Графік інтенсивності на екрані

Умова 3:

$L = 150$ клітин – відстань від джерел світла до екрана;

$d = 200$ клітин – відстань між двома джерелами світла;

$\lambda = 20$ клітин – довжина хвилі.

Розрахунок ширини інтерференційної смуги (3.10):

$$\delta = \frac{L * \lambda}{d} = \frac{150 * 20}{200} = 15 \text{ клітин.} \quad (3.10)$$

Для перевірки ширини, було проведено симуляцію рис. 3.9 за даними параметрами, де жовта полоса – екран.

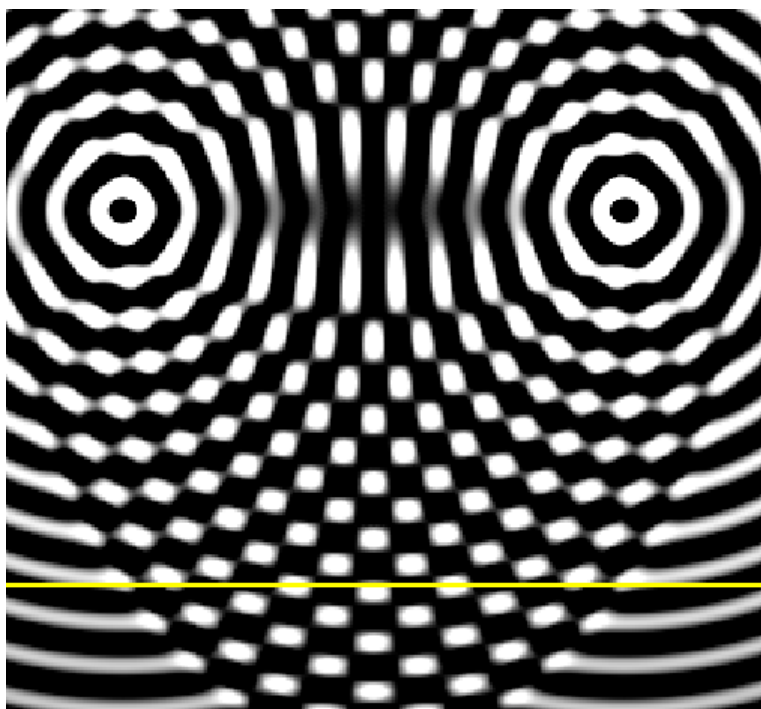


Рис. 3.9 Симуляція моделі за даними умовами, жовтим кольором виділено екран

Було побудовано графік інтенсивності хвиль на виділеному жовтому екрані рис. 3.10, на якому можна побачити, що відстань між сусідніми точками максимуму інтерференційної картини дорівнює 15 клітин. Тим самим симуляція показала коректну ширину інтерференційної смуги, яка була прорахована. Можна стверджувати, що симуляція є точною.

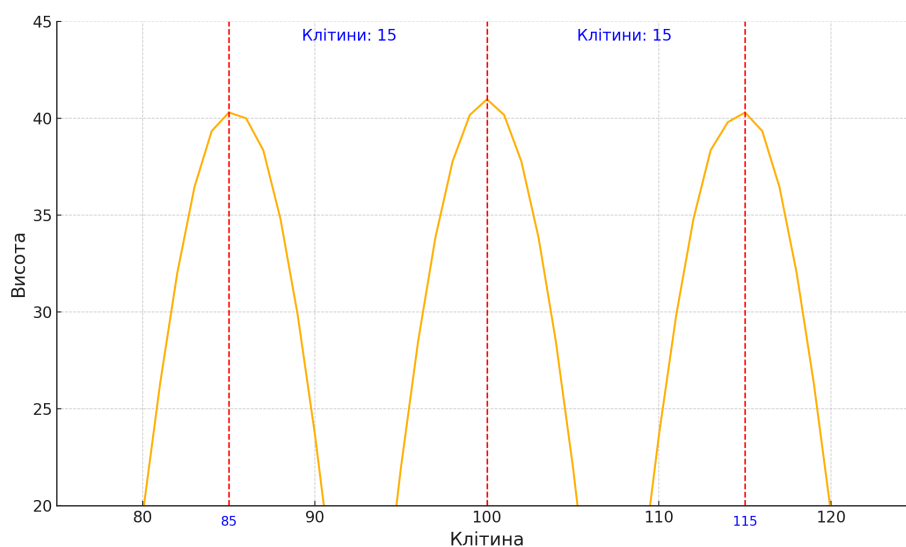


Рис. 3.10 Графік інтенсивності на екрані

Розрахунки підтвердили, що ширина інтерференційних смуг, отриманих при симуляції, повністю збігається із теоретичними значеннями, що свідчить про коректність роботи математичної моделі. Умови симуляції, зокрема розмір сітки, початкові параметри клітин та формула для генерації хвиль, були підібрані таким чином, щоб відтворити фізично точне явище інтерференції у двощілинному експерименті Юнга. Порівняння результатів для різних параметрів експерименту (відстаней до екрана, відстаней між щілинами та довжини хвиль) також показало узгодженість симуляції з теорією.

Отримані результати підтверджують, що модель клітинного автомату здатна коректно моделювати хвильові процеси. Розрахунки довели її здатність коректно відображати фізичну природу явищ, що є критично важливим для використання моделі у наукових і прикладних задачах. Це дослідження підкреслює, що розроблена модель є надійним інструментом для імітації хвильових процесів у 2D-просторі та може бути використана для подальших експериментів і розробок.

ВИСНОВКИ

1. Проаналізовано існуючі методи симуляції світла у 2D-просторі, такі як трасування променів, модель освітлення Фонга та radiosity. Виявлено, що ці методи мають різні сильні та слабкі сторони, залежно від їх призначення та ефективності у динамічних або статичних середовищах.

2. Розроблено математичну модель симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів. Модель враховує локальну взаємодію між клітинами для відтворення хвильових процесів світла. Це дозволяє коректно симулювати світло в 2D-просторі.

3. Реалізовано алгоритм клітинного автомату у вигляді програмного коду, включаючи ініціалізацію параметрів моделі, оновлення станів клітин та обчислення взаємодії між ними. Наведений псевдокод демонструє простоту та гнучкість алгоритму для подальшого використання.

4. Проведено експериментальне дослідження моделі, в рамках якого відтворено інтерференційну картину та явища дифракції у різних умовах. Результати симуляції підтвердили правильність роботи клітинного автомату.

5. Виконано аналіз точності симуляції, зокрема розраховано ширину інтерференційних смуг та порівняно їх із результатами симуляції. Відхилення між теоретичними та симульованими даними відсутнє при коректному налаштуванні сітки клітин, що підтверджує високу точність моделі.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Akenine-Möller T. Real-Time rendering [Електронний ресурс] / Tomas Akenine-Möller. – Fourth edition. | Boca Raton : Taylor & Francis, CRC Press, 2018. : A K Peters/CRC Press, 2018. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1201/b22086>.
2. Pharr M. Physically Based Rendering [Електронний ресурс] / Matt Pharr, Wenzel Jakob, Greg Humphreys. – 3-тє вид. – Elsevier, 2016. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1016/c2013-0-15557-2>.
3. Pile Jr. J. 2D graphics programming for games [Електронний ресурс] / John Pile Jr. – New York : A K Peters/CRC Press, 2013. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1201/b14871>.
4. Ray Tracing Gems [Електронний ресурс] / ред.: Е. Haines, Т. Akenine-Möller. – Berkeley, CA : Apress, 2019. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/978-1-4842-4427-2>.
5. Ikeuchi K. Computer Vision [Електронний ресурс] / Katsushi Ikeuchi. – 2-ге вид. – Springer Cham, 2021. – 1406 с. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-63416-2>.
6. Bischof G. Fluid Dynamics Simulation Using Cellular Automata [Електронний ресурс] / Gunter Bischof, Christian Steinmann // 2012 ASEE Annual Conference, San Antonio, Texas, 10 черв. 2012 р. – Режим доступу: <https://doi.org/10.18260/1-2--21399>.
7. Cellular automata and discrete complex systems [Електронний ресурс] / ред.: L. Manzoni, L. Mariot, D. Roy Chowdhury. – Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-42250-8>.
8. Elementary Cellular Automaton [Електронний ресурс] // Wolfram MathWorld. – Режим доступу: <https://mathworld.wolfram.com/ElementaryCellularAutomaton.html>.
9. Chopard B. Cellular automata modeling of physical systems [Електронний ресурс] / Bastien Chopard // Encyclopedia of complexity and systems science. – New

York, NY, 2009. – С. 865–892. – Режим доступа: https://doi.org/10.1007/978-0-387-30440-3_57.

10. Chopard B. Cellular automata and lattice Boltzmann methods: a new approach to computational fluid dynamics and particle transport [Электронный ресурс] / Bastien Chopard // Future Generation Computer Systems. – 1999. – Т. 16, № 2-3. – С. 249–257. – Режим доступа: [https://doi.org/10.1016/S0167-739X\(99\)00050-3](https://doi.org/10.1016/S0167-739X(99)00050-3).

11. Wolfram S. A new kind of science / Stephen Wolfram. – United States : Wolfram Media, 2002. – 1197 с.

12. Valentim C. A. Cellular-automaton model for tumor growth dynamics: Virtualization of different scenarios [Электронный ресурс] / Carlos A. Valentim, José A. Rabi, Sergio A. David // Computers in Biology and Medicine. – 2023. – Т. 153. – 106481. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1016/j.combiomed.2022.106481>.

13. Chowdhury S. Cellular automata in the light of COVID-19 [Электронный ресурс] / Sourav Chowdhury // The European Physical Journal Special Topics. – 2022. – Т. 231. – С. 3619–3628. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-022-00619-1>.

14. Poornima I. G. A. Pseudo Random Number Generator Based on Cellular Automata with Self Organized Criticality [Электронный ресурс] / I. Gethzi Ahila Poornima // SN Computer Science. – 2024. – Т. 5. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1007/s42979-024-02750-3>.

15. Adamatzky A. Designing Beauty: The Art of Cellular Automata [Электронный ресурс] / Andrew Adamatzky, Genaro J. Martínez. – Switzerland : Springer Cham, 2016. – 191 с. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-27270-2>.

16. Chen Y. Cellular automaton model for social forces interaction in building evacuation for sustainable society [Электронный ресурс] / Yameng Chen, Chen Wang, Heng Li // Sustainable Cities and Society. – 2020. – Т. 53. – 101913. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1016/j.scs.2019.101913>.

17. Adamatzky A. Game of Life Cellular Automata [Електронний ресурс] / Andrew Adamatzky. – London : Springer, 2010. – 579 с. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/978-1-84996-217-9>.
18. Cailleteau T. Langton's Ant from the Ant's referential [Електронний ресурс] / Thomas Cailleteau // General Relativity and Quantum Cosmology. – 2017. – Режим доступу: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1707.00255>.
19. Brian's Brain Cellular Automaton [Електронний ресурс] // Arne Vogel. – Режим доступу: <https://www.arnevogel.com/brians-brain-cellular-automaton/>.
20. Гранкін Д. Метод клітинних автоматів для моделювання фізико-хімічних процесів на нанокаталізаторі [Електронний ресурс] / Денис Гранкін, Михайло Гранкін, Віктор Гранкін // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: фізико-математичні науки. – 2021. – № 22. – Режим доступу: <https://doi.org/10.32626/2308-5878.2021-22.27-38>.
21. Born M. Principles of optics [Електронний ресурс] / Max Born, Emil Wolf. – 7-ме вид. – Cambridge University Press, 1999. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1017/CBO9781139644181>.
22. Cai X. Mathematical model for flood routing based on cellular automaton [Електронний ресурс] / Xin Cai, Yi Li // Water science and engineering. – 2014. – Т. 133, № 2. – Режим доступу: https://www.researchgate.net/publication/275156611_Mathematical_model_for_flood_routing_based_on_cellular_automaton#fullTextFileContent.
23. Cellular automata [Електронний ресурс] // Stanford Encyclopedia of Philosophy. – Режим доступу: <https://plato.stanford.edu/entries/cellular-automata/>.
24. Dutré P. Advanced global illumination [Електронний ресурс] / Philip Dutré, Kavita Bala, Philippe Bekaert. – New York : A K Peters/CRC Press, 2018. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1201/9781315365473>.
25. Efficient simulation execution of cellular automata on GPU [Електронний ресурс] / Daniel Cagigas-Muñiz [та ін.] // Simulation modelling practice and theory. –

2022. – Т. 118. – С. 102519. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2022.102519>.

26. Hecht E. Optics / Eugene Hecht. – 5-те вид. – Pearson Education, 2017. – 714 с.

27. Photonic elementary cellular automata for simulation of complex phenomena [Электронный ресурс] / Gordon H.Y. Li [та ін.] // Light: Science & Applications. – 2023. – Т. 12. – 132. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1038/s41377-023-01180-9>.

28. Schiff J. L. Cellular automata: a discrete view of the world [Электронный ресурс] / Joel L. Schiff. – Hoboken, NJ, USA : John Wiley & Sons, Inc., 2007. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1002/9781118032381>.

29. Vichniac G. Y. Simulating physics with cellular automata [Электронный ресурс] / Gérard Y. Vichniac // Physica D nonlinear phenomena. – 1984. – Т. 10, № 1-2. – Режим доступа: [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(84\)90253-7](https://doi.org/10.1016/0167-2789(84)90253-7).

30. Wolfram S. Cellular automata and complexity [Электронный ресурс] / Stephen Wolfram. – Boca Raton : CRC Press, 1994. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1201/9780429494093>.

31. Vick B. Multi-physics modeling using cellular automata [Электронный ресурс] / Brian Vick // Complex systems. – 2007. – Т. 17, № 1. – Режим доступа: <https://doi.org/10.25088/ComplexSystems.17.1.65>.

32. Accelerating Java Ray Tracing Applications on Heterogeneous Hardware [Электронный ресурс] / Vinh Pham Van [та ін.] // Proceedings of ACM Conference : International Conference Proceeding Series, New York, 1 трав. 2023 р. – New York, 2023. – С. 12. – Режим доступа: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.07450>.

33. Ashdown I. Radiosity: A Programmer's Perspective / Ian Ashdown. – New York : Wiley, 1994. – 497 с.

34. Kumar A. Immersive 3D design visualization [Электронный ресурс] / Abhishek Kumar. – Berkeley, CA : Apress, 2021. – 301 с. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1007/978-1-4842-6597-0>.

35. Channa K. Light mapping - theory and implementation [Электронный ресурс] / Keshav Channa // flipcode. – Режим доступа: https://www.flipcode.com/archives/Light_Mapping_Theory_and_Implementation.shtml.

36. Peng H. Experimental study of mystery of double slit --- comprehensive double slit experiments [Электронный ресурс] / Hui Peng // International journal of physics. – 2021. – Т. 9, № 2. – С. 114–127. – Режим доступа: <https://doi.org/10.12691/ijp-9-2-6>.

ДОДАТОК А.
ДЕМОНСТРАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ
(Презентація)



ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-
КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ІНФОРМАЦІЙНИХ
ТЕХНОЛОГІЙ



КАФЕДРА ІНЖЕНЕРІЇ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Магістерська робота

**МЕТОДИКА СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛА В 2D-ІГРОВИМУ ПРОСТОРІ НА
ОСНОВІ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ**

Виконав: студент групи ПДМ-63 Виходцев Микита Миколайович

Керівник: к.т.н., доц., доцент кафедри ПЗ Золотухіна Оксана Анатоліївна

Київ - 2025

МЕТА, ОБ'ЄКТА ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Мета роботи: підвищити точність симуляції світла в 2D-ігрових середовищах шляхом моделювання хвильових ефектів світла.

Об'єкт дослідження: процес симуляції світла в 2D-ігровому середовищі.

Предмет дослідження: метод симуляції світла в 2D-ігровому середовищі на основі клітинних автоматів.

АНАЛІЗ МЕТОДІВ СИМУЛЯЦІЇ СВІТЛА

Метод	Переваги	Недоліки
Ray Tracing	- реалістичне освітлення (точні тіні, відбиття, рефракції). - створює кінематографічні ефекти.	- дуже вимогливий до ресурсів, складний у реалізації.
Phong Illumination	- простота та швидкість обчислень. - гарний вибір для динамічного освітлення в 2D-іграх.	- не підтримує глобальне освітлення - менш реалістичний порівняно з іншими методами.
Radiosity	- дуже реалістичне глобальне освітлення, плавний розподіл світла. - створює якісні lightmaps, знижуючи навантаження на гру.	- підходить лише для статичних сцен, неефективний у динамічному середовищі. - тривалий розрахунок, потребує багато ресурсів для попереднього освітлення.
Метод симуляції на основі клітинного автомату	- простота реалізації моделювання хвильового освітлення. - працює як у статичних, так і в динамічних середовищах - висока точність у відтворенні основних хвильових явищ - гнучке налаштування сітки клітин	- результати точності залежать від масштабу сітки клітин

3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КЛІТИННОГО АВТОМАТУ

Модель використовує двовимірну сітку клітин $N \times M$, для дискретного представлення простору. Клітини $C_{i,j}$ у 2D-сітці мають наступні параметри:

- $h_{i,j}(t)$: висота клітини $C_{i,j}$ в момент часу t ;
- $v_{i,j}(t)$: швидкість зміни висоти клітини $C_{i,j}$ в момент часу t ;
- $m_{i,j}$: постійний масовий коефіцієнт клітини, $0 \leq m \leq 1$.

Оновлення висоти клітини на основі її поточної швидкості (1):

$$h_{i,j}(t+1) = h_{i,j}(t) + v_{i,j}(t), \quad (1)$$

Оновлення швидкості клітини (2):

$$v_{i,j}(t+1) = \left(\frac{h_{i-1,j}(t) + h_{i+1,j}(t) + h_{i,j-1}(t) + h_{i,j+1}(t)}{4} - h_{i,j}(t) \right) * m_{i,j}, \quad (2)$$

4

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КЛІТИННОГО АВТОМАТУ

Створення когерентного джерела світла, яке генерує хвилі з постійною фазою та частотою (3):

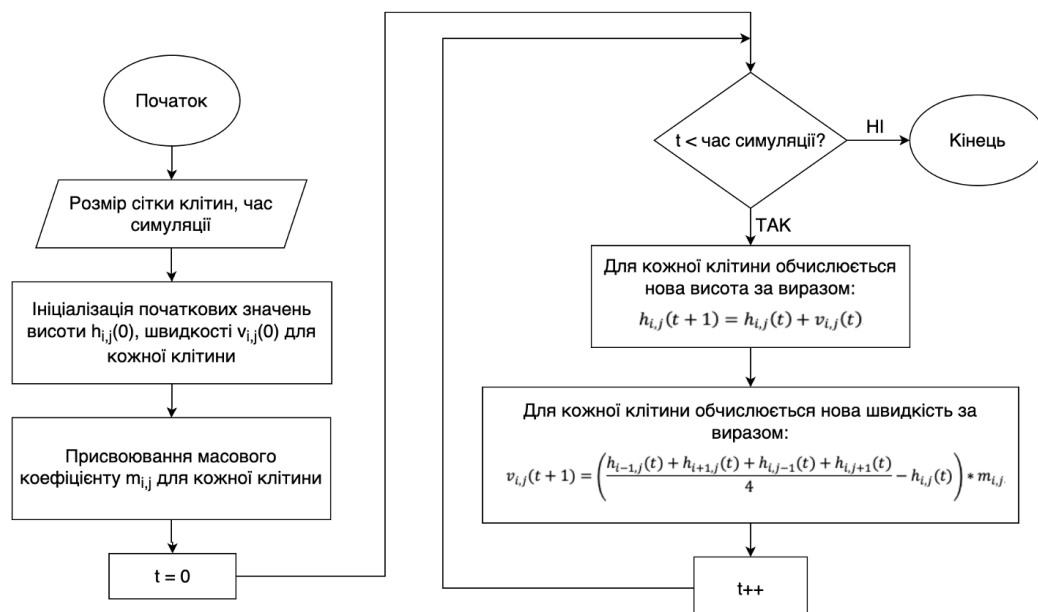
$$h_{i,j}(t) = \sin\left(t * \frac{\pi}{\lambda}\right) * I, \quad (3)$$

де:

- $h_{i,j}(t)$: висота хвилі, в момент часу t ;
- λ : довжина хвилі;
- I : інтенсивність хвилі.

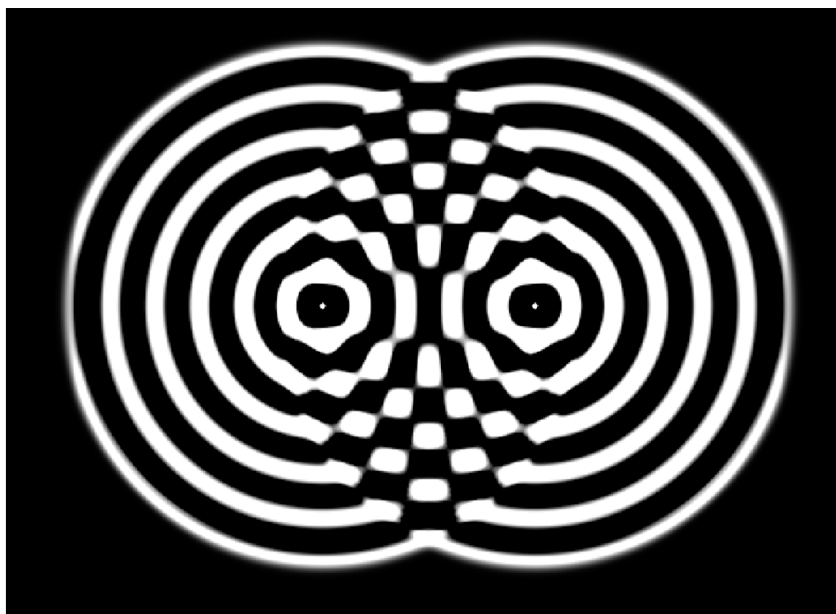
5

БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМУ СИМУЛЯЦІЇ



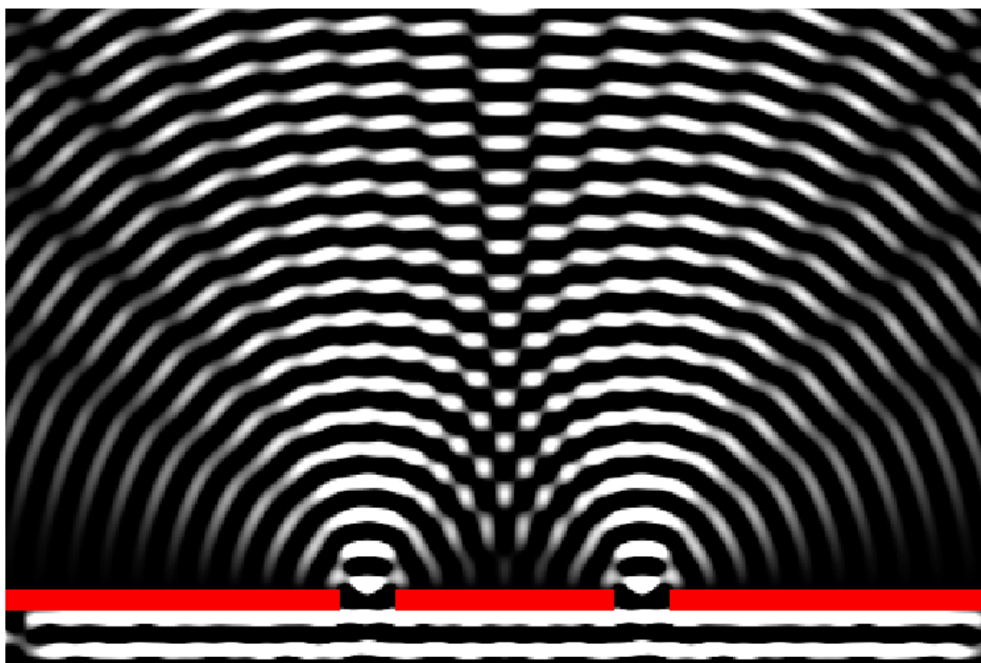
6

**ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ ВІД ДВОХ
ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ**



7

ДИФРАКЦІЯ НА ДВОХ ЩІЛИНАХ



8

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ

Метод	Точність інтерференції	Точність дифракції
Ray Tracing	20–40%	10–30%
Phong Illumination	10–20%	5–15%
Radiosity	30–50%	20–40%
Метод симуляції на основі клітинного автомату	95%	95%

9

ВИСНОВКИ

1. Проаналізовано існуючі методи симуляції світла у 2D-просторі. Виявлено, що ці методи мають різні сильні та слабкі сторони, залежно від їх призначення та ефективності у динамічних або статичних середовищах.
2. Розроблено математичну модель симуляції світлових хвиль на основі клітинних автоматів. Модель враховує локальну взаємодію між клітинами для відтворення хвильових процесів світла, що дозволяє коректно симулювати світло в 2D-просторі.
3. Реалізовано алгоритм клітинного автомату у вигляді програмного коду, включаючи ініціалізацію параметрів моделі, оновлення станів клітин та обчислення взаємодії між ними. Наведений псевдокод демонструє простоту та гнучкість алгоритму для подальшого використання.
4. Проведено експериментальне дослідження моделі, в рамках якого відтворено інтерференційну картину та явища дифракції у різних умовах. Результати симуляції підтвердили правильність роботи клітинного автомату.
5. Виконано аналіз точності симуляції, зокрема розраховано ширину інтерференційних смуг та порівняно їх із результатами симуляції. Відхилення між теоретичними та симульованими даними відсутнє при коректному налаштуванні сітки клітин, що підтверджує високу точність моделі.

10

ПУБЛІКАЦІЇ ТА АПРОБАЦІЯ РОБОТИ

Статті:

1. Виходцев М. М., Золотухіна О.А. Використання клітинних автоматів для симуляції хвильових процесів у 2D-просторі // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2024. – Т. 85, № 4. – подана до друку.

Тези доповідей:

1. Виходцев М. М., Золотухіна О.А. Використання клітинних автоматів в геймдеві // Застосування програмного забезпечення в ІКТ : Всеукр. науково-техн. конф., Київ, 24 квіт. 2024 р. – Київ, 2024. – С. 464.

2. Виходцев М. М. Золотухіна О.А. Моделювання фізичних процесів за допомогою клітинних автоматів у 2D-ігровому просторі // Технологічні горизонти: дослідження та застосування інформаційних технологій для технологічного прогресу України і світу : II всеукр. науково-техн. конф., Київ, 18 листоп. 2024 р. – Київ, 2024. – С. 216.

11

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

12

ДОДАТОК Б.

ЛІСТИНГ ПСЕВДОКОДУ АЛГОРИТМУ СИМУЛЯЦІЇ

```

// Константи розмірів сітки
CONSTANT GRID_WIDTH = 100
CONSTANT GRID_HEIGHT = 100

// Масиви для збереження станів клітин
DECLARE waveHeight[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE // Висота
хвилі в кожній клітині
DECLARE waveVelocity[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE //
Швидкість зміни висоти хвилі
DECLARE cellMass[GRID_HEIGHT][GRID_WIDTH] AS DOUBLE // Маса клітин,
що визначає швидкість передачі хвилі

// Функція для ініціалізації початкових значень у сітці
FUNCTION InitializeGrid()
    // Ініціалізація всіх клітин початковими значеннями
    FOR i FROM 0 TO GRID_HEIGHT - 1
        FOR j FROM 0 TO GRID_WIDTH - 1
            waveHeight[i][j] = 0 // Початкова висота хвилі - 0
            waveVelocity[i][j] = 0 // Початкова швидкість - 0
            cellMass[i][j] = 1 // Маса клітин - значення 1
        END FOR
    END FOR

    // Завдання початкових збурень у вигляді хвильових піків
    waveHeight[20][25] = 100 // Джерело хвилі з висотою 100
    waveHeight[80][25] = 100 // Друге джерело хвилі

```

END FUNCTION

// Функція для оновлення стану сітки на кожному часовому кроці

FUNCTION UpdateGrid()

 // Крок 1: Оновлення висот хвиль

 FOR i FROM 1 TO GRID_HEIGHT - 2 // Уникаємо країв сітки

 FOR j FROM 1 TO GRID_WIDTH - 2

 waveHeight[i][j] = waveHeight[i][j] + waveVelocity[i][j] // Нова висота
 обчислюється додаванням швидкості до попередньої висоти

 END FOR

 END FOR

 // Крок 2: Оновлення швидкостей хвиль

 FOR i FROM 1 TO GRID_HEIGHT - 2 // Уникаємо країв сітки

 FOR j FROM 1 TO GRID_WIDTH - 2

 DECLARE middleHeight AS DOUBLE

 // Середня висота сусідніх клітин

 middleHeight = (waveHeight[i - 1][j] + waveHeight[i + 1][j] + waveHeight[i][j - 1] + waveHeight[i][j + 1]) / 4

 // Оновлення швидкості з урахуванням середньої висоти сусідів та маси клітини

 waveVelocity[i][j] = waveVelocity[i][j] + ((middleHeight - waveHeight[i][j]) * cellMass[i][j])

 END FOR

 END FOR

END FUNCTION

CALL InitializeGrid() // Ініціалізуємо сітку

// Основний цикл симуляції

```
WHILE simulationRunning
```

```
    CALL UpdateGrid() // Оновлюємо сітку на кожному часовому кроці
```

```
END WHILE
```